

**Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Departamento de Electrotecnia y Sistemas**

**MEJORAS EN LA EFICACIA COMPUTACIONAL DE  
MODELOS PROBABILISTAS DE EXPLOTACIÓN  
GENERACIÓN/RED A MEDIO PLAZO**

**PEDRO SÁNCHEZ MARTÍN**

Tesis Doctoral



Madrid 1998

# ÍNDICE

Agradecimientos  
 Resumen de la Tesis  
 Índice

## Capítulo 1. INTRODUCCIÓN.

<b>1.1. Planificación de la red de transporte.</b>	<b>1-3</b>
1.1.1. Planificación de largo plazo.	1-5
1.1.2. Planificación de medio plazo.	1-7
<b>1.2. Optimización y simulación.</b>	<b>1-9</b>
<b>1.3. La mejora computacional. Una necesidad.</b>	<b>1-12</b>
<b>1.4. Revisión bibliográfica.</b>	<b>1-13</b>
<b>1.5. Objetivo y estructura de la tesis.</b>	<b>1-15</b>
<b>1.6. Organización del documento.</b>	<b>1-17</b>

## Capítulo 2. MODELADO DEL SISTEMA ELÉCTRICO.

<b>2.1. Caracterización del sistema.</b>	<b>2-1</b>
2.1.1. División temporal.	2-2
2.1.2. Modelo de la operación.	2-3
2.1.3. Demanda.	2-4
2.1.4. Subsistema térmico.	2-5
2.1.5. Subsistema hidráulico.	2-6
2.1.6. Subsistema de red.	2-10
2.1.7. Incertidumbres.	2-12
<b>2.2. Formulación matemática del modelo.</b>	<b>2-13</b>
2.2.1. Notación.	2-13
2.2.1.1. Datos.	2-13
2.2.1.2. Variables auxiliares.	2-15
2.2.1.3. Resultados.	2-16
2.2.2. Función objetivo.	2-18
2.2.3. Restricciones.	2-19
2.2.4. Variables.	2-23
<b>2.3. Alternativas de modelado.</b>	<b>2-25</b>
2.3.1. Pérdidas en la red de transporte.	2-25
2.3.1.1. Su clasificación.	2-25
2.3.1.2. Modelado de pérdidas resistivas.	2-27
2.3.1.3. Estudio comparativo.	2-39
2.3.2. Criterios de seguridad en la explotación.	2-45
2.3.2.1. Su clasificación.	2-46
2.3.2.2. Aspectos de modelado.	2-48
2.3.2.3. Discusión de procedimientos.	2-53
2.3.3. Modelo sin red de transporte.	2-56

## Capítulo 3. TRATAMIENTO DE LA INCERTIDUMBRE.

<b>3.1. Simulación probabilista.</b>	<b>3-2</b>
3.1.1. Muestreo probabilista.	3-3
3.1.1.1. Variables aleatorias de entrada del modelo.	3-3
3.1.1.2. Funciones de probabilidad: Su ajuste y validación.	3-4
3.1.1.3. Procedimientos de muestreo.	3-15
3.1.2. Estadísticos del modelo.	3-21
3.1.2.1. Procedimiento de cálculo.	3-22
3.1.2.2. Estadísticos individuales.	3-29
3.1.2.3. Estadísticos globales.	3-32
<b>3.2. Técnicas de Reducción de Varianza.</b>	<b>3-35</b>
3.2.1. Números aleatorios comunes.	3-38
3.2.2. Variables antitéticas.	3-42
3.2.2.1. Principios generales.	3-42
3.2.2.2. Variables globales.	3-48
3.2.2.3. Estudio comparativo.	3-53
3.2.3. Variables de control.	3-55
3.2.3.1. Principios generales.	3-55
3.2.3.2. Modelo combinado de control.	3-62
3.2.3.3. Coeficientes de control.	3-65
3.2.3.4. Estudio comparativo.	3-70
3.2.4. Sinergia de técnicas.	3-74
3.2.4.1. Números aleatorios comunes y variables antitéticas.	3-74
3.2.4.2. Números aleatorios comunes y variables de control.	3-76
3.2.4.3. Variables antitéticas y variables de control.	3-77
3.2.4.4. Variables antitéticas, variables de control y números aleatorios comunes	3-80

## Capítulo 4. OPTIMIZACIÓN E IMPLANTACIÓN INFORMÁTICA.

<b>4.1. Comparación de algoritmos de optimización.</b>	<b>4-3</b>
4.1.1. Optimización muestra a muestra.	4-3
4.1.2. Optimización agrupada.	4-6
4.1.3. Combinación de algoritmos.	4-16
4.1.3.1. Algoritmos lineales.	4-16
4.1.3.2. Algoritmos lineales y no lineal.	4-20
4.1.4. Generalización cualitativa.	4-22
<b>4.2. Implantación informática.</b>	<b>4-23</b>
4.2.1. Estructura de la simulación.	4-23
4.2.2. Procesamiento paralelo.	4-28
4.2.3. Diagramas funcionales.	4-32

## Capítulo 5. CASOS ESTUDIO Y RESULTADOS.

<b>5.1. Sistema de 9 nudos.</b>	<b>5-2</b>
5.1.1. Características del sistema.	5-2
5.1.2. Modelado del sistema eléctrico.	5-6
5.1.2.1. Modelado de la red de transporte.	5-6
5.1.2.2. Modelado de las pérdidas resistivas de transporte.	5-9
5.1.2.3. Modelado de la seguridad en la explotación.	5-12
5.1.3. Aplicación de técnicas de reducción de varianza.	5-17
<b>5.2. Sistema español.</b>	<b>5-21</b>
5.2.1. Características del sistema.	5-21
5.2.2. Modelado del sistema eléctrico.	5-24
5.2.2.1. Modelado de la red de transporte.	5-24
5.2.2.2. Modelado de las pérdidas resistivas de transporte.	5-25
5.2.2.3. Modelado de la seguridad en la explotación.	5-29
5.2.3. Aplicación de técnicas de reducción de varianza.	5-35

## Capítulo 6. CONCLUSIONES Y APORTACIONES. LÍNEAS DE CONTINUACIÓN.

<b>6.1. Conclusiones y aportaciones.</b>	<b>6-1</b>
6.1.1. Modelado del sistema eléctrico.	6-1
6.1.1.1. La red de transporte.	6-2
6.1.1.2. Las pérdidas resistivas de transporte.	6-2
6.1.1.3. Los criterios de seguridad en la explotación.	6-3
6.1.2. Técnicas de simulación.	6-4
6.1.3. Optimización e implantación informática.	6-7
6.1.3.1. Uso individual de metodologías de optimización.	6-7
6.1.3.2. Uso combinado de metodologías de optimización.	6-7
6.1.3.3. Optimización agrupada de muestras.	6-8
6.1.3.4. Implantación informática.	6-8
6.1.4. Sinergia de mejoras.	6-9
<b>6.2. Líneas de continuación.</b>	<b>6-10</b>
6.2.1. Modelado del sistema eléctrico.	6-10
6.2.2. Técnicas de simulación.	6-13
6.2.3. Optimización e implantación informática.	6-14

## Apéndices

**A. Pérdidas resistivas ficticias.**

**B. Cálculo de flujos postfalta por compensación.**

**C. Función de supervivencia de la capacidad fallada global.**

**D. Estadísticos. Estimadores insesgados y extensiones.**

## BIBLIOGRAFÍA

*A quien siempre  
ha estado conmigo ...  
A mis padres, Pedro y Teresa.*

## **AGRADECIMIENTOS**

Quisiera mostrar mi agradecimiento más profundo a las personas y entidades que han posibilitado el desarrollo del trabajo de investigación contenido en esta Tesis doctoral. Desde un primer momento esta Tesis suscitó el interés de diversas entidades, las cuales se han sumado al esfuerzo e interés personal. Sin su apoyo probablemente esta Tesis hubiese quedado inconclusa. Por ello quisiera expresamente agradecer:

Al *Instituto de Investigación Tecnológica* de la *Universidad Pontificia Comillas* de Madrid por haberme proporcionado la formación y los recursos necesarios para el desarrollo de esta Tesis, así como por haber facilitado la difusión internacional de los logros alcanzados.

A la empresa pública *Red Eléctrica de España* por la financiación de estas Investigaciones, así como por el seguimiento continuado de las mismas llevado a cabo por el Departamento de Planificación de la Red de Transporte.

Al *Ministerio de Educación y Ciencia* del Gobierno español y a "*The University of Texas at Austin*" por haber proporcionado respectivamente la financiación y los medios para completar la escritura de este documento.

Dentro y fuera de estas Instituciones mencionadas, y con motivo de mis investigaciones he compartido experiencias con personas de distintos ámbitos. Por ello quisiera agradecer expresamente:

A mis directores de tesis, *Dr. D. Andrés Ramos Galán*, Subdirector del Instituto de Investigación Tecnológica, y *Dr. D. Ángel Sáiz Chicharro*, Dirección de transporte de la empresa ENDESA, que en todo momento han impulsado

personalmente estas investigaciones. Las muestras de su experiencia profesional y humana han constituido un constante deleite personal.

A *D. Juan Francisco Alonso LLorente* y a *D. Rafael de Dios Alija* de la Dirección de Planificación de la Red de la empresa Red Eléctrica de España, por sus acertados comentarios y orientaciones referentes a la planificación del transporte en el contexto del sistema eléctrico español.

Al *Dr. D. Michel Rivier Abbad*, Investigador del Instituto de Investigación Tecnológica, por sus aportaciones y consejos sobre el modelado de las pérdidas óhmicas de la red de transporte, así como por su inestimable ayuda en el conocimiento del comportamiento de la red.

Al *Dr. D. Rafael Palacios Hielhcher*, Investigador del Instituto de Investigación Tecnológica, y al ingeniero industrial *D. Jorge González Villalonga*, por su excelente proyecto de distribución paralelizada de tareas utilizado en el ámbito de la simulación probabilista de esta Tesis.

Al *Dr. D. José Ignacio Pérez Arriaga*, Vocal de la Comisión Nacional del Sistema Eléctrico y anterior Director del Instituto de Investigación Tecnológica, así como al *Dr. D. Tomás Gómez San Román*, actual Director del Instituto de Investigación Tecnológica, por su renovada confianza depositada en mí para el desarrollo de esta Tesis.

A las personas en general que durante mi estancia en el Instituto de Investigación Tecnológica han aminorado en lo posible los contratiempos de carácter técnico y humano que aparecen en toda Tesis doctoral.

Al ingeniero industrial fallecido, *D. Luis López Cózar*, por su excelente proyecto fin de carrera, punto de partida de mi tesis doctoral, y por su ejemplo humano de solidaridad y compañerismo.

Al *Dr. D. David P. Morton* y al *Dr. D. Ross Baldick* de The University of Texas at Austin, por haberme facilitado los recursos necesarios para completar este documento de Tesis.

A *D. Alberto Villanueva Martínez* por su sincero apoyo durante el desarrollo de mis investigaciones, así como en la fase de elaboración final de este documento.

## **Mejoras en la eficacia computacional de modelos probabilistas de explotación generación/red a medio plazo**

### **RESUMEN DE LA TESIS**

Los sistemas eléctricos de potencia constituyen uno de los sectores energéticos que vertebran la economía de un país. Su actividad se divide principalmente en tres áreas técnicas: generación, transporte y distribución. La toma de decisión sobre nuevas inversiones en estas áreas se lleva a cabo mediante estudios previos de planificación. Dichos estudios determinan las características técnico-económicas de las nuevas instalaciones que garantizan ciertos objetivos propios del contexto regulatorio en el cual se encuentran inmersos los sistemas eléctricos analizados.

Así en un ámbito regulado de manera centralizada, las nuevas instalaciones han de garantizar una determinada calidad en el suministro de energía, minimizando en lo posible los costes de explotación e inversión del sistema, así como el impacto medioambiental. Por el contrario en un ámbito más liberalizado, los objetivos prioritarios de la planificación de aquellas áreas abiertas a la competencia son primordialmente los empresariales. La red de transporte debido a su carácter estratégico no está gestionada por intereses particulares, sino más bien busca aumentar el beneficio global de los participantes en el sistema independientemente de la regulación establecida.

En este contexto, la planificación del transporte determina aquellas líneas y subestaciones de interconexión más idóneas para que en horizontes futuros la red de transporte pueda garantizar que la generación y distribución desempeñen con normalidad su función. Este aspecto ha de estar especialmente concebido con especial relevancia en modelos liberalizados como el español, donde existe una separación horizontal de negocios.

Debido al amplio horizonte que se considera en la planificación de las redes de transporte, ésta se descompone en varios tipos de estudio con diferentes objetivos, aunque todos ellos complementarios entre sí. Concretamente, los estudios de red que diseñan los *planes maestros de expansión* de la red se incluyen dentro de lo que se denomina planificación de red de *largo plazo*. Dichos planes maestros contienen las directrices generales de expansión de la red más flexibles y robustas para el sistema. Partiendo de estos planes maestros ya definidos, los estudios que determinan las características específicas de los circuitos a construir, y que ayudan en la toma de decisión de las nuevas

inversiones, se integran dentro de lo que se denomina planificación de red de *medio plazo*.

Esta Tesis doctoral se enmarca en el ámbito de las herramientas informáticas que facilitan la labor de planificación de la red en el medio plazo. Dichas herramientas contienen modelos de explotación que simulan el comportamiento del sistema eléctrico, considerando las características técnico-económicas de la generación y el efecto de la red de transporte. El objetivo de la herramienta desarrollada es minimizar el coste de explotación y la demanda no servida de manera simultánea.

El comportamiento del sistema eléctrico está sujeto a importantes variaciones en horizontes de medio y largo plazo. Dichas variaciones están causadas por la incertidumbre existente en los estados futuros del sistema eléctrico. Diversos factores causan dicha incertidumbre, y cada uno de ellos afectando a distintos aspectos del sistema eléctrico.

El análisis de este comportamiento aleatorio puede realizarse usando distintas metodologías, que en líneas generales se dividen en dos grandes grupos: *analíticas* y *probabilistas*.

Las *analíticas* suponen importantes simplificaciones en el modelado del sistema eléctrico para poderse llevar a cabo, o bien limitan el número de estados posibles del sistema a considerar. Por otra parte la metodología o simulación *probabilista*, permite un modelado detallado y versátil de los factores que provocan incertidumbre. Comparativamente esta última metodología obtiene mayor cantidad de resultados que la analítica, y también obtiene índices de precisión de dichos resultados (*intervalos de confianza*). No obstante, la utilización de esta metodología implica normalmente un aumento sustancial de la carga computacional del modelo de explotación. A pesar de los avances en el campo de la tecnología de la información y de la programación matemática, dicha carga computacional puede resultar inviable, sobre todo cuando se analizan sistemas eléctricos de gran tamaño y con elevada incertidumbre en su comportamiento.

En el modelo de explotación desarrollado en la presente Tesis, la simulación de estados del sistema eléctrico y la optimización de los flujos de cargas se combinan, lo cual incrementa aún más la carga computacional del modelo. El motivo de realizar procesos de optimización en lugar de evaluar de forma heurística el despacho de generación es doble. Por un lado, la optimización consigue igual o mejor precisión en los resultados de la explotación en comparación con los obtenidos por los heurísticos. Y por otra parte, la optimización permite la obtención de resultados adicionales (por ejemplo los precios nodales) especialmente útiles, desde el punto de vista de la planificación de la red y de los nuevos modelos liberalizados de los sistemas eléctricos.

Esta Tesis se ha centrado en aquellas técnicas de modelado, simulación y optimización, que permiten reducir la carga computacional de los modelos probabilistas de explotación generación/red de medio plazo. En dichos modelos se evalúan de forma simultánea, aspectos económicos y de seguridad del sistema eléctrico. Las técnicas estudiadas se clasifican según la faceta del modelo que mejoran. Las facetas consideradas son *el modelado matemático del sistema*



*eléctrico, la simulación probabilista y cálculo de estadísticos y el proceso de optimización e implantación informática del modelo.*

Por otra parte se han identificado y propuesto líneas de continuación para futuras investigaciones en cada una de estas facetas. Los resultados obtenidos se han validado con dos casos estudio, un sistema ejemplo de 9 nudos y un equivalente del sistema español peninsular semejante al utilizado por Red Eléctrica de España en sus estudios de planificación.

A continuación se indican los principales resultados en cada una de las tres facetas citadas:

1. *Modelado del comportamiento del sistema eléctrico.* Determinados aspectos de la explotación del sistema eléctrico tales como la propia *red de transporte*, sus *pérdidas resistivas* y los *criterios de seguridad* en la operación, implican un aumento importante de la carga computacional de la optimización.

Se ha evaluado el impacto que supone la implantación explícita de las restricciones de red en el modelo de explotación. Para ello se han comparado los resultados con un modelo heurístico de despacho de generación que incorpora aspectos de fiabilidad por nudo en el sistema. Con este modelo heurístico se ha determinado el impacto diferencial de la red sobre los resultados de explotación y sobre la carga computacional de la simulación.

En esta investigación se han desarrollado nuevas formulaciones de las pérdidas resistivas de la red (enteras mixtas y lineales relajadas), y se ha comparado su efecto con respecto a formulaciones no lineales utilizadas en la literatura.

Con respecto a la implantación de criterios de seguridad en la operación, se han comparado en resultados y carga computacional distintas alternativas: *correctivo total*, *márgenes de seguridad de red* y *preventivo N-1 de transporte*.

2. *Simulación probabilista.* El proceso de simulación implantado en el modelo probabilista calcula las medias muestrales de sus variables de salida, así como sus intervalos de confianza asociados. Con objeto de aumentar la precisión de estas medias, se ha mejorado la aplicación de técnicas de reducción de varianza en este tipo de modelos. Entre dichas técnicas se han evaluado aquéllas que se basan en métodos de correlación, *números aleatorios comunes*, *variables antitéticas* y *variables de control*.

Los rendimientos de la simulación alcanzados en bastantes de sus variables de salida han superado sobremanera rendimientos previos descritos en la literatura. Para lograr estos rendimientos, en las variables antitéticas se ha modificado el procedimiento de muestreo por otro basado en variables globales de entrada del modelo. En las variables de control se ha conseguido utilizando un modelo externo de control altamente correlado con el modelo de explotación generación/red. Dicho modelo resulta de la combinación de dos modelos más simplificados, *modelo a nudo único* y *modelo nodal de suministro*.

Asimismo se ha analizado el uso combinado de ambas técnicas, con objeto de determinar las variables de salida en las que se produce sinergia positiva en la carga computacional de la simulación.

3. Proceso de optimización e implantación informática. La resolución de los flujos óptimos de cargas implica un parte importante de la carga computacional del modelo probabilista, y más si cabe con sistemas eléctricos grandes. Se ha analizado la eficacia individual de las metodologías de optimización lineal, *simplex* y *barrera*. Para ello se han dispuesto de distintos códigos de optimización, MINOS, OSL y CPLEX.

También se ha analizado la combinación de algoritmos de optimización. Por un lado se han combinado algoritmos lineales *simplex* y *barrera* mejorándose tanto los tiempos de optimización como de ejecución. Por otra parte se han combinado algoritmos de optimización lineales y no lineales para reducir los tiempos de optimización de los despachos económicos no lineales.

Debido a las particularidades de comportamiento del lenguaje algebraico de programación en el cual se ha codificado el modelo, se ha estudiado el impacto de la optimización lineal agrupada de muestras. Su objetivo ha sido la reducción del tiempo de *ejecución* de la simulación.

El modelo probabilista se ha implantado con dos estructuras posibles, *serie* y *paralelo*. La implantación *serie* utiliza un único procesador para llevar a cabo todo el proceso de simulación. Y sin embargo, la implantación *paralelo* reparte entre varios procesadores las tareas de la simulación. Se han realizado distintas pruebas de paralelización con un número reducido de procesadores, obteniéndose incrementos relevantes de la velocidad de la simulación.

Otra gran ventaja de los avances obtenidos en estas tres facetas, es que no son excluyentes entre si. Por lo tanto, el modelo puede aunar los avances alcanzados en cada faceta, con objeto de aumentar globalmente la eficacia del modelo probabilista.

# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

La actividad de los sistemas eléctricos de potencia engloba tres grandes áreas técnicas: la *generación* de energía eléctrica, el *transporte* de dicha energía entre centros de transformación y hacia los nudos de gran consumo y su *distribución* a los usuarios industriales y domésticos.

Bajo el prisma de un mercado eléctrico regulado, la planificación y operación centralizadas de cada una de estas áreas tiene por objeto el suministro de la energía eléctrica con un determinado nivel de calidad, y al mismo tiempo minimizando los costes económicos y el impacto medioambiental de la explotación y la instalación de nuevos equipos.

Desde el punto de vista de un mercado eléctrico en competencia, la labor de planificación de la generación y la distribución recae sobre los propios partícipes del mercado, y con ella se garantiza su viabilidad económica. En cuanto a la planificación del transporte, ésta ha de salvaguardar la existencia de un marco competitivo en el mercado eléctrico. Por ese motivo en dicha planificación deben participar activamente todos los agentes del mercado. Con respecto a la operación en un mercado competitivo, ésta ha de regirse por procedimientos que permitan la libre competencia en el sector, y den lugar a una reducción de precios al consumidor.

El crecimiento de la demanda eléctrica requiere la adquisición de nuevos equipos y/o la renovación de los ya existentes en las tres áreas mencionadas. Los estudios de planificación son fundamentales para una correcta toma de decisiones en la cual se conjugan diversos factores tales como, la elevada cuantía de las inversiones a realizar, sus costes financieros asociados, así como los tiempos de construcción y la vida útil de las nuevas instalaciones.

La adquisición de equipos de generación, transporte y distribución con una vida útil de varias decenas de años ha de estar justificada considerando aspectos técnico-económicos y medioambientales con horizontes de largo plazo. Además, los planes de inversión obtenidos han de poseer la mayor robustez posible, es

decir que con independencia de los acontecimientos futuros en el sistema, sus resultados sigan resultando atractivos para el conjunto del sistema o para la empresa (dependiendo del tipo de mercado eléctrico existente).

Los tiempos de construcción y puesta en marcha de equipos se han de tener en cuenta en la planificación, con lo cual se establece el comienzo de la instalación de nuevos equipos antes de que su existencia sea realmente necesaria. De cara al futuro, la planificación determina los equipos a adquirir, su ubicación en el sistema, y también el momento adecuado para su puesta en marcha.

No obstante, la planificación de los sistemas eléctricos es una labor que no solamente mira hacia el futuro, sino que tiene en cuenta el pasado y el presente. El pasado tiene importancia en cuanto se han tomado en él decisiones de inversión que ahora en el presente afectan a la explotación del sistema eléctrico. Por otra parte, el momento presente resulta relevante desde el punto de vista de la verificación del cumplimiento de los objetivos trazados en inversiones pasadas, y por lo tanto sirve para corregir estimaciones del comportamiento futuro del sistema eléctrico sobre las cuales desarrollar planes de expansión o renovación de los equipos.

Al igual que casi todos los sectores económicos de la sociedad, el comportamiento de los sistemas eléctricos está sujeto a multitud de incertidumbres. La procedencia de dichas incertidumbres puede ser del ámbito de los mercados eléctricos (crecimiento de la demanda, variación de los precios, etc.), o del ámbito de los recursos disponibles del sistema (fallos de grupos y circuitos, hidrología, energías primarias, duración del periodo de construcción, etc.) o del ámbito de la política económica (inflación, tasas de interés, etc.). La planificación de los sistemas eléctricos ha de considerar el impacto de estas incertidumbres sobre la toma de decisiones de inversión, y con ello cuantificar la robustez de los resultados.

Dependiendo de la naturaleza de cada tipo de incertidumbre, ésta adquiere mayor importancia con respecto a la explotación del sistema en el largo, medio o corto plazo. Con objeto de analizar los efectos diferenciados que provoca cada tipo de incertidumbre, los estudios de planificación se dividen según consideren horizontes temporales de largo o de medio plazo.

Los constantes avances en la tecnología informática están permitiendo que se incremente la complejidad de los problemas, que desde distintos ámbitos de la sociedad, se resuelven mediante el uso de ordenadores. Los sistemas eléctricos de potencia no han sido ajenos a este desarrollo de las tecnologías de la información. De hecho han sido una de las parcelas económicas que con mayor prontitud han aplicado esta tecnología. El tratamiento detallado de la incertidumbre supone y supondrá un reto a la capacidad computacional alcanzada en el desarrollo tecnológico de la informática.

Los estudios de largo plazo, donde el abanico posible de incertidumbres a evaluar es muy amplio, requieren un modelado simplificado de la explotación con el fin de disminuir la complejidad del estudio a niveles asumibles por la actual tecnología de la información. Sin embargo, los estudios de medio plazo permiten

un modelado detallado de la explotación real de los sistemas eléctricos, debido a que no son tan numerosas las incertidumbres que se enmarcan en este horizonte, y por lo tanto la complejidad global del estudio resulta asumible.

El modelado de la explotación de los sistemas eléctricos requiere por un lado, procedimientos que reproduzcan con la mayor similitud posible la optimización real de los recursos del sistema eléctrico, y por otro lado metodologías que simulen aspectos intrínsecos del sistema eléctrico que provocan incertidumbre en su explotación. Como es lógico, la mayor precisión en el modelado de la explotación supone un aumento de la carga computacional de las herramientas informáticas. Por todo ello, el aumento de la eficacia computacional de estas herramientas constituye una necesidad en cuanto que se deben realizar numerosos estudios de planificación, cuyos resultados completen un amplio espectro de situaciones posibles de expansión del sistema.

La investigación contenida en esta Tesis doctoral se enmarca en el ámbito de la *planificación de la red de transporte* cuyas características se detallan en la sección 1.1.. Los distintos estudios de planificación de la red se clasifican entre lo que se denomina *planificación de largo plazo* (sección 1.1.1.) y *planificación de medio plazo* (sección 1.1.2.), siendo ésta última en la que se centra esta investigación. El uso combinado de técnicas de *optimización y simulación* que se requiere para llevar a cabo la planificación de medio plazo se explica en la sección 1.2.. Esta combinación de técnicas da lugar a problemas tanto de modelado, como de carga computacional que son explicados en *La mejora computacional. Una necesidad*, sección 1.3.. Distintas herramientas que han sido y son utilizadas en la planificación de la red de transporte se describen en la *revisión bibliográfica* de la sección 1.4.. Para mayor claridad en la exposición, otra serie de investigaciones puntuales sobre aspectos del modelado de la explotación o de técnicas de simulación, son referenciadas en aquellos capítulos y secciones que abordan dichos aspectos del modelo. La mejora de la eficacia computacional en los modelos probabilistas de explotación generación/red constituye el objetivo de esta Tesis y estructura su contenido, tal y como se detalla en la sección 1.5., *objetivo y estructura de la Tesis*. Finalmente en la sección 1.6. se comenta la organización de este documento.

## **1.1. Planificación de la red de transporte.**

La red de transporte está constituida por las líneas de muy alta tensión (concretamente en el sistema peninsular español está definida por las líneas de 400 kV y 220 kV), así como por las subestaciones de enlace de estas líneas. Su función consiste en permitir la accesibilidad mutua entre generadores y centros de consumo, considerando las redes de reparto y distribución existentes en el sistema.

La planificación de la red utiliza distintas filosofías para llevarse a cabo dependiendo del tipo de mercado implantado en el sector eléctrico:

- a) *Mercado centralizado*: La planificación de nuevas inversiones en red, así como el diseño óptimo de sus planes de mantenimiento utilizan criterios técnicos y económicos. Ambos criterios redundan en beneficio de la calidad de la energía transportada y de la reducción de costes de explotación. De esta forma se garantiza el mejor aprovechamiento de los recursos disponibles.

La creciente importancia de aspectos extraeconómicos requiere la utilización de herramientas que utilicen metodologías de mayor complejidad. Como ejemplo pueden citarse las metodologías basadas en lo que se denomina filosofía E<sup>3</sup>: factores Energéticos, factores Económicos y factores de Entorno [Alonso, 95]. La incorporación del tercer tipo de factores en el proceso de planificación da lugar a una metodología de planificación integrada, en la cual se evalúan estos tres factores para diferentes horizontes temporales de estudio.

- b) *Mercado liberalizado*: Debido a que la red de transporte desde el punto de vista económico es un monopolio natural, esta área suele estar regulada en comparación con otras áreas, como la generación y la distribución. Los criterios de planificación del mercado centralizado basados en reducción de costes, seguridad de suministro y protección medioambiental indican posibles expansiones de la red. Dichos criterios han de coexistir y en cierta forma compatibilizarse con otros intereses que el mercado en competencia tiene de por sí. Adicionalmente se intenta buscar el mayor consenso posible en dicha planificación entre los distintos partícipes del mercado, aunque no siempre sea posible encontrarlo.

El proceso de planificación de la red parte de unas previsiones en cuanto al crecimiento de la demanda y a la construcción de nuevo equipo generador dentro del horizonte de planificación. Básicamente su labor consiste en decidir qué ejes de transporte y subestaciones son necesarios construir o reforzar con objeto de suministrar energía eléctrica con cierta calidad de servicio, reduciendo en lo posible la inversión de capital en estos nuevos equipos de red. Los equipos de red se caracterizan por [Sáiz, 90]:

- Larga vida útil (en torno a los 40 años).
- Periodos de construcción de varios años (2 a 6 años).

La primera característica requiere que los estudios que justifiquen su construcción consideren horizontes de largo plazo, *planificación de largo plazo* (15 a 30 años). La segunda característica da lugar a que la decisión de construcción se tome antes de que dicho equipo sea estrictamente necesario. El asesoramiento relativo a la construcción requiere estudios con un horizonte de medio plazo dentro de lo que se denomina *planificación de medio plazo* (6 a 10 años).

La *planificación de largo plazo* tiene por objetivo establecer planes maestros robustos de expansión de la red, que al mismo tiempo sean flexibles. Para ello evalúa la idoneidad de los distintos planes maestros considerando su sensibilidad ante las incertidumbres más influyentes en el largo plazo. Se descartan aquellos

planes cuya sensibilidad resulte elevada. Por el hecho de estudiar horizontes alejados en el tiempo, el conjunto de factores causantes de incertidumbre puede resultar numeroso. Como resultado de estos estudios se obtienen uno o varios planes maestros que se analizan posteriormente con mayor detalle por la planificación de medio plazo.

La *planificación de medio plazo* selecciona y concreta los planes maestros de largo plazo, caracterizando los nuevos equipos (circuitos, subestaciones y transformadores). Dado que el horizonte de estudio es más cercano, el conjunto de factores que incorporan incertidumbre a la explotación es menor que en el largo plazo. Al reducirse el número de factores, se permite mayor detalle en el modelado de la explotación del sistema en el medio plazo.

Al igual que se jerarquizan los estudios de planificación de la red en el largo y medio plazo, las herramientas informáticas empleadas en estos estudios se utilizan también de manera jerarquizada. En función de su horizonte temporal, estas herramientas se deben utilizar unas con antelación a otras ya que los resultados de una herramienta constituyen parte de las entradas de la siguiente. Tanto los estudios de medio como de largo plazo se repiten de forma cíclica, actualizándose su horizonte y teniendo en cuenta el grado de cumplimiento de las previsiones consideradas en los estudios previos.

### **1.1.1. Planificación de largo plazo.**

La larga vida útil de los equipos que componen la red de transporte exige que su construcción sea justificada durante períodos de tiempo amplios, requiriéndose estudios de la explotación del sistema eléctrico con horizontes de 15 a 30 años. En el caso de mercados eléctricos en competencia es necesario reducir la extensión del horizonte debido a la elevada incertidumbre que les afecta. Con horizontes de tiempo grandes existe un elevado grado de incertidumbre en los resultados técnico-económicos de los sistemas eléctricos.

Los estudios de planificación de largo plazo tienen como objetivo fundamental definir un conjunto de planes maestros de expansión de la red de transporte. Posteriormente se evalúa el impacto que dichos planes tienen en el medio plazo, con objeto de caracterizarlos con mayor detalle mediante la planificación de medio plazo.

En los mercados regulados de manera centralizada, la decisión sobre nuevas instalaciones o refuerzos de la red de transporte se basa en una optimización conjunta de los costes de *inversión* y *explotación* (factores Económicos y Energéticos). Adicionalmente a estos costes la planificación incorpora restricciones adicionales que garantizan unos niveles adecuados de fiabilidad, y también el cumplimiento de determinados requisitos relacionados con factores de Entorno, tales como restricciones medioambientales. El proceso progresivo de liberalización de los mercados eléctricos añade otro tipo de factores a la planificación de la red relacionados con facilitar la existencia de competencia por parte de los diferentes agentes de generación y distribución.

El proceso de planificación de la red a largo plazo puede dividirse en:

- Planificación *estratégica*.
- Planificación *táctica*.

En la planificación *estratégica* se consideran horizontes lejanos, lo cual supone un elevado grado de incertidumbre en multitud de aspectos tales como, previsiones de demanda, condiciones de hidraulicidad, expansión de la generación, costes o precios de la producción energética, entre otros. Este tipo de planificación obtiene un conjunto heterogéneo de resultados en cuanto a costes de inversión y explotación, índices de fiabilidad, impacto medioambiental y evaluación de riesgos. Para examinar estos resultados se necesitan herramientas que realicen un análisis multiatributo de forma que se determinen *planes robustos*, es decir con buenas cualidades para un conjunto amplio de situaciones posibles del sistema, y a la vez han de ser *flexibles*, es decir que permitan enlazarse con otros planes robustos en el futuro [de Dios, 93a] [de Dios, 93b]. El número elevado de factores causantes de incertidumbre que la planificación *estratégica* tiene que considerar hace que el modelado de la explotación del sistema se simplifique.

En la planificación *táctica* se consideran horizontes menos alejados (entre 15 y 20 años) y por lo tanto la incertidumbre que abarca esta planificación es menor. Consecuentemente es posible aumentar el nivel de detalle del modelado del sistema. Las herramientas que realizan este tipo de planificación plantean una minimización del coste global en el cual se integran los costes de *inversión, explotación e índices de fiabilidad*. Estas herramientas abordan la resolución de este problema de diferentes formas: utilizando técnicas de descomposición [Latorre, 93] [Levi, 95], optimizando directamente el problema completo de naturaleza entera-mixta [Wen, 97], o también aplicando procedimientos heurísticos de búsqueda [Latorre, 93].

Esta planificación *táctica* posee una doble finalidad: por un lado establecer las principales directrices del plan de expansión de la red posteriores al plan vigente, y por otro lado, definir *planes maestros* que contemplen las expansiones futuras óptimas para horizontes de largo plazo. Los resultados alcanzados con esta planificación *táctica* determinan los refuerzos de red claramente justificados, los refuerzos necesarios sólo en ciertas situaciones futuras y los corredores actuales que pueden alcanzar situaciones límite en el futuro.

Las dos etapas de la planificación de largo plazo, planificación *estratégica* y *táctica*, facilitan la labor de la planificación de medio plazo, en la cual se caracterizan los equipos que han de ser instalados en la red de transporte. Esta planificación de medio plazo es la que sobre la base de los planes maestros definidos finalmente por los estudios de largo plazo, concreta los equipos necesarios, su ubicación y el momento más adecuado para realizar su instalación.

La introducción de competencia en el mercado eléctrico hace que los horizontes temporales abarcados por la planificación *estratégica* y *táctica* se acorten. Ello es debido a la mayor incertidumbre existente en la explotación y



expansión de la generación. En cierta forma se difuminan las diferencias entre el largo y medio plazo, dando mayor importancia a los estudios de medio plazo.

### **1.1.2. Planificación de medio plazo.**

La planificación de medio plazo, o también denominada *planificación operativa*, abarca los estudios a partir de los cuales se toman las decisiones concretas de nuevas inversiones en equipos de red (circuitos, subestaciones y transformadores). Estos estudios, desde la óptica de los mercados regulados de forma centralizada, tienen como información de partida, la situación actual del sistema eléctrico, las previsiones de crecimiento de la demanda, la expansión esperada del equipo generador, así como los planes maestros de red determinados por la planificación de largo plazo. Sin embargo para mercados competitivos, estos estudios de medio plazo parten de una información con mayor incertidumbre, ya que la expansión de la generación está sujeta a criterios de mercado. Por otra parte debido al largo periodo de tiempo que exige la tramitación y construcción de las instalaciones de transporte, se requiere que la toma de decisiones se realice con suficiente antelación. El conjunto de estas razones aconseja que los estudios de medio plazo se planteen con horizontes entre 8 y 10 años [Alonso, 95] y más reducidos si se consideran sistemas eléctricos en competencia.

Los estudios englobados dentro de la planificación de medio plazo además de caracterizar las nuevas instalaciones de red a construir, revisan el efecto de las instalaciones recientemente construidas y su puesta en marcha, coordinando las distintas actividades que de manera simultánea se desarrollan.

El acortamiento del horizonte de estudio disminuye el número de factores influyentes sobre la incertidumbre de la explotación en el medio plazo. Principalmente los factores de incertidumbre en el ámbito del sistema eléctrico español son la indisponibilidad forzada de los equipos de generación y transporte, así como la aleatoriedad de las producciones de las plantas hidráulicas del sistema. La aleatoriedad en el crecimiento de la demanda con respecto a las previsiones no se ha considerado como un factor influyente en el sistema español a medio plazo. Al reducirse el número de factores causantes de incertidumbre, ello permite detallar mejor la explotación del sistema eléctrico, en comparación con los estudios de la planificación de largo plazo. En mercados eléctricos liberalizados se ha de añadir al anterior conjunto de factores, la variabilidad de los precios ofertados por los generadores y la magnitud de energía considerada en los contratos de compra-venta.

La herramienta informática desarrollada en esta investigación está orientada a la planificación de red de medio plazo bajo una óptica de mercado eléctrico regulado. En ella se modelan los aspectos técnicos y económicos de la explotación generación/red con el fin de garantizar un adecuado nivel de calidad del suministro de energía, así como minimizar en lo posible los costes de explotación del sistema. La introducción de factores causantes de aleatoriedad

relacionados con los mercados eléctricos en competencia se ha considerado como una futura extensión de esta investigación (sección 6.2.1.).

Los modelos utilizados para el estudio técnico de fiabilidad evalúan la idoneidad *estática* y *dinámica* de los nuevos equipos. Por un lado, los estudios de idoneidad *estática* verifican si el tamaño y la ubicación de los nuevos equipos de red mejoran la fiabilidad del sistema en régimen permanente. Por otra parte, la idoneidad *dinámica* estudia el impacto de las nuevas instalaciones sobre situaciones de inestabilidad transitoria. Generalmente las decisiones de cuantiosas inversiones tienen lugar debido a los estudios de idoneidad *estática* de los equipos [Elgerd, 82][Wood, 84]. La falta de seguridad dinámica en el sistema se solventa mediante equipos de menor cuantía económica (reactancias, protecciones,...). Los estudios estáticos de fiabilidad se realizan para situaciones críticas del sistema en cuanto disponibilidad de equipos, hidrología y demanda. La valoración de los resultados se realiza con respecto al cumplimiento de un nivel mínimo de fiabilidad y calidad del suministro en el sistema.

La evaluación a medio plazo de los aspectos económicos en la planificación de la red requiere la utilización de *modelos de explotación generación/red* cuyo alcance temporal suele ser un año. Este tipo de modelos evalúa los *costes de explotación*, pudiéndose considerar también el impacto económico de la *fiabilidad* del sistema. Los resultados obtenidos se deben analizar para todo el alcance, y también de manera desglosada para las distintas divisiones temporales. La valoración conjunta de aspectos técnicos y económicos de la explotación del sistema requiere que se realice una estimación previa del impacto de la fiabilidad sobre la economía productiva y doméstica.

Estos modelos de explotación generación/red aplican metodologías *deterministas* o *probabilistas* para simular la incertidumbre en la explotación. Históricamente se han desarrollado en primer lugar modelos de explotación basados en criterios deterministas [Rivier, 90], debido a que poseen menos requerimientos informáticos y su carga computacional es menor en comparación con los criterios probabilistas [Dodu, 90]. En la siguiente sección se detallan los requerimientos debidos a la utilización de metodologías probabilistas.

En la Fig.1.1 se representa el proceso de planificación de la red de transporte con sus dos etapas de largo plazo, planificación estratégica y táctica, así como los modelos de explotación para el medio plazo que finalmente determinan las nuevas instalaciones de red.

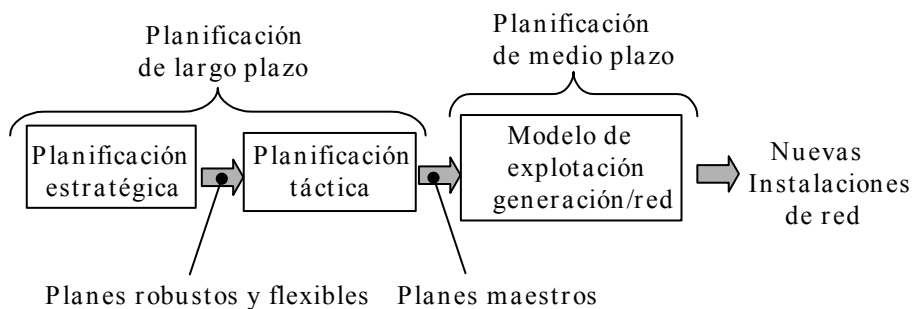


Fig.1.1. Proceso de planificación de la red de transporte.

Concretamente, la investigación contenida en esta Tesis doctoral está orientada a la mejora computacional de modelos que utilizan la metodología probabilista para evaluar el impacto de la incertidumbre inherente a la planificación de red de medio plazo. Los logros alcanzados permiten obtener resultados técnico-económicos del modelo con mayor precisión y menor esfuerzo computacional.

## 1.2. Optimización y simulación.

Bajo el punto de vista conceptual, la planificación de la red es una tarea relativamente sencilla. Sin embargo, los aspectos que envuelven su implantación práctica la convierten en una labor de elevada complejidad. Concretamente en la planificación de la red de medio plazo, los aspectos que destacan por su complejidad e impacto en la explotación del sistema son los siguientes:

- Modelado de la explotación del sistema eléctrico.
- Modelado de la red de transporte.
- Tratamiento de la incertidumbre asociada a la explotación.
- Evaluación de diversos planes maestros de expansión de la red.
- Coordinación con planes de expansión de generación.

Los tres primeros aspectos han sido tratados específicamente en esta investigación, y los dos últimos no han sido estudiados por considerar que requiere la evaluación conjunta de herramientas de medio y largo plazo de generación y transporte.

Genéricamente el modelado de un sistema real o hipotético requiere la determinación de un conjunto de reglas matemáticas o lógicas que rijan el comportamiento de dicho sistema. En particular, la explotación de los sistemas eléctricos de potencia se caracteriza por un aprovechamiento óptimo de los recursos disponibles, sujetos a una serie de restricciones técnico-económicas. Uno de los recursos del sistema es la propia red de transporte por su función de enlace entre generación y distribución.

Inciendo sobre el nivel de detalle del modelado de la red de transporte, éste puede ser distinto dependiendo de los resultados requeridos por el usuario. En el contexto de la simulación se ha de tener en cuenta que incrementar el nivel de detalle no implica directamente mayor precisión, sino mayor carga computacional. En la evaluación técnico-económica de la explotación adquieren especial importancia aspectos tales como, las *pérdidas óhmicas de la red* y la implantación de *criterios de seguridad preventiva* en la operación. Estos aspectos junto con la formulación matemática de la primera y segunda ley de Kirchhoff pueden aproximar en gran medida el comportamiento de la red en la operación.

Resultados de la explotación tales como los precios nodales de la energía (“shadow prices”), constituyen resultados de gran utilidad para la planificación de la red. En ellos se agrupan diversos efectos tales como los costes de generación,

las pérdidas óhmicas del transporte, las restricciones de seguridad y la limitación de la capacidad de los circuitos del sistema [Rivier, 90] [Finney, 97]. Estos precios nodales se obtienen como subproducto de la optimización del flujo de cargas (*flujo óptimo de cargas*). Su utilidad es múltiple abarcando desde la asignación de cargos de red entre los agentes del sistema, hasta la remuneración de las distintas áreas del sector eléctrico [Schweppe, 88]. Para la resolución de flujos de cargas del sistema se requiere la utilización de algoritmos de optimización de carácter lineal, no lineal o entero-mixto, en función del tipo de modelado de los distintos aspectos de la explotación.

El grado de detalle utilizado para modelar la red de transporte puede ser más o menos complejo dependiendo si se utiliza la aproximación denominada de “corriente alterna” o de “corriente continua”. La aproximación de corriente alterna representa fielmente las ecuaciones no lineales de malla de red contenidas en el flujo de cargas. Por otra parte la aproximación de corriente continua representa un flujo de cargas linealizado. Habitualmente se utiliza el modelado en “corriente continua” porque resulta equilibrado desde el punto de vista de la precisión y de la carga computacional del modelo. Un principio de marcado carácter práctico en la labor de modelado es el denominado *principio de parsimonia*, cuyo contenido se resume en una cita de B. O. Koopman: “La complejidad del modelado no ha de ser llevada más allá de su aplicación práctica y del entendimiento”.

En el ámbito de los sistemas eléctricos de potencia los factores que mayormente incorporan incertidumbre a la explotación son la indisponibilidad no programada de elementos del sistema (grupos térmicos, plantas hidráulicas y circuitos), así como la producción aleatoria de cada planta hidráulica. A pesar de su reducido número, el impacto en los resultados técnico-económicos de la explotación no es despreciable, aunque su cuantía depende naturalmente de las características del parque generador y de la red de transporte del sistema en estudio.

La evaluación de la aleatoriedad en los resultados técnico-económicos del modelo se puede llevar a cabo mediante tres metodologías distintas: *analítica*, *probabilista* y *determinista*.

- La metodología *analítica* se aplica cuando el modelo de explotación está constituido por un modelo matemático en el cual mediante el uso de álgebra, cálculo numérico o teoría de probabilidades se pueden obtener estadísticos (p.e. valores medios) con un elevado grado de precisión. Esta metodología es aplicable en sistemas pequeños o en aquellos modelos que incorporan un menor nivel de detalle, tal y como ocurre cuando se omite el modelado de la red de transporte.
- La metodología *probabilista*, o también denominada *simulación probabilista*, se basa en técnicas estadísticas que permiten a los ordenadores obtener escenarios posibles de la explotación del sistema eléctrico. La evaluación de múltiples escenarios del sistema eléctrico permite la determinación de estadísticos (valores medios e intervalos de confianza) de

las variables técnico-económicas del modelo de explotación. Desde el punto de vista de la explotación, esta metodología probabilista se basa en la resolución de múltiples *flujos óptimos de cargas* cuyas variables de entrada aleatorias se muestrean por sorteo.

- La metodología *determinista* constituye un caso particular de la metodología probabilista. Con ella se evalúan escenarios del sistema previamente determinados y ponderados por el usuario. Los resultados obtenidos mediante esta metodología se consideran representativos del comportamiento promedio del sistema.

Comparando estas tres metodologías aparecen ventajas y limitaciones en cada una de ellas:

- La metodología *analítica* es preferible a las otras dos metodologías en cuanto a la exactitud de sus resultados. Sin embargo la aplicación del cálculo analítico requiere numerosas simplificaciones en el modelado del sistema eléctrico. Dichas simplificaciones la incapacitan para ser la única herramienta utilizada en la planificación de la red a medio plazo. No obstante, estos modelos pueden ser utilizados como modelos de apoyo dentro del conjunto de estudios jerarquizados de la planificación de la red.
- La metodología *probabilista* o *simulación probabilista* permite una gran versatilidad en cuanto a la cantidad y tipo de las variables de entrada del modelo. Además permite la incorporación de cualquier tipo de modelado de la red de transporte. Utilizando esta metodología se puede ejercer un mayor control sobre las condiciones de experimentación, permitiendo comparar el comportamiento de distintos sistemas sometidos al mismo conjunto de escenarios. Otra importante ventaja intrínseca a la simulación probabilista consiste en que la precisión de los resultados simulados no depende del tamaño y complejidad del sistema en estudio, sino de la varianza intrínseca de las variables cuyas estimaciones se quieren calcular. No obstante, existen tres inconvenientes en el uso de esta metodología, *el primero* consiste en que los resultados obtenidos son estimaciones de valores medios y no valores exactos (aunque se obtienen intervalos de confianza de dichos valores medios), *el segundo* es la elevada carga computacional que en ocasiones implica la obtención de reducidos intervalos de confianza de las variables de salida, y *el tercero* consiste en la dificultad asociada a la implantación informática de una metodología probabilista.
- La metodología *determinista* reduce de forma importante el número de escenarios a evaluar por el modelo de explotación generación/red. Por lo tanto implica una disminución de la carga computacional con respecto a la metodología probabilista. En el caso de sistemas con un tamaño importante, su utilización presupone un conocimiento elevado del comportamiento del sistema por parte del planificador. El uso de este tipo de metodología incrementa la probabilidad de realizar una estimación errónea de los valores de salida, ya que tampoco obtiene índices de precisión de sus variables de salida (aunque podría obtener índices de *sensibilidad*).

Para llevar a cabo la planificación de la red es necesario modelarla, con lo cual la metodología *analítica* no puede ser la única utilizada en estos estudios. Considerando solamente los estados probables debidos a fallos no programados en la red de transporte, estos podrían ser evaluados de manera *determinista* debido a que las tasas de fallo de los circuitos son pequeñas. Sin embargo cuando se consideran los estados posibles debidos al fallo de la generación o generación y transporte, el conjunto posible de estados para un sistema de tamaño real es tan elevado que no es posible evaluarlo, sino utilizando la metodología *probabilista*.

Del contenido de esta sección se desprende que el modelo probabilista de explotación generación/red combina algoritmos de optimización y la metodología probabilista para la obtención de estadísticos con un elevado grado de detalle. En la Fig.1.2 se representa simbólicamente la combinación por muestra de la simulación probabilista en el sorteo de estados, y el proceso de optimización inherente a los flujos óptimos de cargas.

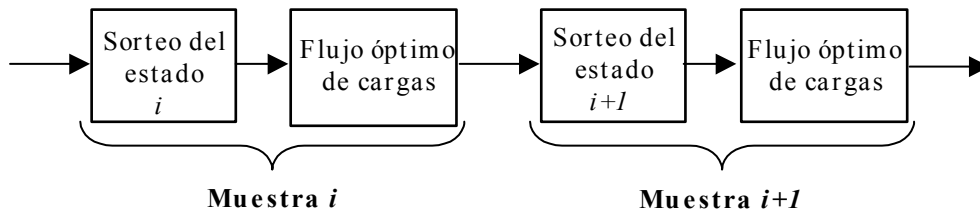


Fig.1.2. Combinación de simulación probabilista y optimización.

### 1.3. La mejora computacional. Una necesidad.

La planificación de la red de transporte de medio plazo utiliza modelos de explotación generación/red que incorporan un modelado de la explotación con un elevado nivel de detalle. Algunos de los aspectos modelados dan lugar a un incremento importante en la carga computacional de las herramientas informáticas utilizadas en la planificación.

Entre estos aspectos computacionalmente costosos destacan las *pérdidas óhmicas del transporte*, la implantación de *criterios de seguridad preventivos* en la operación, la propia *red de transporte*, y sobre todo la incertidumbre debida a la *indisponibilidad forzada de elementos del sistema* y a la *aleatoriedad en las producciones hidráulicas*.

Los modelos probabilistas de explotación generación/red han de combinar técnicas de modelado, simulación y optimización. A pesar de los logros alcanzados en la tecnología de la información (velocidad de procesamiento, reducción de tiempos de acceso, etc.), para sistemas eléctricos de gran tamaño la obtención de cierto grado de precisión en la evaluación probabilista de estadísticos implica requerimientos de tiempo y memoria elevados.

Los modelos probabilistas de explotación generación/red del sistema existentes en la literatura (sección 1.4.) centran su interés en mejorar la eficacia computacional bien de los resultados técnicos, o bien de los resultados económicos del sistema. Sin embargo la mejora de la eficacia computacional conjunta de los

resultados técnico-económicos requiere alcanzar mejoras simultáneas en distintas facetas constituyentes de este tipo de modelos:

- El modelado de la explotación del sistema eléctrico.
- El tratamiento de la incertidumbre que afecta al sistema eléctrico en el horizonte de medio plazo.
- Las técnicas de optimización utilizadas para la resolución de flujos óptimos de cargas.

El incremento de la eficacia computacional es necesario considerando la versatilidad requerida por los planificadores para evaluar los distintos planes posibles de expansión de la red de transporte. Por otra parte los avances logrados en cada una de estas tres facetas pueden combinarse para obtener una mejora conjunta de la eficacia del modelo, ya que dichos avances no se solapan entre si.

## 1.4. Revisión bibliográfica.

En esta revisión bibliográfica se analizan en primer lugar distintos modelos de explotación generación/red que están operativos en distintas compañías eléctricas, y posteriormente se muestran distintas líneas de investigación actuales descritas en varios artículos técnicos. A lo largo del documento se referencian también otra serie de investigaciones no incluidas en esta sección. Dichas investigaciones se relacionan con aspectos más específicos del modelo probabilista de explotación.

Los modelos de explotación generación/red analizados son el modelo CREAM, ESCORT, MEXICO y SICRET, desarrollados respectivamente por el instituto EPRI y las compañías eléctricas NGC, EDF y ENEL. Todos estos modelos han sido utilizados para el análisis de sistemas eléctricos reales con elevado tamaño. En todos ellos se utilizan metodologías probabilistas para el tratamiento de la incertidumbre.

El modelo CREAM [PSR, 90] es un modelo orientado al cálculo de índices de fiabilidad para un sistema generación/red. Sus principales características son la utilización de técnicas de reducción de varianza para mejorar la eficacia de la simulación y en cuanto a la optimización, utiliza una formulación incremental del flujo óptimo de cargas linealizado. Se modela la incertidumbre de la disponibilidad de generación y red, así como la aleatoriedad hidráulica. Las carencias existentes en el modelo CREAM con respecto a la planificación de la red de medio plazo, residen en la falta de modelado de los costes de operación del sistema, de las pérdidas óhmicas de la red y del despacho preventivo de seguridad. El conjunto de estas limitaciones no permite determinar los precios nodales de la energía, ni los beneficios económicos que implica la inversión en nuevos equipos de red.

El modelo ESCORT [Berry, 89] [Dunnett, 90] evalúa el impacto económico ocasionado por refuerzos en la red de transporte, analizando también el cambio de los índices de fiabilidad del sistema. Este modelo se ha utilizado como

herramienta de apoyo en la evaluación de los servicios de red, así como para evaluar las propuestas de ubicación de nuevos grupos generadores en los sistemas eléctricos de Inglaterra y Gales. Utiliza una aproximación en corriente continua del flujo óptimo de cargas, con una formulación cuadrática de las pérdidas evaluada de forma iterativa. Asimismo incorpora la simulación probabilista de indisponibilidades forzadas de generación y transporte en función de las tasas de fallo de cada elemento. El modelado de la explotación incorpora criterios preventivos N-1 de seguridad ante fallos de transporte. Las limitaciones existentes en ESCORT son principalmente la falta del modelado específica de la generación hidráulica y la carencia de técnicas de reducción de varianza que mejoren la eficacia de la simulación probabilista. También se ha de tener en cuenta que el procedimiento iterativo de cálculo de las pérdidas óhmicas de transporte no garantiza su convergencia.

El modelo MEXICO [Dodu, 85] [CIGRE, 92] evalúa tanto la fiabilidad del sistema, como los resultados económicos de la producción. Este modelo se ha utilizado en la planificación de la red de transporte del sistema eléctrico francés. Opcionalmente incorpora el criterio de seguridad preventivo N-1 en la red de transporte. En cuanto al modelado de la incertidumbre se simula la aleatoriedad en el valor de la demanda y la indisponibilidad forzada de elementos de generación y transporte. Con respecto al modelo de explotación, éste se resuelve de forma heurística calculando el flujo de cargas en corriente continua. Salvo en casos de falta de suministro de demanda e implantación de criterios preventivos N-1 de transporte, no se utilizan algoritmos de optimización. Adicionalmente, las pérdidas óhmicas de transporte son evaluadas con posterioridad a la realización del despacho de grupos y del flujo de cargas por la red. Las limitaciones principales de este modelo son la inexistencia de un modelado para la generación hidráulica, la carencia de precios nodales, la falta de un modelado de las pérdidas óhmicas en el proceso de despacho de los grupos y la omisión de técnicas de reducción de varianza en el proceso de simulación.

El modelo SECRET [Salvaderi, 88] [Bertoldi, 88] está orientado a la obtención de resultados técnico-económicos para la planificación de la red de medio plazo. Realiza el despacho de grupos generadores por métodos heurísticos, aplicando procedimientos de optimización en aquellas situaciones en las que exista pérdida de suministro de demanda. El tratamiento de la incertidumbre se centra en el sorteo de escenarios de demanda, así como en la indisponibilidad forzada de elementos de generación y transporte. Las principales limitaciones de este modelo son su falta de modelado de la aleatoriedad hidráulica, de las pérdidas óhmicas de transporte, de los criterios de seguridad de la operación, así como la falta de aplicación de técnicas de reducción de varianza. Tampoco permite el cálculo de precios nodales de energía eléctrica.

Otros modelos de explotación generación/red obtienen resultados técnico-económicos de la explotación aplicando metodologías *deterministas*. Estas metodologías establecen un conjunto reducido y ponderado de escenarios que representa el comportamiento en probabilidad del sistema. Su utilización en sistemas de gran tamaño reduce la carga computacional, pero los resultados



estadísticos obtenidos pueden contener importantes desviaciones con respecto al valor verdadero. Algunos modelos deterministas que evalúan conjuntamente resultados económicos y técnicos de la explotación son por ejemplo el PROCOSE [Porretta, 87] y el JUANAC [Rivier, 90]. Otros modelos deterministas que evalúan exclusivamente índices en fiabilidad mediante enumeración de contingencias son por ejemplo el SYREL [EPRI, 88], el COMREL, el RELACS y el TPLAN [Billinton, 89].

La robustez de los resultados es un criterio de planificación de la red que en ciertos modelos se aplica para horizontes de medio plazo [Alvarez, 94]. No obstante, la utilización de planes maestros de expansión obtenidos con los estudios de largo plazo, garantiza la robustez de los resultados obtenidos en la planificación de medio plazo.

Los sistemas eléctricos que poseen una parte importante de sus recursos con limitaciones energéticas requieren modelos de explotación generación/red cronológicos, tales como el modelo prototipo OPERA [Ringeissen, 96]. No obstante, este prototipo posee algunas limitaciones tales como su utilización en sistemas de reducido tamaño, la carencia de las pérdidas óhmicas de transporte. Por otra parte no se calculan los precios nodales, ni se aplican técnicas de reducción de varianza en la simulación cronológica. Otro modelo cronológico se detalla en [Billinton, 97], sin embargo solamente se ha aplicado a sistemas eléctricos de tamaño reducido.

## 1.5. Objetivo y estructura de la Tesis.

La investigación de esta Tesis se ha realizado sobre modelos de explotación generación/red utilizados para la planificación de la red de transporte de medio plazo. Dichos modelos pueden ser utilizados en mercados eléctricos regulados de manera centralizada, o bien servir de apoyo a la toma de decisiones en mercados eléctricos competitivos. Por el hecho de utilizar estos modelos como herramientas informáticas que ayudan a determinar las nuevas inversiones de red, el modelado de la explotación del sistema eléctrico ha de ser incorporado con cierto nivel de detalle. Con ello se aumenta la complejidad de su formulación y la carga computacional del modelo.

Estos modelos pueden requerir la utilización de algoritmos de optimización con objeto de aproximar mejor la operación real de los sistemas eléctricos, y también con el fin de obtener ciertos resultados de gran utilidad en la planificación de la red, tales como los “precios nodales”. Adicionalmente el tratamiento de la incertidumbre de medio plazo mediante metodologías probabilistas supone un salto cualitativo en la calidad de los resultados, pero también un salto cuantitativo en cuanto a la carga computacional del modelo con respecto al uso de métodos deterministas.

*El objetivo de esta Tesis consiste en el estudio de técnicas que mejoren la eficacia computacional de los modelos de explotación generación/red que aplican la metodología probabilista para el tratamiento de la incertidumbre de medio*

*plazo, y que utilizan algoritmos de optimización para la evaluación detallada de la explotación del sistema eléctrico.*

La estructura de esta Tesis está compuesta por los avances realizados en cada una de las tres facetas que configuran los modelos probabilistas de explotación generación /red:

- Modelado del sistema eléctrico: Ciertos aspectos del comportamiento de los sistemas eléctricos, tales como las *pérdidas óhmicas* de transporte, los *criterios de seguridad* de la operación y la propia *red de transporte*, dan lugar a un aumento importante en la carga computacional del modelo. En esta línea de investigación se analizan métodos de aproximación de estos aspectos, que establecen un compromiso entre la precisión de los resultados obtenidos y los tiempos de optimización y ejecución del modelo. Con respecto a las pérdidas óhmicas se han comparado los resultados del modelo en tiempos y precisión obtenidos con distintas formulaciones no lineales y lineales de estas pérdidas. En cuanto a los criterios de seguridad de la operación se han evaluado los resultados obtenidos con la implantación de dos tipos de criterios, uno más flexible mediante la penalización prefalta de ciertos márgenes de capacidad de los circuitos, y otro más realista mediante la implantación del preventivo N-1 de seguridad de transporte. También se estudia el impacto de modelar el impacto de la red de transporte con la aproximación de corriente continua.
- Simulación probabilista: La simulación probabilista de escenarios, establecidos mediante el sorteo sobre las distribuciones de probabilidad de las variables de entrada, implica un importante aumento de la carga computacional del modelo. En este ámbito se ha estudiado la implantación y mejora de *técnicas de reducción de varianza* que aumenten la eficacia de la simulación en el sistema eléctrico. Dentro de las distintas técnicas de reducción de varianza posibles, el estudio se ha centrado en aquéllas técnicas que se basan en métodos de correlación (usando variables internas y externas del modelo), tales como la técnica de los *números aleatorios comunes*, las *variables antitéticas* y las *variables de control*. Estas tres técnicas han sido estudiadas de forma individual, y también de forma combinada con objeto de estudiar posibles efectos de sinergia positiva entre ellas.
- Optimización: El cálculo de los flujos óptimos de cargas posibilita el aumento del nivel de detalle en el modelado de la explotación del sistema eléctrico, y adicionalmente permite la obtención de precios nodales de la energía. En esta investigación se han analizado los tiempos de optimización y ejecución utilizando distintos algoritmos lineales y no lineales pertenecientes a diferentes códigos de optimización. También se ha estudiado la optimización agrupada de muestras con objeto de analizar el impacto del tamaño del problema sobre los tiempos de optimización y ejecución, así como la combinación de distintas clases de algoritmos a lo largo de la simulación.

## 1.6. Organización del documento.

En este *capítulo 1* se enmarca el ámbito de investigación y la estructura de la Tesis doctoral. Por otra parte se analizan los modelos e investigaciones que históricamente han sido desarrollados en este mismo ámbito.

En el *capítulo 2* se describe el modelado de distintos aspectos de la explotación del sistema eléctrico para horizontes de medio plazo. Igualmente se detallan las distintas formulaciones matemáticas del flujo óptimo de cargas de que dispone el modelo. En la parte final de este capítulo se analiza el impacto sobre la precisión y la carga computacional del modelo de distintas alternativas de modelado de las pérdidas óhmicas del transporte, distintos criterios de seguridad en la explotación y el modelado en corriente continua de la red.

En el *capítulo 3* se muestran distintos aspectos del tratamiento de la incertidumbre de medio plazo en la explotación del sistema eléctrico. En la primera parte del capítulo se describen aspectos relacionados con la simulación probabilista de escenarios tales como, la elección más apropiada de variables de entrada aleatorias del modelo, la determinación de sus funciones de probabilidad y procedimientos de muestreo asociados. En la segunda parte se describe el fundamento teórico de distintas técnicas de reducción de varianza, su implantación avanzada en el modelo de explotación generación/red y un análisis comparativo de implantaciones de estas técnicas en otros modelos dentro del contexto de los sistemas eléctricos.

En el *capítulo 4* se describe la optimización e implantación específica del modelo de explotación. El uso de distintos algoritmos de optimización es uno de estos aspectos que se analiza en este capítulo. Se comparan los resultados obtenidos utilizando los algoritmos individualmente, de forma combinada u optimizando de manera agrupada distinto número de muestras (modificando el tamaño del problema de optimización). También en este capítulo se comparan posibles estructuras de la simulación probabilista en relación a sus requerimientos de memoria, a su versatilidad respecto al procesamiento distribuido y a la simulación cronológica. Adicionalmente se explica el procedimiento realizado para la implantación del procesamiento distribuido, y los resultados obtenidos con su aplicación al sistema español. En este mismo capítulo se describe globalmente la estructura interna de la simulación probabilista del modelo de explotación, con su secuencia de procesos interrelacionados mediante diagramas funcionales.

En el *capítulo 5* se muestran los resultados que el modelo probabilista de explotación ha obtenido con un sistema eléctrico de 9 nudos y con un equivalente del sistema eléctrico español (458 nudos, 792 circuitos, 129 plantas hidráulicas y 75 grupos térmicos). Se analizan tanto los resultados que obtienen los distintos aspectos modelados del sistema eléctrico, como la eficacia alcanzada por las técnicas de reducción de varianza implantadas de manera individual y combinada.

En el *capítulo 6* se señalan las conclusiones y aportaciones de esta investigación, así como las líneas de investigación futuras que se plantean en cada una de las facetas de los modelos de explotación que han sido estudiadas en esta Tesis.

En el *apéndice A* se analiza la existencia de pérdidas ficticias en la red de transporte debido a la aproximación relajada por tramos. Se incluye un ejemplo de su existencia, la cual también se justifica teóricamente. Asimismo se detallan algoritmos para la detección y eliminación de estas pérdidas.

En el *apéndice B* se describe el procedimiento utilizado por el criterio de seguridad preventivo N-1 para la detección de sobrecargas postfalta en la red de transporte. También en este apéndice se detallan los procedimientos que permiten detectar circuitos puente del sistema y actualizar la matriz inversa de admitancias ante fallos de la red de transporte.

En el *apéndice C* se describe el procedimiento utilizado para el cálculo analítico de la función de supervivencia de las variables aleatorias *capacidad fallada global de generación y transporte*. También se comentan los procedimientos y simplificaciones utilizados para reducir la carga computacional de este cálculo analítico.

En el *apéndice D* están contenidas demostraciones de propiedades estadísticas y de distintas formulaciones de la varianza y covarianza muestrales utilizadas en el cálculo de estadísticos del modelo probabilista.

La última sección de este documento está constituida por la *bibliografía* utilizada en el desarrollo de estas investigaciones.

## CAPÍTULO 2

### MODELADO DEL SISTEMA ELÉCTRICO

En este capítulo se detallan los procedimientos y criterios de modelado de diferentes aspectos de la explotación del sistema eléctrico en el horizonte de medio plazo. En todo proceso de modelado se parte de un *sistema* real o hipotético constituido por *elementos*, así como por sus *atributos* propios y *relaciones* entre elementos. El conjunto de reglas matemáticas y/o lógicas que caracterizan el comportamiento del sistema es lo que constituye un *modelo*. Habitualmente, dichas reglas se codifican en un lenguaje informático con el fin de analizar su comportamiento por medio de técnicas analíticas y/o técnicas de simulación.

Concretamente el sistema eléctrico desde el punto de vista de la explotación está constituido por *elementos* tales como, generadores térmicos e hidráulicos, circuitos de transporte y demandas. Por otra parte los *atributos* de estos elementos están constituidos por sus límites técnicos, costes y penalizaciones y por último por las *relaciones* entre elementos a través de ecuaciones físicas, como la primera y segunda ley de Kirchhoff y/o ecuaciones económicas, como la minimización de costes.

Tres secciones principales estructuran este capítulo. En la primera, *caracterización del sistema*, se describen los distintos aspectos del modelado del sistema eléctrico de una manera global. En la segunda, *formulación matemática del modelo*, se detallan las distintas formulaciones matemáticas posibles para el modelo. Y en la tercera, *alternativas de modelado*, se analizan y comparan alternativas de modelado para distintos aspectos del sistema eléctrico.

#### 2.1. Caracterización del sistema.

En esta sección se detallan los aspectos globales del modelo de explotación utilizado en el ámbito de la planificación de la red de medio plazo, bajo un contexto de optimización global del uso de los recursos de generación y transporte

del sistema eléctrico. Dicha optimización global se enmarca dentro del ámbito de los mercados eléctricos regulados.

En mercados eléctricos más competitivos, la planificación de la red ha de contar con un modelado de los precios ofertados por los generadores. Así mismo los criterios por los cuales se planifica han de permitir la entrada de nuevos generadores en ubicaciones distintas del sistema sin por ello perjudicar la calidad del grado de conexión a la red de otros grupos o distribuidoras establecidas previamente.

Dentro de esta sección, en primer lugar se describe la estructura que se ha dado al intervalo temporal de estudio, posteriormente se explica el criterio de optimización utilizado para determinar las consignas de los grupos en la operación del sistema, a continuación se detallan atributos y relaciones de los distintos elementos que integran el modelo: demanda, subsistemas térmico e hidráulico, subsistema de red y por último se especifican las incertidumbres de medio plazo que son contempladas en el modelo.

### 2.1.1. División temporal.

La planificación de la red de transporte de medio plazo, o *planificación operativa*, determina los impactos técnico-económicos que la construcción de nuevas instalaciones de transporte provoca en el sistema eléctrico. Este tipo de planificación requiere unos *horizontes* temporales entre 6 y 10 años. No obstante, la elaboración de estudios se realiza para intervalos de tiempo menores.

Se define como *alcance* del modelo, el intervalo de estudio donde la herramienta informática simula la explotación del sistema eléctrico. Este alcance para los estudios de medio plazo tiene típicamente una duración de *un año*.

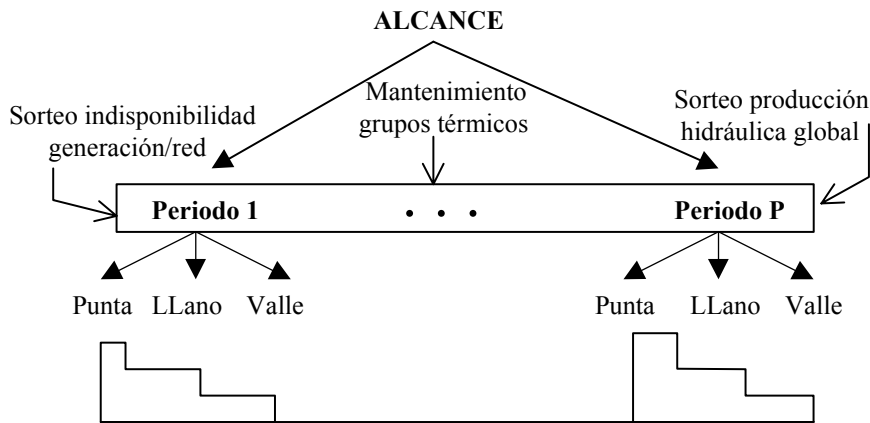


Fig.2.1. División del alcance temporal.

En este modelo, el alcance está dividido en *periodos* y éstos a su vez se subdividen en *niveles de demanda* (p.e., punta, llano y valle) Fig.2.1. Cada periodo tiene asignado un plan preestablecido de mantenimiento de la generación térmica. Desde el punto de la simulación probabilista, cada muestra por periodo implica la misma indisponibilidad forzada aleatoria de elementos del sistema en todos los niveles de demanda de dicho periodo. Los índices muestrales de

producción hidráulica global son los mismos para todos los niveles del periodo. No obstante, las producciones hidráulicas muestreadas por nivel varían al ponderarse dichos índices muestreados por trayectorias hidráulicas de referencia, en las cuales se diferencian los distintos niveles de un mismo periodo. Dichas trayectorias hidráulicas vienen determinadas por un modelo de coordinación hidrotérmica de jerarquía superior.

En cuanto al cálculo de los resultados estadísticos de la simulación probabilista, este muestreo por periodo implica correlaciones positivas de salida entre los niveles pertenecientes al mismo periodo que han de ser estimadas. Sin embargo, entre los distintos periodos del alcance no existe dependencia muestral alguna, lo cual reduce los requerimientos del cálculo estadístico y da mayor versatilidad al modelo en cuanto a la elección de la estructura de la simulación serie o distribuida (sección 4.2.1.). La duración temporal de cada periodo se asigna por el usuario dependiendo del mantenimiento de los grupos térmicos. La división de la duración del periodo entre los distintos niveles está en función de la variación de la demanda.

El número de niveles de demanda por periodo puede ser tres o menos, típicamente se corresponden a los niveles de punta, llano y valle, Fig.2.1. Se toman tres niveles debido a que el nivel de *punta* permite principalmente evaluar el impacto de la red de transporte sobre la fiabilidad del sistema, en cambio los niveles de *llano* y *valle* se centran en la evaluación del impacto de carácter económico.

### **2.1.2. Modelo de la operación.**

La operación de los sistemas eléctricos en un mercado eléctrico determina las consignas de los grupos térmicos y plantas hidráulicas, con el fin de satisfacer en todo momento la demanda global del sistema, minimizando en lo posible el importe económico de la explotación y considerando las limitaciones de la red de transporte.

El modelado de la operación implica la resolución de múltiples *flujos óptimos de cargas* para los distintos niveles y periodos del alcance del modelo. Estos flujos óptimos de cargas requieren la utilización de procedimientos heurísticos, o bien algoritmos de optimización para su resolución.

En este modelo se ha optado por la utilización de algoritmos de optimización ya que éstos garantizan igual o mayor precisión que los procedimientos heurísticos y adicionalmente proporcionan precios nodales de la energía eléctrica. Dichos precios nodales representan el incremento del coste de explotación debido al aumento de la demanda en cada nudo del sistema eléctrico. En estos precios se combinan el impacto sobre los costes de explotación, y el impacto sobre la fiabilidad del sistema (p.e., *potencia no suministrada* o *exceso en márgenes de seguridad prefalta* o *postfalta*). Matemáticamente, estos precios nodales se corresponden con las variables duales de las restricciones balance de potencia por nudo.

La consideración simultánea de aspectos económicos y de fiabilidad en la operación da lugar a la formulación de funciones objetivos en las cuales, se da una valoración económica a las variables relacionadas con la fiabilidad del sistema eléctrico, tales como la potencia no suministrada. Dicha valoración económica debe basarse en estimaciones previas del coste social e industrial de dicha falta de suministro de energía eléctrica.

El tratamiento de la incertidumbre de medio plazo mediante simulación probabilista obtiene múltiples escenarios para cada periodo y nivel del alcance, con distintos valores muestrales en las variables de entrada. Sobre cada escenario se aplica un procedimiento de optimización, con objeto de determinar las variables de salida de la explotación. Los resultados de los distintos escenarios se evalúan estadísticamente determinando la explotación que en promedio se realiza a lo largo del alcance temporal de estudio.

La operación de los sistemas eléctricos en un entorno de mayor competencia implicaría la utilización de precios variables de la energía producida por los grupos en lugar de costes, e incluso una mayor incertidumbre sobre la indisponibilidad no forzada de grupos. Este tipo de explotación requiere un estudio detallado, tal y como se plantea en una línea de continuación de esta Tesis (sección 6.2.1.).

### **2.1.3. Demanda.**

La planificación de la red en el medio plazo parte de unas previsiones del crecimiento de la demanda para el alcance temporal de estudio. La variación de la demanda se estructura por periodo y nivel para cada uno de los nudos del sistema eléctrico. El valor de la demanda por nudo se mantiene constante en toda la duración del nivel, dando lugar a una variación escalonada, Fig.2.1. Concretamente en la implantación del modelo, la variación de la demanda se calcula mediante coeficientes preestablecidos en por unidad, que multiplican a valores de la demanda de referencia por nudo del sistema.

La variación aleatoria de las previsiones de crecimiento de la demanda puede deberse a factores climatológicos y económicos que afecten al sistema eléctrico. Sin embargo, en el contexto de la planificación de la red de medio plazo, el impacto de este tipo de aleatoriedad resulta de menor importancia comparada con otro tipo de incertidumbres contempladas en el modelo [Ranaweera, 97].

La posible falta de suministro de demanda por nudo se modela mediante generadores auxiliares en todos los nudos del sistema con demanda, penalizándose su uso en la función objetivo. La utilización de distintos valores de penalización por nudo se debe a la distinta composición de su demanda (consumidores domésticos, industriales, servicios públicos o a diferentes contratos de interrumpibilidad). Adicionalmente se establece una pertenencia de cada nudo a un área del sistema. Dichas áreas pueden representar sistemas eléctricos de distintos países, zonas de influencia de determinadas compañías eléctricas o regiones autonómicas. Así mismo, se elige entre ellas un área de interés sobre la cual se estudian los valores de intercambio de energía con el resto de áreas del



sistema. Los resultados estadísticos de dicha área de interés se consideran de mayor importancia por el modelo, desglosándolos pormenorizadamente en los ficheros de salida.

### 2.1.4. Subsistema térmico.

El subsistema térmico se compone de *plantas generadoras* ubicadas una por nudo. Asimismo en cada planta se pueden distinguir distintos *grupos* generadores con sus características específicas. Los atributos de cada grupo utilizados en la operación del sistema son los siguientes:

- Mínimo técnico: Potencia de salida mínima determinada por las condiciones de funcionamiento de los elementos que integran el grupo (principalmente la caldera) [MW].
- Máximo técnico: Potencia de salida máxima correspondiente al valor nominal del grupo [MW].
- Coste de producción (*cost1*): Pendiente que aproxima de forma lineal la variación no lineal del coste para los distintos valores de producciones de un mismo grupo, Fig.2.2. Este valor debe internalizar el impacto del término fijo de los costes variables del grupo que explícitamente no se modelan [PTA/MWh].
- Tasa de fallo: Probabilidad de indisponibilidad forzada del grupo en cualquier instante del alcance del modelo. Se excluyen los periodos en que el grupo está en mantenimiento (indisponibilidad programada).
- Área de pertenencia: Área del sistema en que está situada la planta térmica a la que pertenece el grupo.

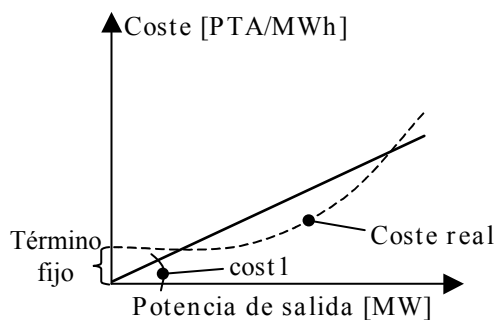


Fig.2.2. Aproximación lineal del coste.

El muestreo de la indisponibilidad forzada por periodo de cada grupo se realiza teniendo en cuenta su tasa de fallo individual. Las tasas de fallo por grupo no se alteran a lo largo del alcance del modelo y además no se establece dependencia alguna entre fallos de diferentes grupos. La disponibilidad muestreada por periodo y grupo se mantiene para todos los niveles de demanda del periodo.

No se modelan aspectos relacionados con la asignación horaria de grupos (“unit commitment”) tales como, costes de acoplamiento y tiempos mínimos de

arranque y parada. El modelado de la asignación horaria de grupos térmicos requiere el uso de variables binarias 0/1, lo cual complica en exceso la resolución de los problemas de optimización cuando se trata de sistemas eléctricos de gran tamaño. El modelado del acoplamiento de grupos generadores es más frecuente en modelos de planificación de la generación, o bien para análisis de la operación de corto plazo [Martínez, 95].

La omisión de la asignación horaria puede ser problemática en algunos escenarios del sistema en los cuales existan zonas exportadoras del sistema eléctrico que posean una deficiente capacidad de evacuación de potencia debido a la indisponibilidad forzada de determinados circuitos. En este tipo de escenarios los mínimos técnicos pueden superar incluso la capacidad de evacuación y por lo tanto se requiere la utilización de variables continuas de desacoplamiento cuyo valor se penaliza, pero cuyo impacto económico en los resultados de la explotación no se considera.

### 2.1.5. Subsistema hidráulico.

El subsistema hidráulico se ha modelado con plantas generadoras situando como máximo una por nudo e integrando en cada una de ellas aquellos grupos hidráulicos cercanos al nudo de ubicación de la planta. Por lo tanto se asume que el comportamiento hidráulico de los grupos integrados en cada planta hidráulica es relativamente homogéneo en cuanto a la variación de su producción. Normalmente esta homogeneidad implica simultáneamente cercanía geográfica y eléctrica.

Atendiendo al tipo de funcionamiento de la planta, ésta se clasifica como *fluyente* o *regulable*. Las plantas fluyentes poseen escasa o nula capacidad de almacenamiento y regulación de su potencia de salida y las condiciones de aportaciones determinan sobremanera sus límites técnicos operativos. Por otro lado, las plantas regulables tienen mayor capacidad de almacenamiento y regulación, y sus mínimos técnicos operativos están fijados por limitaciones técnicas propias de la planta, tales como el caudal mínimo de turbinación.

Cada planta hidráulica está caracterizada por distintos atributos. Algunos de dichos atributos son valores medios de referencia que se multiplican por coeficientes aleatorios para reflejar la aleatoriedad hidrológica del sistema.

- Potencia hidráulica mínima ( $ph_{min}$ ): Constituye el valor mínimo de potencia producida de la planta hidráulica debido a razones técnicas (p.e. caudal mínimo de turbinación). Su valor de referencia se considera constante para todo el alcance temporal. Esta potencia hidráulica mínima no varía con el índice hidrológico aleatorio en el caso de plantas regulables y sí lo hace en el caso de plantas fluyentes.
- Potencia hidráulica programada ( $ph_{pro}$ ): Representa el valor medio de la potencia hidráulica determinada por un modelo previo de coordinación hidrotérmica que minimiza el coste de explotación global del sistema. Este valor medio varía a lo largo del alcance del modelo, creando una trayectoria

de *referencia* hidráulica programada. Sobre ella se realizan variaciones aleatorias en función del índice hidrológico muestreado.

- Potencia hidráulica máxima ( $ph_{max}$ ): Representa el valor medio de la potencia máxima que puede dar la planta hidráulica por restricciones como la cota media de embalse. Este valor medio se determina igualmente por un modelo de coordinación hidrotérmica, el cual establece una trayectoria de *referencia* hidráulica máxima. Sobre esta trayectoria también se realizan variaciones aleatorias en función del índice hidrológico muestreado. Las variaciones de la potencia hidráulica máxima se acotan superiormente al valor de la capacidad nominal de la planta hidráulica.
- Potencia hidráulica nominal ( $ph_{tec}$ ): Es la suma de las potencias nominales de los grupos hidráulicos agrupados dentro de la misma planta.
- Penalización por desviación: Es el valor de sustitución de la energía hidroeléctrica que excede los valores programados del muestreo. Dicho valor también se puede obtener como resultado del modelo de coordinación, y suele ser del orden del coste de generación térmica más cara. Se expresa en PTA/MWh.
- Tasa de fallo: Es la probabilidad de fallo de la planta, utilizada en el sorteo de indisponibilidad hidráulica.
- Área de pertenencia: Se indica el área a la cual pertenece la central hidráulica.

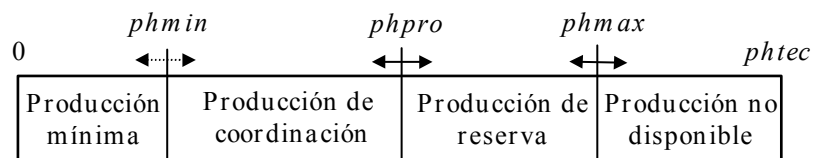


Fig.2.3. Clasificación de la producción hidráulica.

Entre los distintos valores establecidos para la potencia de cada planta se distinguen distintos tipos de producción hidráulica, Fig.2.3. En primer lugar está la *producción hidráulica mínima* que ha de ser  $ph_{min}$  cuando el grupo está disponible. Esta producción mínima es debida a los mínimos técnicos de todos los grupos pertenecientes a la planta hidráulica. El valor de  $ph_{min}$  es constante en todo el alcance para las plantas regulables y variable para las plantas fluyentes en función del índice hidrológico muestreado. Esta producción hidráulica no tiene coste asociado alguno.

Otro tipo de producción es la *producción hidráulica de coordinación* (entre  $ph_{min}$  y  $ph_{pro}$ ) que es determinada previamente mediante un modelo de coordinación hidrotérmica y varía según el índice hidrológico muestreado. Esta producción hidráulica no tiene coste asociado alguno, ya que el modelo de explotación pretende respetar las consignas de producción definidas previamente por otra herramienta de coordinación. La *producción hidráulica de reserva o de emergencia* (entre  $ph_{pro}$  y  $ph_{max}$ ) indica la producción hidráulica adicional por planta que es posible proporcionar al sistema eléctrico por razones técnicas, pero

no económicas. Este tipo de producción de reserva también depende del índice hidrológico muestreado para el sistema. El uso de la reserva hidráulica se pondera al valor de sustitución de la energía hidráulica en otro momento del alcance. Dicho valor también lo proporciona la coordinación hidrotérmica. En este modelo de explotación, la utilización de energía hidráulica de reserva no se detrae de la producción programada en un período futuro, ya que se considera despreciable su efecto energético medio. Finalmente se define la *producción hidráulica no disponible* (entre  $ph_{max}$  y  $ph_{tec}$ ), la cual representa el tramo de producción que debido a la cota del embalse o por otra serie de motivos técnicos, no puede proporcionar la planta, generando por debajo de su capacidad nominal.

Como se ha comentado con anterioridad, la variación aleatoria de la producción hidráulica de coordinación y la producción hidráulica de reserva se modelan mediante el muestreo del índice global de producción hidráulica del sistema para el alcance estudiado. Se utiliza para ello la función de densidad de probabilidad de la Fig.2.4. Se ha optado por una función de densidad triangular por dos motivos, el primero y más importante por una carencia de suficientes datos históricos que permitan un ajuste de otro tipo de función de distribución, y el segundo está basado en su mayor facilidad en cuanto a la incorporación de la experiencia del planificador.  $P_{min}$  es la menor producción hidráulica del sistema que se puede dar,  $P_{moda}$  es la producción hidráulica con mayor probabilidad de ocurrencia y  $P_{max}$  es la mayor producción hidráulica del sistema que se considera posible.  $P_{media}$  es el valor medio de producción hidráulica, y se determina a partir de los tres valores de producciones anteriores.

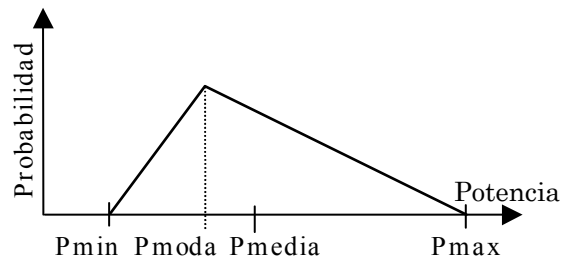


Fig.2.4. Función de densidad de probabilidad de la producción hidráulica global

El muestreo de las producciones hidráulicas se realiza mediante el establecimiento de dos trayectorias hidráulicas de referencia por planta para el alcance del modelo. Una de ellas corresponde a la potencia hidráulica programada ( $ph_{pro}$ ) y otra a la potencia hidráulica máxima ( $ph_{max}$ ). Los valores muestreados de estas potencias hidráulicas se calculan multiplicando el valor de referencia de cada planta para el periodo y nivel correspondiente por un factor global en por unidad que resulta del cociente del valor de la producción hidráulica global muestreada ( $P^{\omega}$ ) y el valor de la producción hidráulica global media ( $P_{media}$ ) (2.1).

Aunque este tratamiento de la aleatoriedad en la producción hidráulica pueda parecer poco detallado en un modelo de explotación a medio plazo, se ha de tener en cuenta que el modelo desarrollado tiene como objetivo prioritario la planificación de la red de transporte. En este caso el modelado de la

heterogeneidad y las particularidades de las producciones hidráulicas tiene escasa influencia en las situaciones de interés para la planificación de la red.

$$k^\omega = \frac{P^\omega}{P_{media}} \tag{2.1}$$

En la Fig.2.5 se muestra la trayectoria de la producción hidráulica programada media de una planta hidráulica ( $T_{med}$ , en línea continua), así como los valores máximo y mínimo ( $T_{max}$  y  $T_{min}$ ), que la producción hidráulica programada puede alcanzar por simulación. Dichas cotas se corresponden con el vértice superior e inferior del triángulo de densidad de probabilidad sombreado y vertical de dicha figura.

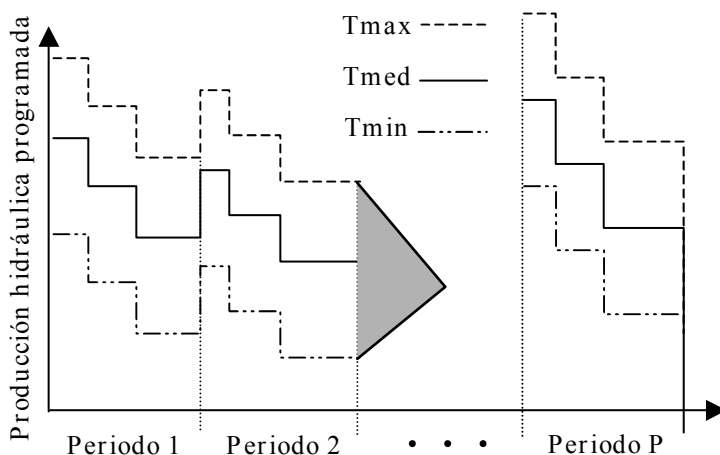


Fig.2.5. Cotas de la producción hidráulica programada en el alcance temporal.

La indisponibilidad forzada por periodo de las plantas hidráulicas se sortea de acuerdo a sus tasas de fallo. Los fallos de plantas hidráulicas son totalmente independientes entre sí, manteniéndose estas tasas constantes a lo largo del alcance del modelo. El estado sorteado de indisponibilidad de una planta se mantiene para todos los niveles de demanda del periodo.

Al igual que ocurre con el subsistema térmico, la omisión del modelado de la asignación horaria de unidades puede ser problemática en aquellos escenarios en los cuales existan zonas exportadoras del sistema eléctrico que posean una deficiente capacidad de evacuación de potencia debido a la indisponibilidad forzada de determinados circuitos. En este tipo de escenarios los mínimos técnicos de las plantas pueden superar la capacidad de evacuación de la zona y por ello se requiere el uso de variables continuas de desacoplamiento cuyo valor se penaliza, pero cuyo impacto económico en los resultados de la explotación no se considera.

### 2.1.6. Subsistema de red.

La red de transporte se representa topológicamente mediante circuitos que unen los nudos del sistema. La existencia de conectividad en el sistema eléctrico

con todos los circuitos disponibles es un requisito que se comprueba antes de iniciar la simulación. El conjunto de uno o más circuitos entre los mismos nudos extremos se denomina *línea o corredor*. Los atributos o características de cada circuito son:

- Resistencia y reactancia: parámetros eléctricos del circuito en su esquema serie.
- Capacidad nominal: Flujo de potencia máximo transportado por limitaciones técnicas. Este valor no varía para todo el alcance.
- Tasa de fallos: Probabilidad de fallo del circuito invariable para todo el alcance del modelo.

El cálculo de los flujos por la red de transporte se realiza utilizando la aproximación en *corriente continua* del flujo de cargas. Esta aproximación resulta adecuada para la evaluación en régimen estacionario de los aspectos técnico-económicos del sistema eléctrico. La utilización del modelado en corriente alterna es necesario para la evaluación de problemas de tensiones y estabilidad en la red, que constituyen inversiones en equipamiento de menor entidad económica.

Las suposiciones habituales de la aproximación en *corriente continua* implican que las *pérdidas resistivas* por circuito no se evalúen. Sin embargo, dada la gran importancia que éstas tienen para la decisión de nuevas inversiones, las pérdidas del circuito  $k$ ,  $R_k$ , se asimilan a cargas adicionales entre los nudos extremos de cada circuito en este modelo, Fig.2.6. El valor de estas pérdidas varía en función del flujo de potencia transportado por el circuito. Adicionalmente el modelo incorpora distintas formulaciones matemáticas lineales y no lineales de las pérdidas resistivas, sección 2.3.1.2.

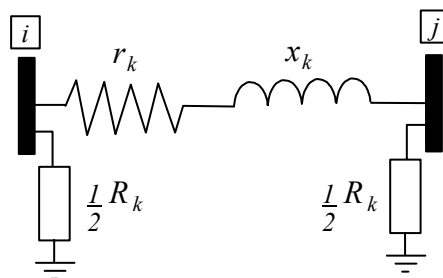


Fig.2.6. Modelado de las pérdidas óhmicas del circuito  $k$ .

La indisponibilidad forzada por periodo de los circuitos se modela mediante simulación probabilista teniendo en cuenta su tasa de fallo individual. Los estados de indisponibilidad forzada de los circuitos muestreados por periodo se mantienen para todos sus niveles de demanda y adicionalmente no se considera correlación alguna entre el fallo de distintos circuitos. La introducción de posibles fallos múltiples de circuitos por causa común no representaría dificultad metodológica alguna en el modelo. Por otro lado las tasas de fallo de circuitos permanecen constantes a lo largo del alcance del modelo.

La indisponibilidad forzada de circuitos puede provocar la existencia de islas en el sistema, i.e., zonas del sistema aisladas eléctricamente del resto. Con

frecuencia dichas islas generan desequilibrios en el balance de potencia entre generación y demanda. En el caso de existir déficit de potencia de generación frente a la demanda global de la isla, el modelo dejaría de suministrar demanda en aquellos nudos de demanda en que el coste por falta de suministro resultase menor. Por el contrario si lo que sucede en la isla es un exceso de potencia generada debido a los mínimos técnicos de las plantas, el modelo recurre al desacoplamiento parcial o total de las plantas térmicas e hidráulicas.

Con objeto de incorporar al modelo criterios de operación habituales del sistema, se han implantado dos procedimientos preventivos de seguridad sobre la red de transporte, sección 2.3.2.. Uno de esos procedimientos, *penalización de márgenes*, divide la capacidad nominal de cada circuito en dos márgenes. Un margen corresponde a los flujos situados entre cero y un porcentaje inferior al 100% de la capacidad nominal (*porcentaje operativo ficticio*). Los flujos situados dentro de este margen no son penalizados. El otro margen corresponde a los flujos situados entre el porcentaje operativo anterior y el 100% de la capacidad nominal, Fig.2.7 (a). Estos flujos son penalizados de forma proporcional al flujo que excede el porcentaje operativo.

Este criterio de seguridad basado en *penalización de márgenes* es utilizado con propósitos de evaluar globalmente el impacto de los criterios de seguridad sobre el coste de operación del sistema. Sin embargo el criterio *preventivo N-1* debido a su mayor realismo da una aproximación más fiel del efecto de los criterios de seguridad sobre los costes de operación. Adicionalmente por el análisis detallado contenido en este criterio las consignas de grupos y circuitos permiten detectar deficiencias en la planificación desde el punto de vista de la seguridad en la operación. Por ello el usuario puede optar dependiendo de las prioridades y características de sus estudios entre uno u otro criterio o la omisión de ambos, lo cual supondría un despacho económico puro si no se penalizase la existencia de potencia no suministrada.

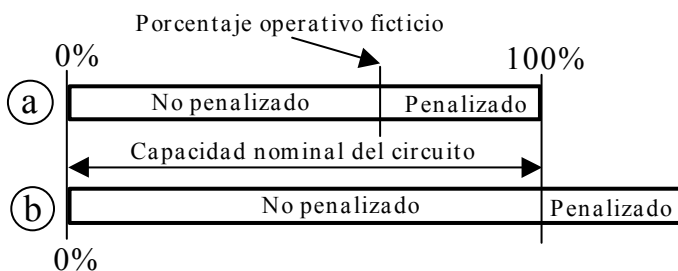


Fig.2.7. Márgenes de seguridad preventivos.

El *preventivo N-1 de transporte* considera distintos márgenes operativos dependiendo de si se trata del flujo prefalta o posterior al fallo de uno cualquiera de los circuitos disponibles. Para el flujo prefalta se considera un único margen con el 100% de la capacidad nominal del circuito. Para el flujo postfalta se consideran dos márgenes, uno hasta el 100% de la capacidad nominal y otro desde el 100% hasta un porcentaje superior definido por el usuario, Fig.2.7 (b).

Aquellos flujos que en la postfalta utilizan este segundo margen son penalizados proporcionalmente al exceso de flujo postfalta que supera la capacidad nominal.

La definición de los márgenes anteriores por circuitos se realiza de manera diferente dependiendo del tipo de márgenes utilizado. Para el procedimiento de penalización de márgenes dichos márgenes son definidos en cada circuito y para todo el alcance temporal. Los márgenes postfalta del preventivo N-1 se definen de forma genérica en función de la tensión de funcionamiento del elemento de la red.

### 2.1.7. Incertidumbres.

El modelo de explotación contempla la existencia de un conjunto de incertidumbres para el horizonte de medio plazo. Las aleatoriedades que resultan más relevantes para este horizonte son la indisponibilidad forzada de grupos y circuitos, así como la cantidad de producible hidráulico por planta.

El muestreo de las variables relacionadas con la indisponibilidad forzada de elementos puede realizarse utilizando dos procedimientos. Dichos procedimientos aplican de una u otra forma las propiedades del sorteo de Monte Carlo, bien sobre variables *individuales* de entrada o bien sobre variables *globales* aleatorias. El uso de uno u otro tipo de procedimiento depende del uso de la técnica de reducción de varianza de las *variables antitéticas* (capítulo 3).

Con respecto a la incertidumbre de las producciones hidráulicas de las plantas, éstas siempre se muestrean utilizando la distribución de una variable global como es la producción hidráulica del sistema para todo el alcance. Posteriormente a partir de los valores muestreados para las variables globales, se obtienen valores individuales de las variables de entrada al modelo.

Aspectos como la variación aleatoria de la demanda no se han incluido en el conjunto de las incertidumbres del modelo de medio plazo. Ello es debido a su impacto reducido en la planificación de red de medio plazo en comparación con las otras incertidumbres consideradas tal y como se muestra en [Ranaweera,97] y en estudios realizados sobre el sistema español.

La utilización de variables aleatorias de entrada en el modelo de explotación generación/red da lugar a variables de salida igualmente aleatorias. El tratamiento estadístico de los resultados de la simulación mediante la estimación de valores medios y sus intervalos de confianza asociados, constituye una parte importante de la carga computacional del modelo.

En la Fig.2.8 se representa la combinación de simulación probabilista y optimización dentro del modelo de explotación para todos los periodos del alcance del modelo. La simulación desarrollada en cada uno de los periodos del alcance da lugar a *estadísticos* propios del periodo, i.e., medias e intervalos de confianza asociados. Finalmente el modelo de explotación realiza una agrupación de los estadísticos obtenidos por periodo, lo cual permite obtener resultados de la explotación del sistema para todo el alcance. Se han de tener en cuenta las correlaciones muestrales entre resultados estadísticos pertenecientes a niveles de un mismo periodo.



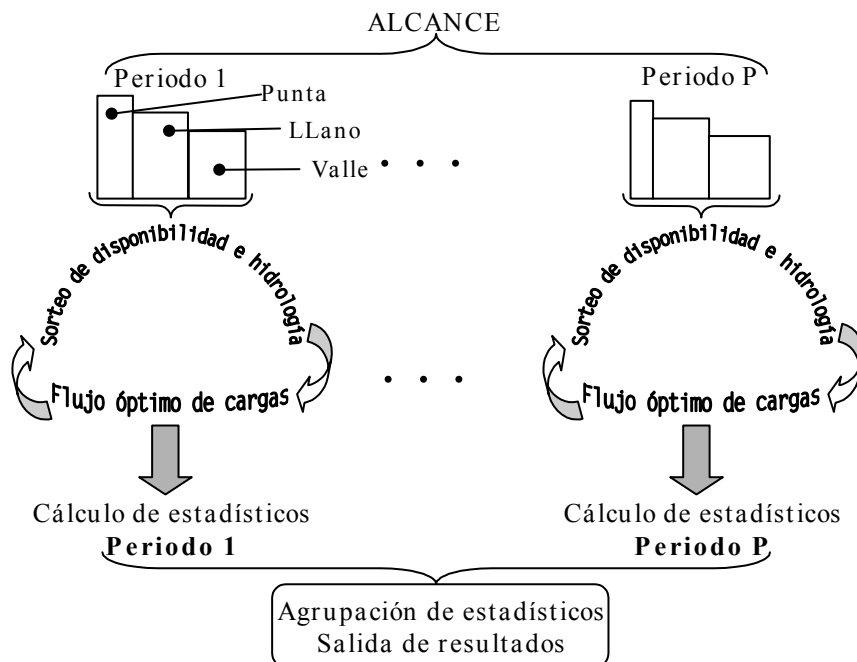


Fig.2.8. Tratamiento de la incertidumbre para el alcance del modelo.

La aplicación de técnicas estadísticas avanzadas como las técnicas de reducción de varianza (sección 3.2.) aumenta la eficacia computacional del modelo en cuanto a la mejora de la precisión en las estimaciones de los valores medios. El uso de estas técnicas reduce el tiempo de ejecución del modelo hasta alcanzar una determinada precisión. Expresándolo de otra forma, con estas técnicas se mejora la precisión de los resultados para un mismo tiempo de ejecución.

## 2.2. Formulación matemática del modelo.

### 2.2.1. Notación.

Esta sección contiene los símbolos de los datos de entrada del modelo, posteriormente los de variables auxiliares y por último los de las variables de salida de la simulación. La unidad en la que se expresa cada símbolo se indica entre corchetes al final de la definición del símbolo.

#### 2.2.1.1. Datos.

- $b_{lk}^{\pm}$  Márgenes positivo y negativo sin penalización de la capacidad de transporte del circuito  $k$  de la línea  $l$  [p.u.].
- $c_{lk}$  Margen de sobrecarga del criterio preventivo N-1 del circuito  $k$  de la línea  $l$  [p.u.].
- $ch_h$  Coste de reserva o emergencia de la planta hidráulica  $h$  [PTA/MWh].
- $ct_{tu}$  Coste lineal del grupo  $u$  de la planta térmica  $t$  [PTA/MWh].
- $dur_{pn}$  Duración temporal del nivel  $n$  del periodo  $p$  [h].

$\tilde{e}_{hpn}$	Coeficiente de variación de la potencia hidráulica programada de la planta $h$ en el nivel $n$ del periodo $p$ [p.u.].
$\tilde{\tilde{e}}_{hpn}$	Coeficiente de variación de la potencia hidráulica de reserva o emergencia de la planta $h$ en el nivel $n$ del periodo $p$ [p.u.].
$\overline{F}_{lk}$	Capacidad máxima del circuito $k$ de la línea $l$ [MW].
$g_{dpn}$	Coeficiente de variación de la demanda del nudo $d$ en el periodo $p$ y nivel $n$ [p.u.].
$\underline{H}_h$	Mínimo técnico de la planta hidráulica $h$ [MW].
$\tilde{H}_h$	Referencia hidráulica programada para la planta hidráulica $h$ [MW].
$\tilde{\tilde{H}}_h$	Referencia hidráulica de reserva o emergencia para la planta hidráulica $h$ [MW].
$m_{lkq}$	Pendiente del tramo $q$ de aproximación de pérdidas resistivas del circuito $k$ de la línea $l$ [MW $\Omega$ /rad].
$pf_d$	Penalización falta de suministro de energía eléctrica en el nudo $d$ [PTA/MWh].
$pp_{lk}, pn_{lk}$	Penalización por sobrepaso positivo y negativo del margen de seguridad preventivo del circuito $k$ de la línea $l$ [PTA/ MWh].
$pt_{tu}$	Penalización por desacoplamiento del grupo térmico $u$ de la planta $t$ [PTA/MWh].
$ph_h$	Penalización por desacoplamiento de la planta hidráulica $h$ [PTA/MWh].
$ps_{lk}$	Penalización por sobrecarga con criterio preventivo N-1 de red del circuito $k$ de la línea $l$ [PTA/MWh].
$r_{lk}, x_{lk}$	Resistencia del circuito $k$ de la línea $l$ [p.u.].
$s_B$	Múltiplo de la potencia base en la que están expresadas los parámetros eléctricos de los circuitos [p.u.].
$\overline{T}_{tu}, \underline{T}_{tu}$	Máximo y mínimo técnico del grupo $u$ de la planta térmica $t$ [MW].
$\alpha_p^\omega$	Coeficiente muestral de producción hidráulica del periodo $p$ y muestra $\omega$ .
$v_{lk}$	Coeficiente cuadrático de aproximación de las pérdidas resistivas del circuito $k$ de la línea $l$ .
$\delta_{plkl'k'}^\omega$	Sensibilidad del flujo por el circuito $k$ de la línea $l$ con respecto al flujo por el circuito $k'$ de la línea $l'$ en el periodo $p$ para la muestra $\omega$ .

### 2.2.1.2. Variables auxiliares.

$Card(Q_{lk})$  Cardinal de tramos de aproximación de pérdidas resistivas del circuito  $k$  de la línea  $l$ .

$D$	Nudos existentes en el sistema eléctrico.
$d$	Índice de nudos.
$h$	Índice de plantas hidráulicas.
$H_f$	Subconjunto de plantas hidráulicas fluyentes.
$H_r$	Subconjunto de plantas hidráulicas regulables.
$H_p^\omega$	Plantas hidráulicas disponibles en el periodo $p$ para la muestra $\omega$ .
$h \in d$	Planta hidráulica situada en el nudo $d$ .
$i, j \in l$	Nudos extremos $i$ y $j$ de la línea $l$ .
$i', j' \in l'$	Nudos extremos $i'$ y $j'$ de la línea $l'$ .
$k, k'$	Índices de circuitos.
$K_{pl}^\omega$	Circuitos disponibles de la línea $l$ en el periodo $p$ y muestra $\omega$ .
$KP_{lpn}^\omega$	Circuitos de la línea $l$ en el nivel $n$ y periodo $p$ que se sobrecargan en la postfalta con criterio preventivo N-1 para la muestra $\omega$ .
$KP'_{lpn}^\omega$	Circuitos de la línea $l$ en el nivel $n$ , periodo $p$ y muestra $\omega$ , cuyo fallo provoca sobrecargas con criterio preventivo N-1.
$L$	Líneas de transporte existentes en el sistema.
$l, l'$	Índices de líneas.
$l \rightarrow d$	Líneas incidentes en el nudo $d$ .
$l \leftarrow d$	Líneas salientes del nudo $d$ .
$LP_{pn}^\omega$	Líneas con algún circuito sobrecargado en la postfalta con criterio preventivo N-1 en el nivel $n$ , periodo $p$ y muestra $\omega$ .
$LP'_{pn}^\omega$	Líneas con algún circuito cuyo fallo provoca sobrecargas con criterio preventivo N-1 en el nivel $n$ , periodo $p$ y muestra $\omega$ .
$N$	Número de niveles en los periodos.
$n$	Índice de niveles.
$P$	Número de periodos del alcance.
$p$	Índice de periodos.
$Q_{lk}$	Tramos de aproximación de pérdidas resistivas en el circuito $k$ de la línea $l$ .
$q$	Índice de tramos de aproximación de pérdidas resistivas.

$T_p$	Plantas térmicas disponibles en el periodo $p$ por no estar en mantenimiento.
$t$	Índice de plantas térmicas.
$U_{pt}^\omega$	Grupos de la planta térmica $t$ disponibles en el periodo $p$ para la muestra $\omega$ .
$u$	Índice de grupos térmicos.
$\omega$	Índice de muestra estadística.
$z$	Índice del sentido de los incrementos angulares de los desfases angulares $\{positivo, negativo\}$ .

### 2.2.1.3. Resultados.

En este apartado se incluyen los símbolos de las variables de salida del modelo de planificación de red. El superíndice  $\omega$  indica que el contenido de la variable o del conjunto de elementos es aleatorio.

$CVE_{pn}^\omega$	Coste variable de explotación del sistema eléctrico en el nivel $n$ del periodo $p$ para la muestra $\omega$ [MPTA].
$CC_{pn}^\omega$	Costes de producción térmica en el nivel $n$ del periodo $p$ para la muestra $\omega$ [MPTA].
$E_{tupn}^\omega$	Desacoplamiento del grupo $u$ de la planta térmica $t$ del nivel $n$ del periodo $p$ para la muestra $\omega$ [MW].
$E'_{hpn}^\omega$	Desacoplamiento de la planta hidráulica $h$ del nivel $n$ del periodo $p$ para la muestra $\omega$ [MW].
$F_{lvpn}^\omega$	Flujo de potencia no penalizado por el circuito $k$ de la línea $l$ del nivel $n$ del periodo $p$ para la muestra $\omega$ [MW].
$F_{lvpn}^{\omega \pm}$	Exceso positivo y negativo del flujo por el circuito $k$ de la línea $l$ en el nivel $n$ , periodo $p$ y muestra $\omega$ con márgenes de seguridad [MW].
$G_{lkl'pn}^\omega$	Flujo postfalta no penalizado del circuito $k$ de la línea $l$ tras el fallo del circuito $k'$ de la línea $l'$ del nivel $n$ , periodo $p$ y muestra $\omega$ [MW].
$G_{lkl'pn}^{\omega \pm}$	Sobrecarga positiva y negativa postfalta del circuito $k$ de la línea $l$ tras el fallo del circuito $k'$ de la línea $l'$ del nivel $n$ , periodo $p$ y muestra $\omega$ [MW].
$H_{hpn}^\omega$	Potencia de salida programada de la planta hidráulica $h$ del nivel $n$ del periodo $p$ para la muestra $\omega$ [MW].

$H'_{hpn}{}^\omega$	Potencia de salida de reserva o emergencia de la planta hidráulica $h$ del nivel $n$ del periodo $p$ para la muestra $\omega$ [MW].
$I_{lkpnq}^{\omega z}$	Variable binaria de uso del sentido $z$ de aproximación de pérdidas del tramo $q$ , circuito $k$ , línea $l$ , nivel $n$ , periodo $p$ y muestra $\omega$ .
$PH_{pn}^\omega$	Costes de producción hidráulica en el nivel $n$ del periodo $p$ para la muestra $\omega$ [MPTA].
$PD_{pn}^\omega$	Penalizaciones por falta de suministro en el nivel $n$ del periodo $p$ para la muestra $\omega$ [MPTA].
$PP_{pn}^\omega$	Penalizaciones por desacoplamiento térmico e hidráulico en el nivel $n$ del periodo $p$ para la muestra $\omega$ [MPTA].
$PS_{pn}^\omega$	Penalizaciones por falta de seguridad preventiva en el nivel $n$ del periodo $p$ para la muestra $\omega$ [MPTA].
$R_{lkpn}^\omega$	Pérdidas resistivas del circuito $k$ de la línea $l$ en el nivel $n$ del periodo $p$ para la muestra $\omega$ [MW].
$S_{dpn}^\omega$	Potencia no suministrada en el nudo $d$ del nivel $n$ del periodo $p$ para la muestra $\omega$ [MW].
$T_{tupn}^\omega$	Potencia de salida del grupo $u$ de la planta térmica $t$ del nivel $n$ del periodo $p$ para la muestra $\omega$ [MW].
$\theta_{dpn}^\omega$	Ángulo de la tensión en el nudo $d$ del nivel $n$ del periodo $p$ para la muestra $\omega$ [rad].
$\Delta\theta_{lkpnq}^{\omega z}$	Incremento de la diferencia angular del tramo $q$ y sentido $z$ asociado a las pérdidas del circuito $k$ , línea $l$ , nivel $n$ , periodo $p$ y muestra $\omega$ [rad].
$\Pi_{dpn}^\omega$	Precio de la energía en el nudo $d$ , nivel $n$ , periodo $p$ y muestra $\omega$ [MPTA/MWh].
$\pi_{dpn}^\omega$	Variable dual asociada a la restricción de la primera ley de Kirchhoff del nudo $d$ , nivel $n$ , periodo $p$ y muestra $\omega$ [MPTA/MWh].
$\rho_{dpn}^\omega$	Coste reducido de la variable potencia no suministrada en el nudo $d$ del nivel $n$ del periodo $p$ para la muestra $\omega$ [MPTA/MWh].

### 2.2.2. Función objetivo.

El flujo óptimo de cargas que se calcula por muestra, nivel y periodo se formula con una expresión lineal que representa los costes variables de explotación  $CVE_{pn}^\omega$  para la muestra  $\omega$  expresados en MPTA/h. Dichos costes variables se obtienen a partir de la suma de *los costes variables de producción de los grupos térmicos del sistema*  $CC_{pn}^\omega$ , *las penalizaciones por utilización de potencia hidráulica de reserva*  $PH_{pn}^\omega$ , *las penalizaciones por falta de suministro de demanda*  $PD_{pn}^\omega$ , *las penalizaciones por falta de seguridad preventiva*  $PS_{pn}^\omega$  y *las penalizaciones por desacoplamiento forzado térmico e hidráulico*  $PP_{pn}^\omega$ .

Al no existir restricciones energéticas explícitamente formuladas, el tiempo de duración asignado al flujo de cargas no afecta a la formulación del problema de optimización. Por ello el flujo óptimo de cargas se expresa para una duración unitaria (típicamente una hora). El convenio que se ha seguido para la formulación de las ecuaciones consiste en la utilización de mayúsculas para las variables de optimización del problema y minúsculas para parámetros y constantes.

La función objetivo que se minimiza resulta:

$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar } CVE_{pn}^\omega &= CC_{pn}^\omega + PH_{pn}^\omega + PD_{pn}^\omega + PS_{pn}^\omega + PP_{pn}^\omega \\
 &= \sum_{t=1}^{T_p} \sum_{u=1}^{U_{pt}^\omega} ct_{tu} T_{tupn}^\omega + \sum_{h=1}^{H_p} ch_h H'_{hpn}^\omega + \sum_{d=1}^D pfd S_{dpn}^\omega \\
 &+ \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^{K_{pl}^\omega} pp_{lk} F_{lkpn}^{\omega+} + \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^{K_{pl}^\omega} pn_{lk} F_{lkpn}^{\omega-} + \sum_{t=1}^{T_p} \sum_{u=1}^{U_{pt}^\omega} pt_{tu} E_{tupn}^\omega + \sum_{h=1}^{H_p} ph_h E'_{hpn}^\omega
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Algunos de los sumandos integrados en la función objetivo (2.2) desaparecen y entran otros dependiendo del modelado de los criterios de seguridad y de la red de transporte utilizados.

En el caso del modelado de los criterios de seguridad se modifica el sumando  $PS_{pn}^\omega$ . Concretamente en (2.2) se formula la función objetivo correspondiente a la implantación del criterio de seguridad basado en la existencia de *márgenes de seguridad* en cada circuito. Este criterio de seguridad permite penalizar de forma distinta los excesos de flujo prefalta en uno u otro sentido por circuito y para ello utiliza las variables  $F^{\omega+}_{lkpn}$ ,  $F^{\omega-}_{lkpn}$  considerando distintas penalizaciones según el sentido positivo o negativo del exceso,  $pp_{lk}$  y  $pn_{lk}$ .

Por otro lado, el criterio de seguridad basado en el *preventivo N-1 de transporte* calcula el sumando  $PS_{pn}$  mediante la suma de penalizaciones asociadas a las sobrecargas postfalta  $G_{lkl'pn}$ . En este caso la formulación de  $PS_{pn}$  evalúa cada una de las sobrecargas previamente detectadas de los circuitos pertenecientes a los subconjuntos  $LP_{pn}$  y  $KP_{lpn}$ , cuando falla un determinado

circuito perteneciente a los subconjuntos,  $LP'_{pn}$  y  $KP'_{lpn}$ . Esta clase de criterio de seguridad penaliza por igual ambos sentidos de sobrecarga con  $pslk$ :

$$PS_{pn}^{\omega} = \sum_{\substack{l \in LP_{pn}^{\omega} \\ k \in KP_{lpn}^{\omega}}} \sum_{\substack{l' \in LP'_{pn} \\ k' \in KP'_{lpn}}} pslk (G_{lkl'k'pn}^{\omega+} + G_{lkl'k'pn}^{\omega-}) \quad (2.3)$$

En el caso del modelado sin red de transporte (sección 2.3.3.), la función objetivo no incluiría aquellas componentes de la ecuación (2.2) relacionadas con el transporte. No obstante, el modelo de explotación cuando simula la operación sin incluir la red utiliza un procedimiento analítico en vez de resolver un problema de optimización. En la ecuación (2.4) se formula la función objetivo que internaliza el procedimiento heurístico. Dicho procedimiento determina las consignas de los grupos considerando el orden de mérito de los grupos térmicos considerando sus costes, así como las potencias programadas y de reserva de las plantas hidráulicas considerando sus penalizaciones.

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } CVE_{pn}^{\omega} &= CC_{pn}^{\omega} + PH_{pn}^{\omega} + PD_{pn}^{\omega} \\ \text{sinred} & \\ &= \sum_{t=1}^{T_p} \sum_{u=1}^{U_{pt}^{\omega}} ct_{tu} T_{tupn}^{\omega} + \sum_{h=1}^{H_p^{\omega}} ch_h H'_{hpn}^{\omega} + \sum_{d=1}^D pfd S_{dpn}^{\omega} \end{aligned} \quad (2.4)$$

### 2.2.3. Restricciones.

Las restricciones que se formulan a continuación modelan la componente de red en la explotación del sistema con sus pérdidas resistivas, así como los criterios de seguridad. Estas restricciones están basadas en la aplicación de las leyes de Kirchhoff con una linealización en corriente continua. Opcionalmente las pérdidas resistivas de la red se modelan como demandas adicionales.

- *La primera ley de Kirchhoff* establece que la suma neta de potencias entrantes en un nudo debe ser nula. Ello implica un equilibrio entre potencia inyectada y demandada por nudo, ecuación (2.5). Dicha ecuación está formulada para el criterio de seguridad basado en la *penalización de márgenes de seguridad* de la capacidad de transporte.

Los  $\pi_{dpn}$  son las variables duales (“shadow prices”) asociadas a las restricciones de la primera ley de Kirchhoff. Estos valores constituyen parte de los resultados obtenidos por el algoritmo de optimización, y representan el incremento del coste variable de producción del sistema por el hecho de incrementar la demanda en un nudo del sistema.

$$\begin{aligned}
 & \sum_{l \rightarrow d} \sum_{k=1}^{K_{pl}^{\omega}} (F_{lkpn}^{\omega} + F_{lkpn}^{\omega+} - F_{lkpn}^{\omega-} - \frac{1}{2} R_{lkpn}^{\omega}) - \sum_{l \leftarrow d} \sum_{k=1}^{K_{pl}^{\omega}} (F_{lkpn}^{\omega} + F_{lkpn}^{\omega+} - F_{lkpn}^{\omega-} + \frac{1}{2} R_{lkpn}^{\omega}) \\
 & + \sum_{\substack{t \in d \\ t \in T_p}} \sum_{u=1}^{U_{pt}^{\omega}} (T_{tupn}^{\omega} - E_{tupn}^{\omega}) + (H_{hpn}^{\omega} + H'_{hpn}^{\omega} - E'_{hpn}^{\omega}) + S_{dpn}^{\omega} = g_{dpn} \cdot q_d; \quad d = 1, \dots, D \quad : \pi_{dpn}^{\omega} \\
 & \hspace{15em} h \in d \\
 & \hspace{15em} h \in H_p^{\omega}
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Estas variables duales junto con los *costes reducidos*  $\rho_{dpn}$  de las variables potencias no suministradas nodales constituyen lo que comúnmente se denomina *precios nodales*  $\Pi_{dpn}$  para el nudo  $d$  en el periodo  $p$  y nivel  $n$  (2.6).

$$\Pi_{dpn} = \pi_{dpn} + \rho_{dpn} \tag{2.6}$$

Aplicando el *criterio preventivo N-1 de seguridad*, la primera ley de Kirchhoff altera las variables de optimización que modelan los flujos de potencia por los circuitos (2.7). Se ha de tener en cuenta que los flujos prefalta no tienen márgenes de seguridad asociados:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{l \rightarrow d} \sum_{k=1}^{K_{pl}^{\omega}} (F_{lkpn}^{\omega} - \frac{1}{2} R_{lkpn}^{\omega}) - \sum_{l \leftarrow d} \sum_{k=1}^{K_{pl}^{\omega}} (F_{lkpn}^{\omega} + \frac{1}{2} R_{lkpn}^{\omega}) \\
 & + \sum_{\substack{t \in d \\ t \in T_p}} \sum_{u=1}^{U_{pt}^{\omega}} (T_{tupn}^{\omega} - E_{tupn}^{\omega}) + (H_{hpn}^{\omega} + H'_{hpn}^{\omega} - E'_{hpn}^{\omega}) + S_{dpn}^{\omega} = g_{dpn} \cdot q_d; \quad d = 1, \dots, D \quad : \pi_{dpn}^{\omega} \\
 & \hspace{15em} h \in d \\
 & \hspace{15em} h \in H_p^{\omega}
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

Número de restricciones para las formulaciones (2.5) y (2.7):  $D$  (nudos).

En el modelado de la explotación *sin red de transporte*, esta primera ley de Kirchhoff se formula mediante una sola ecuación, en la cual se establece el balance conjunto de generación y demanda de todo el sistema (2.8).

$$\sum_{t=1}^{T_p} \sum_{u=1}^{U_{pt}^{\omega}} T_{tupn}^{\omega} + \sum_{h=1}^{H_p^{\omega}} (H_{hpn}^{\omega} + H'_{hpn}^{\omega}) + \sum_{d=1}^D S_{dpn}^{\omega} = \sum_{d=1}^D g_{dpn} \cdot q_d \tag{2.8}$$

- *La segunda ley de Kirchhoff* establece que la intensidad que circula a través de un circuito es directamente proporcional a la diferencia entre las tensiones de los nudos extremos de dicho circuito. En la aproximación en corriente continua del flujo de cargas, esta ley se expresa en términos de flujos de potencias y desfases angulares. De esta forma se establece que el flujo de potencia que circula por un circuito es directamente proporcional al desfase angular entre las tensiones de sus nudos extremos. Esta segunda ley de Kirchhoff no se considera en el caso de modelos sin red de transporte.



Aplicando el criterio de seguridad basado en la *penalización de márgenes* (sección 2.3.2.2.), la segunda ley de Kirchhoff se expresa como:

$$F_{lkpn}^{\omega} + F_{lkpn}^{\omega+} - F_{lkpn}^{\omega-} = \frac{(\theta_{ipn}^{\omega} - \theta_{jpn}^{\omega})}{x_{lk}} ; l = 1, \dots, L; k = 1, \dots, K_{pl}^{\omega}; i, j \in l \quad (2.9)$$

Aplicando el *criterio preventivo N-1 de seguridad*, la segunda ley de Kirchhoff resulta:

$$F_{lkpn}^{\omega} = \frac{(\theta_{ipn}^{\omega} - \theta_{jpn}^{\omega})}{x_{lk}} ; l = 1, \dots, L; k = 1, \dots, K_{pl}^{\omega}; i, j \in l \quad (2.10)$$

Número de restricciones que las formulaciones (2.9) y (2.10) requieren por periodo  $p$ , nivel  $n$  y muestra  $\omega$  :

$$\sum_{l=1}^L K_{pl}^{\omega} \text{ (i.e., los circuitos disponibles en el periodo } p)$$

Las siguientes ecuaciones del modelo aproximan las pérdidas resistivas por circuito mediante distintas formulaciones matemáticas. Las distintas aproximaciones que a continuación se muestran y otras adicionales, están deducidas y explicadas con mayor detalle en la sección 2.3.1.2. de este mismo capítulo. Dependiendo de la formulación de pérdidas utilizada se cambia la naturaleza del problema de optimización pudiendo ser lineal o no lineal, y también se modifica el tamaño del problema tanto en número de variables como de restricciones, tal y como se muestra a continuación.

- Aproximación cosenoidal de las pérdidas resistivas:

$$R_{lkpn}^{\omega} = 2 \frac{r_{lk}}{r_{lk}^2 + x_{lk}^2} (1 - \text{Cos}(\theta_{ipn}^{\omega} - \theta_{jpn}^{\omega})) ; l = 1, \dots, L_p^{\omega}; k = 1, \dots, K_{lp}^{\omega}; i, j \in l \quad (2.11)$$

Esta expresión de  $R_{lkpn}$  para la muestra  $\omega$  se substituye en la primera ley de Kirchhoff (2.5) o (2.7). Por lo tanto con esta aproximación no se produce incremento alguno en el número de variables y restricciones del problema de optimización.

- Aproximación cuadrática de las pérdidas resistivas:

$$R_{lkpn}^{\omega} = \frac{r_{lk}}{r_{lk}^2 + x_{lk}^2} v_{lk} (\theta_{ipn}^{\omega} - \theta_{jpn}^{\omega})^2 ; l = 1, \dots, L_p^{\omega}; k = 1, \dots, K_{lp}^{\omega}; i, j \in l \quad (2.12)$$

Esta expresión se substituye en la primera ley de Kirchhoff, y por lo tanto tampoco se produce incremento alguno en el número de variables y restricciones del problema de optimización.

- Aproximación relajada con pendientes de las pérdidas resistivas:

Este tipo de aproximación requiere la incorporación de dos tipos de ecuaciones a la formulación de los flujos óptimos de cargas:

$$R_{lkpn}^{\omega} = 2 \frac{r_{lk}}{r_{lk}^2 + x_{lk}^2} \sum_{q=1}^{Q_{lk}} m_{lkq} \left( \sum_z \Delta \theta_{lkpnq}^{\omega z} \right); \quad l \in L; \quad k \in K_{lp}^{\omega} \quad (2.13)$$

$$\theta_{ipn}^{\omega} - \theta_{jpn}^{\omega} = \sum_{q=1}^{Q_{lk}} \sum_z \Delta \theta_{lkpnq}^{\omega z}; \quad i, j \in l; \quad l \in L; \quad k \in K_{lp}^{\omega} \quad (2.14)$$

La expresión (2.13) se incorpora a las restricciones de la primera ley de Kirchoff (2.5) o (2.7) considerando los nudos extremos de los circuitos. El incremento en el número de ecuaciones y variables resulta:

a) Incremento del número de ecuaciones: El número de circuitos disponibles para el periodo  $p$  y muestra  $\omega$ ,  $\sum_{l=1}^L K_{pl}^{\omega}$ .

b) Incremento del número de variables reales: El conjunto de incrementos angulares para ambos sentidos en el periodo,  $2 \cdot \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^{K_{pl}^{\omega}} Q_{lk}$ .

- Aproximación binaria-mixta con incrementos:

Este tipo de aproximación requiere cinco tipos de ecuaciones, dos de ellas son las ecuaciones anteriores (2.13) y (2.14). El resto de ecuaciones contienen las variables binarias  $I_{lkpnq}$ , con objeto de garantizar el uso correcto de los incrementos que aproximan el comportamiento no lineal de las pérdidas.

*El incremento angular por tramo ha de ser inferior a su longitud máxima:*

$$\Delta \theta_{lkpnq}^{\omega z} \leq \overline{\Delta \theta}_{lkq} \cdot I_{lkpnq}^{\omega z}; \quad l \in L; \quad k \in K_{pl}^{\omega}; \quad q \in Q_{lk} \quad (2.15)$$

*El siguiente tramo no se utiliza hasta que el anterior ha sido utilizado completamente:*

$$\Delta \theta_{lkpnq}^{\omega z} \geq \overline{\Delta \theta}_{lkq} \cdot I_{lkpn, q+1}^{\omega z}; \quad l \in L; \quad k \in K_{pl}^{\omega}; \quad q \in Q_{lk}; \quad q \neq \text{Card}(Q_{lk}) \quad (2.16)$$

*Solamente se utiliza uno de los sentidos del eje de diferencias angulares:*

$$\sum_z I_{lkpn1}^{\omega z} = 1; \quad l \in L; \quad k \in K_{pl}^{\omega}; \quad q = 1 \quad (2.17)$$

Teniendo en cuenta que la ecuación (2.13) se sustituye en la ecuación balance (2.5) ó (2.7), el incremento en el número de restricciones y variables por este modelado de las pérdidas resulta:

a) Incremento en el número de ecuaciones:

$$2 \cdot \sum_{l=1}^L K_{pl}^{\omega} + 2 \cdot \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^{K_{pl}^{\omega}} (2 Q_{lk} - 1).$$

b) Incremento del número de variables reales:  $2 \cdot \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^{K_{pl}^{\omega}} Q_{lk}.$

c) Número de variables binarias:  $\sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^{K_{pl}^{\omega}} (2 Q_{lk} - 1).$

En la sección 2.3.1. se detalla el estudio comparativo entre éstas y otras aproximaciones adicionales de las pérdidas.

- Criterio de seguridad preventivo N-1 de transporte:

Con estas ecuaciones se distinguen en los flujos postfalta, los flujos situados por debajo de la capacidad nominal y los que superan dicha capacidad hasta márgenes de sobrecarga prefijados. En la sección 2.3.2.2. se explica en detalle las expresiones de las restricciones preventivas de seguridad, así como su implantación. Añadiendo las restricciones (2.18) a la formulación del flujo óptimo de cargas, el flujo postfalta de los circuitos pertenecientes a los subconjuntos  $LP_{pn}$  y  $KP_{pn}$  cuando se fallan circuitos de los subconjuntos  $LP'_{pn}$  y  $KP'_{pn}$ , se divide entre las variables  $G_{lkl'k'pn}$ ,  $G_{lkl'k'pn}^+$  y  $G_{lkl'k'pn}^-$ .

$$\frac{\theta_{ipn}^{\omega} - \theta_{jpn}^{\omega}}{x_{lk}} + \delta_{plk'l'}^{\omega} \left( \frac{\theta_{i'pn}^{\omega} - \theta_{j'pn}^{\omega}}{x_{l'k'}} \right) = G_{lkl'k'pn}^{\omega} + G_{lkl'k'pn}^{\omega+} - G_{lkl'k'pn}^{\omega-} \begin{cases} l \in LP_{pn}; k \in KP_{pn} \\ l' \in LP'_{pn}; k' \in KP'_{pn} \\ i, j \in l; i', j' \in l' \end{cases} \quad (2.18)$$

## 2.2.4. Variables.

Las variables de optimización del modelo de explotación generación/red para todas las opciones de modelado de la explotación del sistema eléctrico son:

$$E_{tupn}^{\omega}, E'_{tupn}{}^{\omega}, F_{lkpn}^{\omega}, F'_{lkpn}{}^{\omega}, F_{lkpn}^{\omega+}, F_{lkpn}^{\omega-}, G_{lkl'k'pn}^{\omega}, G_{lkl'k'pn}^{\omega+}, G_{lkl'k'pn}^{\omega-}, \\ H_{hpn}^{\omega}, H'_{hpn}{}^{\omega}, I_{lkpnq}^{\omega z}, S_{dpn}^{\omega}, T_{tupn}^{\omega}, \theta_{dpn}^{\omega}, \Delta\theta_{lkpnq}^{\omega z}$$

Todas las variables, excepto los ángulos y los flujos de potencia no penalizados preventivamente, son positivas. A continuación se indican las cotas de estas variables para las distintas opciones de modelado:

$$E_{tupn}^{\omega} \leq \underline{T}_{tu}$$

$$E'_{hpn}{}^{\omega} \leq \alpha_p^{\omega} \underline{H}_h; h \in H_f$$

$$\begin{aligned}
 E'_{hpn}{}^\omega &\leq \underline{H}_h; h \in H_r \\
 -b_{lk}^- \bar{F}_{lk} &\leq F_{lkpn}^\omega \leq b_{lk}^+ \bar{F}_{lk} \quad -\bar{F}_{lk} \leq F_{lkpn}^\omega \leq \bar{F}_{lk} \\
 F_{lkpn}^{\omega+} &\leq (1 - b_{lk}^+) \bar{F}_{lk} \\
 F_{lkpn}^{\omega-} &\leq (1 - b_{lk}^-) \bar{F}_{lk} \\
 -\bar{F}_{lk} &\leq G_{lkl'k'pn}^\omega \leq \bar{F}_{lk} \\
 G_{lkl'k'pn}^{\omega+} &\leq c_{lk} \bar{F}_{lk} \\
 G_{lkl'k'pn}^{\omega-} &\leq c_{lk} \bar{F}_{lk} \\
 H_{hpn}^\omega &\leq \alpha_p^\omega \tilde{e}_{hpn} \tilde{H}_h \\
 H'_{hpn}{}^\omega &\leq \alpha_p^\omega (\tilde{e}_{hpn} \tilde{H}_h - \tilde{e}_{hpn} \tilde{H}_h) \\
 I_{lkpnq}^{\omega z} &= \{0,1\} \\
 S_{dpn}^\omega &\leq g_{pn} \cdot q_d : \rho_{dpn}^\omega \\
 \underline{T}_{tu} &\leq T_{tupn}^\omega \leq \bar{T}_{tu} \\
 -\frac{\pi}{2} &\leq \theta_{dpn}^\omega \leq \frac{\pi}{2} \\
 \theta_{1pn}^\omega &= 0 \text{ (nudo de referencia)} \\
 0 &\leq \Delta\theta_{lkpnq}^{\omega z} \leq \bar{\Delta}\theta_{lkq}
 \end{aligned}$$

## 2.3. Alternativas de modelado.

### 2.3.1. Pérdidas en la red de transporte.

---

<sup>1</sup> Criterio de seguridad con penalización de márgenes de seguridad por circuito.

<sup>2</sup> Criterio de seguridad preventivo N-1 de transporte.

<sup>3</sup> Se limita el valor de  $\alpha_p^\omega \tilde{e}_{hpn} \tilde{H}_h$  a la potencia máxima de la planta  $\bar{H}_h$ .

<sup>4</sup> Máxima separación angular con respecto al nudo de referencia.

Las pérdidas en el transporte de energía eléctrica afectan doblemente a la planificación del sistema eléctrico, debido a su impacto sobre la potencia demandada y sobre la energía producida. El efecto sobre la potencia modifica la inversión en nuevas instalaciones de generación y transporte para no incurrir en falta de suministro en aquellas situaciones de máxima demanda. Por otra parte el efecto sobre la energía incide sobre los resultados económicos de la explotación del sistema para el alcance temporal de estudio.

Desde el punto de vista del corto y medio plazo, la evaluación de las pérdidas resulta relevante ya que determinados grupos y plantas del sistema pueden resultar desplazados en el despacho por motivo de su ubicación en la red. En el ámbito de asignación de peajes en el acceso de terceros a la red de transporte, se requiere la evaluación de las pérdidas como un factor discriminante entre los distintos agentes del sistema que soliciten dicho acceso. Según la teoría marginalista de remuneración de las actividades del sector eléctrico [Schweppe, 88], los precios nodales han de incorporar una componente asociada a las pérdidas provocadas por la demanda en cada nudo.

El valor de las pérdidas globales de un sistema eléctrico depende de diversos factores tales como su topología eléctrica, su grado de utilización de la capacidad de transporte existente, la climatología del área geográfica del sistema eléctrico y el diseño y calidad de los materiales utilizados para la construcción de las instalaciones de la red de transporte.

En este modelo probabilista de explotación, las pérdidas del transporte que se consideran son las pérdidas de potencia activa debido a su mayor impacto en los costes económicos de producción. El consumo y generación de potencia reactiva en la red es un aspecto que se modela cuando se analiza de forma detallada la fiabilidad técnica debida a la red de transporte. En el contexto de los estudios técnico-económicos se puede prescindir de la evaluación de la potencia reactiva, tanto por su escaso impacto en los resultados globales del sistema, así como por la simplificación que supone en los flujos óptimos de cargas.

### 2.3.1.1. Clasificación.

Existen distintos efectos electromagnéticos que dan lugar a pérdidas de potencia activa en las instalaciones de la red de transporte (líneas eléctricas y transformadores). En primer lugar por orden de importancia se encuentran las pérdidas por calentamiento debido al efecto Joule, también denominadas *pérdidas resistivas*. Estas pérdidas poseen un comportamiento no lineal con respecto a la potencia circulada o transformada en el elemento de red.

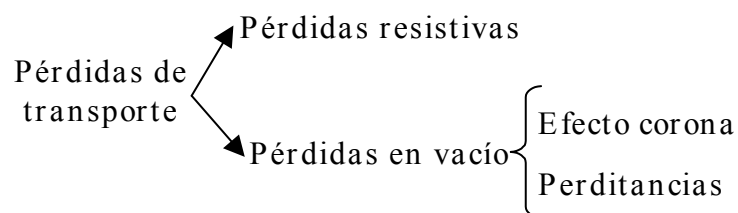


Fig.2.9. Clasificación de las pérdidas de transporte.

Otra clase de pérdidas se produce por las propiedades dieléctricas de los materiales utilizados para el aislamiento de los conductores y cables de los circuitos, así como a las propiedades de los materiales ferromagnéticos de los transformadores. Estas pérdidas no varían prácticamente con la potencia circulada por los circuitos y de ahí su denominación de *pérdidas en vacío*. Dichas pérdidas se producen con la puesta en tensión de los circuitos, sin requerir la existencia de un flujo de transporte de energía entre nudos extremos. Este tipo de pérdidas de vacío se divide en pérdidas por *efecto corona* y *perditancias*, Fig.2.9.

Las pérdidas en vacío por *efecto corona* se producen cuando la tensión de los conductores da lugar a un gradiente del campo eléctrico que sobrepasa el valor de la resistividad dieléctrica del aire. Este valor varía con las condiciones ambientales de temperatura, humedad y presión atmosférica existentes. Dependiendo de la configuración geométrica del haz de conductores, el efecto corona se produce para distintas tensiones de funcionamiento. La cuantía de las pérdidas por efecto corona resulta bastante pequeña en climatologías benignas, siempre y cuando exista una configuración adecuada del haz de conductores. En climatologías adversas su valor se incrementa, aunque resulta bastante menor que las pérdidas resistivas. Su valor considerando un año climatológico medio suele ser de un orden de magnitud inferior al valor de las *pérdidas resistivas* [Gustafson, 89] [EPRI, 82]. Debido a su escaso valor no se ha incluido dentro del modelado de la explotación del sistema eléctrico. No obstante, si se requiriese evaluar el impacto del efecto corona, su modelado en la explotación se realizaría mediante demandas situadas en los nudos extremos de cada circuito, con valores dependientes de las condiciones climatológicas muestreadas. El refinamiento requerido para modelar este tipo de pérdidas es claramente menos prioritario que otros aspectos de la explotación.

El segundo tipo de pérdidas en vacío, las *perditancias*, se debe al deterioro del comportamiento dieléctrico de los aisladores de las torres de transporte o del material aislante que recubren los cables subterráneos [Del Yerro, 78]. Su valor depende del estado de desgaste de los aisladores y aumenta con la existencia de climatologías adversas. Su cuantía es menor que la de las pérdidas por efecto corona y además su estimación numérica es altamente empírica. Por todo ello se ha considerado que el modelado de estas pérdidas queda también fuera del ámbito del modelo de explotación.

Con respecto a las pérdidas propias de generación, éstas no se han modelado explícitamente en el modelo. La planificación de la red normalmente considera la potencia neta en barras de la central (i.e., descontando las pérdidas propias y los consumos internos de la central). Sin embargo, si su efecto quiere evaluarse en detalle, los consumos internos se pueden aproximar mediante la inclusión de circuitos ficticios de salida de los grupos, cuyas pérdidas representen los consumos y pérdidas de generación, tanto en cuantía como en variación [Fritz, 96].

Los modelos de explotación pueden incorporar de diferentes formas las pérdidas resistivas del transporte. Aquellos modelos que utilizan herramientas

de optimización pueden incluir o no la formulación de las pérdidas dentro del problema de optimización. Concretamente en el modelo de explotación desarrollado se han incluido estas pérdidas, lo cual conlleva dos efectos:

- Mejora en la precisión de los resultados: La evaluación del impacto de las pérdidas en la explotación es más precisa, ya que las consignas de los grupos se optimizan teniéndolas en cuenta. Por otro lado los precios nodales de la energía obtenidos conjuntamente con la solución óptima incluyen el efecto de las pérdidas de transporte.
- Aumento de la carga computacional: Desde el punto de vista de los tiempos de optimización, la inclusión de las pérdidas da lugar a un aumento importante en la carga computacional del modelo. También suponen un aumento de los requerimientos de memoria en el problema de optimización.

Se ha de tener en cuenta que el modelo de explotación no minimiza directamente el valor de las pérdidas, al no estar incluidas en la función objetivo. Sin embargo, sí se reduce al máximo el impacto de dichas pérdidas sobre los costes económicos e índices de fiabilidad del sistema.

Otros modelos de explotación optan por procedimientos iterativos de linealización de las pérdidas resistivas, sin integrarlas dentro de la optimización [Dunnett, 90] [Bertoldi, 96]. La reducción de la carga computacional de este procedimiento de linealización depende del número de iteraciones necesarias para cumplir con el criterio de convergencia. Adicionalmente este procedimiento da lugar a imprecisiones con respecto a los valores de los precios nodales de la energía eléctrica. También pueden aparecer imprecisiones con respecto a las producciones de los grupos generadores al no incluir el efecto de las pérdidas de la red.

Existen también otros procedimientos que utilizan para el despacho sensibilidades de las pérdidas de red con respecto a incrementos de potencia en los nudos de generación. A pesar de tener menores requerimientos computacionales, la precisión de las sensibilidades depende de forma importante de cambios en la topología existente de la red (por indisponibilidades forzadas) y de la demanda del sistema [Wood, 84] [Grainger, 94].

### **2.3.1.2. Modelado de las pérdidas resistivas.**

A continuación se muestran diferentes formulaciones de pérdidas resistivas que tienen por objeto establecer un compromiso entre precisión en los resultados de la explotación y requerimientos computacionales del modelo (tiempos y memoria). Todas ellas se integran dentro de la formulación del despacho económico generación/red con un modelado genérico que considera las pérdidas como cargas adicionales situadas en los nudos extremos de cada circuito, Fig.2.10. Cada una de estas cargas posee un valor igual a la mitad de las pérdidas de su circuito correspondiente,  $R_k$ .

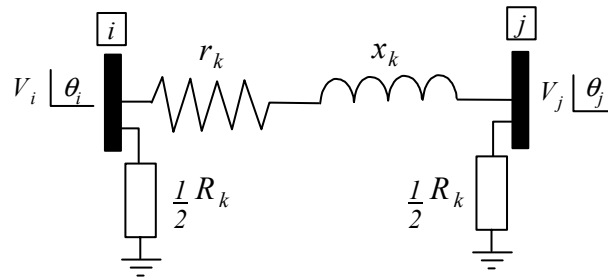


Fig.2.10. Esquema serie del circuito  $k$ .

Partiendo del esquema serie  $r$ - $x$  de un circuito  $k$  Fig.2.10, así como de los valores módulo-argumentales de las tensiones  $(V, \theta)$  en sus nudos extremos  $i$  y  $j$ , se obtiene el valor de las pérdidas resistivas  $R_k$ , tal y como se muestra en la ecuación (2.19).

$$R_k = G_k(V_i^2 + V_j^2) - 2 G_k V_i V_j \cos(\theta_i - \theta_j) \quad (2.19)$$

Siendo  $G_k$ , la conductancia del circuito  $k$  [ $\Omega^{-1}$ ].

Esta formulación corresponde a un modelado en *corriente alterna*, el cual posee bastante exactitud pero requiere el conocimiento de las tensiones en los nudos. Dicho conocimiento no es compatible con el uso de una aproximación en corriente continua para el modelado de la red de transporte. Por ese motivo se simplifica (2.19) suponiendo que las tensiones de los nudos extremos son constantes e iguales a 1.0 en por unidad, de lo cual se deriva la *aproximación cosenoidal* (2.20). Dicha aproximación ha sido utilizada previamente en otros modelos de explotación generación/red [Rivier, 90] [Rivier, 94] y en modelos de asignación horaria de grupos en los que se incluye la red de transporte [Conejo, 97]. La formulación (2.20) expresa las pérdidas resistivas en valor por unidad.

$$R_k = 2 g_k (1 - \cos(\theta_i - \theta_j)) [MW \text{ p.u.}] \quad (2.20)$$

Siendo  $g_k$  la conductancia del circuito  $k$  en valores unitarios (2.21).

$$g_k = \frac{r_k^2}{r_k^2 + x_k^2} \quad (2.21)$$

En la Fig.2.11 se muestran un conjunto de valores posibles de pérdidas de potencia activa de un circuito para distintos valores de tensiones usando la formulación en corriente alterna (2.19). Por otra parte en dicha figura se representa también la función asociada a la aproximación cosenoidal (2.20). La utilización de la aproximación cosenoidal cambia la naturaleza de la optimización del flujo de cargas, pasando de ser lineal a no lineal. Sin embargo, su incorporación al problema de optimización no conlleva un incremento en el número de variables y restricciones, ya que se sustituye su expresión en la primera ley de Kirchhoff (sección 2.2.3.). En cambio, sí provoca un ligero incremento en el número de elementos no ceros con respecto al problema sin



incluir pérdidas de transporte (concretamente en torno a un 15% en el caso español).

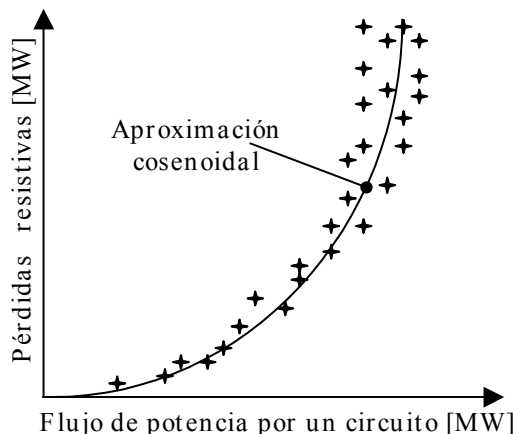


Fig.2.11. Aproximación de corriente alterna y aproximación cosenoidal.

Otro tipo de aproximación no lineal es la denominada *aproximación cuadrática*, basada en la utilización del cuadrado del desfase angular entre los nudos extremos del circuito. Esta aproximación está basada en el desarrollo en serie de Taylor de la ecuación (2.20) hasta segundo orden. Esta aproximación ha sido utilizada en modelos como el ESCORT [Dunnett, 90] o en la metodología ODALIS [Bertoldi, 96]. Adicionalmente en esta formulación se ha incluido un parámetro  $v_k$  que multiplica al cuadrado del desfase angular del circuito, con objeto de ajustar mejor esta aproximación a la cosenoidal, ya que ésta última ha sido tomada como referencia. Esta expresión cuadrática se formula en la ecuación (2.22).

$$R_k = g_k v_k (\theta_i - \theta_j)^2 [MW p.u.] \tag{2.22}$$

En la Fig.2.12 se muestra la variación de la aproximación cuadrática con respecto a cambios en el parámetro  $v_k$ . El valor más adecuado de  $v_k$  se puede determinar de diferentes formas. Una de ellas puede ser la minimización del cuadrado de la diferencia de esta aproximación con respecto a valores de pérdidas o funciones analíticas que se tomen como referencia.

Al igual que la aproximación cosenoidal, la aproximación cuadrática no conlleva incremento alguno en el número de variables y restricciones del problema de optimización, aunque sí un incremento análogo en el número de elementos no nulos.

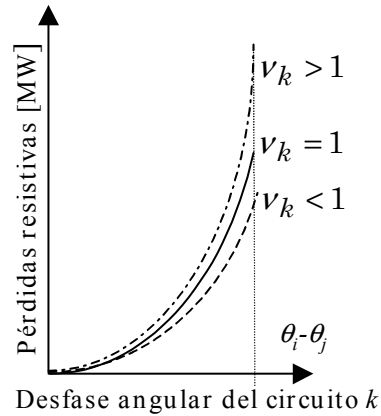


Fig.2.12. Aproximación cuadrática de pérdidas.

Otra forma de representar las pérdidas específicamente estudiada en esta Tesis es la *aproximación poligonal*. Este tipo de aproximaciones es ampliamente utilizada en ámbitos económicos y tecnológicos para representar matemáticamente funciones cuyo modelado no lineal resultaría altamente costoso [Fourer, 95]. En el ámbito de los sistemas eléctricos se utiliza bastante este tipo de aproximación en el tratamiento de funciones no lineales, como por ejemplo con el modelado de los costes variables de grupos generadores [Martínez, 95]. En cuanto al modelado por tramos de las pérdidas resistivas se han realizado algunos estudios en [Pamudji, 95], aunque sin alcanzar el grado de detalle contenido en esta sección.

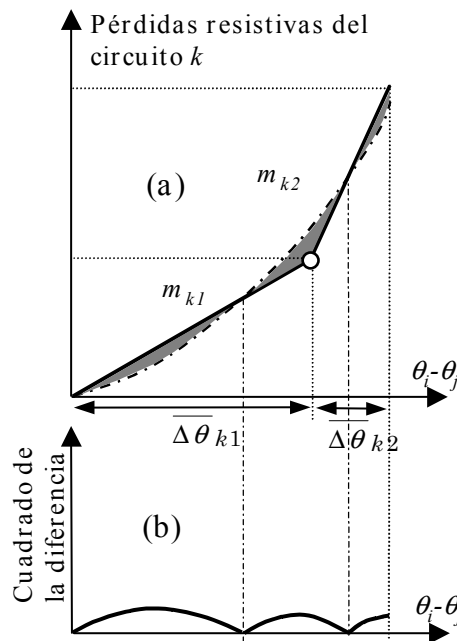


Fig.2.13. Diferencia entre la función analítica y la aproximación poligonal.

Las características de los tramos que componen esta poligonal se determinan minimizando la separación de éstos con respecto a un conjunto de valores o una función de pérdidas tomada como referencia. En este modelo de explotación, las longitudes y pendientes de estos tramos se ajustan mediante la minimización de la diferencia cuadrática media entre la aproximación por tramos

y la aproximación cosenoidal (2.20) tomada como referencia. En la Fig.2.13 (a) se muestra como zona sombreada la diferencia entre la aproximación cosenoidal (línea a trazos) y la aproximación lineal con dos tramos (línea continua). En la Fig.2.13 (b) se representa la diferencia anterior elevada al cuadrado. La integral de esta diferencia cuadrática es proporcional al error cuadrático medio. La minimización de esta área es un problema de optimización no lineal que ha sido resuelto genéricamente para distinto número de tramos y de desfases angulares máximos por circuito. Entre las restricciones de este problema de optimización no se requiere que los extremos de los tramos coincidan con valores de la aproximación cosenoidal, tal y como se aprecia en la Fig.2.13 (a).

Prefijado un número de tramos de aproximación de pérdidas, los atributos de los distintos tramos se han calculado genéricamente para saltos discretos del desfase angular máximo. El conjunto de estos resultados se utiliza para determinar los atributos óptimos de los tramos de aproximación por circuito en función del número de tramos requerido y del desfase angular máximo. La determinación concreta de amplitudes y pendientes de los tramos se puede realizar mediante interpolación lineal entre valores discretos previamente almacenados, o bien mediante el uso de polinomios que se ajusten a los valores discretos obtenidos previamente. Este último procedimiento reduce de forma drástica el almacenamiento de datos con respecto al primero.

En el cálculo empírico de los atributos de los tramos se ha detectado que la máxima desviación relativa se produce en el extremo superior del primer tramo (el vértice intermedio de la Fig.2.13). Este hecho permite que se pueda determinar el número de tramos necesarios para reducir el error de las pérdidas por debajo de un valor prefijado por el usuario con respecto a la aproximación cosenoidal.

Una vez determinados los atributos de los tramos en cada circuito, se pueden utilizar distintas formulaciones matemáticas, las cuales dan lugar a distintas precisiones y cargas computacionales. Algunas de estas formulaciones cambian la naturaleza del problema de optimización, convirtiéndola en binaria-mixta. Sin embargo otras formulaciones permiten que el problema de optimización mantenga su carácter lineal.

Las denominadas *aproximaciones binarias-mixtas* utilizan variables binarias 0/1 para garantizar el uso correcto de los tramos en que se divide el desfase angular del circuito. Por otro lado las *aproximaciones lineales relajadas* prescinden del uso de estas variables binarias con objeto no aumentar en exceso la carga computacional y mantener la naturaleza lineal del problema de optimización. Dentro de las aproximaciones binarias-mixtas se han analizado tres formulaciones distintas, con *incrementos* angulares, con *rectas* y con *vértices*.

*Formulación binaria-mixta con pendientes:*

Utiliza incrementos angulares,  $\Delta\theta_{kq}^+$  y  $\Delta\theta_{kq}^-$ , para definir los tramos. El siguiente conjunto de ecuaciones aproxima las pérdidas resistivas en el circuito  $k$ .

$$R_k = g_k \sum_{q=1}^{Q_k} m_{kq} (\Delta\theta_{kq}^+ + \Delta\theta_{kq}^-) \quad [MW p.u.] \quad (2.23)$$

$$\theta_i - \theta_j = \sum_{q=1}^{Q_k} (\Delta\theta_{kq}^+ - \Delta\theta_{kq}^-) \quad [rad] \quad (2.24)$$

$$\overline{\Delta\theta}_{kq} \cdot I_{kq+1}^+ \leq \Delta\theta_{kq}^+ \leq \overline{\Delta\theta}_{kq} \cdot I_{kq}^+ \quad (2.25)$$

$$\overline{\Delta\theta}_{kq} \cdot I_{kq+1}^- \leq \Delta\theta_{kq}^- \leq \overline{\Delta\theta}_{kq} \cdot I_{kq}^- \quad (2.26)$$

$$0 \leq \Delta\theta_{kQ_k}^+ \leq \overline{\Delta\theta}_{kQ_k} \cdot I_{kQ_k}^+ \quad (2.27)$$

$$I_{kQ_{k+1}}^+ = 0 \quad (2.28)$$

$$I_{kQ_{k+1}}^- = 0 \quad (2.29)$$

Siendo,

$m_{kq}$ : Pendiente del tramo  $q$  del circuito  $k$  [MW p.u./rad].

$\Delta\theta_{kq}^+, \Delta\theta_{kq}^-$ : Incremento angular del sentido + y - del tramo  $q$  del circuito  $k$ .

$Q_k$ : Número de tramos por sentido del circuito  $k$ .

$\overline{\Delta\theta}_{kq}$ : Anchura del tramo  $q$  en cada sentido del circuito  $k$  [rad].

$I_{kq}^+, I_{kq}^-$ : Variables binarias para el tramo  $q$  del sentido + y - del circuito  $k$ .

Las ecuaciones (2.23) y (2.24) determinan el valor de las pérdidas resistivas  $R_k$  para un determinado desfase angular entre los nudos extremos del circuito  $k$ ,  $\theta_i - \theta_j$ . Las ecuaciones (2.25) a (2.29) garantizan un uso correcto de los tramos mediante las variables binarias  $I_{kq}$ . Concretamente las ecuaciones (2.25) y (2.26) garantizan el uso correcto de los tramos hasta el penúltimo en cada sentido. Las ecuaciones (2.27) y (2.28) garantizan el llenado del último tramo de cada sentido. Por último la ecuación (2.29) asegura que tramos en ambos sentidos no se utilizan a la vez. En la Fig.2.14 se representan gráficamente la aproximación poligonal (en trazo continuo) con la notación incremental junto con la aproximación cosenoidal (en trazo discontinuo).

Como se aprecia en la Fig.2.14, tanto la formulación con pendientes como la formulación cosenoidal son simétricas con respecto al sentido de la diferencia angular entre nudos.

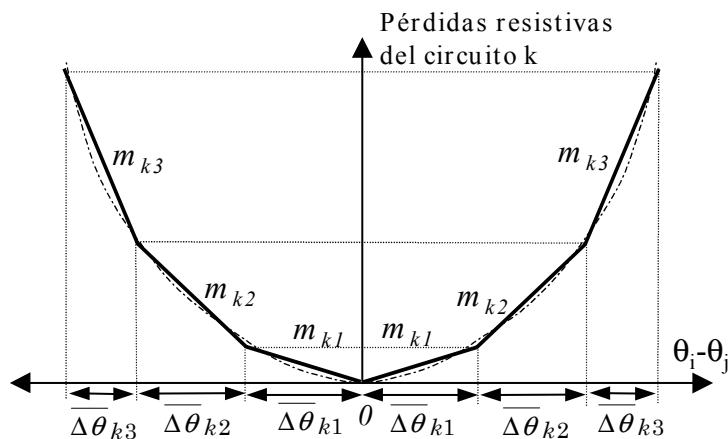


Fig. 2.14. Formulación con incrementos y cosenoidal.

Se hace notar que la aproximación por tramos de las pérdidas resistivas, no requiere que sus vértices estén situados sobre la curva cosenoidal tomada como referencia. Esto es debido a que cuando finaliza el proceso de optimización las pérdidas resultantes por circuito no están obligadas a estar situadas sobre vértices. Debido a la formulación del problema de optimización, resalta el hecho de que entre las variables de los incrementos de los desfases angulares  $\Delta\theta_{kq}$ , existe generalmente una *variable básica* correspondiente al último tramo de la diferencia angular utilizado.

Con respecto a la integración de la formulación binaria-mixta con pendientes en el problema de optimización, la expresión de las pérdidas contenida en la ecuación (2.23) se integra dentro de la primera ley de Kirchhoff (sección 2.2.3.). De esta forma no se utiliza explícitamente la variable pérdidas  $R_k$ . No obstante, por cada circuito del sistema se añaden dos igualdades (2.24) y (2.29) y tantas desigualdades ((2.25) a (2.28)) como cuatro veces el número de tramos por sentido menos dos,  $(4Q_k-2)$ . En cuanto al incremento en el número de variables, se añaden tantas variables binarias como tramos en ambos sentidos e idéntico número de variables reales.

Formulación binaria-mixta con rectas:

Utiliza rectas con pendientes  $m_{kq}$  para modelar los  $q$  tramos de aproximación. El siguiente conjunto de ecuaciones representa las pérdidas resistivas del circuito  $k$ :

$$R_k = g_k \sum_{q=1}^{Q_k} (I_{kq}^+ + I_{kq}^-) \left[ m_{kq} (\theta_k^+ + \theta_k^-) - \sum_{r=1}^{q-1} (m_{kq} - m_{kr}) (\tilde{\theta}_{kr} - \tilde{\theta}_{kr-1}) \right] [MW \text{ p.u.}] \tag{2.30}$$

$$\theta_i - \theta_j = \theta_k^+ - \theta_k^- [\text{rad}] \tag{2.31}$$

$$\tilde{\theta}_{kq-1} \cdot I_{kq}^+ \leq \theta_k^+ \leq \tilde{\theta}_{kq} \cdot I_{kq}^+ ; q = 1, \dots, Q_k \tag{2.32}$$

$$\tilde{\theta}_{kq-1} \cdot I_{kq}^- \leq \theta_k^- \leq \tilde{\theta}_{kq} \cdot I_{kq}^- ; q = 1, \dots, Q_k$$

(2.33)

$$\sum_{q=1}^{Q_k} \left( I_{kq}^+ + I_{kq}^- \right) = 1$$

(2.34)

Siendo:

$\theta_k^+, \theta_k^-$ : Diferencia angular en sentido positivo y negativo del circuito  $k$  [rad].

$\tilde{\theta}_{kq-1}, \tilde{\theta}_{kq}$ : Cota superior e inferior de la diferencia angular asignada a la recta  $q$  del circuito  $k$  [rad].

$I_{kq}^+, I_{kq}^-$ : Variables binarias de utilización de la recta  $q$  para el circuito  $k$ .

Las ecuaciones (2.30) y (2.31) determinan el valor de las pérdidas por circuito para un determinado desfase angular del circuito  $k$ , cuyos nudos extremos son  $i$  y  $j$ . Las ecuaciones (2.32) y (2.33) establecen los límites de variación de los desfases angulares para cada recta  $q$ . La ecuación (2.34) garantiza que solamente se utiliza una recta simultáneamente. En la Fig.2.15 se representan tres rectas que aproximan las pérdidas del circuito  $k$  en el sentido positivo. Esta aproximación binaria-mixta con rectas contiene expresiones no lineales en la ecuación (2.30), al multiplicarse variables binarias con variables reales. Ello provoca que esta formulación binaria-mixta no haya sido implantada en el modelo de explotación.

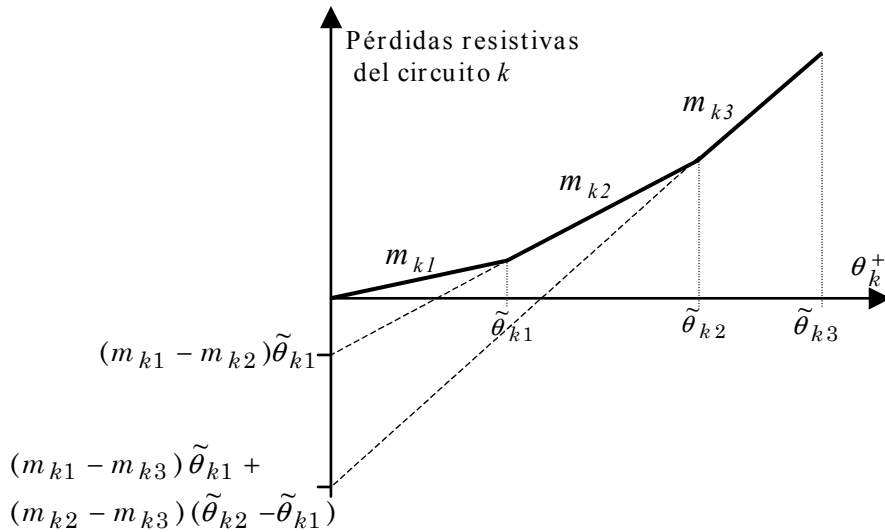


Fig.2.15. Formulación con rectas.

### Formulación binaria-mixta con vértices

Se utilizan las coordenadas del conjunto de vértices de la aproximación por tramos ( $\tilde{\theta}_k, R_{ks}$ ). Además se considera el origen de coordenadas como un vértice más. El siguiente conjunto de ecuaciones representa las pérdidas resistivas del circuito  $k$ :

$$R_k = \sum_{s=2}^{S_k} (\alpha_{ks}^+ + \alpha_{ks}^-) R_{ks} \quad [MW \text{ p.u.}] \quad (2.35)$$

$$\theta_i - \theta_j = \sum_{s=2}^{S_k} (\alpha_{ks}^+ - \alpha_{ks}^-) \tilde{\theta}_{ks} \quad [rad] \quad (2.36)$$

$$\sum_{s=1}^{S_k} (\alpha_{ks}^+ + \alpha_{ks}^-) = 1 \quad (2.37)$$

$$I_{ks+1}^+ \leq \alpha_{ks}^+ + \alpha_{ks+1}^+ + \alpha_{ks+2}^+ ; \quad s = 1, \dots, S_k - 2 \quad (2.38)$$

$$I_{ks+1}^- \leq \alpha_{ks}^- + \alpha_{ks+1}^- + \alpha_{ks+2}^- ; \quad s = 1, \dots, S_k - 2 \quad (2.39)$$

$$I_{k1}^+ \leq \alpha_{k1}^+ + \alpha_{k2}^+ \quad (2.40)$$

$$I_{kS_k}^+ \leq \alpha_{kS_k-1}^+ + \alpha_{kS_k}^+ \quad (2.41)$$

$$I_{k1}^- \leq \alpha_{k1}^- + \alpha_{k2}^- \quad (2.42)$$

$$I_{kS_k}^- \leq \alpha_{kS_k-1}^- + \alpha_{kS_k}^- \quad (2.43)$$

$$\sum_{s=1}^{S_k} I_{ks} = 2 \quad (2.44)$$

Siendo:

$S_k$ : Número de vértices en cada sentido del circuito  $k$ .

$\alpha_{ks}^+, \alpha_{ks}^-$ : Variables de peso de los vértices  $s$  del sentido + y - del circuito  $k$ . Su valor pertenece al intervalo  $[0, 1]$ .

$R_{ks}$ : Valor de pérdidas resistivas del circuito  $k$  del vértice  $s$  [MW p.u.].

$\tilde{\theta}_{ks}$ : Valor del desfase angular del circuito  $k$  del vértice  $s$  [rad].

$I_{ks}^+, I_{ks}^-$ : Variables binarias de uso del vértice  $s$  del circuito  $k$ .

La formulación binaria-mixta con vértices establece una combinación lineal de vértices con las ecuaciones (2.35), (2.36) y (2.37) mediante la cual se determina, para un desfase angular concreto, el valor de las pérdidas resistivas del circuito  $k$ . Esta formulación se basa en la expresión paramétrica de una recta:

cualquier punto  $(x, y)$  situado entre dos puntos de una recta  $(x_1, y_1)$  y  $(x_2, y_2)$ , se puede expresar mediante la combinación de dichos puntos utilizando dos parámetros menores o iguales a la unidad, cuya suma sea uno, Fig.2.16.

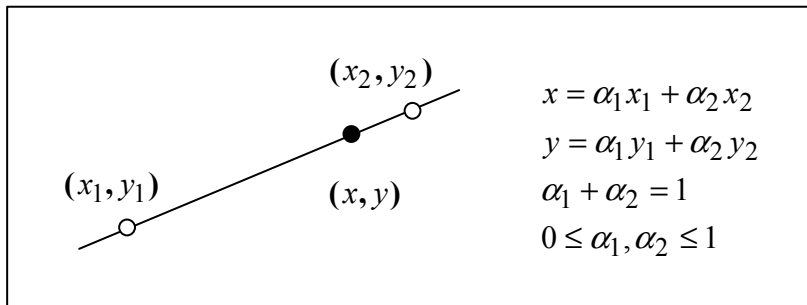


Fig.2.16. Formulación paramétrica de una recta.

Con respecto a la integración de esta formulación binaria-mixta en el problema de optimización, la expresión de pérdidas de la ecuación (2.35) se sustituye en la primera ley de Kirchhoff (sección 2.2.3.). Las ecuaciones de la (2.38) a la (2.44) garantizan que solamente se utilizan dos vértices y además que dichos vértices sean contiguos. Esta formulación requiere por circuito tres restricciones de igualdad (2.36), (2.37) y (2.44) y tantas desigualdades como número de vértices más uno. Con respecto a las variables de optimización se requieren por circuito tantas variables reales como número de vértices más uno e idéntico número de variables binarias.

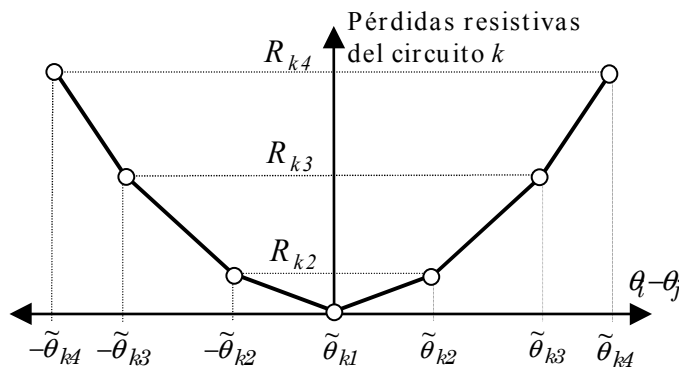


Fig.2.17. Formulación con vértices.

En la Fig.2.17 se muestran los parámetros utilizados para la formulación binaria-mixta con vértices para un ejemplo con siete vértices y tres tramos por sentido. Se ha de tener en cuenta que el origen de coordenadas se considera un vértice al igual que los restantes.

Otra categoría de aproximaciones por tramos se deriva de la relajación de las aproximaciones binarias-mixtas. Dicha relajación consiste en la omisión de las restricciones y variables binarias que garantizan la correcta utilización de los tramos. Estas relajaciones dan lugar a las denominadas *aproximaciones lineales relajadas*. Se establecen por consiguiente tres formulaciones relajadas, cada una de ellas asociada a una aproximación binaria-mixta:



- 1 *Aproximación relajada con pendientes*: Derivada de la aproximación binaria-mixta con pendientes.
- 2 *Aproximación relajada con desigualdades*: Derivada de la aproximación binaria-mixta con rectas.
- 3 *Aproximación relajada con vértices*: Derivada de la aproximación binaria-mixta con vértices.

Todas ellas son matemáticamente equivalentes, pero su impacto en el tamaño del problema de optimización y en la carga computacional del modelo es distinto. A pesar de sus diferencias, todas ellas tienen requerimientos computacionales menores que usando las aproximaciones binarias-mixtas. Estas relajaciones reducen el tamaño del problema y permiten que se mantenga la naturaleza *lineal* de la optimización. Se establece un compromiso entre la mejora de la rapidez de convergencia de la optimización y la precisión de las estimaciones de pérdidas dependiendo del número de tramos utilizado. Este tipo de aproximaciones lineales relajadas supone una alternativa desde el punto de vista computacional a las aproximaciones no lineales (*cosenoidal* y *cuadrática*).

Un inconveniente inherente a la relajación de las formulaciones es la falta de garantía de un uso correcto del conjunto de pendientes, desigualdades o vértices contenidos en las aproximaciones. En determinados estados del sistema eléctrico, la relajación puede dar lugar a que matemáticamente se asignen mayores pérdidas a algunos circuitos que las que realmente le corresponden debido a su flujo de potencia transportado. Estas pérdidas resistivas en exceso se denominan *pérdidas ficticias*. Los estados del sistema en los que este exceso aparece son bastante escasos, ya que en ellos se cumple la paradoja de que el coste de explotación del sistema disminuye conforme las pérdidas en el sistema aumentan (2.45).

$$\frac{\partial \text{Coste explotación}}{\partial R_k} < 0 \tag{2.45}$$

De los estudios realizados en el sistema español (sección 5.2.) se ha obtenido un ratio de aparición de estas pérdidas ficticias del orden de un caso por cada treinta mil. Además de ser escasa su aparición, su impacto en los resultados globales técnico-económicos es poco significativo, ya que este fenómeno tiene un carácter local. En el apéndice A se analiza en detalle el fenómeno de las pérdidas ficticias mediante un ejemplo aclaratorio y también se incluye la demostración teórica de su existencia. Asimismo en dicho apéndice se muestran los algoritmos para su detección y eliminación.

Formulación *relajada con pendientes*:

Prescinde de las variables binarias y de las restricciones que garantizan el uso de los tramos de la formulación binaria-mixta con pendientes (i.e., de (2.25) a (2.29)). La expresión de las pérdidas  $R_k$  de la ecuación (2.23), se sustituye en la primera ley de Kirchhoff (sección 2.2.3.) y la ecuación (2.24) es la que únicamente se añade al problema de optimización por circuito. Por lo tanto su utilización con

respecto al problema sin modelado de pérdidas supone un incremento en el número de restricciones igual al número de circuitos del sistema. Con respecto al incremento en el número de variables  $\Delta\theta_{kq}$ , éstas se incrementan por circuito en tantas como el número de tramos utilizado para aproximar las pérdidas de transporte en ambos sentidos.

Formulación relajada con desigualdades:

Esta formulación cambia sustancialmente con respecto a la original binaria-mixta con rectas. Las rectas de la ecuación (2.30) pasan a formularse como restricciones de desigualdad, dando lugar a las ecuaciones (2.46). Por otra parte la ecuación original (2.31) se mantiene y las restantes ecuaciones de la formulación binaria-mixta no se incluirían con la relajación.

$$R_k \geq g_k \left[ m_{kq} (\theta_k^+ + \theta_k^-) - \sum_{r=1}^{q-1} (m_{kq} - m_{kr}) (\tilde{\theta}_{kr} - \tilde{\theta}_{kr-1}) \right]; \quad q = 1, \dots, Q_k \quad (2.46)$$

Esta relajación requiere tantas variables  $R_k$  como circuitos existan en el sistema y dos variables  $\theta_k$  por cada circuito. Con respecto al incremento en el número de restricciones, se requieren tantas restricciones de igualdad (2.31) como circuitos y tantas desigualdades (2.46) como la suma total de tramos en un solo sentido para todos los circuitos del sistema.

Formulación relajada con vértices:

Esta formulación simplifica gran parte de las restricciones de la formulación binaria-mixta con vértices. La variable  $R_k$  al igual que en la formulación relajada con pendientes se sustituye dentro las ecuaciones que modelan la primera ley de Kirchhoff. Con respecto al número de restricciones, solamente se añaden por circuito las restricciones de igualdad (2.36) y (2.37). No obstante, la ecuación (2.37) se modifica ligeramente al no ser necesario distinguir entre  $\alpha_{k1}$  del sentido positivo y negativo. Por lo tanto la ecuación (2.47) sustituye a la ecuación (2.37). Con respecto a las variables reales  $\alpha_{ks}$ , se añaden tantas como vértices de la aproximación considerando ambos sentidos.

$$\alpha_{k1} + \sum_{s=2}^{S_k} (\alpha_{ks}^+ + \alpha_{ks}^-) = 1 \quad (2.47)$$

Otra clase de aproximación de pérdidas contenida en la literatura consiste en la denominada *aproximación polinomial* [Jiang, 95]. Su utilización es más apropiada para la evaluación de las pérdidas globales del sistema y no tanto para las pérdidas asociadas a cada circuito. Por otra parte se han aplicado técnicas de inteligencia artificial para evaluar las pérdidas por circuito, pero su uso implica un excesivo cálculo computacional para sistemas eléctricos de elevado tamaño [Sidhu, 95]. En [Olofsson, 95] [Söder, 96] se plantean procedimientos de cálculo de las pérdidas mediante iteraciones basadas en sensibilidades de generación de

segundo orden. Estos procedimientos establecen una posible línea de continuación de la investigación sobre el modelado de las pérdidas resistivas.

**2.3.1.3. Estudio comparativo.**

Esta sección contiene la comparación de los requerimientos de memoria y de la carga computacional que supone la utilización de las aproximaciones de pérdidas no lineales y lineales relajadas por tramos en el modelo. Por otra parte, las aproximaciones binarias-mixtas no se utilizan de forma generalizada para todos los circuitos, solamente se implantan parcialmente en el caso de que se requiera la eliminación de las posibles pérdidas ficticias de algún circuito (Apéndice A).

En la Tabla 2.1 se detallan los incrementos genéricos del número de restricciones y variables requeridas para las distintas aproximaciones relajadas por tramos. Estos incrementos se han establecido con respecto al tamaño del problema de optimización sin incluir pérdidas resistivas. Asimismo se utiliza el mismo número de tramos  $Q$  por sentido para todos los circuitos del sistema. A efectos del estudio de las pérdidas resistivas, los circuitos con resistencia nula se excluyen de la evaluación de las pérdidas resistivas.

La notación utilizada en la Tabla 2.1 es la siguiente:

$K$ : Número total de circuitos del sistema.

$L$ : Número de líneas o corredores del sistema.

$Q$ : Número de tramos por circuito y sentido.

Tabla 2.1. Incrementos de tamaño según tipo de relajación.

	$\Delta$ Restricciones	$\Delta$ Variables
<b>Pendientes</b>	$K$	$2 K Q$
<b>Desigualdades</b>	$K Q + L$	$2 L + Q$
<b>Vértices</b>	$2 K$	$K (2 Q+1)^5$

En la Tabla 2.2 se muestra el tamaño del problema de optimización del caso español (773 circuitos con resistencia no nula) para cinco posibles aproximaciones de pérdidas, dependiendo del número de tramos  $Q$  requerido. Se incluye también en la tabla el tamaño de la formulación sin pérdidas. Asimismo, se detalla el número de elementos no nulos que implica la utilización de cada aproximación. Al igual que en la Tabla 2.1, se ha utilizado el mismo número de tramos por sentido para todos los circuitos del sistema.

---

<sup>5</sup>  $(2 Q+1)$  es el número de vértices para  $Q$  tramos.

Tabla 2.2. Tamaño genérico del caso español según la aproximación de pérdidas.

Tipo de aproximación	Restricciones	Variables	Elementos no nulos
Sin pérdidas	1252	3810	12113
Cosenoidal	1252	3810	13853
Cuadrática	1252	3810	13825
Relajada con pendientes	2025	3810+1546 Q	13612+4638 Q
Relajada con desigualdades	1913+773 Q	5905	16297+2387 Q
Relajada con vértices	2798	4583+1546 Q	14489+6260 Q

Como se aprecia en esta tabla, las aproximaciones no lineales suponen con respecto a la aproximación sin pérdidas un incremento solamente en el número de elementos no nulos del orden de un 15%. Por lo tanto sus requerimientos adicionales de memoria son reducidos.

Haciendo un estudio cualitativo de los requisitos de memoria entre las aproximaciones lineales relajadas se ha analizado el aumento del tamaño del problema según el número de tramos de aproximación utilizados. Así desde el punto de vista de los elementos no nulos del problema, la aproximación relajada con vértices es la que incrementa más rápidamente su valor, seguida de la relajación con pendientes y finalmente la relajación con desigualdades. Comparando la aproximación con desigualdades para más de dos tramos, el número de restricciones supera al de las otras dos aproximaciones y su número de variables se mantiene.

El tamaño del problema tiene lógica repercusión en los tiempos de optimización requeridos. Así la metodología *simplex* da lugar a tiempos que evolucionan de manera cuadrática con el número de restricciones. Por otra parte la metodología *barrera* o de *punto interior* evoluciona linealmente con el número de elementos.

A continuación se compara la precisión de los resultados globales del caso español con respecto a los resultados obtenidos con la *aproximación cosenoidal*. Dicha comparación se realiza conforme aumenta el número de tramos de aproximación de pérdidas. La aproximación cosenoidal se utiliza como referencia debido a que el cálculo de los atributos de los tramos lineales de aproximación se ha basado en ella. Se hace notar que, dado un mismo número de tramos, las distintas aproximaciones lineales relajadas obtienen los mismos resultados ya que matemáticamente son equivalentes.

En la Fig.2.18 se muestra la evolución asintótica de la precisión de los resultados globales de la explotación del sistema conforme el número de tramos aumenta. En todas las variables representadas se muestra una disminución asintótica de su diferencia porcentual entre la aproximación cosenoidal y la aproximación lineal por tramos conforme el número de tramos aumenta. También se ha representado en cada una de las figuras con una línea de trazo más grueso, el valor que adquieren estas variables globales en el modelo sin pérdidas. Estos

valores representados corresponden a una simulación del caso español realizada sobre el nivel de demanda superpunta del alcance del modelo.

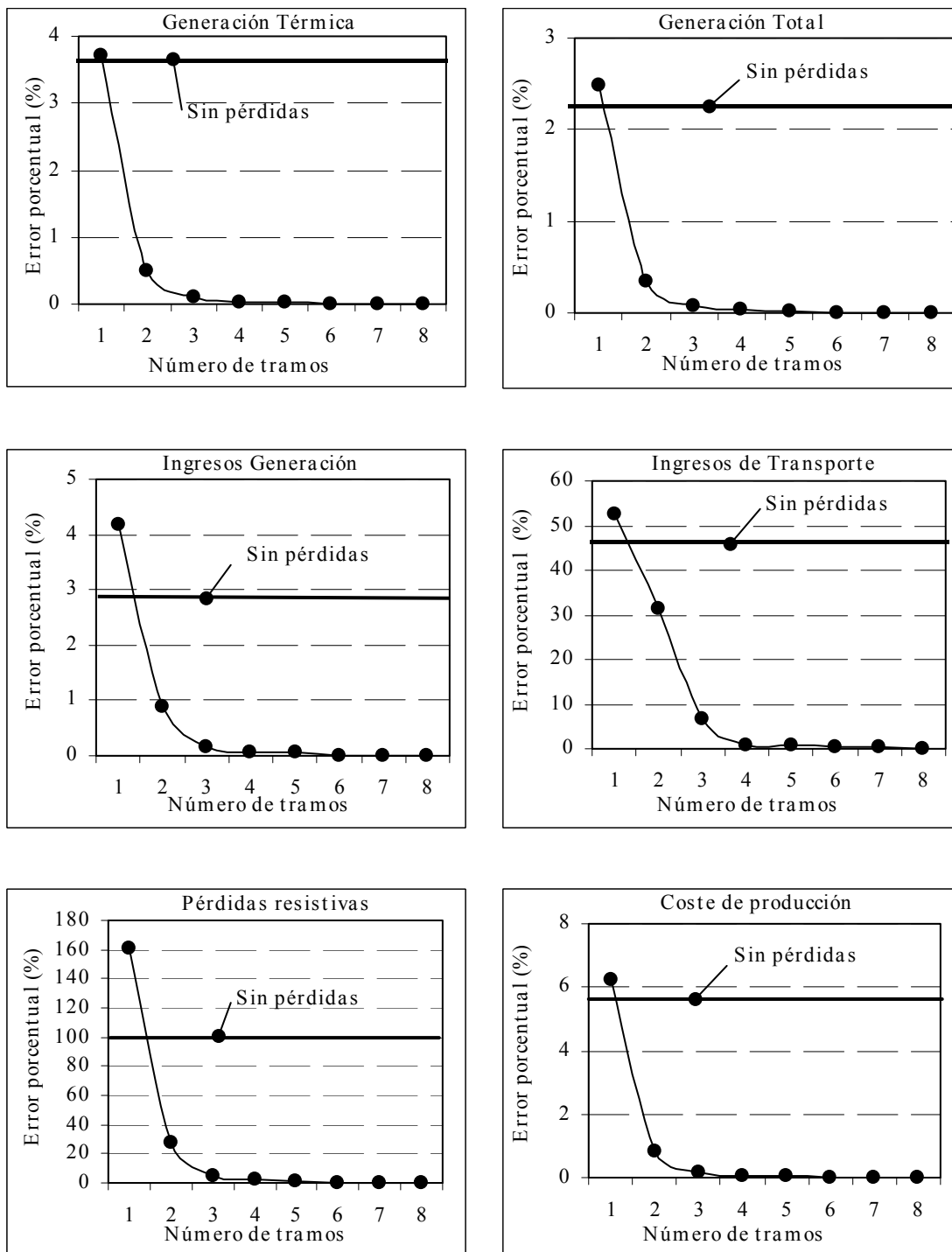


Fig.2.18. Desviaciones porcentuales en función número de tramos.

La cuantía de la reducción de estas desviaciones es distinta dependiendo de la variable de salida evaluada. Así por ejemplo, salvo en las variables *ingresos* y *pérdidas resistivas de transporte*, las desviaciones porcentuales se sitúan por debajo del uno por ciento cuando se utilizan tres tramos por sentido. Resulta

paradójico, en principio, que la utilización de un solo tramo por sentido provoque unas desviaciones porcentuales mayores que la supresión del modelado de las mismas, tal y como se aprecia en la Fig.2.18. Este fenómeno está motivado por el bajo grado de utilización de la capacidad de transporte del sistema analizado, lo cual conlleva a que con un solo tramo se valore en exceso las pérdidas del circuito.

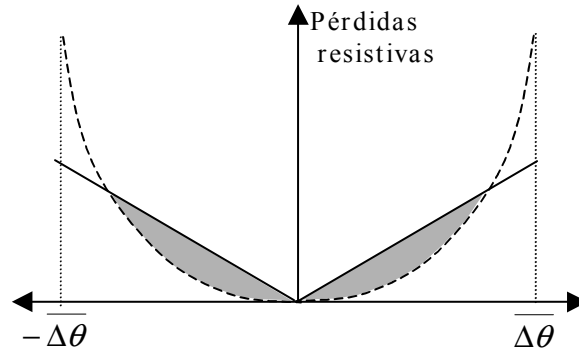


Fig.2.19. Aproximación lineal con un tramo.

En la Fig.2.19 se muestra en zona sombreada el área en la cual la aproximación por un tramo obtiene mayor valor de pérdidas que la aproximación cosenooidal. Dicha área se corresponde con flujos de transporte pequeños en comparación con su capacidad nominal. Estas diferencias angulares reducidas son habituales en el sistema eléctrico español.

Las desviaciones obtenidas por la *aproximación no lineal cuadrática* no se han representado en la Fig.2.18, ya que en todas las variables globales estudiadas se obtienen desviaciones porcentuales inferiores al 0.1%. Si bien desde el punto de vista de la precisión esta aproximación resultaría la mejor, desde el punto de vista de los tiempos de optimización y ejecución, su utilización implica cargas computacionales parecidas a las de la aproximación cosenooidal.

En el capítulo 5 se muestra de manera más pormenorizada el efecto que supone el incremento en el número de tramos para dos sistemas eléctricos diferentes con un alcance temporal de un año.

Con respecto a los tiempos de optimización y ejecución del modelo, se han representado en las Fig.2.20 y Fig.2.21 la evolución de estos tiempos variando el número de tramos utilizados con las aproximaciones lineales relajadas. Los tiempos de optimización agrupan todos los tiempos utilizados por los algoritmos de optimización para converger las cien muestras de la simulación. Los tiempos de ejecución consideran además de los tiempos de optimización la carga computacional de otros componentes de la simulación. El valor porcentual de los tiempos de optimización y ejecución se ha calculado con respecto a los tiempos obtenidos utilizando la aproximación cosenooidal utilizando el código MINOS 5.3 con sus opciones estándar, por lo tanto un 25% supone que el tiempo de la aproximación utilizada es una cuarta parte del tiempo requerido por la aproximación cosenooidal. Por otra parte, se han representado mediante rectas horizontales los valores de los tiempos obtenidos con la aproximación cuadrática y con el modelado sin pérdidas. Los resultados mostrados a continuación se han obtenido aplicando el algoritmo de optimización *barrera* del código CPLEX 4.0

con sus opciones estándar sin agrupar muestras (sección 4.1.2.) sobre el caso español (sección 5.2.).

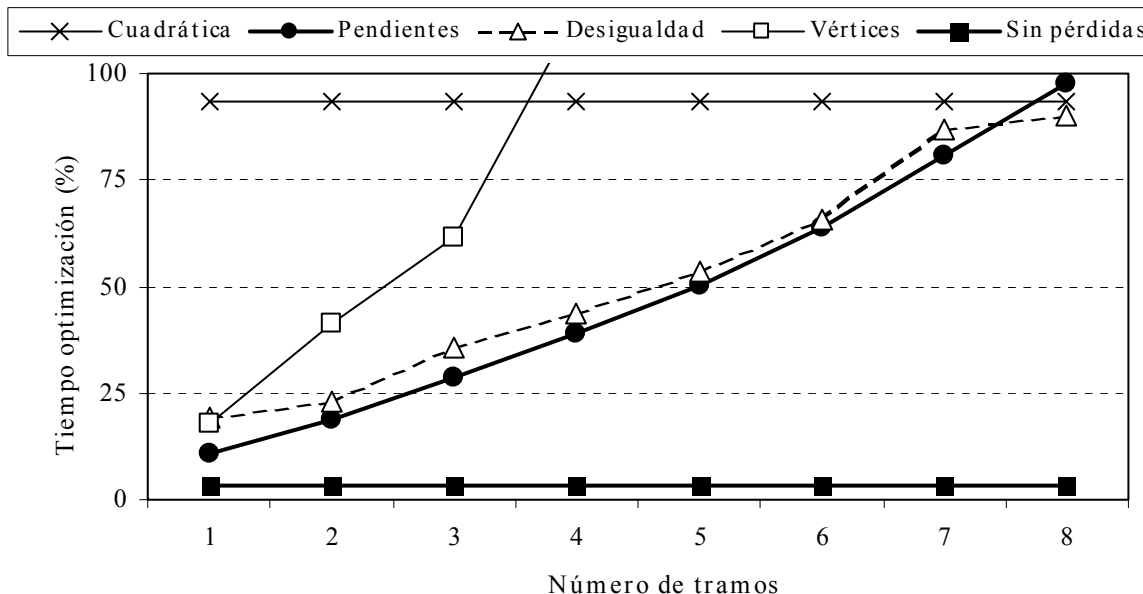


Fig.2.20. Tiempo porcentual de optimización para distintas aproximaciones de pérdidas.

Se aprecia en la Fig.2.20 que la relajación con pendientes y con desigualdades obtienen tiempos de optimización similares. No obstante, la aproximación con pendientes resulta ligeramente mejor que la aproximación con desigualdades cuando el número de tramos es inferior a ocho. En comparación con la aproximación cosenoidal, la utilización de tres pendientes reduce el tiempo de optimización entorno a un 75%. Constituye una considerable reducción del tiempo aunque lógicamente no supera la reducción de más del 95% alcanzada sin modelar pérdidas. La aproximación con vértices resulta claramente peor que las otras dos aproximaciones relajadas. Cuando se utilizan más de tres tramos los tiempos de optimización son mayores que el de la propia aproximación cosenoidal.

Los tiempos de la metodología barrera crecen de forma prácticamente lineal conforme el tamaño del problema aumenta salvo en el caso de la aproximación relajada con vértices, cuyo crecimiento resulta cuadrático debido al mayor número de elementos no nulos por tramo que utiliza. En el capítulo 4 se detalla el comportamiento de distintos algoritmos y códigos de optimización para la aproximación relajada por pendientes de las pérdidas y también para las aproximaciones no lineales.

Por otra parte la aproximación cuadrática, la cual tiene un comportamiento excelente en la precisión de los resultados, no consigue reducir los tiempos de optimización más allá de un 7%. Esto es debido principalmente a que su utilización mantiene el carácter no lineal del problema de optimización.

Los tiempos de ejecución del modelo comprenden el tiempo de optimización, así como los tiempos de formulación del problema y lectura de resultados y otros tiempos que requiere el uso del lenguaje algebraico GAMS en el cual se ha

codificado el modelo de simulación. En la Fig.2.21 se representa la evolución porcentual de los tiempos de ejecución con respecto al número de tramos utilizado en las distintas aproximaciones relajadas. También se han representado mediante líneas horizontales los valores porcentuales del tiempo de ejecución de la aproximación cuadrática y del modelado sin pérdidas. Los valores porcentuales representados se han calculado en relación al tiempo de ejecución de la aproximación cosenoidal.

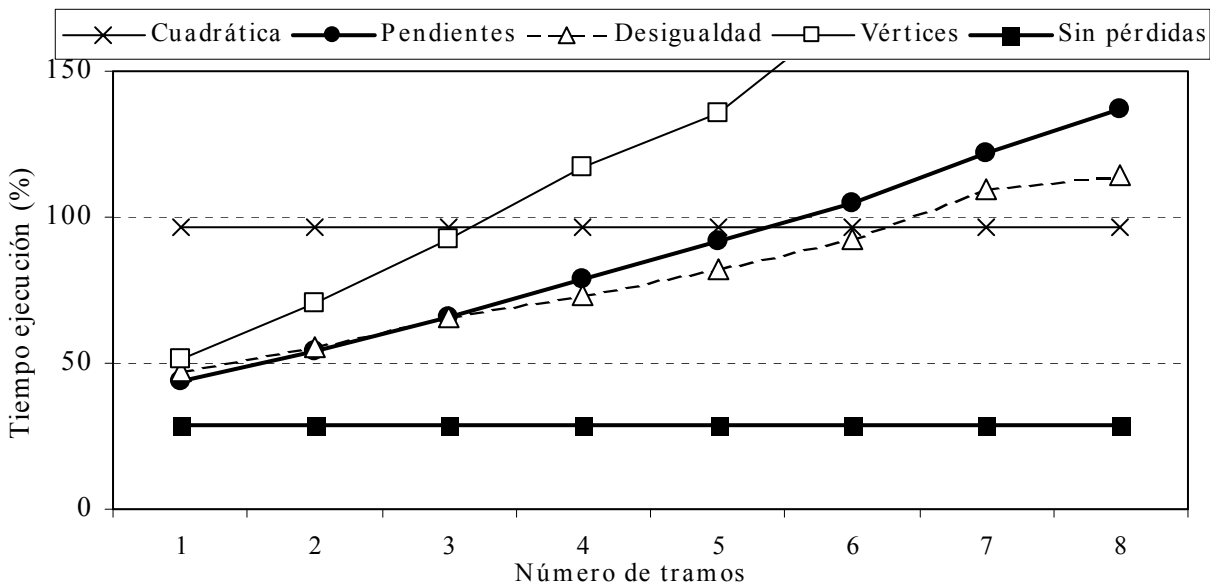


Fig.2.21. Tiempo porcentual de ejecución para distintas aproximaciones de pérdidas.

Respecto al tiempo de ejecución, la aproximación lineal relajada que se comporta mejor cambia según el número de tramos requerido. Para un número de tramos entre uno y tres, la aproximación relajada con pendientes obtiene menores tiempos, reduciéndose el tiempo de ejecución de la aproximación cosenoidal en un 33% para tres tramos. Para un número mayor o igual a cuatro tramos, la aproximación relajada con desigualdades es la que reduce más el tiempo de ejecución, alcanzándose reducciones alrededor del 25% para cuatro tramos. Como es lógico la mayor reducción del tiempo de ejecución corresponde al modelado sin pérdidas, alcanzando éste un valor en torno al 70%.

Los tiempos de formulación dependen lógicamente del tamaño del problema, por ello desde el punto de vista de la ejecución la aproximación relajada con desigualdades se comporta relativamente mejor que la relajada con pendientes conforme el número de tramos aumenta tal y como se aprecia en la Fig.2.21.

Se ha de tener en cuenta que la utilización de más de cuatro pendientes o desigualdades implica tiempos de ejecución próximos o superiores a los tiempos de la formulación cosenoidal. Por todo ello se deduce que el número adecuado de tramos ha de ser menor o igual a cuatro. En cuanto a la relajación por vértices mantiene su ineficacia en los tiempos de ejecución.

Por último la aproximación cuadrática reduce escasamente los tiempos de ejecución entorno a un 4%. Por lo tanto el comportamiento de esta aproximación



es muy semejante al de la aproximación cosenoidal, tanto por su alta precisión en los resultados, como por sus requerimientos computacionales de tiempos y memoria.

En el capítulo 5 se muestran resultados del modelo de explotación con simulaciones de mayor tamaño muestral que la contenida en esta sección. Concretamente se mostrarán los resultados de aplicar la aproximación cosenoidal, la aproximación cuadrática y la aproximación relajada con pendientes usando distinto número de tramos.

De los resultados de esta sección se aprecia que en las variables globales analizadas utilizando la aproximación con tres tramos se obtiene un comportamiento parecido al de la aproximación cosenoidal (referencia). De entre las aproximaciones lineales relajadas, la aproximación con *pendientes* presenta el mejor comportamiento en optimización (75% de reducción) y en ejecución (33% de reducción) cuando se utilizan tres tramos en el caso español. A partir de cuatro tramos y para los tiempos de ejecución, la aproximación con *desigualdades* obtiene mejores resultados. Por otra parte, la aproximación con *vértices* queda descartada debido a su mal comportamiento.

Los resultados cualitativos sobre el comportamiento de la aproximación relajada con vértices se podían haber previsto sin necesidad de experimentar con el modelo de simulación. Sin embargo la comparación entre las aproximaciones de pérdidas no lineales y las aproximaciones lineales relajadas con pendientes y con desigualdades requieren la experimentación para determinar su bondad en precisión y en carga computacional.

### 2.3.2. Criterios de seguridad en la explotación.

Bajo un mercado eléctrico centralizado la necesidad de nuevos equipos en la red de transporte se determina mediante la aplicación de criterios técnico-económicos. Entre los criterios técnicos más influyentes se encuentran los criterios de seguridad de la operación del sistema eléctrico. Las pérdidas sociales y productivas causadas por las interrupciones y falta de suministro de energía eléctrica han de disminuirse hasta un cierto umbral suponiendo ciertos criterios económicos, y para ello se penaliza su existencia. Estas penalizaciones se han de considerar conjuntamente con los costes de explotación e inversión para determinar los costes totales de las distintas opciones de expansión de la red de transporte. Con ello se busca la optimización conjunta de *INVERSIÓN + EXPLOTACIÓN + FIABILIDAD*.

En la Fig.2.22 se muestra la reducción progresiva de los costes de explotación y de fiabilidad del sistema conforme el tamaño de las nuevas instalaciones de red aumenta, y por otro lado se representa el incremento (obviando economías de escala) del coste de inversión. Sumando ambos se determina la evolución del coste total del sistema, cuyo mínimo establece el tamaño óptimo de las nuevas instalaciones de red. Para determinar dicho mínimo se utiliza un modelo de explotación generación/red que analice las distintas alternativas de expansión, considerando los costes de explotación y fiabilidad de

medio plazo y los costes analizados de inversión de capital para el medio y largo plazo.

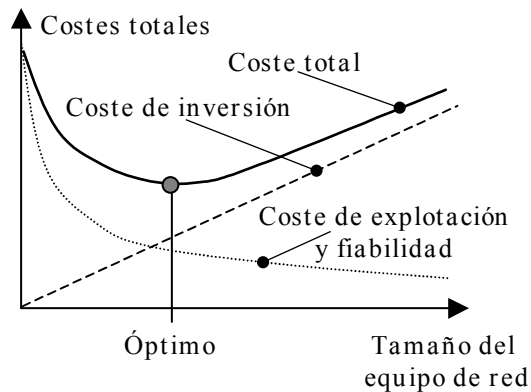


Fig.2.22. Tamaño óptimo de nuevas instalaciones de red.

La implantación de estos criterios de seguridad tiene dos efectos sobre la operación del sistema, por un lado mejora los índices de fiabilidad al reducir los estados del sistema en los que existe falta de suministro y por otro lado incrementa los costes de explotación debido a las producciones de grupos que bajo criterios estrictamente económicos no generarían.

La actual interconexión eléctrica entre países ha unificado en gran medida sus criterios de operación en materia de seguridad. En el ámbito europeo la UCPTE (Union pour la Coordination de la Production et du Transport de l'Électricité) es el organismo que coordina en materia de interconexión a distintos sistemas eléctricos europeos, entre los cuales se encuentra el sistema eléctrico español. Este organismo establece, entre otros aspectos, criterios unificados en materia de seguridad y de intercambios.

En el modelo de explotación desarrollado en esta investigación se incluyen como opciones dos criterios de seguridad relativos a la red de transporte. Ambos criterios poseen un carácter *preventivo*, en cuanto que dan lugar a estados del sistema más robustos frente a posibles incidencias en la red de transporte.

### 2.3.2.1. Clasificación.

Los criterios de seguridad pueden basarse en principios *activos* y *pasivos*. Por principios *activos* se entienden aquellos principios que establecen consignas de generación tales que, ante contingencias o perturbaciones en el sistema, minimizan en la medida de lo posible las acciones correctoras postfalta con el fin de garantizar el suministro de la demanda. Por principios *pasivos* o *correctivos* se entienden aquellos principios que tienen en cuenta en mayor o menor medida, las capacidades correctoras de generación y transporte postfalta con el fin de garantizar el suministro de la demanda.

Los principios *activos* dan lugar a la implantación de criterios preventivos de seguridad en la explotación tales como la *penalización de márgenes de capacidad de transporte* o el *criterio N-1* de transporte. Ambos criterios han sido implantados en el modelo probabilista de explotación. Concretamente, el criterio

N-1 de transporte determina consignas prefalta en los grupos de generación, que evitan sobrecargar cualquier circuito de transporte ante cualquier fallo de un solo circuito del sistema. La posible evaluación de fallos de generación con el criterio N-1 obligaría a un redespacho de los restantes grupos disponibles, con objeto de repartir la producción fallada (usando por ejemplo, la regulación secundaria). La aplicación inflexible de estos criterios preventivos ante determinadas contingencias da lugar a escenarios de producción del sistema eléctrico que no son asumibles en régimen permanente. Así por ejemplo se puede dejar de suministrar demanda en un nudo con el fin de eliminar la sobrecarga de un determinado circuito ante una hipotética contingencia. Para evitar despachos poco realistas, estos criterios se relajan en algunos de sus aspectos, incorporándoles parcialmente principios *pasivos*.

Adicionalmente dentro de los criterios preventivos de seguridad se encuentra el *criterio N-2*. En su implantación se analizan contingencias dobles de generación, transporte o mixtas. Su implantación completa implica un importante aumento de la carga computacional del modelo para sistemas de gran tamaño, debido al elevado número de escenarios posibles de fallo que se deben analizar. Por ello su implantación normalmente se realiza mediante una lista reducida de contingencias dobles elegida por el usuario. Este criterio preventivo no ha sido contemplado en el modelo probabilista de producción.

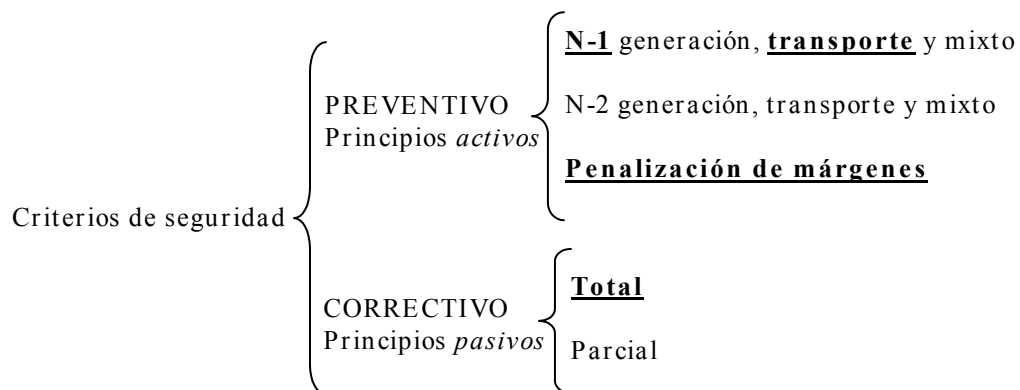


Fig.2.23. Clasificación de criterios de seguridad.

Los principios *pasivos* dan lugar a criterios correctivos de seguridad y entre ellos hay que distinguir entre aquéllos con capacidad correctora total o parcial. Dichos criterios determinan consignas de generación tales que, ante indisponibilidades forzadas en el sistema, no se producen sobrecargas en los circuitos considerando que se pueden modificar en mayor o menor medida las consignas de generación en la postfalta. La cuantía de la capacidad correctora de los generadores puede abarcar todo el rango posible hasta los límites técnicos de cada grupo, denominándose *criterio correctivo total*, o bien intervalos prefijados de variación (debidos por ejemplo a la existencia de rampas de variación de potencia), denominándose *criterio correctivo parcial*. El criterio correctivo total coincide con la formulación clásica del despacho económico sin criterios de seguridad. Sin embargo el criterio correctivo parcial considera aspectos más realistas de la explotación. Su implantación implica un aumento importante de la

carga computacional en función del número de contingencias analizadas. Asimismo es posible analizar fallos N-1 y N-2 de generación, transporte y mixtos, aplicando estos criterios correctivos de seguridad. No obstante, el número de fallos analizados ha de ser reducido en sistemas eléctricos grandes, debido a que el tamaño del problema de optimización aumenta considerablemente.

En este modelo de explotación se han implantado dos criterios *preventivos* de seguridad, uno de ellos basado en la penalización de márgenes de capacidad de circuitos y el otro mediante la implantación del criterio preventivo N-1 de transporte. En la Fig.2.23 se muestra de manera esquemática la clasificación de los criterios de seguridad, subrayándose aquéllos que han sido implantados en este modelo. El criterio correctivo total consiste en la omisión de todo criterio de seguridad, salvo la penalización de la potencia no suministrada.

### 2.3.2.2. Aspectos de modelado.

En este apartado se detallan los modelados utilizados para la implantación de dos criterios preventivos de seguridad con respecto a la red de transporte. Uno de ellos está basado en la penalización preventiva de márgenes de capacidad de los circuitos del sistema y el otro consiste en la implantación del criterio preventivo N-1 aplicado exclusivamente a la red de transporte.

#### A) Penalización de márgenes:

Este procedimiento divide la capacidad de transporte de un circuito en márgenes no penalizados y penalizados. Los márgenes penalizados se sitúan en zonas próximas a la capacidad nominal del circuito. El establecimiento de márgenes penalizados de capacidad provoca que los flujos de potencia eviten en lo posible zonas próximas a su capacidad límite que de otra forma alcanzarían. Se pueden asimilar estos márgenes de seguridad a márgenes ficticios operativos de los circuitos. Con ello se incentiva un uso más equilibrado de la red de transporte, manteniendo un margen de seguridad en los circuitos para absorber posibles contingencias en el sistema. Por otra parte, el uso de este criterio de seguridad aumenta el coste de explotación del sistema debido a que grupos de generación más cara han de producir, ya que la capacidad de evacuación de nudos con generación barata se reduce al considerar márgenes de transporte penalizados.

Matemáticamente la implantación de este criterio de seguridad altera la formulación de la segunda ley de Kirchhoff de la sección 2.2.3. La ecuación resultante añade una pareja de variables por cada circuito  $k$ ,  $F_k^+$  y  $F_k^-$ . Su función consiste en determinar para cada sentido la cantidad del flujo de potencia contenido dentro de los márgenes penalizados. El porcentaje de dichos márgenes se pueden definir por circuito y sentido del flujo. Asimismo se puede penalizar de forma diferenciada por circuito la energía transportada utilizando dichos márgenes.

La razón para distinguir entre los flujos penalizados en ambos sentidos se debe a aspectos tales como, la existencia de problemas de estabilidad dinámica del flujo de potencia en un circuito en función del sentido del flujo o bien la

existencia de contratos de intercambio de energía que requieren un menor margen preventivo de seguridad en uno de los dos sentidos. En la Fig.2.24 se muestran los rangos de las variables que modelan el flujo transportado por el circuito  $k$ , para los márgenes penalizados y no penalizados,  $F_k^+$ ,  $F_k$  y  $F_k^-$ . Los rangos de variación penalizada y no penalizada de estas variables se establecen mediante las constantes  $b_k^+$  y  $b_k^-$ .

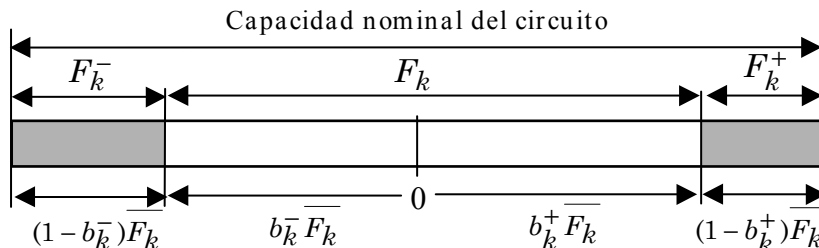


Fig.2.24. Márgenes de penalización preventiva del circuito  $k$ .

### B) Preventivo N-1 de transporte.

Este criterio tiene por objeto determinar aquellas consignas de generación que no sobrecargan la red de transporte en ninguno de los escenarios de fallo analizados. En el criterio preventivo implantado se analiza uno por uno los fallos individuales de circuitos, exceptuando aquéllos cuyo fallo provoca islas o subredes en el sistema. Dicho preventivo ha sido utilizado en estudios de fiabilidad de planificación de redes de transporte [Rodríguez, 95].

El criterio preventivo N-1 de transporte se aplica sobre el estado muestreado de disponibilidad de los elementos del sistema. Por ello adicionalmente a la indisponibilidad muestreada de grupos y circuitos, se fallan individualmente uno a uno los circuitos de transporte que siguen disponibles en el escenario muestreado.

Para implantar este criterio de seguridad es necesario disponer de la matriz inversa de admitancias. Al aplicarse este criterio preventivo sobre el estado de disponibilidad muestreado del sistema, en cada muestra de disponibilidad es necesario actualizar la inversa de dicha matriz. Los pasos principales del preventivo N-1 se detallan a continuación:

- ① **Flujo óptimo de cargas prefalta.** Se calcula el flujo óptimo de cargas que tiene en cuenta las indisponibilidades forzadas de generación y transporte. Como resultado de este flujo óptimo de cargas se obtienen los flujos de los circuitos en la situación prefalta del sistema,  $F_k$ . En este flujo de cargas no se limita ni penaliza el uso completo de la capacidad del circuito.
- ② **Chequeo de conectividad posterior al fallo del circuito  $k'$ .** Se detecta si el fallo del circuito  $k'$  provoca subredes o islas en el sistema. En dicho caso su fallo preventivo no se analizaría y se pasaría al fallo del siguiente circuito. El algoritmo de detección de islas está basado en la combinación lineal de elementos de la matriz inversa de admitancias  $[Z]$ . Aquel circuito  $k'$  con nudos extremos  $m$  y  $n$  que cumpla la ecuación (2.48) crearía islas en el

sistema cuando fallara. La matriz de admitancias actualizada se calcula mediante la fórmula de Woodbury o de Sherman-Morrison (2.49),  $[\tilde{Z}]$  (apéndice B).

$$x_{k'} - \tilde{Z}_{mm} - \tilde{Z}_{nn} + 2\tilde{Z}_{mn} = 0 \quad (2.48)$$

$$\tilde{Z} = Z - Z \cdot C \cdot [D + C^T \cdot Z \cdot C]^{-1} \cdot C^T \cdot Z \quad (2.49)$$

*C*: Matriz de incidencias de los circuitos fallados por sorteo. Su dimensión es de N-1 filas (número de nudos del sistema menos uno) por H columnas (número circuitos fallados).

*D*: Matriz diagonal de dimensión HxH con los valores negativos de las reactancias de los circuitos fallados.

*Z*: Inversa de la matriz de admitancias correspondiente al estado del sistema con todos los circuitos disponibles. Su dimensión es (N-1)x(N-1).

- ③ **Filtro de sobrecarga del circuito *k* debida al fallo del circuito *k'*.** Se aplica un filtro de contingencias basado en la propiedad de que la máxima variación que puede producirse en el flujo de potencia a través del circuito *k* provocada por el fallo del circuito *k'* es el flujo prefalta del propio circuito *k'*. Aplicando la anterior propiedad se filtra la evaluación de aquellas posibles sobrecargas preventivas que cumplan la ecuación (2.50), siendo *k'* el circuito que falla, *k* el circuito susceptible de sobrecargarse y  $\overline{F}_k$  su capacidad límite de transporte.

$$F_k + F_{k'} \leq \overline{F}_k \quad (2.50)$$

La eficacia alcanzada con este filtro supera el 90 % en sistemas como el español (sección 5.2.). Este tipo de filtro reduce drásticamente la carga computacional del preventivo de seguridad, ya que evita en gran parte el cálculo específico de flujos postfalta debidos al fallo del circuito *k'*, paso ④.

- ④ **Cálculo del flujo postfalta en el circuito *k* debido al fallo del circuito *k'*.** Fallado el circuito *k'* y con una determinada topología de la red de transporte, se calcula la sensibilidad existente entre el flujo de potencia por el circuito *k* (con nudos extremos *i* y *j*) con respecto a la variación del flujo de potencia del circuito *k'* (con nudos extremos *m* y *n*). Posteriormente se comprueba si el flujo postfalta del circuito *k*,  $G_{kk'}$ , supera su capacidad límite mediante la ecuación (2.51). La ecuación (2.52) determina la sensibilidad actualizada  $\delta_{kk'}$  del flujo por el circuito *k* con respecto a variaciones del flujo en el circuito *k'*.

$$G_{kk'} = F_k + \tilde{\delta}_{kk'} F_{k'} \leq \overline{F}_k \quad (2.51)$$

$$\tilde{\delta}_{kk'} = \frac{\Delta F_k}{\Delta F_{k'}} = \frac{x_{ij}}{x_{mn}} \cdot \frac{\tilde{Z}_{mi} - \tilde{Z}_{mj} - \tilde{Z}_{ni} + \tilde{Z}_{nj}}{x_{nm} - \tilde{Z}_{mm} + 2\tilde{Z}_{mn} - \tilde{Z}_{nn}} \quad (2.52)$$

- ⑤ **Evaluación del flujo postfalta del siguiente circuito  $k$ .** Si no se ha completado la evaluación del flujo postfalta de todos los circuitos disponibles del sistema tras el fallo preventivo del circuito  $k'$  se vuelve al paso ③ para analizar el siguiente circuito  $k$ . Cuando se han evaluado todos los flujos postfalta se continúa con el paso ⑥.
- ⑥ **Evaluación del fallo preventivo del siguiente circuito  $k'$ .** Si no se ha evaluado preventivamente el fallo de todos los circuitos disponibles por muestra se continúa con el paso ② evaluando el fallo del siguiente circuito  $k'$ . Cuando se han evaluado todos los fallos y existe alguna sobrecarga postfalta nueva con respecto a iteraciones anteriores se sigue con el paso ⑦. En caso contrario se va al paso ③.
- ⑦ **Renovación y optimización del problema del flujo óptimo de cargas.** Una vez que se han detectado nuevas sobrecargas postfalta en la red, se añaden tantas restricciones (2.53) al problema de optimización del flujo de cargas como nuevas sobrecargas postfalta son detectadas. Para la formulación de estas restricciones se definen los subconjuntos preventivos de circuitos de sobrecarga y fallo,  $KP$  y  $KP'$  respectivamente. En la sección 2.2.3. está contenida la formulación de la ecuación (2.53) expresada en función de la diferencia angular entre nudos extremos de los circuitos.

$$F_k + \tilde{\delta}_{kk'} F_{k'} = G_{kk'}^+ + G_{kk'}^-; \quad k \in KP; \quad k' \in KP' \quad (2.53)$$

Con objeto de relajar las restricciones preventivas que se añaden al modelo de explotación se utilizan las variables de sobrecarga postfalta  $G_{kk'}^+$  y  $G_{kk'}^-$ . Estas variables permiten que el flujo postfalta del circuito  $k$  alcance valores superiores a su capacidad límite. El grado de relajación del criterio preventivo N-1 está en función del margen de sobrecarga postfalta admisible en cada circuito. Asimismo el rango de sobrecarga postfalta se ha diferenciado en función de la tensión de funcionamiento del circuito o bien de las tensiones en ambos lados del transformador. El conjunto de ecuaciones (2.54) establece los límites de variación de las variables de sobrecarga postfalta para los sentidos + y -. Para definir dichos límites se utilizan los valores de la capacidad nominal del circuito  $k$  ponderados por un coeficiente en por unidad  $c_k$ , establecido según las características de tensión de la instalación de red analizada.

$$\begin{aligned} -\bar{F}_k &\leq G_{kk'} \leq \bar{F}_k \\ 0 &\leq G_{kk'}^+, G_{kk'}^- \leq c_k \bar{F}_k \end{aligned} \quad (2.54)$$

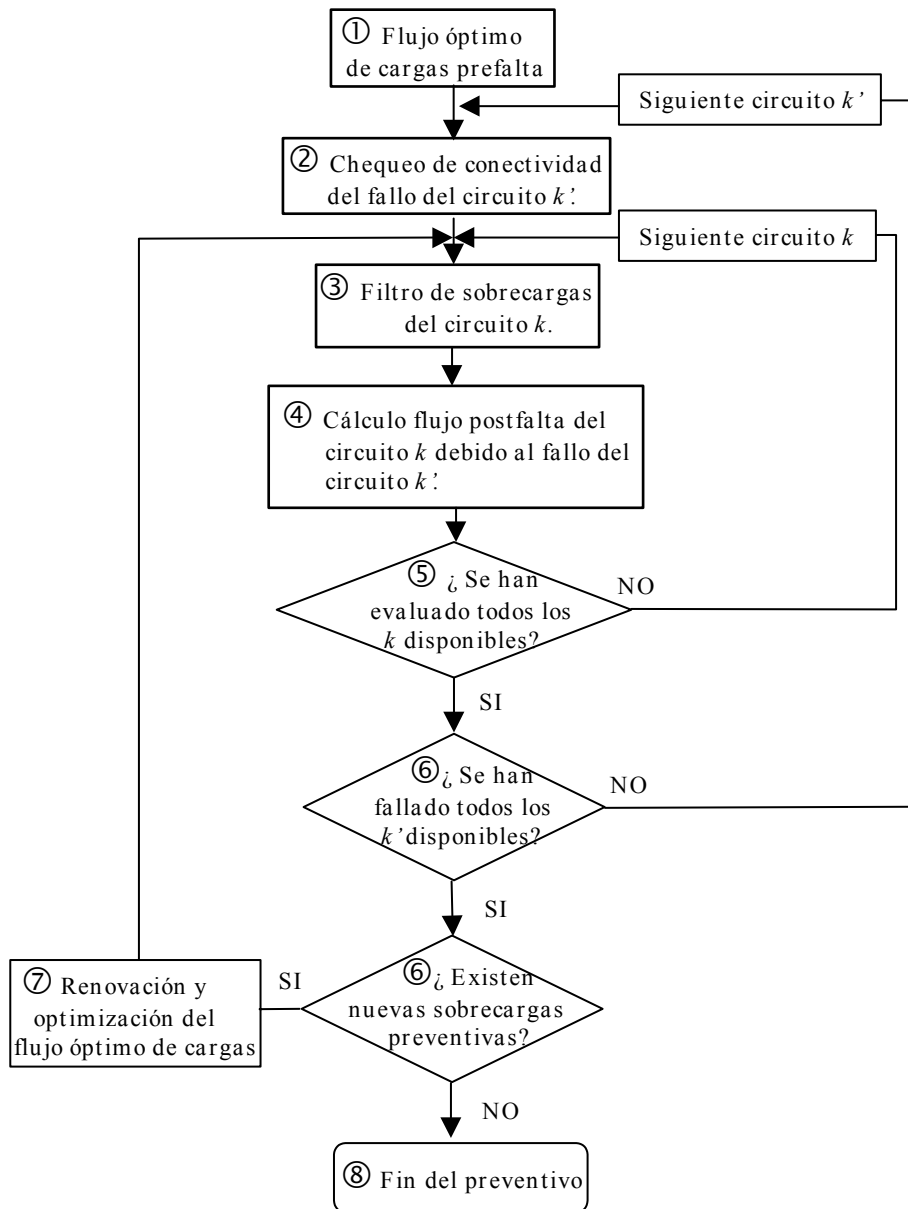


Fig.2.25. Flujograma del criterio preventivo N-1 de seguridad.

Por otra parte estas variables de sobrecarga postfalta se penalizan de forma lineal en la función objetivo mediante coeficientes,  $ps_k$ . Dichos coeficientes de penalización se asignan por el usuario en función de la tensión de funcionamiento y del tipo de instalación de red (circuito o transformador). La penalización por sobrecarga postfalta representa para los transformadores el coste de la reducción de vida útil de los mismos, así como el coste asociado a la falta de suministro de demanda debido a su fallo por sobrecarga. No obstante para los circuitos de transporte esta penalización supone exclusivamente el coste de incrementar la probabilidad de falta de suministro en el sistema al admitir mayor flujo transportado de su capacidad nominal. La estimación de estas penalizaciones ha de realizarse considerando la experiencia propia del usuario, ya que su valor es un dato de entrada en la formulación del modelo de explotación. El sumando añadido a



la función objetivo del flujo óptimo de cargas correspondiente a la penalización de seguridad preventiva se indica en la ecuación (2.55).

$$PS = \sum_{k \in KP} \sum_{k' \in KP'} ps_k (G_{kk'}^+ + G_{kk'}^-) \quad (2.55)$$

Se optimiza nuevamente el flujo de cargas con las nuevas restricciones preventivas (2.53) añadidas al conjunto de restricciones preventivas de iteraciones anteriores para la misma muestra, obteniéndose por lo tanto una nueva distribución de flujos prefalta cuyo estudio preventivo se realiza volviendo al paso ③.

- ⑧ **Final de las iteraciones preventivas.** Al no añadir nuevas restricciones preventivas postfalta se considera que la distribución de flujos de potencia por los circuitos no puede mejorarse con respecto al criterio preventivo N-1 de transporte y por lo tanto sus resultados se consideran válidos.

### 2.3.2.3. Discusión de procedimientos.

En esta sección se exponen las ventajas e inconvenientes que conllevan los dos criterios de seguridad del transporte descritos en la sección anterior.

#### a) Penalización de márgenes.

Este procedimiento tiene como principales *ventajas*:

1. Su utilización implica un incremento reducido de la carga computacional del modelo de explotación en comparación con el criterio preventivo N-1.
2. Tanto su formulación matemática como el modelado de este criterio de seguridad es bastante simple.
3. Su impacto afecta a los costes de producción, pero no interfiere en los resultados de fiabilidad que obtiene el modelo, *potencia no suministrada* y *probabilidad de pérdida de suministro*. Ello se debe a que se utilizan los márgenes de seguridad en la capacidad de transporte antes que cortar suministro de energía, siempre y cuando las penalizaciones asociadas al uso de dichos márgenes sean inferiores a las penalizaciones por falta de suministro.

Por otro lado los principales *inconvenientes* se centran en:

1. Permite aproximar el impacto en la explotación del uso real de criterios de seguridad, aunque no se corresponde exactamente con criterios realmente utilizados.
2. Su falta de adaptabilidad ante las posibles situaciones de indisponibilidad forzada de elementos de la red de transporte. Los márgenes penalizados por circuito permanecen constantes independientemente del estado muestreado de la red de transporte.

#### b) Preventivo N-1 de transporte.

Sus principales *ventajas* residen en:

1. Su mayor adecuación a los criterios reales de explotación del sistema eléctrico y por lo tanto sus resultados poseen mayor aplicabilidad que aquéllos obtenidos mediante márgenes de penalización. Adicionalmente, proporciona mayor cantidad de información, ya que obtiene simultáneamente resultados aplicando y sin aplicar el criterio preventivo N-1. Estos resultados se obtienen al principio y al final del proceso iterativo de implantación del preventivo.
2. Su adaptación permanente al estado muestreado de disponibilidad de la red, con el fin de adecuarse lo más posible a la explotación real del sistema.
3. La posibilidad de realizar una implantación parcial de este criterio mediante la utilización de una lista de contingencias prefijada por el usuario.

Los mayores *inconvenientes* de su utilización son:

1. Un incremento importante de la carga computacional del modelo en sistemas de gran tamaño.
2. La falta de análisis de los fallos preventivos de los circuitos *punte*, ya que éstos provocan islas en el sistema. El análisis de este tipo de fallos requiere realizar para cada uno de ellos un redespacho de la generación para cada una de las subredes creadas.
3. La posible distorsión de los índices de fiabilidad del sistema debido a que determinadas limitaciones de las sobrecargas preventivas de circuitos pueden obligar a que en el estado prefalta del sistema se deje de suministrar demanda en algunos nudos. Este fenómeno es el que se denomina *potencia no suministrada ficticia* y ha de ser suprimido con objeto de reducir su impacto sobre los índices de seguridad en el suministro del sistema.

### *Potencia no suministrada ficticia*

En la Fig.2.26 se muestra un sistema de dos nudos en el cual se produce esta falta de suministro de energía debido a la implantación del preventivo. En los dos circuitos del ejemplo se limitan las sobrecargas preventivas a 80 MW, y no se consideran las pérdidas de transporte para mayor claridad.

Para la *situación prefalta* se suministra toda la demanda del nudo 2 repartiéndose por igual la potencia transportada a través de los dos circuitos disponibles (ambos poseen las mismas características eléctricas). Sin embargo, si se evalúa preventivamente una contingencia de cualquiera de los dos circuitos, sobrecargando el circuito disponible en 80 MW, se dejan sin suministrar 20 MW en el nudo 2. Debido a que las restricciones preventivas se añaden como una ecuación más al problema del flujo óptimo de cargas, en los resultados finales de la optimización se dejaría de suministrar energía en el nudo 2 motivado por una hipotética contingencia en la red de transporte.

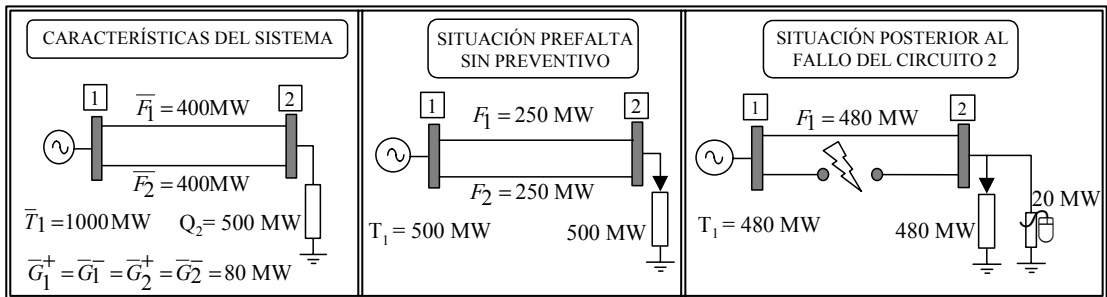


Fig.2.26. Ejemplo de potencia no suministrada ficticia.

En el sistema eléctrico español (sección 5.2.) estas potencias no suministradas ficticias distorsionan en gran medida los resultados de la simulación si los porcentajes de sobrecarga permitidos activan las restricciones preventivas de seguridad. A continuación se muestran dos formas de aminorar o eliminar la cuantía de estas potencias no suministradas ficticias:

- α) **Ampliación de los márgenes de sobrecarga preventiva de los circuitos:** Esta solución consiste en aumentar los coeficientes de sobrecarga de los circuitos  $c_k$ , hasta un valor con el cual no se causen problemas desde el punto de vista del suministro de la demanda, Fig.2.27 (α). La problemática asociada a esta alternativa consiste en que la penalización de la sobrecarga se hace de forma lineal y no se contempla la falta de linealidad de la reducción de la vida útil de un elemento con respecto a la sobrecarga que soporta.

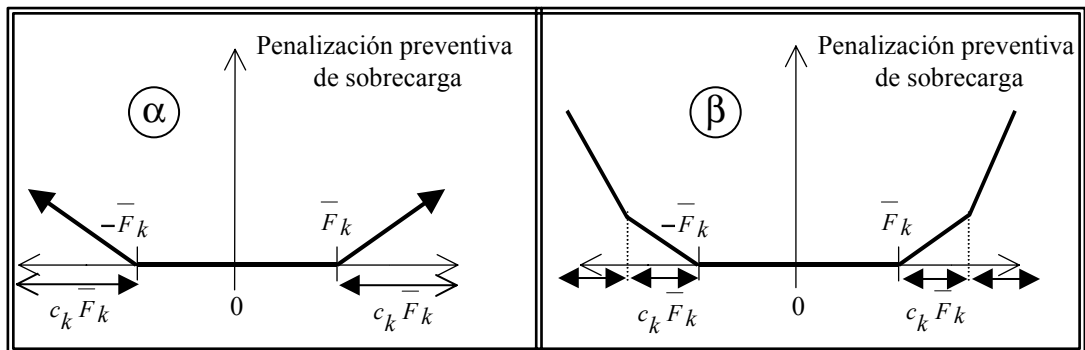


Fig.2.27. Eliminación de la potencia no suministrada ficticia.

- β) **Incrementar el conjunto de variables de sobrecarga preventiva penalizada:** Esta otra alternativa se basa en añadir a la ecuación (2.53) variables adicionales por circuito que representen la sobrecarga preventiva con una penalización superior a  $ps_k$  a partir de un cierto valor de sobrecarga, Fig.2.27 (β). Con estas variables adicionales se modela la pérdida no lineal de vida útil con respecto a la sobrecarga de las instalaciones.

### 2.3.3. Modelo sin red de transporte.

Este modelo de explotación considera de forma simplificada aspectos económicos y de seguridad del sistema eléctrico. Se combinan en él lo que se ha denominado *modelo a nudo único* y *modelo nodal de suministro*. Ambos modelos no consideran la segunda ley de Kirchoff, sin embargo aplican la primera ley. El primero de ellos lo hace a nivel global del sistema eléctrico y el segundo lo hace nudo a nudo.

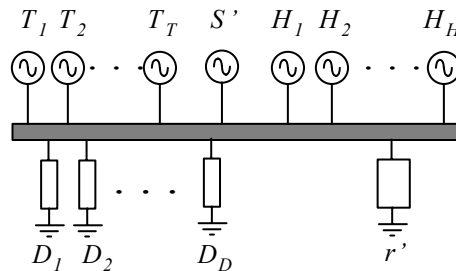


Fig.2.28. Modelo a nudo único.

El *modelo a nudo único* agrupa tanto la generación como la demanda del sistema en un solo nudo y despacha los grupos por orden de mérito en relación a sus costes. Asimismo incorpora una estimación de las pérdidas resistivas del transporte en función de la demanda del sistema. En la Fig.2.28 se simboliza el efecto de agrupar en una misma barra toda la generación térmica,  $T$ , hidráulica,  $H$ , y toda la demanda repartida en el sistema,  $D$ , así como la estimación de las pérdidas del transporte,  $r'$ . Adicionalmente se considera un generador ficticio de demanda no servida global del sistema,  $S'$ .

El *modelo nodal de suministro* analiza por nudo la capacidad máxima de suministro de potencia que existe, tras el muestreo de la disponibilidad de elementos de generación y transporte del propio nudo. Después de la comparación de dicha capacidad máxima de suministro con respecto a la demanda propia del nudo, se determina si en dicho nudo existe potencia no suministrada. La potencia no suministrada detectada por el modelo siempre es una cota inferior de la potencia no suministrada real del nudo cuando se utiliza el modelo *con red*. En realidad existen otras causas no contempladas que provocan dicha falta de suministro.

En la Fig.2.29 se muestran los diferentes elementos que intervienen en el modelo nodal de suministro:

$D$ : La demanda del nudo.

$\bar{T}$ : La capacidad máxima de generadores disponibles en el nudo.

$\bar{F}_1, \bar{F}_2$ : La capacidad nominal de los circuitos conectados al nudo.

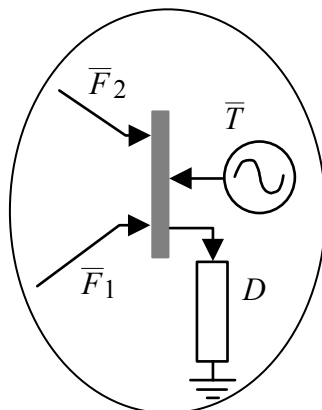


Fig.2.29. Modelo nodal de suministro.

Por otra parte la existencia de potencia no suministrada en un nudo provoca que las producciones de los grupos disponibles en dicho nudo se igualen a sus límites máximos. Indirectamente se está suponiendo que la penalización por falta de suministro supera en valor a los costes de producción de los generadores térmicos e hidráulicos.

El modelo de explotación sin red se resuelve de forma heurística, y por tanto no requiere el uso de algoritmos de optimización. Los pasos del procedimiento heurístico que combina el modelo nodal de suministro y el modelo a nudo único son los siguientes:

- ① **Resultados del modelo nodal de suministro:** Se analiza individualmente por nudo la capacidad de suministro teniendo en cuenta la disponibilidad muestreada de generadores y circuitos. El valor de potencia no suministrada por nudo  $S'_{dpn}$  que cumple con la expresión (2.56) constituye uno de los resultados finales del modelo sin red de transporte.

$$\text{Min}\{S'_{dpn} \mid \sum_{\substack{t \in T_p \\ t \in d}} \sum_{u=1}^{U_{pt}^\omega} \bar{T}_{tu} + \sum_{\substack{h \in H_p^\omega \\ h \in d}} \alpha_p^\omega \tilde{e}_{hpn} \tilde{H}_h + \sum_{l \rightarrow d} \sum_{k=1}^{K_{pl}^\omega} \bar{F}_{lk} + \sum_{l \leftarrow d} \sum_{k=1}^{K_{pl}^\omega} \bar{F}_{lk} + S'_{dpn} \geq g_{dpn} q_d\}$$

(2.56)

Las potencias de salida de los grupos térmicos se igualan a su límite máximo de generación en aquellos nudos en los que se detecta potencia no suministrada. Asimismo, la planta hidráulica situada en un nudo con falta de suministro produce a su límite técnico, el cual incluye todo el margen de producción de reserva. Estos valores de producciones constituyen también resultados finales del modelo sin red de transporte.

- ② **Resultados del modelo a nudo único:** Este modelo toma como prefijados los valores de producciones de los grupos disponibles situados en nudos en que el modelo nodal de suministro ha detectado potencia no suministrada. La demanda global del sistema se reduce en la suma global de la potencia no suministrada detectada por el modelo anterior. Los restantes grupos térmicos y plantas hidráulicas se asignan según el orden de mérito en razón de sus costes y penalizaciones (2.57). Sus producciones se asignan hasta

alcanzar el valor de la demanda global del sistema, más una estimación de las pérdidas del transporte a partir de un porcentaje  $\eta$  de la demanda del sistema (2.58). La ecuación (2.59) es la expresión del balance de potencia a nudo único, considerando que determinados generadores tienen ya prefijadas sus salidas por el modelo nodal de suministro.

$$CVE_{pn}^{\omega} = CC_{pn}^{\omega} + PH_{pn}^{\omega} + PD_{pn}^{\omega} = \sum_{t=1}^{T_p} \sum_{u=1}^{U_{pt}^{\omega}} ct_{tu} T_{tupn}^{\omega} + \sum_{h=1}^{H_p^{\omega}} ch_h H'_{hpn}{}^{\omega} + pf' S'_{pn}{}^{\omega} \quad (2.57)$$

$$r'_{pn} = \eta \sum_{d=1}^D g_{pn} q_d \quad (2.58)$$

$$\sum_{t \in T_p} \sum_{u=1}^{U_{tp}^{\omega}} T_{tupn}^{\omega} + \sum_{h \in H_p^{\omega}} (H_{hpn}^{\omega} + H'_{hpn}{}^{\omega}) + \sum_{d=1}^D S'_{dpn}{}^{\omega} + S'_{pn}{}^{\omega} = \sum_{d=1}^D g_{pn} q_d + r'_{pn} \quad (2.59)$$

Tanto en el modelo nodal de suministro como en el modelo a nudo único, se consideran los distintos límites de las variables de producción contenidas en las ecuaciones (2.60) a (2.63). Lógicamente en el modelo a nudo único, la potencia no suministrada global del sistema está limitada a toda la demanda del sistema, exceptuando la potencia no suministrada global obtenida en el modelo nodal de suministro.

$$T_{-tu} \leq T_{tupn}^{\omega} \leq \bar{T}_{tu} \quad (2.60)$$

$$H_{hpn}^{\omega} \leq \alpha_p^{\omega} \tilde{e}_{hpn} \tilde{H}_{hpn} \quad (2.61)$$

$$H'_{hpn}{}^{\omega} \leq \alpha_p^{\omega} (\tilde{e}_{hpn} \tilde{H}_{hpn} - \tilde{e}_{hpn} \tilde{H}_{hpn}) \quad (2.62)$$

$$S'_{pn}{}^{\omega} \leq \sum_{d=1}^D g_{dpn} q_d - \sum_{d=1}^D S'_{dpn}{}^{\omega} \quad (2.63)$$

- ③ **Agrupación de resultados de ambos modelos:** Los valores de las variables globales de producción y de fiabilidad del sistema eléctrico se obtienen agrupando los resultados de los dos modelos anteriores. Ambos modelos se complementan, ya que el modelo nodal de suministro no considera aspectos económicos de la explotación y el modelo a nudo único no contempla restricción alguna relacionada con el transporte.

A continuación se detallan aplicaciones del *modelo sin red* cuando se utiliza conjuntamente con un modelo probabilista de explotación generación/red:

1. **Determinación del impacto económico y de seguridad debido a la red de transporte:** Mediante la comparación de los resultados del modelo con y sin red se determina el efecto de la red sobre los costes de explotación e índices de fiabilidad del sistema. La comparación de los resultados obtenidos a través de la simulación se debe realizar mediante la aplicación de la técnica de reducción de varianza denominada *números aleatorios comunes* (Sección 3.2.1.). Los resultados obtenidos se detallan en el capítulo 5 para dos sistemas eléctricos de muy distinto tamaño.
2. **Modelo externo de control.** La técnica de reducción de varianza de las *variables de control* utiliza variables que estén altamente correladas con las variables de salida del modelo con red. El modelo sin red de transporte obtiene resultados en costes, producciones y fiabilidad que explican gran parte de la variabilidad propia de las variables del modelo con red. En la sección 3.2.3.2 se detalla el papel que desempeña este modelo combinado de control dentro de la implantación de esta técnica.
3. **Procedimiento heurístico de asignación de grupos:** Añadiendo a la demanda del sistema una cantidad adicional de reserva de potencia, el modelo sin red puede utilizarse como una primera aproximación de la asignación de generadores (*“unit commitment”*). Dicha asignación establecería el conjunto de generadores de que dispone el modelo con red para suministrar la demanda considerando la red de transporte.

Mediante este procedimiento heurístico se evita resolver problemas binarios-mixtos de asignación de grupos que incluyan un modelado de la red de transporte. No obstante, su simplicidad no permite contemplar aspectos tales, como los tiempos de arranque y parada de los grupos y sus costes asociados.

No obstante, esta simplificación de la asignación de grupos no repercute de manera importante en los resultados del modelo, debido a que la duración temporal de los escenarios muestreados es de varias semanas y por lo tanto por ser la asignación una labor de más corto plazo, dicho defecto tiene un efecto menos relevante.

## CAPÍTULO 3

### TRATAMIENTO DE LA INCERTIDUMBRE

Los sistemas de energía eléctrica al igual que otros sectores de la economía están afectados por factores que generan incertidumbre en su comportamiento. Esta incertidumbre abarca las distintas áreas que engloba el sector (generación, transporte y distribución), así como los distintos horizontes temporales en que se planifican dichas áreas (corto, medio y largo plazo).

Tal y como se clasifica en [Hobbs, 95], las fuentes de aleatoriedad en los sistemas eléctricos pueden provenir de:

- El mercado de electricidad: Variaciones del crecimiento de la demanda con respecto a sus previsiones, fluctuaciones de los precios en aquellos sistemas abiertos a la competencia y posibles contratos de intercambio de energía con otros sistemas interconectados, entre otros.
- Los recursos disponibles: La indisponibilidad no programada de elementos de generación y transporte, el abanico de posibles producciones hidráulicas, la variación del precio en origen de las materias primas energéticas, los periodos de construcción de generadores y circuitos de transporte, el impacto de los programas de gestión de la demanda, las crecientes dificultades para encontrar nuevos emplazamientos, el papel de los autoprodutores, así como los avances tecnológicos en la producción de energía eléctrica.
- La macroeconomía y la regulación del sector eléctrico: La variación de los niveles de inflación, las tasas de interés, los niveles de crecimiento económico, la regulación medioambiental, la opinión pública respecto a nuevas instalaciones, la política económica de remuneración del sector y la descentralización por regiones en la toma de decisiones, entre otros.

Todas estas fuentes de aleatoriedad también se pueden clasificar, dependiendo de su influencia en las decisiones de corto, medio o largo plazo. En esta investigación el interés se ha centrado en modelar aquellas incertidumbres que afectan en mayor medida a la explotación del medio plazo en un mercado



centralizado. Dichas aleatoriedades han sido la indisponibilidad no programada de generación y transporte, así como la producción hidráulica variable. La incertidumbre sobre el valor de la demanda se ha considerado de menor relevancia en el sistema español y teniendo en cuenta horizontes de medio plazo tal y como se comenta en [Ranaweera, 97].

La estructura de este capítulo está dividida en dos partes. En la primera 3.1. *Simulación probabilista*, se analizan aspectos del muestreo de estados del sistema y del tratamiento estadístico de resultados del modelo y en la segunda parte 3.2. *Técnicas de reducción de varianza*, se describen técnicas estadísticas avanzadas para aumentar la eficacia computacional de la simulación.

### 3.1. Simulación probabilista.

La obtención de resultados técnico-económicos del modelo de explotación del sistema eléctrico se puede realizar por distintos procedimientos: *analíticos*, simulaciones *deterministas* y *probabilistas*. Los procedimientos *analíticos* no son viables desde el punto de vista computacional cuando se analizan sistemas eléctricos de elevado tamaño, aunque en sistemas de tamaño reducido proporcionan resultados exactos. La simulación *determinista* considera un número reducido de estados del sistema, representativos del comportamiento medio del sistema. Analizando dichos estados se obtienen resultados técnico-económicos del sistema cuya validez se basa en criterios subjetivos del usuario o planificador. Este criterio determinista ha sido muy utilizado para analizar el comportamiento de sistemas eléctricos de elevado tamaño. El procedimiento basado en la simulación *probabilista* analiza escenarios posibles del sistema eléctrico. Dichos escenarios han sido extraídos considerando las distintas distribuciones de probabilidad asociadas a los factores que provocan incertidumbre en el sistema. A partir de un conjunto suficiente de escenarios analizados se obtienen índices de precisión de los estadísticos técnico-económicos requeridos.

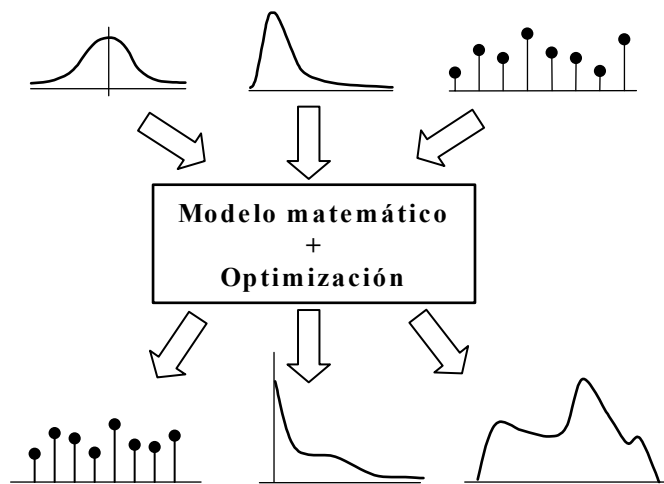


Fig.3.1. Densidades de probabilidad de variables de entrada y salida del modelo.

Aplicando simulación probabilista, tanto las variables de entrada como las de salida del modelo son variables aleatorias. Para muestrear las variables de entrada, se les ha de asignar una función de probabilidad. Dicha función se obtiene normalmente como cúmulo de experiencias pasadas, que son evaluadas de forma matemática o subjetiva mediante el cálculo de parámetros que la caracterizan. En la Fig.3.1 se representa un marco genérico de las distintas distribuciones de probabilidad continuas o discretas, asociadas a las entradas y salidas del modelo matemático.

### **3.1.1. Muestreo probabilista.**

Esta técnica proporciona una sucesión de estados del sistema eléctrico, acordes al comportamiento estadístico de las variables de entrada del modelo. Las secciones 3.1.1.1. y 3.1.1.2. describen respectivamente cuáles son las variables de entrada aleatorias del modelo, así como las funciones de probabilidad que mejor se adecuan al comportamiento de las mismas. Los procedimientos de muestreo que han sido utilizados para cada una de estas variables de entrada se detallan en la sección 3.1.1.3..

El muestreo probabilista frente al determinista permite obtener resultados más realistas ya que modela mejor la complejidad inherente del sistema eléctrico y adicionalmente obtiene medidas de precisión de los resultados obtenidos. Modelos deterministas que han precedido al desarrollo de los modelos probabilistas son por ejemplo [Rivier, 94] y [Martínez, 95]. No obstante, el coste computacional del muestreo probabilista en sistemas eléctricos de elevado tamaño y complejidad es bastante superior al coste del muestreo determinista. Se ha de tener en cuenta que el muestreo probabilista puede extenderse hasta que se alcance una precisión prefijada en los resultados y, sin embargo, el muestreo determinista tiene determinados los estados del sistema eléctrico que se han de analizar.

#### **3.1.1.1. Variables aleatorias de entrada del modelo.**

La planificación de la red de transporte requiere herramientas informáticas que permitan evaluar el impacto de decisiones tomadas en el momento presente sobre los estados futuros del sistema. Dependiendo de la amplitud del horizonte de estudio de planificación, se requieren distintos grados de detalle en el modelado de la incertidumbre.

El modelado probabilista de la explotación incorpora variables aleatorias que afectan a los resultados económicos de la producción y a la fiabilidad del sistema de forma simultánea. Con la experiencia adquirida sobre el comportamiento del sistema español, las aleatoriedades que resultan más influyentes en el medio plazo son aquéllas relacionadas con la hidraulicidad y con la disponibilidad de componentes del sistema eléctrico. Específicamente las variables aleatorias de entrada utilizadas en este modelo son las *producciones programadas y máximas de cada planta hidráulica*, así como las

indisponibilidades forzadas de grupos térmicos, plantas hidráulicas y circuitos de transporte.

Aspectos tales como las desviaciones aleatorias del crecimiento de la demanda con respecto a sus previsiones o las posibles oscilaciones de los precios de las materias primas energéticas no han sido incorporados como variables de entrada del modelo, debido a que su impacto en el medio plazo es de menor importancia en los estadísticos de salida, al menos en lo que respecta al sistema eléctrico español (sección 5.2.). Un estudio contenido en [Ranaweera, 97] indica que el impacto del error en la previsión de la demanda sobre el coste de explotación del sistema es *no lineal*, y depende del factor de utilización del parque generador. Concretamente en un sistema eléctrico de mediano tamaño se obtiene un impacto prácticamente nulo sobre los costes de explotación considerando desviaciones de la previsión de la demanda por debajo del 5%. No obstante, estos resultados no pueden extrapolarse a cualquier sistema eléctrico ya que el impacto de la incertidumbre en la demanda en los costes depende de la estructura del parque generador del sistema analizado.

La elección de las distribuciones de probabilidad sobre las cuales se muestrea cada variable de entrada es un aspecto que afecta al diseño de la simulación y a la precisión alcanzada en los resultados del modelo. En la sección 3.1.1.2. se describen los procesos de ajuste y definición de las diferentes distribuciones de probabilidad para las variables de entrada del modelo. En esa misma sección se comparan las ventajas e inconvenientes del uso de distintas funciones de probabilidad, para el muestreo de una misma variable. En la sección 3.1.1.3. se describe la implantación de los procedimientos de muestreo de las distintas variables de entrada del modelo.

### **3.1.1.2. Funciones de probabilidad: Su ajuste y validación.**

La recopilación histórica de escenarios acontecidos en el sistema eléctrico permite obtener conjuntos de muestras para cada tipo de variable de entrada de la simulación. Así ocurre con las disponibilidades de grupos generadores y circuitos y con las producciones hidroeléctricas. En el proceso de asignación de funciones de distribución la experiencia del modelador da coherencia y homogeneidad al conjunto de datos que en principio pueden ser heterogéneos. Existen tres tratamientos que se pueden dar al conjunto de datos históricos almacenados:

- ① **Utilizando directamente las muestras observadas como entradas del modelo.** Su uso intensivo tiene la desventaja de que se necesita un conjunto histórico amplio de muestras, con objeto de que éstas no se repitan. Otra desventaja adicional radica en el hecho de que se omite la evaluación de estados anteriormente no observados, lo cual puede tener un impacto importante en los resultados de la simulación. Principalmente este uso de muestras históricas suele aplicarse al proceso de *validación de resultados* de la simulación, comparándolos con los valores que obtiene el sistema en la

realidad. Lógicamente, cuanto mayor es la base histórica de muestras mayores son los requerimientos de memoria del muestreo.

- ② **Creando distribuciones empíricas de probabilidad mediante histogramas que acumulan las muestras históricas.** Una de sus ventajas radica en que los valores muestreados tienen como soporte la experiencia histórica y por lo tanto están muy en contacto con la realidad. Sin embargo, las irregularidades en la forma de este tipo de funciones de probabilidad pueden ser muy elevadas, si éstas se han creado a partir de un escaso número de observaciones. Al igual que en ① no se permite que los valores extremos del histograma alcancen valores no observados, lo cual impide una evaluación apropiada del efecto de posibles valores máximos y mínimos sobre la simulación. Otra desventaja adicional en el uso de distribuciones empíricas es el incremento de los requerimientos de memoria en el caso de utilizar un elevado número de puntos para definir las.
- ③ **Ajustando una función de distribución estándar a los datos históricos.** La utilización de funciones estándares de densidad (normal, exponencial,...) tiene la ventaja, en el caso de distribuciones continuas, de evitar irregularidades en su forma. Además, la variable muestreada puede tener un rango ilimitado de variación, si así lo estableciese la función de densidad. Su formulación matemática compacta agiliza el procedimiento de muestreo al igual que reduce los requerimientos de memoria con respecto a los dos tratamientos anteriores. La principal desventaja es su falta de versatilidad, i.e., los parámetros de ajuste de la función han de adaptarse a los cambios de las variables de entrada por el hecho de modificar el sistema eléctrico (por ejemplo debido al mantenimiento de grupos).

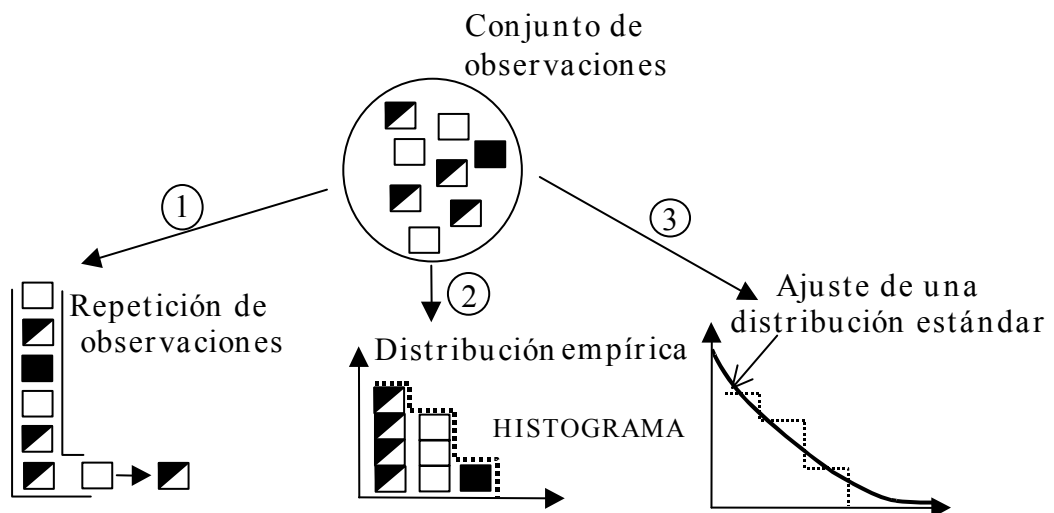


Fig.3.2. Tratamientos de observaciones históricas.

En la Fig.3.2 se han representado los tres tratamientos de las muestras de las variables de entrada del modelo. Los tratamientos ② y ③ han sido implantados en el modelo con objeto de comparar su carga computacional, su precisión y su impacto sobre la eficacia de las técnicas de reducción de varianza, comentadas en la sección 3.2..

### Disponibilidad de plantas hidráulicas

La variable aleatoria “fallo de la planta hidráulica  $h$ ” se ha modelado como una variable con una distribución *Bernoulli* [Law, 91] y con una probabilidad de fallo  $q_h$ . El valor de esta probabilidad de fallo por planta se ha establecido a través de su tasa individual de fallo, que se calcula como la relación *Tiempo medio fallado/Tiempo medio entre fallos*. La razón de escoger esta distribución Bernoulli se debe, por una parte, a que no se consideran estados intermedios de indisponibilidad de plantas hidráulicas, ni tampoco se consideran relevantes las posibles dependencias mutuas entre fallos de diferentes plantas. Por otro lado, al no ser un modelo cronológico de explotación los valores de disponibilidad muestreados para periodos consecutivos no tienen entre sí dependencia alguna. En la Fig.3.3 se muestra la función de densidad *Bernoulli* aplicada al espacio de estados {fallo, disponible} de la planta hidráulica  $h$ .

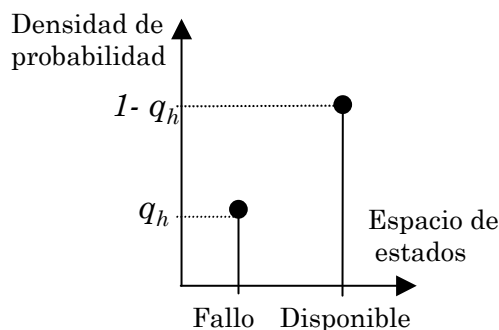


Fig.3.3. Distribución Bernoulli de indisponibilidad.

La realidad de los sistemas eléctricos muestra que las indisponibilidades forzadas de los grupos hidráulicos resultan poco probables. Concretamente en el sistema español, la indisponibilidad hidráulica posee escaso impacto en los resultados económicos y de seguridad del sistema debido a la conjunción de varios factores: su reducida probabilidad de fallo, la menor capacidad por planta en comparación con los grupos térmicos, un número apreciable de plantas hidráulicas y la existencia de varios grupos dentro de cada planta. En los resultados del sistema español contenidos en la sección 5.2. se ha utilizado una tasa individual de fallo en todas las plantas hidráulicas del 1% ( $q_h=0.01, \forall h$ ). No obstante, el modelo está capacitado para tener tasas individuales de fallo diferentes por planta hidráulica.

### Disponibilidad de grupos térmicos y circuitos.

La indisponibilidad de ambos tipos de elementos del sistema se ha modelado de igual manera. Asimismo se han evaluado tres posibles modelados de este tipo de variables con objeto de incrementar la eficacia de la simulación en cuanto al tiempo de muestreo y a la precisión de los resultados obtenidos. Al igual que con las plantas hidráulicas, a cada grupo térmico y circuito se le asocia una tasa individual de fallo obtenida como la relación *Tiempo medio fallado/Tiempo medio entre fallos*. Asimismo la posible dependencia mutua entre fallos no ha sido contemplada y la secuencia cronológica de estos fallos se considera de escasa relevancia en los resultados globales de la simulación.

Los tres modelos de ajuste de probabilidad comparados son el *modelo Bernoulli*, el *modelo ajustado* y el *modelo convolutivo*:

- A) El *modelo Bernoulli* es el mismo que se ha utilizado para simular las indisponibilidades forzadas de las plantas hidráulicas, Fig.3.3. No obstante, se consideran las tasas individuales de fallo para cada grupo  $u$  de cada planta térmica  $t$ ,  $q_{tu}$ , y para cada circuito  $k$  de cada línea  $l$ ,  $q_{lk}$ . No obstante, dependiendo de la tecnología del generador y de la longitud y topología geográfica del circuito, estas tasas de fallo pueden diferenciarse entre ellas.
- B) El *modelo ajustado* se basa en el ajuste de una función estándar de distribución para la variable “*capacidad fallada global*”, tanto para la generación térmica como para los circuitos de transporte. Este ajuste se realiza con un conjunto de observaciones previas. Dentro de la clasificación indicada en la Fig.3.2, este tipo de modelado se asimila al tercer tipo ③. La ventaja principal de muestrear sobre una variable global reside en que dicho muestreo provoca un aumento de la eficacia de la técnica de reducción de varianza denominada *variables antitéticas*, sección 3.2.2.. Por otro lado la utilización de la variable *capacidad global fallada* en lugar de otras variables globales posibles, tales como el número total de grupos o circuitos fallados o la suma de mínimos técnicos de grupos fallados, se debe igualmente a consideraciones de aumento de la eficacia de las variables antitéticas.

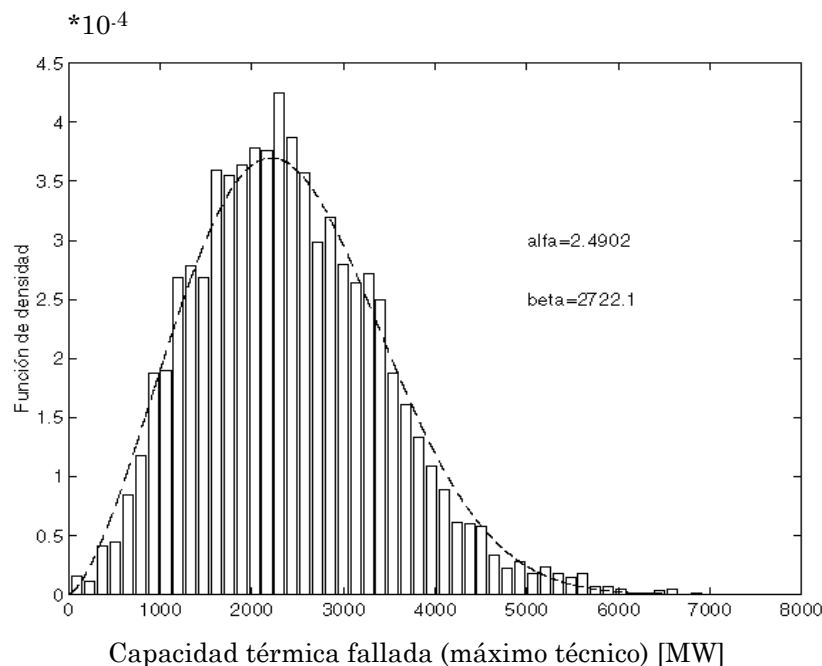


Fig.3.4. Ajuste Weibull de la capacidad global térmica fallada.

Concretamente para obtener un conjunto de observaciones de la capacidad de generación térmica global fallada se ha utilizado el mencionado *modelo Bernoulli* y sobre él se ha aplicado el procedimiento de muestreo de la transformada inversa (también conocido como sorteo de Monte Carlo, sección 3.1.1.3.). Finalmente, sobre ese conjunto de observaciones agrupadas

en un histograma se ajustan distintas funciones estándares de densidad de probabilidad, determinándose los parámetros que maximizan la bondad del ajuste. En la Fig.3.4 se ha representado en línea discontinua el ajuste realizado mediante una función *Weibull*( $\alpha, \beta$ ) al histograma de la capacidad de generación térmica global fallada del sistema español, indicándose en dicha figura el valor ajustado de los parámetros.

La bondad de este ajuste ha sido verificada mediante el test de *Kolmogorov-Smirnov* [Law, 91]. Este tipo de test puede aplicarse a distribuciones de probabilidad con sus parámetros desconocidos y suele ser más potente que el test de la *Chi-cuadrado* (i.e., tiene más probabilidad de aceptar la hipótesis verdadera cuando realmente lo es). Entre otras funciones estándares de distribución utilizadas se ha probado la distribución *lognormal*( $\mu, \sigma^2$ ), pero su ajuste ha resultado de peor calidad que el de la *Weibull* como se aprecia en la Fig.3.5.

Es práctica habitual analizar con un mismo modelo de explotación distintos sistemas eléctricos, lógicamente esto implica modificar el *modelo ajustado* para adecuarlo a las características del nuevo sistema eléctrico. Por otro lado, simplemente las indisponibilidades por mantenimiento de grupos modifican los parámetros de ajuste del modelo. Aproximando de manera lineal la variación de los parámetros de ajuste del modelo con relación a la capacidad térmica puesta en mantenimiento es una forma de adecuar este los ajustes a pequeñas variaciones en un mismo sistema eléctrico. La falta de *versatilidad* es uno de los principales inconvenientes que implica este modelo.

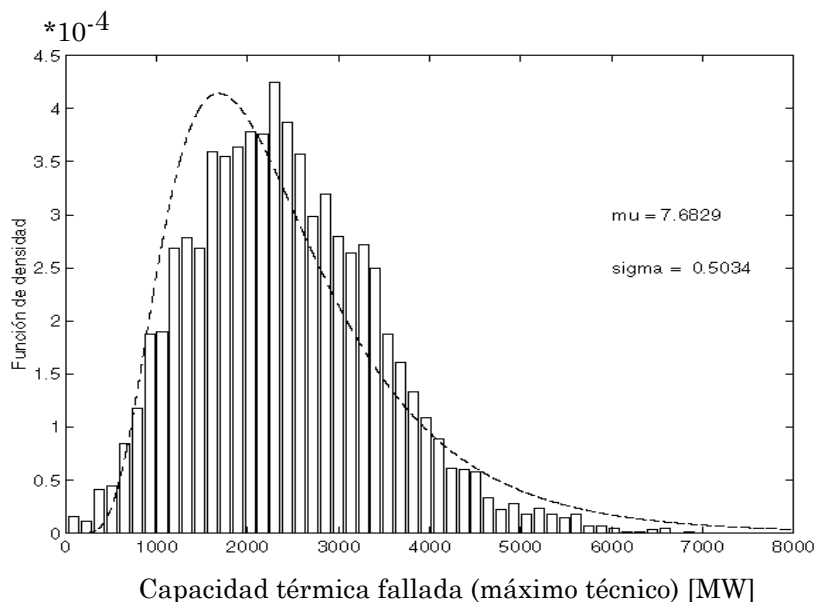


Fig.3.5. Ajuste lognormal de la capacidad global térmica fallada.

Análogamente al ajuste de la capacidad global de generación térmica fallada, se realiza el mismo procedimiento para la variable *capacidad fallada de transporte*. En este caso resulta que la función de distribución

estándar que mejor se ajusta al histograma es la distribución *exponencial*, tal y como se aprecia en la Fig.3.6. El valor del parámetro que maximiza la bondad de este ajuste en el caso español es  $\beta=771.05$ .

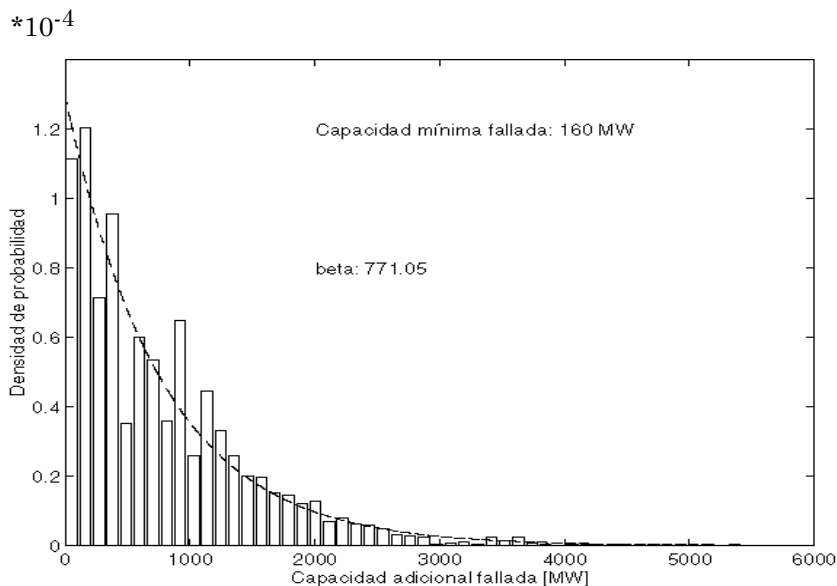


Fig.3.6. Ajuste exponencial de la capacidad global de transporte fallada.

El *modelo ajustado* se completa determinando los elementos individuales de generación o transporte que fallan, dado el valor muestreado de la capacidad global fallada. Para llevar a cabo esta asignación, se utiliza la variable aleatoria discreta  $\zeta$  que representa el ordinal del elemento que falla.

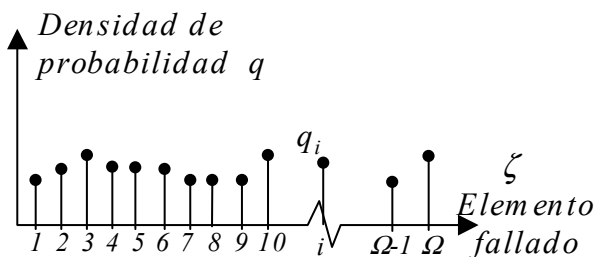


Fig.3.7. Distribución discreta de probabilidad de fallo de elemento.

La distribución discreta de probabilidad de esta variable  $\zeta$  representada en la Fig.3.7 se calcula promediando la tasa de fallo de cada elemento  $i$ ,  $q_i$ , por la suma de tasas de fallo de todos los elementos disponibles del sistema que conforman el conjunto  $\Omega$  (3.1). Esta asignación individualizada de fallos se ha diseñado teniendo en cuenta la capacidad mínima de fallo, tanto de la generación térmica como del transporte, y admitiendo cierto margen de error en cuanto a la suma total de las capacidades de los elementos individualmente fallados. Este proceso de asignación de fallos individuales se detalla en el apartado de convolución inversa de la sección 3.1.1.3..



$$q'_i = \frac{q_i}{\sum_{i \in \Omega} q_i} \tag{3.1}$$

C) El modelo convolutivo al igual que el modelo ajustado sortea inicialmente la variable aleatoria “*capacidad fallada global*” y posteriormente determina los grupos térmicos y circuitos que han fallado. No obstante a diferencia del modelo ajustado, el modelo convolutivo calcula de forma analítica la función de supervivencia de la capacidad fallada global combinando el modelo Bernoulli de disponibilidad individual y el cálculo recursivo de la ecuación (3.2).

$$P_i(C \geq c) = P_i(C \geq c) \cdot (1 - q_i) + P_{i-1}(C \geq c - \bar{C}_i) \cdot q_i ; i \in \Omega \tag{3.2}$$

Siendo:

$C$ : Variable *capacidad fallada global* del sistema [MW].

$q_i$ : Probabilidad de fallo del elemento  $i$  [p.u.].

$P_i(C \geq c)$ : Probabilidad acumulada del fallo global con capacidad superior a  $c$  considerando los primeros  $i$  elementos [p.u.].

$\bar{C}_i$ : Capacidad del elemento  $i$  [MW].

$i \in \Omega$ : Conjunto de elementos disponibles (excluyendo mantenimiento).

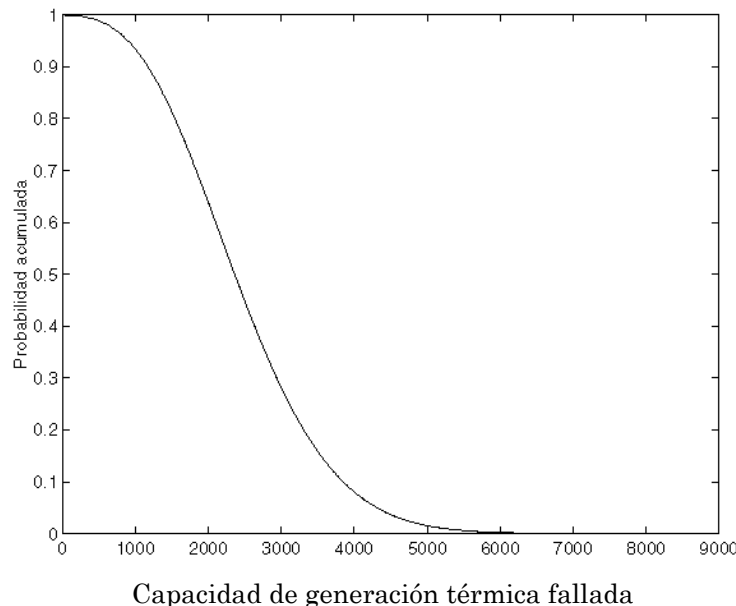


Fig.3.8. Función de supervivencia de la capacidad de generación térmica fallada.

En las Fig.3.8 y Fig.3.9 se representan las funciones de supervivencia de la capacidad fallada de generación térmica y de transporte calculadas analíticamente. Estas funciones de supervivencia se muestrean por el procedimiento de la transformada inversa (como se explica en la sección

3.1.1.3.) y, al igual que en el modelo ajustado, se utiliza la variable aleatoria discreta  $\zeta$  para concretar posteriormente los elementos que han fallado.

A diferencia del modelo ajustado, el modelo convolutivo posee mayor *versatilidad*, ya que actualiza de forma sencilla sus cálculos analíticos cuando se producen cambios en el sistema eléctrico, debidos por ejemplo al mantenimiento programado de los generadores.

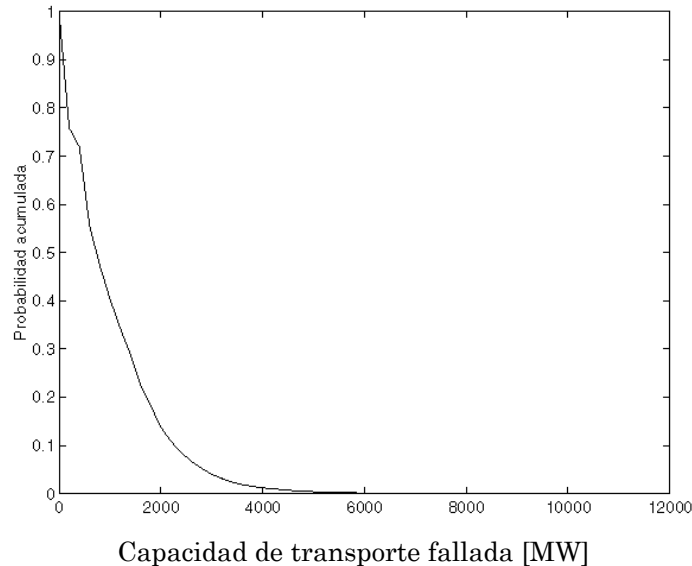


Fig.3.9. Función de supervivencia de la capacidad de transporte fallada.

Para sistemas eléctricos con gran número de elementos, el número de estados posibles a evaluar por la expresión (3.2) puede ser muy elevado, lo cual aumentaría excesivamente la carga computacional del modelo convolutivo. Para reducir el número de estados posibles, se aplican dos técnicas:

- 1) *Truncamiento*: Evita la evaluación de estados del sistema altamente improbables, para lo cual el usuario establece una cota de probabilidad.
- 2) *Discretización*: Reduce el número de diferentes estados posibles de fallo en el sistema, haciendo que la capacidad nominal de cada elemento del sistema sea múltiplo exacto de un valor de potencia prefijado por el usuario.

En el apéndice C se explica en detalle la construcción analítica de las funciones de supervivencia mediante el uso del algoritmo de convolución asociado a la expresión (3.2). Asimismo en este apéndice se cuantifica el efecto sobre la precisión de las anteriores técnicas de truncamiento y discretización.

Finalmente realizando un análisis comparativo entre los tres modelos descritos, cada uno de ellos resulta apropiado para diferentes tipos de muestreo:

- El *modelo Bernoulli* por su rapidez, precisión y versatilidad resulta adecuado para todo tipo de simulaciones, exceptuando aquéllas que apliquen

la técnica de las *variables antitéticas* de forma individual o combinada con otras técnicas (sección 3.2.). Su utilización conjuntamente con las variables antitéticas anula los potenciales beneficios de esta técnica sobre la eficacia computacional de la simulación.

- El *modelo ajustado* aumenta la eficacia de la simulación cuando se utiliza conjuntamente con las *variables antitéticas*, y obtiene una precisión adecuada cuando el sistema eléctrico analizado no modifica de forma importante su parque generador o su red de transporte. Lógicamente cada nuevo sistema eléctrico analizado requiere actualizar el ajuste de las funciones de supervivencia de las variables de capacidad fallada global.
- El *modelo convolutivo* resulta adecuado por su eficacia cuando se utiliza conjuntamente con las *variables antitéticas*. Comparándolo con el modelo ajustado, es más versátil al poderse actualizar fácilmente las funciones de supervivencia.

### Producción hidráulica global

La incertidumbre en las producciones de las plantas hidráulicas es uno de los factores más influyentes sobre la variabilidad de los resultados técnico-económicos en sistemas eléctricos con una componente hidráulica importante, tal y como ocurre con el sistema español. Se ha supuesto para esta incertidumbre que la variación de las producciones hidráulicas de las distintas plantas es la misma en valor porcentual para todo el sistema eléctrico.

De manera análoga al *modelo ajustado* utilizado para sortear la disponibilidad de grupos térmicos y circuitos, el modelado de la incertidumbre hidráulica se ha basado en el ajuste de la función de densidad de probabilidad de una variable que englobe el comportamiento de todo el sistema hidráulico. Se han estudiado dos variables igualmente válidas: la *producción hidráulica global* y las *horas de producción a plena capacidad*, i.e., el cociente entre la producción hidráulica anual y la capacidad hidráulica total instalada. Un aspecto a tener en cuenta a la hora de considerar las muestras de las producciones hidráulicas es la evolución histórica de dichas producciones.

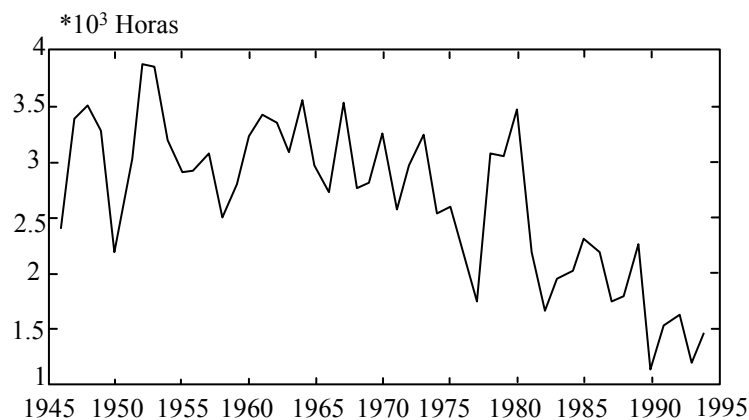


Fig.3.10. Evolución histórica de las horas de producción hidráulica anual.

En la Fig.3.10 se muestra la evolución histórica de las horas de producción hidráulica a plena capacidad del sistema español desde 1945 [UNESA, 93]. En esta figura se aprecia un comportamiento descendente de las horas de utilización conforme los datos son más recientes. Dicho comportamiento está motivado por tres factores:

- La calidad de los saltos hidráulicos que se han aprovechado a lo largo del tiempo ha ido empeorando debido a que son recursos limitados.
- La disminución progresiva de los rendimientos de las instalaciones hidráulicas principalmente por pérdida de salto de los embalses debido a la acumulación de sedimentos de los ríos en el fondo.

Debido a los factores históricos que afectan a esta variable, solamente las muestras de años recientes (por ejemplo, los últimos 20 años) resultan válidas para poder ajustar una función de densidad de probabilidad. Adicionalmente, el escaso número de muestras válidas para realizar un ajuste hace más patente la necesidad de funciones de densidad que permitan un ajuste usando criterios más subjetivos, como por ejemplo la función *triangular*, Fig.3.11.

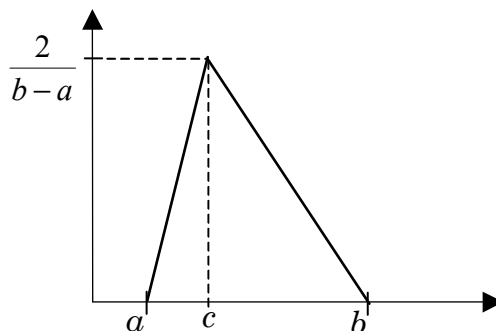


Fig.3.11. Función de densidad triangular.

Se ha optado por ajustar la variable *producción hidráulica global*, debido a que es una variable de uso más extendido dentro del ámbito de la explotación de los sistemas eléctricos, frente a la variable *horas de producción hidráulica a plena capacidad*. Los parámetros que definen esta función triangular (*a*, *b* y *c*) tienen una interpretación física bastante directa. En el sistema español se han tomado como parámetros de la distribución triangular:

- a:** Producción hidráulica anual mínima = 18000 GWh.
- b:** Producción hidráulica anual máxima = 46500 GWh.
- c:** Producción hidráulica anual más frecuente = 27000 GWh.

En la Fig.3.12 se muestra conjuntamente el histograma de las producciones hidráulicas de los últimos veinte años y la función de distribución triangular definida por los valores de los parámetros anteriores. Los valores extremos originales de las producciones hidráulicas de los últimos 20 años son  $a=18671$  GWh y  $b=45843$  GWh. Sin embargo, para la función triangular se ha extendido dicho rango de producciones hidráulicas con objeto de permitir valores extremos no acontecidos en los últimos 20 años. La ampliación de este rango con nuevos

valores de  $a$  y  $b$  se ha realizado manteniendo el valor medio y moda  $c$  originales de las producciones hidráulicas históricas.

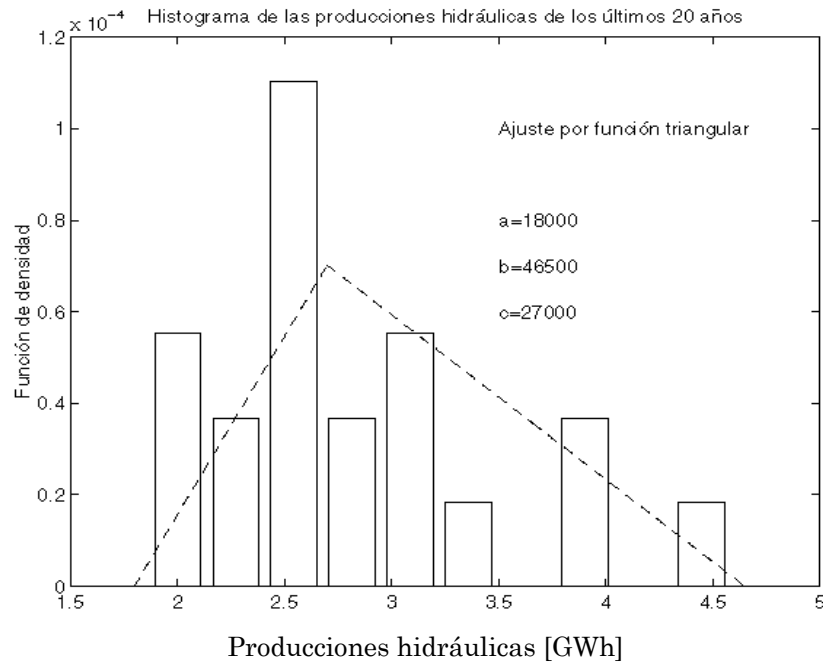


Fig.3.12. Ajuste de una función triangular a la producción hidráulica anual.

En el modelo de explotación desarrollado en esta Tesis, el valor muestral de las producciones hidráulicas programadas y máximas de cada planta se obtienen multiplicando los valores de referencia de las trayectorias por planta, periodo y nivel por los coeficientes unitarios muestreados. Dichos coeficientes unitarios se obtienen dividiendo el valor muestreado de la producción hidráulica global por el valor medio de dicha producción hidráulica  $\mu_X$ . Dicho valor medio es lógicamente función de los parámetros que definen la función de densidad triangular de probabilidad, tal y como se indica en (3.3).

$$\mu_X = \frac{a + b + c}{3} \tag{3.3}$$

En la Fig.3.13 se muestra el rango genérico de variación de la trayectoria hidráulica programada o máxima de una planta del sistema para los tres niveles de demanda de los periodos  $q$  y  $q+1$ . En trazo continuo se representa la trayectoria media (*o de referencia*) de producción de la planta hidráulica y en trazos discontinuos las cotas máxima y mínima. El valor muestral de la producción hidráulica para cada periodo y nivel se distribuye según la función triangular sombreada de la Fig.3.13. Los vértices superior e inferior de dicha función triangular se corresponden con las cotas máxima y mínima de producción hidráulica por periodo y nivel.

La selección de la *producción hidráulica global* del sistema como variable global para realizar el muestreo no contempla la posible heterogeneidad de comportamiento entre diversas cuencas hidráulicas. Los estudios previos de red

realizados para el sistema español en Red Eléctrica de España usando hidraulicidades heterogéneas no han aportado cambios sustanciales a los resultados considerando hidraulicidades homogéneas para todo el sistema. No obstante, para modelar con más detalle el comportamiento hidráulico del sistema este mismo procedimiento de ajuste mediante funciones triangulares puede realizarse en cada una de las cuencas o regiones hidráulicas donde se produzca un comportamiento homogéneo. Este múltiple ajuste hidráulico requiere previamente la adquisición de datos históricos detallados por regiones o cuencas. Por el hecho de utilizar variables globales para muestrear la hidraulicidad del sistema se mejora la eficacia de la técnica de las variables antitéticas.

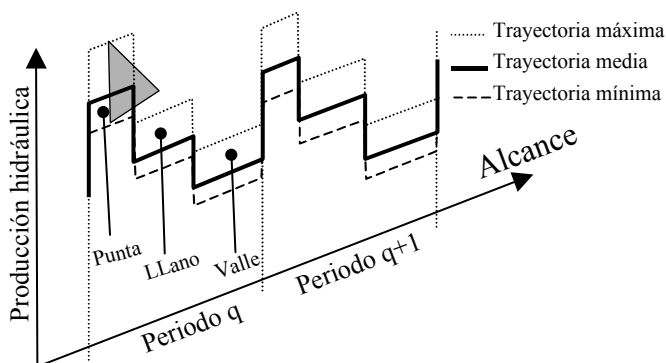


Fig.3.13. Rango de trayectorias hidráulicas mediante funciones triangulares.

### 3.1.1.3. Procedimientos de muestreo.

En esta sección se detallan los procedimientos utilizados para obtener muestras de las variables aleatorias de entrada, a partir de las funciones de probabilidad establecidas en la sección anterior.

Una componente fundamental para llevar a cabo este muestreo es el conjunto de números pseudoaleatorios uniformes del intervalo  $[0,1]$  utilizados. El lenguaje algebraico GAMS [Brooke, 92], en el cual se ha codificado el modelo probabilista, proporciona generadores aritméticos de números pseudoaleatorios uniformes, exponenciales y normales. Estos generadores aritméticos tienen la capacidad de repetir secuencias de números aleatorios mediante la utilización de semillas que inicializan dichas secuencias.

En esta Tesis se han aplicado dos procedimientos para generar muestras de las variables de entrada a partir de sus distribuciones de probabilidad. Para evaluar estos procedimientos se han analizado tres aspectos. Uno es la *exactitud* que el procedimiento proporciona entre la función de probabilidad original y la distribución en probabilidad de las muestras obtenidas. Otro aspecto son los *requerimientos* de memoria y carga computacional. Por último y muy importante en esta investigación, es la *eficacia* que cada procedimiento permite alcanzar en las técnicas de reducción de varianza aplicadas a la simulación.

La carga computacional del muestreo se compone del tiempo de *inicialización*, para la creación de tablas y cálculo de parámetros de ajuste, y del tiempo de *sorteo* de las muestras. Salvo simulaciones en las cuales se produzcan

cambios reiterados en los parámetros de las funciones de densidad, el tiempo de inicialización suele ser bastante inferior al tiempo de sorteo de muestras.

Determinadas técnicas de reducción de varianza, *números aleatorios comunes* y *variables antitéticas*, requieren sincronización en el uso de números pseudoaleatorios con objeto de aumentar la correlación entre las variables de salida. Esta sincronización hace que no todos los procedimientos de muestreo sean idóneos por igual.

Entre los procedimientos de muestreo que existen en la literatura se encuentran: el procedimiento de la *transformada inversa*, el procedimiento de *convolución*, el procedimiento de *composición* y el procedimiento de *aceptación y rechazo* [Law, 91]. En el modelo probabilista de explotación se han utilizado el procedimiento tradicional de la *transformada inversa* y una variante del procedimiento de convolución, la *convolución inversa*, que a continuación se describen.

### LA TRANSFORMADA INVERSA

Partiendo del conocimiento previo de la función de distribución acumulada de probabilidad  $F(X)$ , este procedimiento muestrea la variable  $X$  utilizando la transformada inversa de esta función de distribución,  $F^{-1}$ . Se demuestra en (3.4) que los valores de entrada de dicha función inversa,  $T$ , pertenecen a una distribución uniforme de probabilidad  $U[0,1]$ . Por lo tanto introduciendo valores uniformes en la función inversa,  $F^{-1}(T)$ , se obtienen valores de  $X$ . La validez de este procedimiento de muestreo se basa en que la variable que aparece al aplicar la variable uniforme  $T$  a la  $F^{-1}$ , se distribuye según la distribución  $F$ , tal y como se formula en (3.4).

$$P(X \leq x) = P(F^{-1}(T) \leq x) = P(T \leq F(x)) = F(x) \tag{3.4}$$

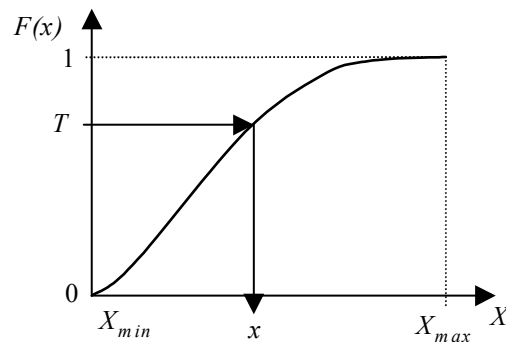


Fig.3.14. Procedimiento de muestreo de la transformada inversa.

En la Fig.3.14 se representa el procedimiento de muestreo basado en la transformación inversa de la función acumulada de distribución de la variable  $X$ . Partiendo de la ordenada correspondiente a un valor de una distribución uniforme, dicho valor se lleva sobre la función de probabilidad acumulada de la variable  $X$ , para posteriormente determinar sobre el eje de abscisas el valor concreto de  $X$ ,  $x$ . Este procedimiento se puede generalizar para variables

*discretas*, dividiendo en tramos el intervalo  $[0,1]$  cuya longitud se corresponde con los distintos valores de probabilidad de ocurrencia de la variable discreta  $X$ .

La transformación inversa facilita la aplicación de técnicas de reducción de varianza que estén basadas en la correlación muestral entre variables. La gran ventaja de este procedimiento es que utiliza un solo número aleatorio por cada muestra de la variable, lo cual permite mayor control en la simulación y sobre todo sincronización en el muestreo, requisito imprescindible para las técnicas de reducción de varianza estudiadas. Así por ejemplo se maximiza la correlación positiva entre variables de salida homólogas de distintos modelos de simulación, cuando con los mismos números aleatorios uniformes se obtienen muestras de las variables homólogas de entrada del modelo (*números aleatorios comunes*, sección 3.2.1.). Por otra parte este mismo procedimiento permite también alcanzar correlaciones negativas entre muestras emparejadas de las variables de salida del modelo. Para ello se obtienen valores muestrales de las variables de entrada mediante números aleatorios uniformes complementarios a la unidad (*variables antitéticas*, sección 3.2.2.).

Concretamente las funciones de densidad de las variables de entrada del modelo de explotación sobre las cuales se aplica este procedimiento de muestreo son: el modelo *Bernoulli*, de disponibilidad de plantas hidráulicas, grupos térmicos y circuitos y la función *triangular* de la producción hidráulica global.

### Transformada inversa de la disponibilidad de elementos

Para evaluar la disponibilidad del elemento  $i$  del sistema se aplica el procedimiento de la transformada inversa sobre una variable discreta y por lo tanto se divide el intervalo  $[0,1]$  en dos partes: una de ellas de tamaño igual a la probabilidad de fallo del elemento  $q_i$  y la otra con el tamaño complementario a la unidad  $1-q_i$ . Para cada elemento  $i$  del sistema se extrae un número aleatorio uniforme  $T_i$ , si dicho número aleatorio resulta inferior a  $q_i$  el elemento falla, en caso contrario el elemento está disponible.

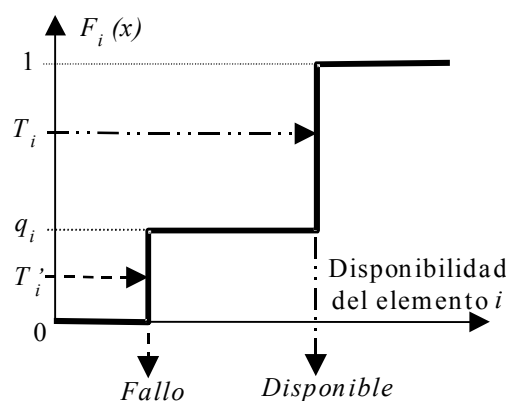


Fig.3.15. Transformada inversa de la distribución Bernoulli de disponibilidad.

En la Fig.3.15 se representan dos sorteos de la disponibilidad del elemento  $i$ , el número aleatorio  $T_i$  se corresponde con un estado muestreado de disponibilidad y el número aleatorio  $T_i'$  se corresponde con un estado de fallo.



### Transformada inversa de producción hidráulica global

La otra función de densidad sorteada mediante la transformación inversa es la función triangular de la *producción hidráulica global*  $X$ . Dicha función triangular,  $triang(a,b,c)$ , tiene sus parámetros definidos por el usuario Fig.3.11. El valor sorteado de  $X$  se expresa mediante la ecuación (3.5), siendo  $X'$  una variable aleatoria distribuida según  $triang(0,1,\frac{c-a}{b-a})$ .

$$X = a + (b - a) X' \tag{3.5}$$

El valor muestral de  $X'$  se calcula aplicando el valor muestreado de la variable uniforme  $T$ , a la ecuación (3.6).

$$X' = \begin{cases} \sqrt{\frac{c-a}{b-a}} T & ; 0 \leq T \leq \frac{c-a}{b-a} \\ 1 - \sqrt{\left(1 - \frac{c-a}{b-a}\right) (1-T)} & ; \frac{c-a}{b-a} \leq T \leq 1 \end{cases} \tag{3.6}$$

Finalmente, combinando (3.5) y (3.6) se obtiene el valor sorteado de  $X$ . Este valor modifica las cotas de producción programada y máxima de las plantas hidráulicas  $h$  mediante la utilización de coeficientes muestrales por periodo y muestra  $\alpha_p^\omega$ . Dichos coeficientes muestrales multiplican a los valores de *referencia* de producción hidráulica programada y máxima en cada periodo y nivel para obtener el valor muestral de las cotas. Estos coeficientes  $\alpha_p^\omega$  se calculan por periodo  $p$  y muestra  $\omega$ , dividiendo el valor muestreado de la producción hidráulica global por el valor medio de su distribución triangular (3.7).

$$\alpha_p^\omega = \frac{X^\omega}{\mu_X} \tag{3.7}$$

Finalmente las cotas de las variables de producción hidráulica programada y máxima se formulan (sección 2.2.4.):

$$\begin{aligned} H_{hpn}^\omega &\leq \alpha_p^\omega \tilde{e}_{hpn} \tilde{H}_h \\ H'_{hpn}{}^\omega &\leq \alpha_p^\omega (\tilde{e}_{hpn} \tilde{H}_h - \tilde{e}_{hpn} \tilde{H}_h) \end{aligned} \tag{3.8}$$

### LA CONVOLUCIÓN INVERSA.

El procedimiento de convolución se basa en obtener muestras de la variable  $X$  mediante  $n$  muestras de la variable  $Y$ . Este procedimiento aprovecha la propiedad de que  $X$  es suma de  $n$  variables aleatorias idénticas e igualmente

distribuidas,  $Y_i$  (3.9). Por regla general, este procedimiento es utilizado cuando la variable  $Y$  resulta mucho más fácil de muestrear que la variable  $X$ .

$$X = \sum_{i=1}^n Y_i \tag{3.9}$$

Sin embargo, en esta investigación se ha utilizado el procedimiento de convolución de forma invertida, i.e., se muestrea previamente el valor de la variable global  $X$  y dado dicho valor, se muestrea una combinación de variables independientes  $Y_i$  que cumpla con (3.9). Los valores muestrales de  $Y$  son los realmente utilizados por el modelo de explotación. Para llevar a cabo la convolución inversa es necesario que todas las variables  $Y_i$  se distribuyan según el mismo tipo de función de densidad, aunque los valores de los parámetros que las definen puedan ser distintos. Este procedimiento de muestreo aumenta la eficacia de la técnica de las *variables antitéticas*, en cuanto que reduce la variabilidad de las medias de las variables de salida al utilizar variables globales de entrada. Este fenómeno se detalla con mayor profundidad en la sección 3.2.2..

Concretamente este procedimiento de muestreo se aplica a los modelos ajustado y convolutivo de las funciones de densidad de las variables *capacidad fallada global de generación térmica y de transporte*. Su aplicación y el posterior aumento de eficacia de las *variables antitéticas* es novedosa dentro del ámbito de los modelos de explotación para los sistemas eléctricos. Dicho procedimiento se compone de los siguientes pasos para determinar los elementos individuales del sistema que fallan:

- ① Se obtiene una muestra  $\mathbf{x}$  de la capacidad fallada global de generación o transporte mediante la transformada inversa de la función de supervivencia de la correspondiente variable global.
- ② Se inicializa a cero el contador de iteraciones  $j$  y el conjunto de elementos disponibles del sistema  $\Psi_0$ , considerados todos los elementos excepto los puestos en mantenimiento.
- ③ Se utiliza la variable aleatoria discreta  $\zeta$ , la cual indica el ordinal del elemento del sistema que falla. Los valores de esta variable se corresponden con la numeración correlativa de los elementos disponibles en el sistema tras cada iteración. La probabilidad de fallo de cada elemento  $p(\zeta)$ , se calcula dividiendo la tasa de fallo de cada elemento por la suma de tasas de fallo de los elementos disponibles en cada iteración, Fig.3.7. Posteriormente se extrae un número aleatorio uniforme  $T_j$  con el cual se obtiene una muestra de la variable  $\zeta$ , utilizando el procedimiento de la transformada inversa sobre la función de distribución de probabilidad acumulada  $F(\zeta)$ , Fig.3.16. En dicha figura se muestra un ejemplo en el cual se sortea y falla el cuarto elemento ( $\zeta_j=4$ ) del conjunto ordenado de elementos disponibles en la iteración  $j$ ,  $\Psi_j$ . El cardinal de dicho conjunto  $N_j$ , se reduce en una unidad por cada iteración. La probabilidad de fallo de cada elemento también se

actualiza según varía el número y tipo de elementos disponibles en el sistema.

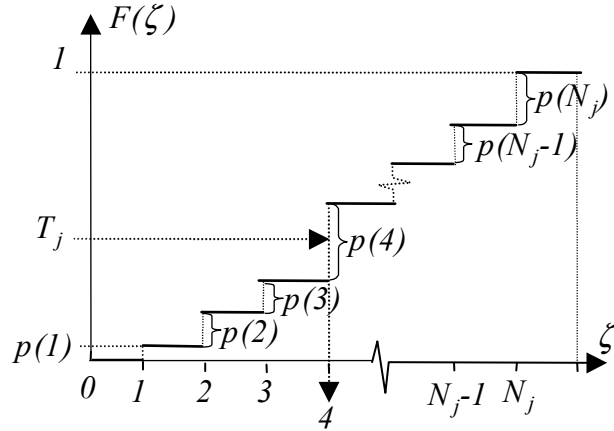


Fig.3.16. Muestreo de la variable  $\zeta$  de asignación de fallos.

El conjunto  $\Psi_j$  se actualiza a partir del conjunto  $\Psi_{j-1}$  extrayendo de él el elemento  $\zeta_j$  fallado en la iteración  $j$ , tal y como se indica en la ecuación (3.10).

$$\Psi_j = \Psi_{j-1} - \zeta_j \tag{3.10}$$

Analíticamente se determina el fallo del elemento  $I$  por el cumplimiento de la ecuación (3.11).

$$\sum_{\zeta=0}^{I-1} p(\zeta) \leq T_j < \sum_{\zeta=0}^I p(\zeta) \tag{3.11}$$

- ④ El valor de la capacidad global fallada de generación o transporte  $C_j$  se actualiza en cada iteración  $j$  añadiendo la capacidad del último elemento fallado  $Y_I$  al valor de la capacidad fallada global de la iteración anterior  $C_{j-1}$  (3.12).

$$C_j = C_{j-1} + Y_I \tag{3.12}$$

- ⑤ Se compara el valor de la capacidad fallada acumulada hasta la iteración  $j$ ,  $C_j$ , con la muestra  $\mathbf{x}$  obtenida para la variable global de fallo del paso ①. Sobre esta comparación se aplica un margen de error de asignación  $\epsilon$ , cuyo valor depende de si se muestrea la indisponibilidad de generación térmica o de transporte. Estos márgenes de error tienen la finalidad de acelerar en lo posible la asignación individualizada de fallos, sin disminuir prácticamente la precisión del muestreo de estados. Existen tres salidas posibles a la comparación realizada:

- ① Si " $C_j < x - \epsilon$ " se incrementa el número de elementos fallados en el sistema. Para ello se vuelve al paso ③ actualizando el valor de la iteración  $j$ , así

como el contenido del conjunto  $\Psi_j$  y las probabilidades de fallo de los restantes elementos disponibles.

- ② Si " $C_j > x - \varepsilon$ " se invalida toda la asignación de fallos realizada hasta el momento y se vuelve al paso ②.
- ③ Si " $x - \varepsilon \leq C_j \leq x + \varepsilon$ " se considera válida la asignación muestreada de fallos individuales. Cuando se alcanza esta situación el proceso iterativo de asignación de fallos finaliza y como resultado se determina el conjunto  $\Psi_j$  de elementos disponibles en el sistema, tanto en el caso de que se muestreen fallos de grupos térmicos como de transporte.

En el caso de suceder ② se invalida toda la asignación de fallos, debido a que si sólo se invalidara el último fallo asignado y se continuara con ③ se estaría distorsionando la distribución de probabilidad de la variable  $\zeta$ . Esta distorsión se debe a que, conforme la capacidad que resta por fallar disminuye, con este otro procedimiento aquellos elementos de menor capacidad aumentarían su probabilidad de fallo.

Concretamente el valor del margen de error de asignación  $\varepsilon$  que se ha considerado para el caso español es de 30 MW para la indisponibilidad de la generación térmica y de 100 MW para la indisponibilidad de la red de transporte.

Tal y como se explica en la sección 3.2.2.2., la técnica de reducción de varianza de las variables antitéticas utiliza el procedimiento de la convolución inversa para muestrear de manera antitética las variables globales de disponibilidad de generación térmica y transporte. El antitetismo solamente se aplica sobre el paso ① del procedimiento en el cual se muestrean las variables globales, el resto de pasos de asignación individual permanecen invariables con esta técnica.

### 3.1.2. Estadísticos del modelo.

Los resultados estadísticos que el modelo probabilista de explotación proporciona son las medias muestrales de las variables de salida, así como los intervalos de confianza asociados a dichas medias para un nivel de confianza prefijado. En la sección 3.1.2.1. se describen los procedimientos genéricos de cálculo de estos estadísticos de salida, así como algunos procedimientos específicos para algunas variables de salida. En la sección 3.1.2.2. se detallan los estadísticos de variables individuales de salida, i.e. estadísticos asociados a elementos del sistema eléctrico tales como nudos, generadores y circuitos. En la sección 3.1.2.3. se detallan estadísticos de variables globales de salida, i.e. que agrupan variables individuales con objeto de dar información del comportamiento del sistema eléctrico en su conjunto.

#### 3.1.2.1. Procedimiento de cálculo.

Esta sección se divide en dos partes, una de ellas detalla el cálculo de las medias muestrales y la otra el de los intervalos de confianza asociados a dichas medias muestrales.

### A) MEDIAS MUESTRALES

Las medias muestrales son estimadores centrados de las medias de las variables de salida  $X$ , las cuales constituyen los estadísticos de interés del modelo de explotación. Su cálculo se realiza de forma recursiva para evitar tener almacenadas todas las muestras de la simulación. La expresión genérica (3.13) se utiliza para actualizar muestra a muestra la estimación de la media de la variable  $X$  para el periodo  $p$  y nivel  $n$ , denominada  $\bar{X}_{pn}$ .

$$\bar{X}_{pn}^{\varpi} = \frac{1}{\varpi} \left[ (\varpi - 1) \bar{X}_{pn}^{\varpi-1} + x_{pn}^{\varpi} \right] \quad (3.13)$$

Siendo:

$\bar{X}_{pn}^{\varpi}$ : Media muestral de  $X$  del periodo  $p$  y nivel  $n$  con  $\varpi$  muestras.

$x_{pn}^{\varpi}$ : Muestra  $\varpi$  de la variable  $X_{pn}$ .

Se ha generalizado la ecuación anterior con objeto de actualizar la media estimada de la variable  $X_{pn}$  cuando se obtienen  $t$  muestras simultáneas (3.14). En la sección 4.1.3. se explica cómo el modelo probabilista obtiene simultáneamente varias muestras de la variable  $X_{pn}$ .

$$\bar{X}_{pn}^{\varpi} = \frac{1}{\varpi} \left[ (\varpi - t) \cdot \bar{X}_{pn}^{\varpi-t} + \sum_{\omega=\varpi-t+1}^{\varpi} x_{pn}^{\omega} \right] \quad (3.14)$$

Siendo:

$\bar{X}_{pn}^{\varpi-t}$ : Media muestral de  $X$  del periodo  $p$  y nivel  $n$  para  $\varpi-t$  muestras.

Para cada nivel de demanda  $n$  de cada periodo  $p$  se calculan medias estimadas de distintas variables de interés. En el caso de que se requieran estimaciones de medias de variables cuyo alcance temporal agrupe diferentes periodos y niveles de demanda se aplica la propiedad de que *el valor medio de una suma de variables es igual a la suma de los valores medios de dichas variables*. La dependencia o independencia existente entre los valores medios que son sumados no afecta al valor medio de su suma, a diferencia de lo que ocurre con el cálculo de sus intervalos de confianza.

En el modelo de explotación, las medias estimadas de variables relacionadas con la producción de energía o con los costes que agrupan diversos periodos y niveles se obtienen simplemente sumando los valores medios de cada nivel  $n$  y periodo  $p$ . En la ecuación (3.15) se muestra un ejemplo genérico del valor medio muestral de la variable  $X$  para todo el alcance del modelo, con un total de  $P$  periodos y  $N$  niveles de demanda por periodo.

$$\bar{X} = \sum_{p=1}^P \sum_{n=1}^N \bar{X}_{pn} \tag{3.15}$$

Existen otras variables de salida del modelo de explotación en las cuales la duración de cada periodo y nivel influye en el cálculo de estadísticos agrupados. Concretamente son la *probabilidad de pérdida de suministro* y los *precios nodales* de la energía. Los valores medios agrupados de estas variables se calculan ponderando por la duración de los periodos y niveles agrupados. En la ecuación (3.16) se muestra un ejemplo genérico sobre la variable  $X$ , en el cual se agregan los periodos y niveles del alcance del modelo.

$$\bar{X} = \frac{\sum_{p=1}^P \sum_{n=1}^N \bar{X}_{pn}}{\sum_{p=1}^P \sum_{n=1}^N dur_{pn}} \tag{3.16}$$

Siendo  $dur_{pn}$ , la duración del nivel  $n$  del periodo  $p$ .

### **B) INTERVALOS DE CONFIANZA**

Los intervalos de confianza asociados a los valores medios estimados indican el grado de precisión y variabilidad de dichos estadísticos. Su cálculo se basa en la aplicación del teorema central del límite [León, 94].

---

**Teorema central del límite:** Sea  $S^{\varpi}$ , la suma de  $\varpi$  variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con media  $\mu$  y varianza  $\sigma^2$ , y sea la variable  $Z^{\varpi}$ , la variable normalizada de media nula y varianza unidad se define:

$$Z^{\varpi} = \frac{S^{\varpi} - \varpi \mu}{\sigma \sqrt{\varpi}} \tag{3.17}$$

*El teorema central del límite establece que la distribución de probabilidad de la variable normalizada  $Z^{\varpi}$  cuando  $\varpi \rightarrow \infty$  es una distribución gaussiana normalizada  $N(0,1)$ .*

Se hace notar que este teorema se cumple independientemente del tipo de distribución de las variables aleatorias sumadas.

---

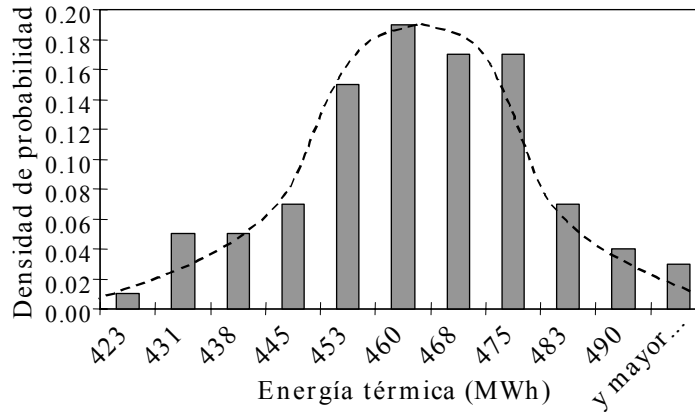


Fig.3.17. Histograma de 100 muestras de energía térmica media.

En la Fig.3.17 se muestra un ejemplo del teorema central del límite aplicado a la distribución de probabilidad del valor medio de la producción térmica en un sistema eléctrico con 10 grupos térmicos sin considerar la red de transporte (caso de 9 nudos, sección 5.1.). Cada valor de la producción térmica media se ha obtenido con 100 muestras de la superpunta de este sistema sorteando la capacidad fallada de generación térmica e hidráulica y la producción hidráulica global del sistema. El número total de valores medios es de 100 con lo cual, el número total de muestras resulta de  $100 \times 100 = 10000$ .

### Independencia en las muestras

Tal y como se ha diseñado la simulación en el modelo de explotación (sección 2.1.), las muestras que se obtienen para un mismo nivel de demanda de un periodo no presentan dependencia teórica alguna entre sí. Las estimaciones de los intervalos de confianza de las medias muestrales asumen que dichas covarianzas son nulas, lo cual ha sido validado empíricamente.

Dadas  $\varpi$  muestras independientes del periodo  $p$  y nivel  $n$  de la variable  $X$ , cuya media y varianza son respectivamente  $\mu_{pn}$  y  $\sigma_{pn}^2$ , la varianza del estimador del valor medio de la variable se calcula mediante la ecuación (3.18).

$$Var(\bar{X}_{pn}^{\varpi}) = Var\left(\frac{1}{\varpi} \sum_{\omega=1}^{\varpi} x_{pn}^{\omega}\right) = \frac{1}{\varpi^2} \sum_{\omega=1}^{\varpi} Var(X_{pn}) = \frac{Var(X_{pn})}{\varpi} \tag{3.18}$$

De la ecuación (3.18) se desconoce el valor de  $Var(X_{pn})$ . No obstante, esta varianza se estima teniendo en cuenta la relación existente entre la varianza y los momentos respecto al origen de primer y segundo orden (3.19).

$$Var(X_{pn}) = E(X_{pn}^2) - E^2(X_{pn}) \tag{3.19}$$

Análogamente al cálculo de las medias muestrales, la estimación de la varianza muestral de  $X_{pn}$  se calcula de forma recursiva para no almacenar innecesariamente muestras de la simulación. El cálculo recursivo de la media muestral y de la media cuadrática muestral se incorporan a la ecuación (3.19)

obteniendo la expresión (3.20). Con esta ecuación se actualiza muestra a muestra la varianza muestral de  $X_{pn}$  para las  $\varpi$  primeras muestras. Por otra parte el cálculo genérico de la varianza muestral actualizando de  $t$  muestras en  $t$  muestras se indica en la ecuación (3.21). Esta actualización simultánea cada  $t$  muestras tiene su utilidad cuando la simulación se lleva a cabo mediante lotes muestrales (sección 4.1.3.).

$$\tilde{Var}(X_{pn}^{\varpi}) = \frac{1}{\varpi-1} \left[ \left( \overline{X_{pn}^{\varpi-1}} \right)^2 (\varpi-1) + (x_{pn}^{\varpi})^2 \right] - \frac{1}{\varpi(\varpi-1)} \left[ \overline{X_{pn}^{\varpi-1}} (\varpi-1) + x_{pn}^{\varpi} \right]^2 \quad (3.20)$$

$$\tilde{Var}(X_{pn}^{\varpi}) = \frac{1}{\varpi-1} \left[ \left( \overline{X_{pn}^{\varpi-t}} \right)^2 (\varpi-t) + \sum_{\omega=\varpi-t+1}^{\varpi} (x_{pn}^{\omega})^2 \right] - \frac{1}{\varpi(\varpi-1)} \left[ \overline{X_{pn}^{\varpi-t}} (\varpi-t) + \sum_{\omega=\varpi-t+1}^{\varpi} x_{pn}^{\omega} \right]^2 \quad (3.21)$$

En el apéndice D se demuestra que el estimador de la varianza de la variable es centrado, i.e., su esperanza coincide con la varianza de la variable. Asimismo en el apéndice D se detalla otra formulación recursiva para la estimación muestral de la varianza, que no resulta tan eficaz cuando se actualiza el cálculo simultáneo de varias muestras.

En la determinación del intervalo de confianza asociado a las medias muestrales se asume que el número de muestras  $\varpi$  es lo “suficientemente” elevado para que la distribución de probabilidad de la media muestral normalizada se aproxime a una distribución gausiana, Fig.3.17. Aplicando el teorema central del límite (3.17) a la *media muestral por periodo y nivel* se obtiene la expresión (3.22).

$$Z_{pn}^{\varpi} = \frac{\overline{X_{pn}^{\varpi}} - \mu_{pn}}{\sqrt{\tilde{Var}(\overline{X_{pn}^{\varpi}})}} = \frac{\overline{X_{pn}^{\varpi}} - \mu_{pn}}{\sqrt{\frac{\tilde{Var}(X_{pn}^{\varpi})}{\varpi}}} \underset{\varpi \rightarrow \infty}{\sim} N(0,1) \quad (3.22)$$

Obtenidas las estimaciones de la media y varianza muestrales mediante un tamaño muestral  $\varpi$ , la ecuación (3.23) determina el intervalo de confianza de  $\mu_{pn}$  que engloba el  $100(1-\alpha)\%$  de la probabilidad de ocurrencia.

$$P \left[ -z \leq \frac{\overline{X_{pn}^{\varpi}} - \mu_{pn}}{\sqrt{\frac{\tilde{Var}(X_{pn}^{\varpi})}{\varpi}}} \leq z \right] = P \left[ \overline{X_{pn}^{\varpi}} - z \sqrt{\frac{\tilde{Var}(X_{pn}^{\varpi})}{\varpi}} \leq \mu_{pn} \leq \overline{X_{pn}^{\varpi}} + z \sqrt{\frac{\tilde{Var}(X_{pn}^{\varpi})}{\varpi}} \right] = 1 - \alpha \quad (3.23)$$



El nivel de significación  $\alpha$  fija la probabilidad de que los intervalos de confianza calculados no contengan el valor real de la media  $\mu_{pn}$ . En los resultados contenidos en el capítulo 5, este  $\alpha$  se ha establecido en un 5%, es decir, que en un 95% de las ocasiones los intervalos de confianza que se calculan contienen al verdadero  $\mu_{pn}$ .

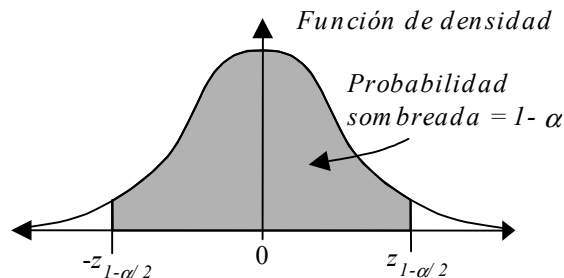


Fig.3.18. Nivel de significación  $\alpha$  para una función de distribución estandarizada.

Dependiendo del número de muestras  $\varpi$ , la distribución estandarizada de probabilidad con la que se calcula el valor de  $z$  varía. De esta forma si el tamaño muestral es inferior a 50 muestras se utiliza una  $t$  de Student con  $\varpi-1$  grados de libertad y en caso de que el tamaño muestral sea superior se utiliza una distribución gaussiana o normal estandarizada,  $N(0,1)$ . El valor  $z$  se corresponde con el valor de la variable normalizada que posee una probabilidad acumulada del  $100(1-\alpha/2)\%$ , independientemente del número de muestras  $\varpi$  de la simulación, Fig.3.18.

Los valores más habituales de  $z$  para la  $t$  de Student se encuentran frecuentemente en la literatura estadística [Law,91] [León, 94]. En la Tabla 3.1 se muestran los valores  $z$  de la distribución  $t$  de Student según cambia el tamaño de la simulación y el nivel de significación  $\alpha$ . En la misma tabla se incluyen los valores de  $z$  para un tamaño muestral infinito que son los correspondientes a una distribución normal estandarizada (**negrita**).

Tabla 3.1. Valores de  $z$  para la  $t$  de Student con  $n-1$  grados de libertad.

n-1	1- $\alpha$		
	0.90	0.95	0.99
30	1.697	2.042	2.750
40	1.684	2.021	2.704
50	1.676	2.009	2.678
60	1.671	2.000	2.660
100	1.660	1.984	2.626
$\infty$	<b>1.645</b>	<b>1.960</b>	<b>2.576</b>

Las varianzas de medias globales que agrupan otras medias estimadas independientes se calculan mediante la suma de las varianzas individuales de dichas medias. Concretamente en este modelo probabilista, las únicas agrupaciones independientes que existen son aquéllas que se realizan por nivel, i.e., agregando el mismo nivel para todos los periodos del alcance (3.24).

Suponiendo igual tamaño muestral en todos los periodos y niveles, la varianza resultante de esta agrupación por nivel se detalla en (3.25).

$$\bar{X}_n^{\varpi} = \sum_{p=1}^P \bar{X}_{pn}^{\varpi} \quad (3.24)$$

$$\tilde{V\ddot{a}r}(\bar{X}_n^{\varpi}) = \sum_{p=1}^P \tilde{V\ddot{a}r}(\bar{X}_{pn}^{\varpi}) = \frac{\sum_{p=1}^P \tilde{V\ddot{a}r}(X_{pn}^{\varpi})}{\varpi} \quad (3.25)$$

Los intervalos de confianza de los valores medios agrupados por nivel se obtienen formulando de nuevo la ecuación (3.23), con los valores medios y varianzas agrupadas por nivel, (3.24) y (3.25), tal y como se indica en la ecuación (3.26).

$$\mu_n \in \left[ \bar{X}_n^{\varpi} - z \sqrt{\tilde{V\ddot{a}r}(\bar{X}_n^{\varpi})}, \bar{X}_n^{\varpi} + z \sqrt{\tilde{V\ddot{a}r}(\bar{X}_n^{\varpi})} \right] \quad (3.26)$$

Otras agrupaciones de valores medios, por periodo o por alcance, presentan correlaciones positivas entre los valores medios que agregan y por lo tanto la varianza de las estimaciones de dichos valores medios han de tener en cuenta no solamente sus propias varianzas, sino también las covarianzas entre estimaciones, tal y como se detalla en el siguiente apartado.

### Dependencia en las muestras

En el modelo de explotación, los valores de las variables de entrada muestreados para un nivel del periodo, mantienen dicho valor para todos los niveles de demanda de dicho periodo. Este procedimiento de muestreo crea una correlación importante entre las medias estimadas para los distintos niveles del *mismo* periodo.

La existencia de esta correlación no afecta a la estimación de medias, que a su vez agrupan otras medias entre las cuales existe alguna dependencia. Sin embargo dicha dependencia o correlación afecta al cálculo de la varianza muestral de las medias muestrales agrupadas, tales como las medias muestrales por periodo y por alcance.

Así por ejemplo en la ecuación (3.27) se expresa la varianza de la variable que agrupa todo el alcance temporal, en función de las varianzas de medias estimadas por periodo y nivel y en función de las covarianzas entre medias de distintos niveles pero del mismo periodo. Por lo tanto, los intervalos de confianza de las medias estimadas por periodo o para todo el alcance del modelo, requieren el cálculo de las covarianzas estimadas intraperiodo.

$$Var(X) = Var\left(\sum_{p=1}^P \sum_{n=1}^N X_{pn}\right) = \sum_{p=1}^P \left[ \sum_{n=1}^N Var(X_{pn}) + 2 \sum_{n1=1}^N \sum_{n2=n1+1}^N Cov(X_{pn1}, X_{pn2}) \right] \quad (3.27)$$

Las estimaciones de las varianzas muestrales por periodo y nivel se realizan utilizando las ecuaciones anteriores (3.20) y (3.21). De manera análoga, el cálculo de las covarianzas muestrales intraperiodo entre los niveles de demanda  $n1$  y  $n2$  se realiza utilizando su formulación basada en los momentos de primer y segundo orden (3.28).

$$Cov(X_{pn1}, X_{pn2}) = E(X_{pn1} \cdot X_{pn2}) - [E(X_{pn1}) \cdot E(X_{pn2})] \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} \tilde{Cov}(X_{pn1}^{\varpi}, X_{pn2}^{\varpi}) &= \frac{1}{\varpi-1} \left[ \bar{X}_{pn1, pn2}^{\varpi-1} \cdot (\varpi-1) + (x_{pn1}^{\varpi} \cdot x_{pn2}^{\varpi}) \right] - \\ &\quad \frac{1}{\varpi(\varpi-1)} \left[ \bar{X}_{pn1}^{\varpi-1} \cdot (\varpi-1) + x_{pn1}^{\varpi} \right] \left[ \bar{X}_{pn2}^{\varpi-1} \cdot (\varpi-1) + x_{pn2}^{\varpi} \right] \end{aligned} \quad (3.29)$$

La expresión que permite actualizar muestra a muestra la estimación de la covarianza para un tamaño muestral  $\varpi$  se indica en la ecuación (3.29). Genéricamente la ecuación (3.30) permite actualizar dicha estimación cada  $t$  muestras. Finalmente la estimación de la varianza de la variable agrupada para todo el alcance del modelo se detalla en (3.31).

$$\begin{aligned} \tilde{Cov}(X_{pn1}^{\varpi}, X_{pn2}^{\varpi}) &= \frac{1}{\varpi-1} \left[ \bar{X}_{pn1, pn2}^{\varpi-t} \cdot (\varpi-t) + \sum_{\omega=\varpi-t+1}^{\varpi} (x_{pn1}^{\omega} \cdot x_{pn2}^{\omega}) \right] - \\ &\quad \frac{1}{\varpi(\varpi-1)} \left[ \bar{X}_{pn1}^{\varpi-t} \cdot (\varpi-t) + \sum_{\omega=\varpi-t+1}^{\varpi} x_{pn1}^{\omega} \right] \left[ \bar{X}_{pn2}^{\varpi-t} \cdot (\varpi-t) + \sum_{\omega=\varpi-t+1}^{\varpi} x_{pn2}^{\omega} \right] \end{aligned} \quad (3.30)$$

$$\begin{aligned} \tilde{Var}(\bar{X}^{\varpi}) &= \tilde{Var}\left(\sum_{p=1}^P \sum_{n=1}^N \bar{X}_{pn}^{\varpi}\right) = \frac{\tilde{Var}\left(\sum_{p=1}^P \sum_{n=1}^N X_{pn}^{\varpi}\right)}{\varpi} = \\ &\quad \frac{\sum_{p=1}^P \left[ \sum_{n=1}^N \tilde{Var}(X_{pn}^{\varpi}) + 2 \sum_{n1=1}^N \sum_{n2=n1+1}^N \tilde{Cov}(X_{pn1}^{\varpi}, X_{pn2}^{\varpi}) \right]}{\varpi} \end{aligned} \quad (3.31)$$

Siendo,

$\bar{X}_{pn1, pn2}^{\varpi-t}$ : Media muestral del producto de  $X_{pn1}$  por  $X_{pn2}$  para un tamaño muestral  $\varpi-t$ .

Una vez conocidas la media muestral agrupada y su varianza muestral, el intervalo de confianza de dicha media muestral se establece utilizando el teorema central del límite. En la ecuación (3.32) se establece el intervalo de confianza genérico asociado a la media muestral agrupada para todo el alcance.

$$\mu \in \left[ \bar{X}^{\varpi} - z \sqrt{\tilde{V}ar(\bar{X}^{\varpi})}, \bar{X}^{\varpi} + z \sqrt{\tilde{V}ar(\bar{X}^{\varpi})} \right] \quad (3.32)$$

### 3.1.2.2. Estadísticos individuales.

En esta sección se detalla la estimación de valores medios de aquellas variables de salida asociadas a elementos individuales del sistema: grupos, circuitos y nudos. La formulación de estas estimaciones de los valores medios se detalla para un tamaño muestral  $\varpi$  de la simulación. Los intervalos de confianza de estas estimaciones se calculan con el procedimiento genérico establecido en la sección inmediatamente anterior y no se detallan en este apartado. La notación utilizada se encuentra explicada en la sección 2.2.1..

Las unidades en las que se expresa cada valor medio estimado se indican entre corchetes. Los estadísticos definidos en el modelo que están relacionados con la remuneración de las actividades de generación y transporte se basan en la teoría marginalista de remuneración, la cual se apoya en la obtención de *precios nodales* de la energía eléctrica. Dichos precios, además de diferenciarse espacialmente por nudos, cambian para los distintos periodos y niveles de demanda del modelo [Schweppe, 88].

A continuación se detalla la composición de los valores medios globales para una duración genérica “ $y$ ” que agrupa un conjunto de periodos y niveles de demanda.

$\bar{T}_{tuy}$  Producción media del grupo  $u$  de la planta térmica  $t$  para la duración  $y$  [GWh].

$$\bar{T}_{tuy} = \frac{1}{\varpi} \sum_{p,n \in y} dur_{pn} \left( \sum_{\omega=1}^{\varpi} T_{tupn}^{\omega} \right) \quad (3.33)$$

$\bar{H}_{hy}$  Producción media programada de la planta hidráulica  $h$  para la duración  $y$  [GWh].

$$\bar{H}_{hy} = \frac{1}{\varpi} \sum_{p,n \in y} dur_{pn} \left( \sum_{\omega=1}^{\varpi} H_{hpn}^{\omega} \right) \quad (3.34)$$

$\bar{H}'_{hy}$  Producción media de reserva de la planta hidráulica  $h$  para la duración  $y$  [GWh].

$$\overline{H'}_{hy} = \frac{1}{\overline{\omega}} \sum_{p,n \in y} dur_{pn} \left( \sum_{\omega=1}^{\overline{\omega}} H'_{hpn}{}^{\omega} \right) \quad (3.35)$$

$\overline{F}^+_{lky}, \overline{F}^-_{lky}$  Energía media transportada en sentido positivo y negativo por el circuito  $k$  de la línea  $l$  para la duración  $y$  [GWh].

Estos valores medios pueden tener dos formulaciones posibles dependiendo del criterio de seguridad implantado: *penalización de márgenes* y *criterio preventivo N-1*.

- Penalización de márgenes:

$$\overline{F}^+_{lky} = \frac{1}{\overline{\omega}} \sum_{p,n \in y} dur_{pn} \left( \sum_{\omega=1}^{\overline{\omega}} (F_{lkpn}{}^{\omega} + F_{lkpn}{}^{\omega+}) \Big|_{F_{lkpn}{}^{\omega} > 0} \right) \quad (3.36)$$

$$\overline{F}^-_{lky} = \frac{1}{\overline{\omega}} \sum_{p,n \in y} dur_{pn} \left( \sum_{\omega=1}^{\overline{\omega}} (F_{lkpn}{}^{\omega} + F_{lkpn}{}^{\omega-}) \Big|_{F_{lkpn}{}^{\omega} < 0} \right) \quad (3.37)$$

- Preventivo N-1 de transporte:

$$\overline{F}^+_{lky} = \frac{1}{\overline{\omega}} \sum_{p,n \in y} dur_{pn} \left( \sum_{\omega=1}^{\overline{\omega}} F_{lkpn}{}^{\omega} \Big|_{F_{lkpn}{}^{\omega} > 0} \right) \quad (3.38)$$

$$\overline{F}^-_{lky} = \frac{1}{\overline{\omega}} \sum_{p,n \in y} dur_{pn} \left( \sum_{\omega=1}^{\overline{\omega}} F_{lkpn}{}^{\omega} \Big|_{F_{lkpn}{}^{\omega} < 0} \right) \quad (3.39)$$

$\overline{S}_{dy}$  Energía media no suministrada en el nudo  $d$  para la duración  $y$  [GWh].

$$\overline{S}_{dy} = \frac{1}{\overline{\omega}} \sum_{p,n \in y} dur_{pn} \left( \sum_{\omega=1}^{\overline{\omega}} S_{dpn}{}^{\omega} \right) \quad (3.40)$$

$\overline{R}_{lky}$  Pérdidas resistivas medias en el circuito  $k$  de la línea  $l$  para la duración  $y$  [GWh]. Este valor medio tiene expresiones distintas dependiendo de la formulación de pérdidas utilizada: *cosenoidal*, *cuadrática*, *relajada con pendientes*, *con desigualdades* y *con puntos*.

- Aproximación cosenoidal:

$$\overline{R}_{lky} = \frac{2}{\overline{\omega}} \frac{r_{lk}}{r_{lk}^2 + x_{lk}^2} s_B \sum_{p,n \in y} dur_{pn} \left( \sum_{\omega=1}^{\overline{\omega}} (1 - \text{Cos}(\theta_{ipn}{}^{\omega} - \theta_{jpn}{}^{\omega})) \right) \quad (3.41)$$

- Aproximación cuadrática:

$$\bar{R}_{lky} = \frac{2}{\bar{\omega}} \frac{r_{lk}}{r_{lk}^2 + x_{lk}^2} s_B \sum_{p,n \in y} dur_{pn} \left( \sum_{\omega=1}^{\bar{\omega}} (v_{lk} \cdot (\theta_{ipn}^{\omega} - \theta_{jpn}^{\omega})^2) \right) \quad (3.42)$$

- Aproximación relajada con pendientes:

$$\bar{R}_{lky} = \frac{2}{\bar{\omega}} \frac{r_{lk}}{r_{lk}^2 + x_{lk}^2} s_B \sum_{p,n \in y} dur_{pn} \left( \sum_{\omega=1}^{\bar{\omega}} \sum_{q=1}^{Q_{lk}} m_{lkq} \cdot \left( \sum_z \Delta \theta_{lkpnq}^{\omega z} \right) \right) \quad (3.43)$$

- Aproximación relajada con desigualdades:

$$\bar{R}_{lky} = \frac{2}{\bar{\omega}} \frac{r_{lk}}{r_{lk}^2 + x_{lk}^2} s_B \sum_{p,n \in y} dur_{pn} \left( \sum_{\omega=1}^{\bar{\omega}} R_{lkpn}^{\omega} \right) \quad (3.44)$$

- Aproximación relajada con puntos:

$$\bar{R}_{lky} = \frac{2}{\bar{\omega}} \frac{r_{lk}}{r_{lk}^2 + x_{lk}^2} s_B \sum_{p,n \in y} dur_{pn} \left( \sum_{\omega=1}^{\bar{\omega}} \sum_{s=2}^{S_{lk}} (\alpha_{ks}^{\omega+} + \alpha_{ks}^{\bar{\omega}-}) \cdot R_{lks} \right) \quad (3.45)$$

$\bar{\Pi}_{dy}$  Precio nodal medio del nudo  $d$  para la duración  $y$  [PTA/MWh].

$$\bar{\Pi}_{dy} = \frac{1}{\bar{\omega} \sum_{p,n \in y} dur_{pn}} \sum_{p,n \in y} dur_{pn} \left( \sum_{\omega=1}^{\bar{\omega}} (\pi_{dpn}^{\omega} + \rho_{dpn}^{\omega}) \right) \quad (3.46)$$

$\bar{O}_{tuy}$  Remuneración marginalista media del grupo  $u$  de la planta térmica  $t$  para la duración  $y$  [MPTA]. La planta térmica se sitúa en el nudo  $d$ .

$$\bar{O}_{tuy} = \frac{1}{\bar{\omega}} \sum_{p,n \in y} dur_{pn} \left( \sum_{\omega=1}^{\bar{\omega}} T_{tupn}^{\omega} \cdot (\pi_{dpn}^{\omega} + \rho_{dpn}^{\omega}) \right) \quad (3.47)$$

$\bar{O}_{hy}$  Remuneración marginalista media de la planta hidráulica  $h$  para la duración  $y$  [MPTA]. La planta hidráulica está situada en el nudo  $d$ .

$$\bar{O}_{hy} = \frac{1}{\bar{\omega}} \sum_{p,n \in y} dur_{pn} \left( \sum_{\omega=1}^{\bar{\omega}} (H_{hpn}^{\omega} + H'_{hpn}^{\omega}) \cdot (\pi_{dpn}^{\omega} + \rho_{dpn}^{\omega}) \right) \quad (3.48)$$

$\bar{O}_{lky}$  Remuneración marginalista media del circuito  $k$  de la línea  $l$  para la duración  $y$  [MPTA]. La formulación de la remuneración media del circuito

depende del modelado utilizado para implantar los criterios de seguridad: *penalización de márgenes* y *preventivo N-1 de transporte*.

En la Fig.3.19 se muestran las dos notaciones utilizadas para representar la potencia circulada por un circuito según el criterio de seguridad implantado en la explotación. Lógicamente estos ingresos también dependen de las pérdidas del circuito. Dichas pérdidas se incluyen genéricamente en la siguiente formulación sin desarrollar su expresión matemática. Los nudos  $i$  y  $j$  son los nudos extremos de la línea  $l$  analizada.

- Penalización de márgenes:

$$\bar{O}l_{ky} = \frac{1}{\omega} \sum_{i,j \rightarrow l} \sum_{p,n \in y} dur_{pn} \left( \sum_{\omega=1}^{\omega} \left[ \begin{array}{l} (\pi_{jpn}^{\omega} + \rho_{jpn}^{\omega} - \pi_{ipn}^{\omega} - \rho_{ipn}^{\omega}) (F_{lkpn}^{\omega} + F_{lkpn}^{+\omega} - F_{lkpn}^{-\omega}) \\ - \frac{(\pi_{jpn}^{\omega} + \rho_{jpn}^{\omega} + \pi_{ipn}^{\omega} + \rho_{ipn}^{\omega})}{2} R_{lkpn}^{\omega} \end{array} \right] \right) \quad (3.49)$$

- Preventivo N-1 de transporte:

$$\bar{O}l_{ky} = \frac{1}{\omega} \sum_{i,j \rightarrow l} \sum_{p,n \in y} dur_{pn} \left( \sum_{\omega=1}^{\omega} \left[ \begin{array}{l} (\pi_{jpn}^{\omega} + \rho_{jpn}^{\omega} - \pi_{ipn}^{\omega} - \rho_{ipn}^{\omega}) F_{lkpn}^{\omega} \\ - \frac{(\pi_{jpn}^{\omega} + \rho_{jpn}^{\omega} + \pi_{ipn}^{\omega} + \rho_{ipn}^{\omega})}{2} R_{lkpn}^{\omega} \end{array} \right] \right) \quad (3.50)$$

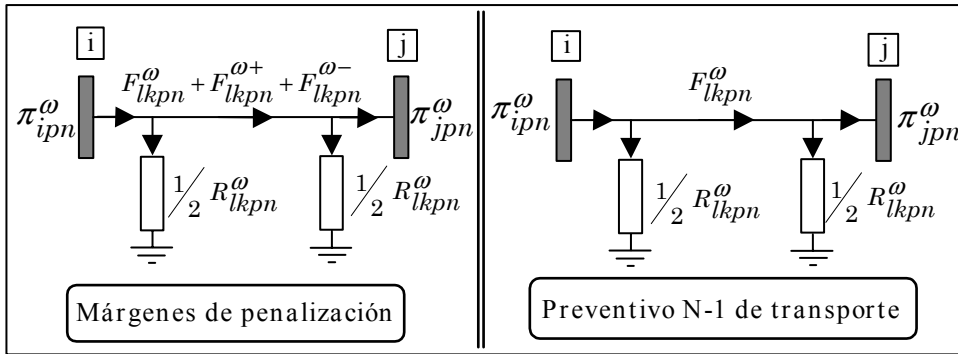


Fig.3.19. Notación de flujos de potencia del circuito  $k$  de la línea  $l$ .

### 3.1.2.3. Estadísticos globales.

En este apartado se detallan las expresiones que permiten calcular los valores medios estimados de variables globales de comportamiento del sistema en cuanto a producciones, costes de producción e índices de fiabilidad. Las unidades en las que se expresan estas estimaciones de valores medios se indican entre paréntesis.

El cálculo de la mayoría de estos estadísticos se basa en el cálculo previo de estadísticos individuales descritos en la sección anterior. El modelo probabilista de explotación calcula también otro tipo de estadísticos como son los *intervalos de*

*confianza* de estos valores medios globales. Las expresiones genéricas que calculan dichos intervalos han sido detalladas previamente en la sección 3.1.2.1..

A continuación se detalla la composición de los valores medios globales para una duración genérica “ $y$ ” que agrupa un conjunto de periodos y niveles de demanda.

$\overline{CC}_y$  Coste medio de producción térmica para la duración  $y$  [MPTA].

$$\overline{CC}_y = \sum_{p,n \in y} \left( \sum_{t=1}^{T_p} \sum_{u=1}^{U_{pt}} ct_{tu} \overline{T}_{tupn} \right) \quad (3.51)$$

$\overline{PH}_y$  Coste medio de producción hidráulica de emergencia para la duración  $y$  [MPTA].

$$\overline{PH}_y = \sum_{p,n \in y} \left( \sum_{h=1}^{H_p} ch_h \overline{H}'_{hpn} \right) \quad (3.52)$$

$\overline{C}_y$  Coste medio de producción para la duración  $y$  [MPTA].

$$\overline{C}_y = \sum_{p,n \in y} \left( \sum_{t=1}^{T_p} \sum_{u=1}^{U_{pt}} ct_{tu} \overline{T}_{tupn} + \sum_{h=1}^{H_p} ch_h \overline{H}'_{hpn} \right) = \overline{CC}_y + \overline{PH}_y \quad (3.53)$$

$\overline{PD}_y$  Penalización media de energía no suministrada para la duración  $y$  [MPTA].

$$\overline{PD}_y = \sum_{p,n \in y} \left( \sum_{d=1}^D pf_d \overline{S}_{dpn} \right) \quad (3.54)$$

$\overline{PS}_y$  Penalización media por incumplimiento de la seguridad en la red de transporte para la duración  $y$  [MPTA]. Este valor medio tiene dos expresiones posibles dependiendo del criterio de seguridad implantado (sección 2.3.2.): *penalización de márgenes* o *preventivo N-1*.

- Penalización de márgenes:

$$\overline{PS}_y = \sum_{p,n \in y} \left( \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^{K_l} pp_{lk} \overline{F}^+_{lkpn} + \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^{K_l} pn_{lk} \overline{F}^-_{lkpn} \right) \quad (3.55)$$

- Preventivo N-1 de transporte:

$$\overline{PS}_y = \sum_{p,n \in y} \left( \sum_{l \in LP_{pn}} \sum_{k \in KP_{pn}} \sum_{l' \in LP'_{pn}} \sum_{k' \in KP'_{pn}} ps_{lk} \left( \overline{G}^+_{lk'l'k'pn} + \overline{G}^-_{lk'l'k'pn} \right) \right) \quad (3.56)$$



$\overline{CVE}_y$  Coste medio de producción para la duración  $y$  [MPTA].

$$\overline{CVE}_y = \sum_{p,n \in y} (\overline{CC}_{pn} + \overline{PH}_{pn} + \overline{PD}_{pn} + \overline{PS}_{pn}) \quad (3.57)$$

$\overline{LOLP}_y$  Probabilidad media de pérdida de suministro para la duración  $y$  [%].

$$\overline{LOLP}_y = \frac{100}{\omega \sum_{p,n \in y} dur_{pn}} \sum_{p,n \in y} ((N^o \text{ muestras con } PS_{pn}^\omega > 0) \cdot dur_{pn}) \quad (3.58)$$

$\overline{OTH}_y$  Ingresos medios de la producción de energía para la duración  $y$  [MPTA].

$$\overline{OTH}_y = \sum_{p,n \in y} dur_{pn} \left( \sum_{t=1}^{T_p} \sum_{u=1}^{U_t} \overline{O}_{tupn} + \sum_{h=1}^H \overline{O}_{hpn} \right) \quad (3.59)$$

$\overline{OF}_y$  Remuneración marginalista media del transporte para la duración  $y$  [MPTA].

$$\overline{OF}_y = \sum_{p,n \in y} \left( \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^{K_l} \overline{O}_{lkpn} \right) \quad (3.60)$$

$\overline{PT}_y$  Producción media de las plantas térmicas para la duración  $y$  [GWh].

$$\overline{PT}_y = \sum_{p,n \in y} \left( \sum_{t=1}^{T_p} \sum_{u=1}^{U_{pt}} \overline{T}_{tupn} \right) \quad (3.61)$$

$\overline{PH}_y$  Producción media de las plantas hidráulicas para la duración  $y$  [GWh].

$$\overline{PH}_y = \sum_{p,n \in y} \left( \sum_{h=1}^H (\overline{H}_{hpn} + \overline{H}'_{hpn}) \right) \quad (3.62)$$

$\overline{PTH}_y$  Producción media global para la duración  $y$  [GWh].

$$\overline{PTH}_y = \sum_{p,n \in y} (\overline{PT}_{pn} + \overline{PH}_{pn}) \quad (3.63)$$

$\overline{R}_y$  Pérdidas resistivas medias del sistema para la duración  $y$  [GWh].

$$\overline{R}_y = \sum_{p,n \in y} \left( \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^{K_l} \overline{R}_{lkpn} \right) \quad (3.64)$$

$\bar{S}_y$  Energía media no suministrada global para la duración  $y$  [GWh].

$$\bar{S}_y = \sum_{p,n \in y} \left( \sum_{d=1}^D \bar{S}_{dpn} \right) \quad (3.65)$$

$\bar{X}_y$  Intercambios exportadores medios del área preferente para la duración  $y$  [GWh]. Su formulación depende tanto del modelado del criterio de seguridad implantado, como de la aproximación de pérdidas utilizada. En las siguientes formulaciones las pérdidas se incluyen genéricamente sin especificar aproximación alguna.

- Márgenes de penalización:

$$\bar{X}_y = \sum_{p,n \in y} dur_{pn} \left[ \sum_{lk \leftrightarrow \text{área}} \left( \bar{F}_{lkpn} + \bar{F}_{lkpn}^+ - \bar{F}_{lkpn}^- \right) - \frac{1}{2} \sum_{lk \in pref} \bar{R}_{lkpn} + \frac{1}{2} \sum_{lk \notin pref} \bar{R}_{lkpn} \right] \quad (3.66)$$

- Preventivo N-1 de transporte:

$$\bar{X}_y = \sum_{p,n \in y} dur_{pn} \left[ \sum_{lk \leftrightarrow \text{área}} \bar{F}_{lkpn} - \frac{1}{2} \sum_{lk \in pref} \bar{R}_{lkpn} + \frac{1}{2} \sum_{lk \notin pref} \bar{R}_{lkpn} \right] \quad (3.67)$$

Siendo:

$lk \leftrightarrow \text{área}$  : Circuitos de intercambio del área preferente.

$lk \in pref$ : Circuitos de intercambio del área preferente.

$lk \notin pref$ : Circuitos de intercambio que no pertenecen al área preferente.

### 3.2. Técnicas de reducción de varianza.

El principal inconveniente de la experimentación simulada radica en la carga computacional requerida para evaluar comportamientos de sistemas de gran dimensión y variabilidad en sus resultados. A mayor variabilidad, mayor número de muestras se necesitan para alcanzar cierta precisión en las medias estimadas de interés.

Sin aplicar técnica de reducción de varianza alguna, la *simulación directa* o de *Monte Carlo* obtiene estimaciones de la varianza de la media  $\mu_x$  mediante el cociente entre la propia varianza de  $X$  y el tamaño muestral de la simulación  $\varpi$  (3.68).

$$Var(\mu_X) = \frac{Var(X)}{\varpi} \quad (3.68)$$

Las *técnicas de reducción de varianza* permiten mejorar la eficacia estadística de la simulación, disminuyendo la variabilidad de los valores a partir de los cuales se estiman las medias de interés. Para conseguirlo, estas técnicas crean nuevas variables estadísticas  $Y$ , cuya media resulta centrada con respecto a la media de la variable original  $X$  y su varianza menor que la original (3.69).

$$\begin{aligned} \mu_Y &= \mu_X \\ \text{Var}(Y) < \text{Var}(X) &\Rightarrow \text{Var}(\mu_Y) < \text{Var}(\mu_X) \end{aligned} \tag{3.69}$$

En consecuencia, la aplicación de estas técnicas provoca que la precisión de las medias estimadas aumente para un mismo tamaño muestral  $\varpi$  de la simulación. Expresándolo de manera equivalente, estas técnicas disminuyen el número de muestras necesario para obtener una determinada precisión en las medias de las variables de interés. En este caso se reduce el tiempo de ejecución de la simulación, siempre y cuando la carga adicional por el uso de estas técnicas sea reducida.

Su implantación es altamente dependiente de las características del modelo de simulación y de las variables aleatorias de interés. Para hacer un estudio comparativo de la eficacia de distintas técnicas sobre un mismo modelo de simulación se establece un coeficiente de rendimiento  $\eta$ . Dicho coeficiente se formula como el cociente del producto de la varianza por el tiempo de ejecución sin aplicar técnicas de reducción de varianza  $T(\mu_X)$  y aplicándolas  $T(\mu_Y)$ , tal y como se muestra en (3.70) [Hammersley, 64]. En dicha expresión se considera implícitamente el incremento de la carga computacional debido al uso de estas técnicas en el modelo.

$$\eta = \frac{\text{Var}(\mu_X) \cdot T(\mu_X)}{\text{Var}(\mu_Y) \cdot T(\mu_Y)} \tag{3.70}$$

En relación con el valor de  $\eta$ , una técnica de reducción de varianza aumenta la eficacia de la simulación si el coeficiente de rendimiento es superior a la unidad. El énfasis de esta Tesis sobre las técnicas de reducción de varianza se ha orientado hacia la maximización de su eficacia computacional, en el contexto de los modelos probabilistas de explotación.

Por otra parte, la medición de la eficacia computacional a través del rendimiento  $\eta$  no contempla todos los aspectos relacionados con estas técnicas, tales como el esfuerzo de implantación específica de cada técnica o la posible existencia de sesgos en las estimaciones realizadas, [Wilson, 84] [L'Ecuyer, 94]. A pesar de estos inconvenientes, la expresión (3.70) es de uso habitual en la literatura que trata sobre estas técnicas. Por ese motivo dicha expresión se ha utilizado con objeto de dar mayor generalidad a los resultados obtenidos.

Un principio práctico que caracteriza la aplicación de técnicas de reducción de varianza es: “a mayor conocimiento del sistema que se simula, la implantación de las técnicas de reducción de varianza mejora”, y por lo tanto la eficacia

computacional de la simulación aumenta. A continuación se cita una frase de Marshall relacionada con la aplicación de estas técnicas en la simulación:

*“En la mayoría de las ocasiones, un pequeño conocimiento obtiene grandes dividendos en reducción de varianza, y el uso de la simulación directa es una presunta evidencia de desconocimiento a la hora de realizar el diseño de la simulación.”* [Marshall, 56]

Cada técnica de reducción de varianza es susceptible de ser implantada de diversas maneras dependiendo del modelado del sistema y del conocimiento que se tenga de su comportamiento. Por otra parte no es posible determinar *a priori* cuál será el impacto de cada técnica sobre la precisión de los resultados, debido a que se desconocen los estadísticos resultantes de aplicar dichas técnicas sobre las salidas del modelo. Sin embargo, se puede estimar dicho impacto a partir de la comparación de resultados de simulaciones con tamaño muestral reducido, aplicando y dejando de aplicar estas técnicas.

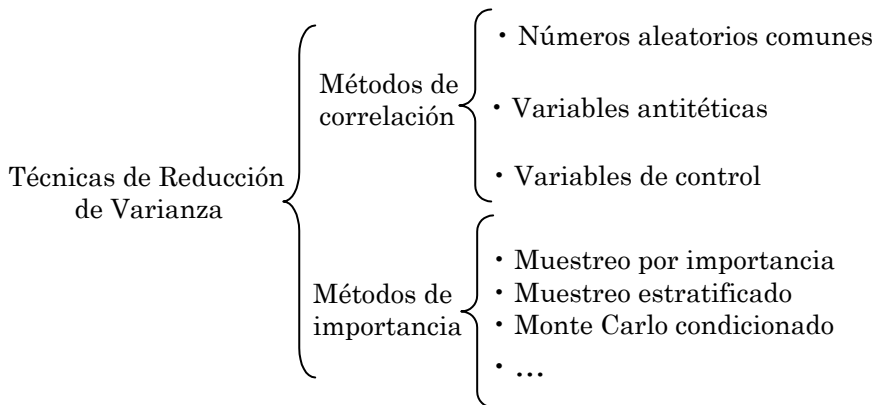


Fig.3.20. Taxonomía de las técnicas de reducción de varianza.

Una posible taxonomía de las técnicas de reducción de varianza descrita en [Wilson, 84], clasifica los métodos en que están basados en dos categorías fundamentales: *métodos de correlación* y *métodos de importancia*, Fig.3.20. Los *métodos de correlación* se basan en la inferencia de correlación entre variables aleatorias propias o ajenas al modelo de simulación y las variables de salida del propio modelo. Los *métodos de importancia* intensifican el muestreo de aquellos estados del sistema que tienen mayor influencia en los valores medios de las variables de salida.

En esta investigación se han estudiado las técnicas de correlación, dentro de las cuales se agrupan los *números aleatorios comunes* (sección 3.2.1), las *variables antitéticas* (sección 3.2.2) y las *variables de control* (sección 3.2.3), así como la combinación de dos o más técnicas (sección 3.2.4). Algunas de las técnicas de reducción de varianza incluidas dentro de los métodos de importancia son el *muestreo estratificado*, el *muestreo por importancia* y el *Monte Carlo condicionado* entre otras, tal y como se indica en el esquema de la Fig.3.20.

La investigación de los métodos de importancia no se ha abordado en esta Tesis, debido a que su implantación específica y la eficacia alcanzada son altamente dependientes del sistema eléctrico en estudio. Por el contrario, los

métodos de correlación estudiados poseen mayor capacidad de generalización a otros sistemas eléctricos. Ese es el motivo por el cual en esta investigación se han abordado los métodos de correlación. No obstante, se establece como línea de continuación de esta Tesis el establecimiento de criterios generales para aplicar con eficacia métodos de importancia sobre modelos de explotación generación/red.

### 3.2.1. Números aleatorios comunes.

Genéricamente esta técnica se utiliza cuando se comparan dos o más alternativas de modelado del sistema real en estudio o bien cuando se analizan resultados de distintas configuraciones posibles del sistema. Los números aleatorios comunes constituyen una técnica de uso muy extendido debido a su elevada eficacia y a su implantación relativamente sencilla.

Concretamente en el ámbito de la explotación del sistema eléctrico esta técnica ha sido utilizada para comparar:

- ① Los efectos sobre los resultados de la explotación de posibles modelados de la red de transporte, de las pérdidas resistivas del transporte o de los criterios de seguridad en la operación (sección 2.3. y capítulo 5).
- ② El impacto sobre los costes de producción y los índices de seguridad del sistema de distintas inversiones en equipos de generación y transporte o de diferentes planes de mantenimiento de los equipos ya existentes.
- ③ La eficacia computacional alcanzada usando otras técnicas de reducción de varianzas tales como variables antitéticas, variables de control o la combinación de ambas (secciones 5.1.3. y 5.2.3.).

El principio básico de esta técnica reside en comparar el comportamiento de variables aleatorias de salida bajo los mismos estados simulados del sistema. Por lo tanto, las diferencias que se obtengan en la comparación de comportamientos se deberán exclusivamente al diferente modelado o configuración del sistema, evitando de esa forma posibles distorsiones creadas por la aleatoriedad inherente de los estados muestreados.

Las dos primeras utilidades, ① y ②, mencionadas anteriormente se basan en *la comparación entre medias* muestrales. Matemáticamente dicha comparación se formaliza: sea  $X_1$  la variable de salida de la primera configuración del sistema y sea  $X_2$  la variable de salida homóloga de una segunda configuración. Asimismo se define la variable  $Y=X_1-X_2$ , cuya media  $\mu_Y$  se quiere estimar, (3.71).

$$\mu_Y = \mu_{X_1} - \mu_{X_2} \tag{3.71}$$

La estimación de la diferencia media se obtiene mediante la diferencia de las medias muestrales de cada configuración (3.72).

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{\omega=1}^{\omega} (x_1^{\omega} - x_2^{\omega})}{\omega} = \frac{\sum_{\omega=1}^{\omega} x_1^{\omega}}{\omega} - \frac{\sum_{\omega=1}^{\omega} x_2^{\omega}}{\omega} = \bar{X}_1 - \bar{X}_2 \tag{3.72}$$

La varianza de la diferencia media estimada se determina mediante la expresión (3.73):

$$Var(\bar{Y}) = \frac{Var(Y)}{\omega} = \frac{Var(X_1) + Var(X_2) - 2 \cdot Cov(X_1, X_2)}{\omega} \tag{3.73}$$

Analizando el numerador de la expresión anterior se observa que se puede reducir la varianza de la diferencia mediante un aumento positivo de la covarianza entre las variables homólogas. En el caso de que los estados muestreados para ambas configuraciones fuesen independientes entre sí, la covarianza entre ambas variables resultaría teóricamente nula,  $Cov(X_1, X_2) = 0$ . Sin embargo, si para las dos configuraciones analizadas se aplican los mismos estados simulados la covarianza tiende a ser positiva,  $Cov(X_1, X_2) > 0$ , y por lo tanto la  $Var(\bar{Y})$  será menor que suma de las varianzas.

El procedimiento que permite muestrear los mismos estados para distintas configuraciones o modelados del sistema se basa en la utilización de los mismos números aleatorios uniformes para sortear los valores de las variables de entrada homólogas. Ése es el motivo por el cual esta técnica recibe la denominación de *números aleatorios comunes*. Suponiendo que las variables de entrada de las dos configuraciones o modelados posibles,  $I_1$  e  $I_2$ , se distribuyeran según las funciones de probabilidad acumulada  $F$  y  $G$ , el muestreo de dichas variables utiliza los mismos números aleatorios uniformes,  $T^\omega$ , tal y como se indica en la expresión (3.74).

$$I_1^\omega = F^{-1}(T^\omega) \Rightarrow I_2^\omega = G^{-1}(T^\omega) \tag{3.74}$$

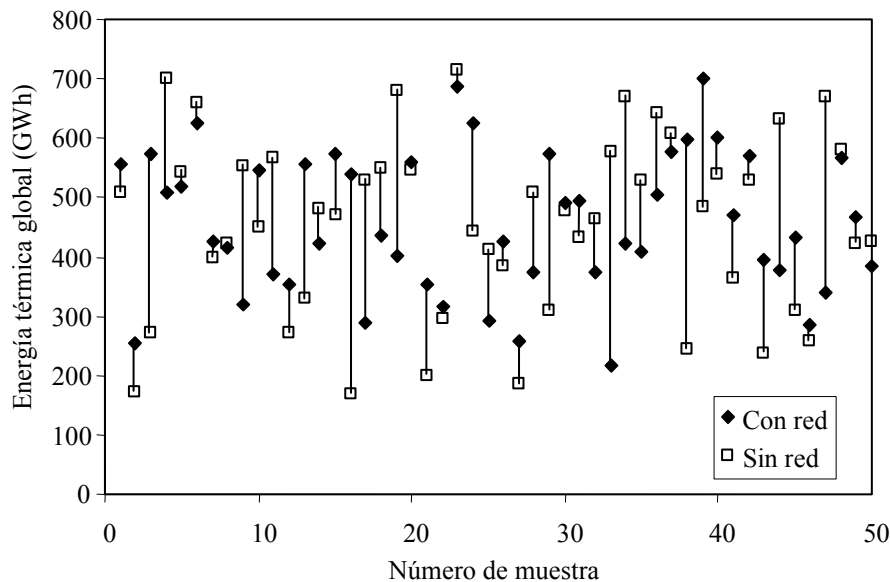


Fig.3.21. Energía térmica global (con y sin red) sin aplicar números aleatorios comunes.

En la Fig.3.21 se representa un ejemplo de la diferencia de la energía térmica global del sistema de 9 nudos entre el modelo con red y sin red (utilidad ①) para un total de 50 parejas de muestras en las que no se ha aplicado la técnica

de los números aleatorios comunes. En la Fig.3.22 se muestra la misma diferencia, pero aplicando esta técnica. Comparando ambos gráficos, se aprecia como la variabilidad de las diferencias (longitud de los tramos verticales) es mucho menor aplicando números aleatorios comunes. Esto implica un aumento de la precisión de los resultados para un tamaño muestral prefijado.

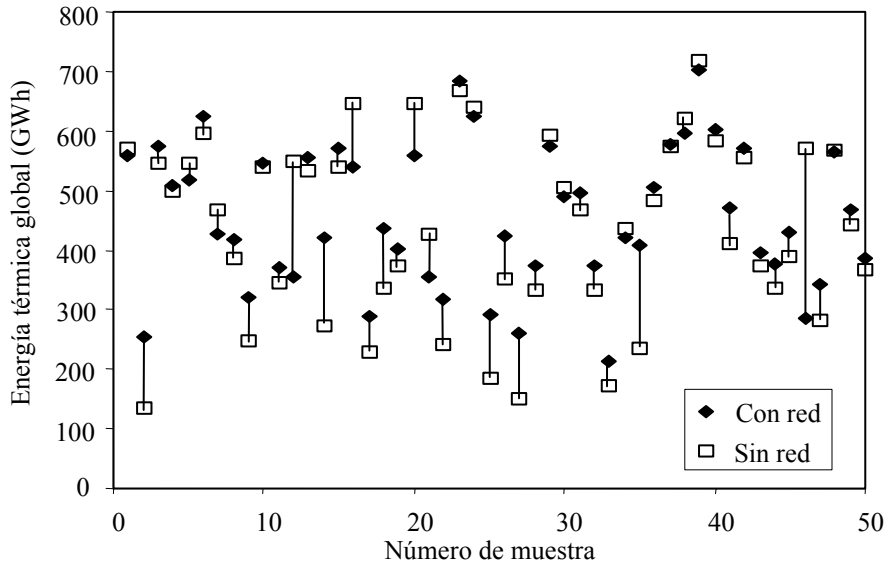


Fig.3.22. Energía térmica global (con y sin red) aplicando números aleatorios comunes.

La tercera utilidad ③ de los números aleatorios comunes se basa en la *comparación entre varianzas de medias estimadas homólogas* obtenidas, usando distintas técnicas de reducción de varianza. Aplicando esta técnica es posible cuantificar con mayor exactitud la eficacia computacional conseguida con el uso de las distintas técnicas de reducción de varianza. Ello es debido a que los números aleatorios comunes disminuyen las fluctuaciones de la varianza muestral generadas por la propia simulación de estados del sistema. Su utilización para comparar varianzas es menos frecuente en la literatura que la de comparar medias, aunque en esta Tesis se ha utilizado esta técnica con ambos fines.

A continuación se describe matemáticamente la comparación entre varianzas de medias estimadas homólogas: sean  $\bar{X}_1$  y  $\bar{X}_2$  las medias estimadas de las variables homólogas  $X_1$  y  $X_2$ . Dichas estimaciones se han obtenido aplicando al mismo modelo dos técnicas de reducción de varianza distintas. La varianza muestral asociada a cada media estimada,  $\tilde{Var}(\bar{X}_1)$  y  $\tilde{Var}(\bar{X}_2)$ , se calcula mediante el procedimiento genérico descrito en la sección 3.1.2.1.. Para realizar una comparación entre la eficacia de las técnicas de reducción de varianza se evalúa la diferencia entre las varianzas muestrales,  $\tilde{Var}(\bar{X}_1) - \tilde{Var}(\bar{X}_2)$ . La propia diferencia entre varianzas muestrales estimadas constituye otra variable aleatoria cuya varianza se indica en la ecuación (3.75).

$$Var(\tilde{Var}(\bar{X}_1) - \tilde{Var}(\bar{X}_2)) = Var(\tilde{Var}(\bar{X}_1)) + Var(\tilde{Var}(\bar{X}_2)) - 2 Cov(\tilde{Var}(\bar{X}_1), \tilde{Var}(\bar{X}_2)) \tag{3.75}$$

Analizando la expresión (3.75) se desprende que la variabilidad de la diferencia entre varianzas disminuye conforme la covarianza entre varianzas aumenta. De manera análoga a la diferencia entre medias estimadas, la utilización de los mismos estados muestreados del sistema tiende a crear una covarianza positiva entre varianzas que reduce la variabilidad de la diferencia entre varianzas.

El desconocimiento de las distribuciones de probabilidad de las variables de salida no permite conocer con antelación si la técnica de los *números aleatorios comunes* va a mejorar la eficacia computacional de la comparación y menos aún cuantificar su impacto. A priori, la aplicación de esta técnica puede mejorar la eficacia de la comparación, si la evolución del comportamiento de las variables de salida es parecida a lo largo del rango de variación de los números aleatorios uniformes.

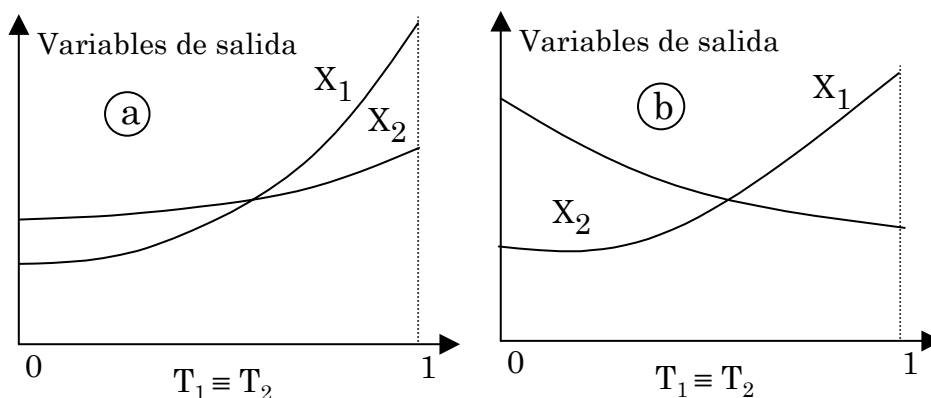


Fig.3.23. Respuestas de variables de salida frente a números aleatorios comunes.

La Fig.3.23 muestra dos evoluciones del comportamiento de las variables de salida distintas cualitativamente. Concretamente en la Fig.3.23a se muestra una evolución parecida de las variables de salida  $X_1$  y  $X_2$ , lo cual aumentará la eficacia de los números aleatorios comunes en la comparación de los valores medios. Por otro lado la Fig.3.23b muestra un comportamiento muy distinto de las variables de salida cuya media se quiere evaluar. Esto conlleva una disminución de la eficacia de la comparación, ya que en este caso la covarianza muestral resultante sería negativa.

No todos los procedimientos de muestreo (sección 3.1.1.3.) son igualmente idóneos para aplicar números aleatorios comunes. El método de la *transformada inversa* es el que permite una mayor sincronización en los muestreos de las variables que se comparan, ya que por cada número uniforme utilizado se obtiene una muestra de la variable de entrada. Por el contrario, el procedimiento de muestreo mediante la *convolución inversa* al requerir un número indeterminado de números aleatorios uniformes resulta más complicado de implantar. La igualdad de los números aleatorios comunes se aplica sobre el sorteo muestral que se realiza en las variables globales. Por lo tanto resulta aconsejable diferenciar entre generadores de números uniformes aplicados a variables globales y variables individuales.



### 3.2.2. Variables antitéticas.

#### 3.2.2.1. Principios generales.

Las variables antitéticas es una de las técnicas más conocidas y tradicionalmente utilizadas en la simulación [Hammersley, 56]. Los campos de aplicación de esta técnica son amplios y dispares debido a su implantación sencilla, su versatilidad para poder ser utilizada conjuntamente con otras técnicas de reducción de varianza y su reducida carga computacional. Un campo de aplicación habitual de estas técnicas es el de la simulación de colas [Mitchell, 72] [Cheng, 84].

La técnica de las variables antitéticas se ha utilizado en el campo de los sistemas eléctricos obteniendo resultados dispares que son descritos en el estudio comparativo de la sección 3.2.2.3.. A continuación se detalla el fundamento teórico de esta técnica desde dos puntos de vista, en primer lugar desde un punto de vista novedoso de las variables de salida y posteriormente desde el punto de vista clásico de las variables de entrada.

*Desde el punto de vista de las variables de salida:*

Sea  $\{X_1, X_2, X_3, \dots, X_{2\varpi}\}$  un conjunto ordenado de muestras independientes de la variable de salida  $X$ . La ordenación ha sido realizada en base al valor de la variable de salida. Posteriormente se agrupan en parejas constituidas por la primera y última muestras  $(X_1, X_{2\varpi})$ , por la segunda y penúltima muestras  $(X_2, X_{2\varpi-1})$ , y así sucesivamente hasta completar un total de  $\varpi$  parejas. Calculando la semisuma de las muestras de cada pareja, se obtiene otro conjunto de muestras de una nueva variable  $Y$  (3.76).

$$\left\{ \frac{X_1 + X_{2\varpi}}{2}, \frac{X_2 + X_{2\varpi-1}}{2}, \dots, \frac{X_i + X_{2\varpi-i+1}}{2}, \dots, \frac{X_{\varpi} + X_{\varpi+1}}{2} \right\} \equiv \{Y_1, Y_2, \dots, Y_i, \dots, Y_{\varpi}\} \quad (3.76)$$

La media estimada de  $Y$  es igual a la media estimada de  $X$  (3.77) y por tanto ambos estimadores son *insesgados* respecto de la media de  $X$  (3.78).

$$\bar{Y} = \frac{1}{\varpi} \sum_{i=1}^{\varpi} Y_i = \frac{1}{\varpi} \sum_{i=1}^{\varpi} \frac{X_i + X_{2\varpi-i+1}}{2} = \frac{1}{2\varpi} \sum_{j=1}^{2\varpi} X_j = \bar{X} \quad (3.77)$$

$$E[\bar{Y}] = \frac{1}{2\varpi} E \left[ \sum_{j=1}^{2\varpi} X_j \right] = \mu_X \quad (3.78)$$

Sin embargo, las varianzas muestrales estimadas de  $X$  e  $Y$  difieren debido a la agrupación *antitética* por parejas que se realiza. Dicha agrupación obtiene parejas  $(X, X^a)$ , en las que a una muestra '*elevada*' le corresponde por pareja una muestra '*pequeña*', y viceversa. De esta forma en la obtención de muestras de  $Y$ ,

la operación semisuma compensa las separaciones de sentido opuesto de las muestras de  $X$  respecto de su media.

Desde el punto de vista estadístico, entre las muestras agrupadas por pareja se establece una covarianza que puede ser *nula*, si dicha agrupación  $(X_\alpha, X_\beta)$  no se realiza bajo algún criterio,  $Cov(X_\alpha, X_\beta) = 0$ , o bien puede ser *negativa*,  $Cov(X, X^\alpha) < 0$ , si se lleva a cabo una agrupación *antitética* tal y como ocurre con la variable  $Y$ . Por ese motivo la variable  $Z$ , resultado de calcular la semisuma de parejas cualesquiera  $(X_\alpha, X_\beta)$ , posee una varianza (3.79) superior a la varianza de la variable  $Y$  (3.80).

$$Var(Z) = Var\left(\frac{X_\alpha + X_\beta}{2}\right) = \frac{Var(X)}{2} \quad (3.79)$$

$$Var(Y) = Var\left(\frac{X + X^\alpha}{2}\right) = \frac{Var(X) + Cov(X, X^\alpha)}{2} < \frac{Var(X)}{2} \quad (3.80)$$

Por lo tanto, comparando las varianzas muestrales de las variables  $X$  e  $Y$ , resulta que la varianza de la media muestral de  $X$  (3.81) para un total de  $2\varpi$  muestras es mayor que la varianza de la media muestral de  $Y$  para un total de  $\varpi$  parejas de muestras (3.82).

$$Var(\bar{X}) = Var\left(\frac{1}{2\varpi} \sum_{i=1}^{2\varpi} X_i\right) = \frac{Var(X)}{2\varpi} \quad (3.81)$$

$$Var(\bar{Y}) = Var\left(\frac{1}{\varpi} \sum_{i=1}^{\varpi} Y_i\right) = \frac{Var(Y)}{\varpi} < \frac{Var(X)}{2\varpi} \quad (3.82)$$

Como conclusión de este punto de vista, la media de la variable auxiliar  $Y$ , semisuma antitética de muestras ordenadas de  $X$ , está insesgada con respecto a la media de  $X$  y su varianza muestral es menor que la que se obtiene aplicando simulación directa, o lo que es análogo, agrupando por parejas sin criterio alguno.

Este procedimiento de ordenación y agrupación de muestras no se utiliza en la práctica por dos motivos:

- Requiere almacenar las muestras de las variables de salida de la simulación para poder realizar una ordenación de dicha información. Este hecho aumenta los requerimientos de memoria para simulaciones de sistemas eléctricos grandes en los que se requiera un elevado tamaño muestral.
- No permite un cálculo recursivo eficaz de los intervalos de confianza de las medias estimadas a lo largo de la simulación. Se ha de tener en cuenta que un par de muestras adicionales puede modificar todo el conjunto de parejas establecido anteriormente. Por lo tanto, con esta aplicación de las variables

antitéticas los criterios de parada basados en los intervalos de confianza actualizados requerirán una carga computacional adicional debido a la ordenación continuada de las muestras en la simulación.

*Desde el punto de vista de las variables de entrada:*

En la práctica se utiliza un procedimiento alternativo al anterior con objeto de obtener covarianzas negativas entre muestras consecutivas agrupadas por parejas. Dicho procedimiento se basa en inferir correlación negativa a través del muestreo antitético de las variables de entrada para una de las muestras de cada pareja. Este procedimiento es el que propiamente se conoce como *técnica de las variables antitéticas*.

El muestreo antitético consiste en aplicar a una de las muestras de la pareja los números aleatorios uniformes *complementarios* a los que se han utilizado para obtener la otra muestra. Tratándose de números aleatorios uniformes  $U(0,1)$ , la complementariedad se realiza con respecto a la unidad. Por lo tanto, si se aplica el número aleatorio  $T^\omega$  para obtener la muestra independiente de una determinada variable de entrada en la pareja  $\omega$ , en la muestra antitética se aplicará el número aleatorio  $1-T^\omega$  para muestrear esa misma variable de entrada. Desde el punto de vista estadístico, resulta válido utilizar  $1-T^\omega$  como generador de números aleatorios uniformes, ya que  $1-T$  se distribuye como una  $U(0,1]$ .

Por lo tanto, la simulación aplicando esta técnica obtiene un total de  $\varpi$  parejas de muestras de la variable de salida  $X$ ,  $(X_1^{(1)}, X_1^{(2)}), \dots, (X_\varpi^{(1)}, X_\varpi^{(2)})$ , en las cuales  $X_i^{(1)}$  es la muestra independiente de la pareja  $i$  (utilizando los números uniformes  $T$ ) y  $X_i^{(2)}$  su muestra antitética (utilizando los números uniformes  $1-T$ ). Ambas muestras pertenecen a la misma distribución de probabilidad y por ello  $E(X_i^{(1)})=E(X_i^{(2)})= \mu_x$ .

Se define nuevamente  $Y_i$  como la semisuma de las muestras de cada pareja, lo cual hace que su media muestral siga siendo un estimador insesgado de la media de  $X$  (3.78). Teniendo en cuenta que los valores de las semisumas son independientes entre sí, la varianza de la media estimada de  $Y$  para las  $\varpi$  parejas se calcula como en (3.82).

En la Fig.3.24 se representan los valores de muestras emparejadas de producciones térmicas para el nivel superpunta del sistema cuando se realiza una simulación directa o de Monte Carlo. También se representa la semisuma  $Z$  de dichas muestras emparejadas. Asimismo en la Fig.3.25 se muestran estos mismos valores, pero aplicando antiteticismo. Comparando ambas figuras se aprecia claramente cómo utilizando la simulación directa, la variabilidad de la *semisuma muestral*  $Z$  es mayor que la de la *semisuma muestral*  $Y$  aplicando variables antitéticas.

Tampoco se puede determinar *a priori* si con esta técnica se va a incrementar la eficacia de la simulación y menos aún cuantificar su impacto. La incertidumbre sobre el comportamiento de esta técnica se debe a que la correlación negativa inferida por muestreo en las variables de entrada, no tiene

por qué dar lugar directamente a correlación negativa en las variables de salida. Una condición necesaria que el modelo de simulación ha de cumplir para que esta técnica pueda aumentar la eficacia de la simulación es que la respuesta de las variables de salida con respecto a los números aleatorios de entrada sea *monótona*, independientemente de su sentido creciente o decreciente.

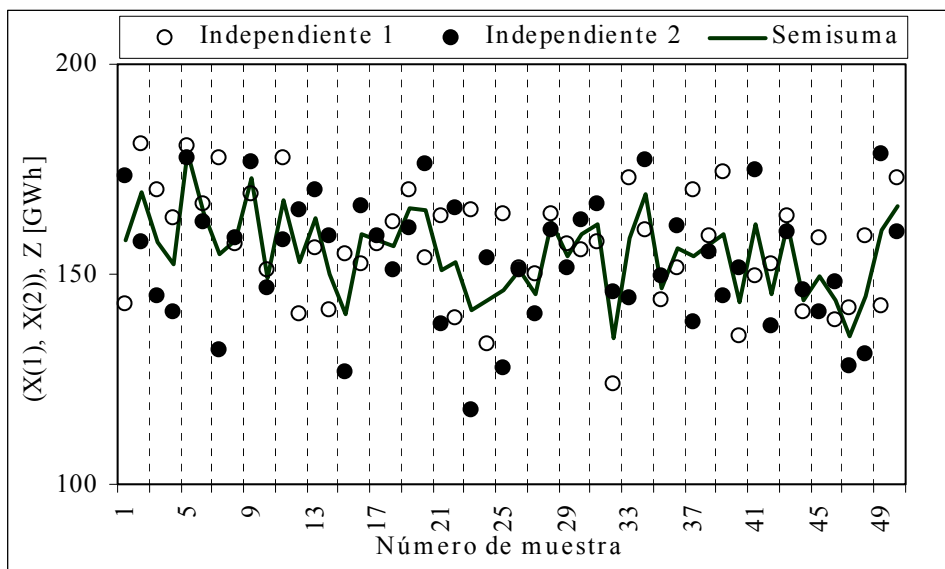


Fig.3.24. Muestreo emparejado aplicando simulación directa.

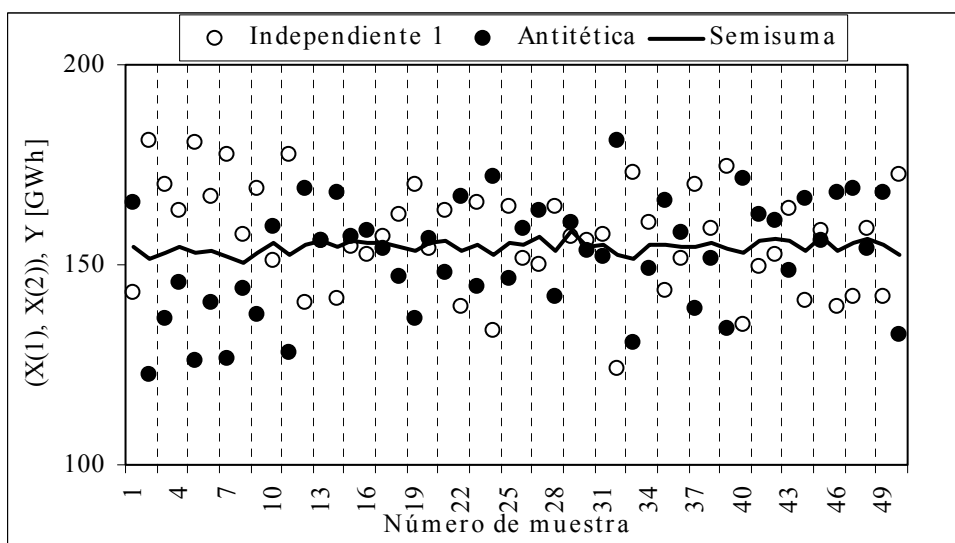


Fig.3.25. Muestreo emparejado aplicando variables antitéticas.

En la parte superior de la Fig.3.26 se detalla el proceso por el cual se muestrea de forma antitética la variable de entrada  $e$  mediante su función de supervivencia  $G(e)$  obteniendo las muestras  $e^{(1)}$  y  $e^{(2)}$ . Estas muestras son llevadas a la función  $H(e)$  (función analítica hipotética del comportamiento del modelo probabilista) para obtener finalmente muestras de la variable de salida  $X$ . El hecho de que la función  $H$  sea en este caso monótona decreciente, garantiza que

la aplicación de la técnica de las variables antitéticas reducirá en cierta medida la varianza de la media estimada de  $X$ .

La selección entre posibles alternativas de variables de entrada a muestrear de manera antitética se hace con aquéllas que presenten mayor correlación con las salidas del modelo. El valor absoluto del coeficiente de correlación entrada-salida es un excelente indicador de la eficacia que se puede alcanzar aplicando antitetismo a las distintas variables de entrada.

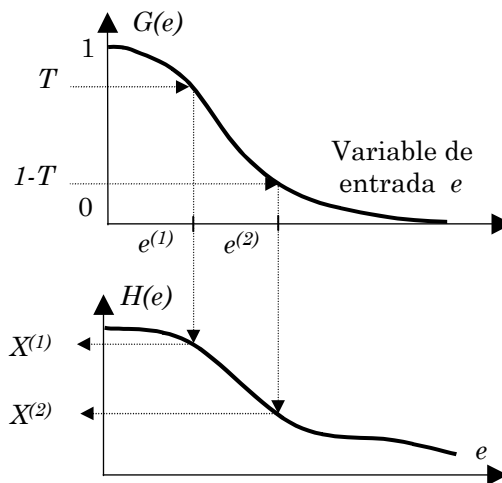


Fig.3.26. Proceso de muestreo antitético.

Existen distintos aspectos en la implantación de las variables antitéticas que influyen decisivamente en la eficacia computacional que se puede lograr en la simulación:

- Sincronización de muestreos.
- Antitetismo parcial.
- Integración en la simulación.
- Agrupamiento de variables (sección 3.2.2.2.).

La *sincronización de muestreos* es requisito imprescindible para obtener una muestra antitética de la variable de entrada. Su finalidad consiste en obtener el número aleatorio uniforme complementario al número aleatorio utilizado para la variable de entrada de la muestra independiente. Para ello es necesario tener almacenados los números aleatorios o las semillas que se utilizan en la muestra independiente. La carencia de sincronismo invalidaría la eficacia de las variables antitéticas.

El *antitetismo parcial* consiste en que esta técnica se puede aplicar de manera parcial. Por lo tanto, algunas variables se muestrean aplicando antitetismo y otras se muestrean por simulación directa. La aplicación parcial del antitetismo puede deberse a que, en una o varias variables de entrada del modelo, resulte más difícil o ineficiente muestrear de forma antitética. Concretamente, en el modelo de explotación del sistema eléctrico cuando se aplica el procedimiento de muestreo basado en la *convolución inversa*, el antitetismo se aplica exclusivamente sobre el paso ① de la convolución y el resto de pasos utiliza

números aleatorios sobre los cuales no se aplica antitetismo alguno (sección 3.1.1.3.).

La *integración de esta técnica* implica cambios en la estructura de la simulación y en el cálculo recursivo de estadísticos, medias y varianzas. Con respecto a la estructura de la simulación, las variables antitéticas requieren un barrido doble (independiente y antitético) de los N niveles de demanda contenidos en un mismo periodo, Fig.3.27. En cuanto a la actualización de los estadísticos de la variable *semisuma* Y, ésta se realiza una vez completado cada doble barrido de los distintos niveles del periodo. Por lo tanto, la aplicación de las variables antitéticas requiere que transitoriamente se almacenen parejas de muestras, lo cual supone un pequeño incremento de los requerimientos de memoria.

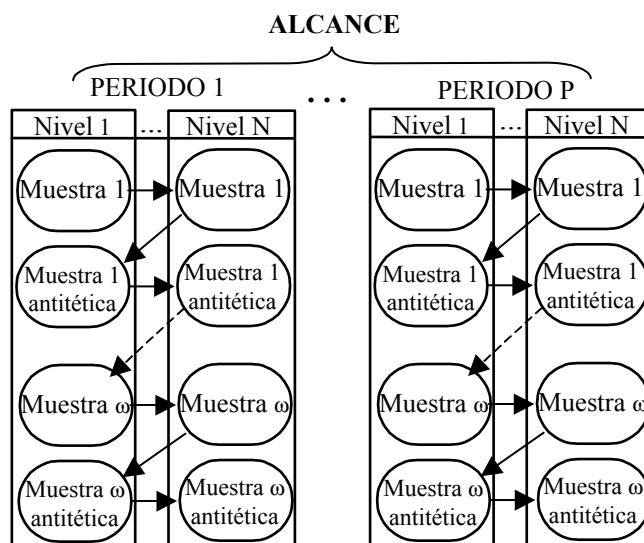


Fig.3.27. Integración de las variables antitéticas en la simulación.

Para un mismo conjunto de muestras (considerando ambas muestras de cada pareja), el incremento de la carga computacional que supone la utilización de la técnica de las variables antitéticas es reducido. La principal causa que incrementa su carga computacional es el muestreo de las variables de disponibilidad de generación y transporte mediante el procedimiento de la convolución inversa, con objeto de aumentar la eficacia computacional de esta técnica. Se ha de tener en cuenta que aplicando variables antitéticas también cambian las expresiones recursivas de estimación de medias y varianzas asociadas.

En (3.83) a modo de ejemplo se formula la actualización muestra a muestra de la media estimada de Y para el periodo p y nivel n con un total de ω parejas de muestras (X<sub>pn</sub>, X<sup>a</sup><sub>pn</sub>). En (3.84) se formula la actualización muestra a muestra de la varianza asociada a esta media estimada.

$$\bar{Y}_{pn}^{\omega} = \frac{1}{\omega} \left[ \bar{Y}_{pn}^{\omega-1} \cdot (\omega - 1) + \left( \frac{x_{pn}^{\omega} + x_{pn}^{a\omega}}{2} \right) \right] \tag{3.83}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{V}ar(Y_{pn}^{\varpi}) = & \frac{1}{\varpi-1} \left[ \left( \bar{Y}_{pn}^{\varpi-1} \right)^2 \cdot (\varpi-1) + \left( \frac{x_{pn}^{\varpi} + x_{pn}^{a \varpi}}{2} \right)^2 \right] \\
 & - \frac{1}{\varpi(\varpi-1)} \left[ \bar{Y}_{pn}^{\varpi-1} \cdot (\varpi-1) + \left( \frac{x_{pn}^{\varpi} + x_{pn}^{a \varpi}}{2} \right) \right]^2
 \end{aligned}
 \tag{3.84}$$

### 3.2.2.2. Variables globales.

El procedimiento del sorteo antitético puede realizarse sobre las propias variables individuales de entrada o bien sobre variables globales que agrupen el comportamiento de un conjunto de variables individuales. La razón para utilizar uno u otro tipo de variables radica en el grado de eficacia que alcanza la técnica de las variables antitéticas.

Las variables de entrada idóneas para la técnica de las variables antitéticas son aquéllas que tienen un comportamiento monótono con las variables de salida del modelo. Un indicador aceptable de dicho comportamiento monótono es la correlación existente entre entradas-salidas. Genéricamente a mayor correlación, mayor reducción de varianza se obtiene con el uso de las variables antitéticas. Así por ejemplo, si se analiza la capacidad global fallada de grupos térmicos se ve claramente su correlación con una variable de salida, como puede ser el coste de producción del sistema (*a mayor capacidad fallada mayor coste y viceversa*). Sin embargo, aplicando antitetismo sobre variables individuales, cada estado muestreado del sistema se convierte en una combinación de efectos simultáneos y en gran parte contrapuestos, que hacen que la correlación entrada-salida disminuya en gran medida. Asimismo, el hecho de que existan numerosas variables individuales y con características en cierta medida similares incrementa aún más la contraposición (como ocurre con el caso español).

Concretamente, esta escasa correlación entrada-salida aparece en el modelo probabilista de explotación cuando se aplica antitetismo usando las variables individuales de entrada: indisponibilidad de cada grupo térmico, planta hidráulica o circuito y la producción hidráulica aleatoria de cada planta. La falta de correlación ha sido comprobada empíricamente en el sistema español.

En la Fig.3.28 se representa gráficamente este fenómeno de falta de antitetismo en la variable capacidad fallada global cuando se procede al fallo individualizado de elementos del sistema. Concretamente si en la muestra independiente de la pareja fallan tres elementos (*simbolizados en negro*), estos mismos elementos están disponibles en la muestra antitética (*tachados*). Sin embargo en la muestra antitética fallan dos elementos distintos, que dan lugar a un valor de capacidad fallada global próximo al de la muestra independiente anterior. Genéricamente en sistemas de elevado tamaño, al sortear variables individuales de entrada de forma antitética no se garantiza una correlación

elevada en las variables globales de entrada, por lo cual tampoco se asegura correlación negativa entre las muestras agrupadas de las variables de salida. Por lo tanto la eficacia de la simulación con el sorteo individualizado antitético no mejorará cuando se aplica con múltiples variables individuales homogéneas.

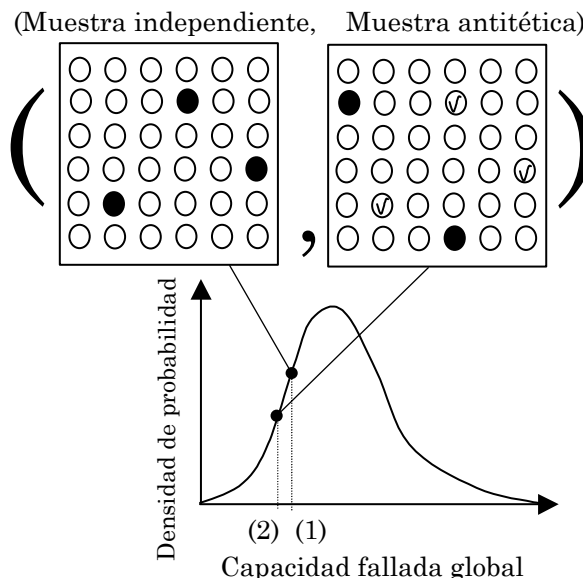


Fig.3.28. Sorteo individualizado antitético.

Para aumentar la eficacia de la técnica de las *variables antitéticas* se sortea de forma antitética usando variables *globales*, para posteriormente asignar a partir de la muestra obtenida el valor correspondiente a cada una de las variables *individuales* englobadas. La utilización de variables globales fue propuesta en [Cheng, 81], analizada en [Wilson, 84] y aplicada en [Anders, 90].

En esta Tesis se ha hecho un estudio pormenorizado de las variables globales con objeto de analizar la idoneidad de las distintas variables globales susceptibles de ser utilizadas. Por otra parte se ha establecido el procedimiento de muestreo por convolución inversa preciso para la utilización de variables globales. En cuanto a los resultados obtenidos, éstos han alcanzado niveles de eficacia para un sistema de tamaño grande como el caso español superiores a los resultados científicos alcanzados en este mismo campo.

El uso de variables globales implica tres aspectos:

1. **Cálculo de funciones de densidad:**

Para muestrear las variables globales es necesario en primer lugar determinar sus funciones de densidad de probabilidad mediante el ajuste de datos históricos, el cálculo analítico o bien criterios subjetivos en base a la experiencia acumulada sobre el comportamiento del sistema.

Los aspectos referidos al ajuste y cálculo analítico de distribuciones acumuladas de probabilidad están contenidos en la sección anterior 3.1.2.2.. Concretamente, en el modelo probabilista de explotación para la variable global *capacidad fallada térmica* se ha utilizado, por un lado, un ajuste de una función *Weibull* y, por otra parte, un procedimiento analítico de convolución, utilizando la



función Bernoulli para modelar el fallo individual de cada grupo. Asimismo, para la variable global *capacidad fallada de transporte* se ha utilizado, por un lado, una función *exponencial* obtenida mediante un ajuste sobre un conjunto de datos simulados y también se ha utilizado un procedimiento analítico de convolución análogo al de la capacidad fallada térmica. En cuanto a la variable *producción hidráulica global* se ha ajustado una función triangular sobre los datos históricos de producciones anteriores.

## 2. Muestreo:

El muestreo de las variables globales de entrada se realiza utilizando el procedimiento de la *convolución inversa* cuando es necesario conocer el valor muestral de las variables individuales englobadas, tal y como ocurre con la disponibilidad de generación y transporte. Si lo que interesa es conocer el valor muestreado de la variable global se puede utilizar el procedimiento de la transformada inversa, tal y como ocurre con la variable producción hidráulica anual.

En el caso del procedimiento de la convolución inversa, una vez obtenida una muestra de la capacidad fallada global de generación térmica y transporte, se determina la disponibilidad individual de grupos y circuitos del sistema considerando la probabilidad individual de fallo de cada elemento, tal y como se indica en el algoritmo contenido al final de la sección 3.1.1.3..

Por otro lado el valor muestreado de producción hidráulica anual del sistema altera los valores de producción de cada planta hidráulica por nivel y periodo. Para ello se utilizan las trayectorias hidráulicas programadas y máximas *de referencia* de cada planta, multiplicándose el valor asociado a cada periodo y nivel en dichas trayectorias por el ratio que resulta de dividir el valor muestreado de la producción hidráulica y el valor medio anual.

## 3. Su selección:

Las variables globales han sido seleccionadas utilizando dos criterios:

- a) Que sea posible desglosar los valores muestrales de las variables globales en valores muestrales de variables individuales.
- b) Que maximicen en la medida de lo posible la correlación entre las entradas y las salidas. Dicha correlación es un indicador del grado de monotonía que existe.

Existen diversas variables globales de entrada que pueden ser candidatas para inferir antitetismo en las variables de salida. A continuación se detallan los resultados obtenidos en el proceso de evaluación de las correlaciones entrada-salida para distintas variables globales en los ámbitos de incertidumbre de entrada del modelo de explotación. Este proceso ha consistido en una simulación de 2000 muestras sobre el caso español (sección 5.2.) y sobre dicha simulación se han calculado los coeficientes de correlación  $\rho_{XY}$  (3.85) entre variables globales de entrada  $X$  y variables de salida  $Y$ . Aquellas variables de entrada con mayores

valores absolutos de  $\rho_{XY}$  son las que su uso aumenta en mayor medida la eficacia de la simulación cuando se usa la técnica de las variables antitéticas.

$$\rho_{XY} = \frac{Cov(X, Y)}{\sigma_X \cdot \sigma_Y} \quad (3.85)$$

- Las variables de salida del modelo de explotación sobre las que se ha analizado la correlación con variables globales de entrada son:
  - S1) Generación total.
  - S2) Generación total hidráulica.
  - S3) Generación total térmica.
  - S4) Costes de generación.
  - S5) Pérdidas de transporte.
  - S6) Intercambios exportadores.
  - S7) Demanda no servida.
  - S8) Probabilidad de falta de suministro.
  - S9) Coste variable de explotación
  - S10) Ingresos de generación.
  - S11) Ingresos de transporte.
  - S12) Penalización de seguridad.
- Las variables globales de entrada estudiadas para modelar la indisponibilidad de la generación térmica son:
  - G1) *Capacidad fallada global máxima*: Sumatorio de la capacidad máxima de los grupos térmicos fallados [MW].
  - G2) *Coste térmico fallado máximo*: Sumatorio del producto de la capacidad máxima por su coste de producción unitario para aquellos grupos térmicos fallados [MPTA].
  - G3) *Ratio coste/capacidad máxima*: Ratio obtenido dividiendo el coste de producción máximo y el máximo técnico de los grupos fallados [PTA/MW].
  - G4) *Capacidad fallada global mínima*: Sumatorio de los mínimos técnicos de los grupos térmicos fallados [MW].
  - G5) *Coste térmico fallado mínimo*: Sumatorio del producto del mínimo técnico por su coste de producción unitario [MPTA].
  - G6) *Ratio coste/mínimo técnico*: Ratio obtenido dividiendo el coste mínimo de producción y el mínimo técnico de los grupos fallados [PTA/MW].

Los coeficientes de correlación  $\rho_{XY}$  que se han obtenido analizando la indisponibilidad global de generación térmica se detallan en la Tabla 3.2:

Tabla 3.2. Coeficientes de correlación para la indisponibilidad de la generación térmica.

$\rho_{XY}$	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12
G1	0.07	0.01	0.01	<b>0.31</b>	0.03	0.1	0.01	0.0	<b>0.27</b>	<b>0.38</b>	-0.02	0.0
G2	0.06	0.01	0.0	0.13	0.03	0.0	0.0	-0.01	0.12	<b>0.26</b>	0.0	0.0
G3	0.04	0.0	0.01	0.03	0.01	-0.03	0.03	0.01	0.04	0.08	0.0	0.02
G4	0.04	-0.01	0.02	<b>0.37</b>	-0.01	0.17	0.01	0.01	<b>0.36</b>	<b>0.4</b>	-0.04	0.0
G5	0.04	0.0	0.02	<b>0.29</b>	-0.04	0.06	0.0	-0.01	<b>0.27</b>	<b>0.41</b>	0.1	0.0
G6	0.03	-0.02	0.03	0.04	0.01	-0.02	0.01	0.02	0.04	0.17	-0.01	0.01

De los resultados de la Tabla 3.2 se desprende que las variables de salida mayormente afectadas por la indisponibilidad de generación son el *coste de generación*, el *coste variable de explotación* y los *ingresos de generación*. El conjunto restante de variables de salida no resulta prácticamente afectado por las indisponibilidades de generación térmica. Por otra parte, las variables *ratios de coste/potencia* son las que menor correlación tienen con las variables de salida. Ello es debido a que los valores utilizados de dichos ratios en el parque español de generación poseen cierta homogeneidad. Asimismo se aprecia que la fiabilidad del sistema eléctrico español no se debe a la existencia de fallos de generación térmica, ya que los coeficientes de correlación de la *probabilidad de pérdida de suministro* y de la *demanda no servida* son prácticamente nulos.

Las variables globales de entrada *capacidad fallada global máxima y mínima* así como el *coste térmico fallado mínimo* son las que mayor correlación alcanzan con las salidas. La capacidad fallada global máxima se considera la más apropiada, ya que permite realizar la posterior asignación individual de fallos al poseer todos los grupos térmicos máximos técnicos. Sin embargo, la asignación individual utilizando el uso de la variable *capacidad fallada global mínima* provocaría imprecisiones debido a que un conjunto importante de grupos térmicos se modelan con mínimos técnicos nulos (p.e., turbinas de gas), lo cual indeterminaría el conjunto de grupos fallados. Un razonamiento análogo se ha utilizado para no escoger la variable global *coste térmico fallado mínimo*.

- Las variables globales que se han estudiado para modelar la indisponibilidad de la red de transporte son:

T1) *Capacidad fallada global máxima*: Sumatorio de la capacidad nominal de los circuitos fallados [MW].

T2) *Número de circuitos fallados*.

Los coeficientes de correlación  $\rho_{XY}$  que se han obtenido para las variables globales de transporte se muestran en la Tabla 3.3.

Tabla 3.3. Coeficientes de correlación para la indisponibilidad de transporte.

$\rho_{XY}$	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12
T1	0.01	0.0	0.0	0.0	0.04	-0.02	<b>0.2</b>	<b>0.15</b>	0.08	0.0	0.1	0.05
T2	0.02	0.0	0.0	0.0	0.04	-0.02	0.09	0.13	0.04	0.0	0.12	0.07

En la Tabla 3.3 se evidencia como la fiabilidad del sistema eléctrico es la variable de salida más correlada con los fallos en la red de transporte. Se ha seleccionado, la variable *capacidad fallada global* de transporte por tener mayor coeficiente de correlación que la variable *número de circuitos fallados*. La naturaleza similar de la capacidad fallada global máxima de generación y de transporte hace que, tanto su muestreo como su asignación individual de muestras, se realicen de forma análoga.

- El modelado de la aleatoriedad de la producción hidráulica por planta se realiza exclusivamente a través de la variable global *producción hidráulica anual* del sistema [GWh]. En la Tabla 3.4 se muestran los coeficientes de correlación entre producción hidráulica anual y distintas variables de salida.

Tabla 3.4. Coeficientes de correlación para la producción hidráulica del sistema.

S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12
0.18	<b>1.0</b>	<b>-0.93</b>	<b>-0.90</b>	<b>0.82</b>	-0.01	-0.02	-0.02	<b>-0.8</b>	<b>-0.75</b>	<b>0.42</b>	-0.03

Esta variable global hidráulica da lugar a coeficientes de correlación cercanos a la unidad en valor absoluto, tanto para variables de salida relacionadas con la producción, como para variables de costes e ingresos. Debido a esta elevada correlación en algunas variables de salida, la aplicación de antitetismo sobre la variable *producción hidráulica global del sistema* implicará un aumento sustancial de la eficacia computacional de esta técnica. No obstante, las variables de salida relacionadas con la fiabilidad del sistema prácticamente no están correladas con la producción hidráulica anual y, por tanto, no es probable que la aplicación de antitetismo conlleve mejoras en la precisión de la estimación de sus medias.

### 3.2.2.3. Estudio comparativo.

En el ámbito de los sistemas eléctricos de potencia la técnica de las variables antitéticas ha sido aplicada mayoritariamente con dos objetivos diferenciados. Por un lado para mejorar la estimación del valor medio del coste marginal del sistema eléctrico [Marnay, 91] [Wijayatunga, 91] y, por otro lado, para evaluar con mayor precisión los índices de la fiabilidad del sistema [Anders, 90] [Sankarakrishnan, 95] y [Saraiva, 96].

- **Costes marginales del sistema:**

En [Wijayatunga, 91] se estiman sus medias e intervalos de confianza utilizando un modelo generación/red que resuelve flujos de cargas linealizados en corriente continua. Las variables antitéticas reducen los intervalos de confianza de dichos costes entre el **12%** y el **17%** para el sistema *IEEE 118* nudos con respecto a los de la simulación directa. En este mismo modelo se considera que la capacidad de transporte de los circuitos es ilimitada. La implantación de esta técnica se ha realizado utilizando variables individuales de disponibilidad de grupos y circuitos. Asimismo se indica que esta técnica aumenta su eficacia si la tasa de fallos de los grupos y circuitos se incrementa.

En [Marnay, 91] se estima también el coste marginal de un sistema eléctrico mediante un modelo cronológico de generación *sin modelar la red de transporte*. El antitetismo implantado en este modelo utiliza variables individuales de disponibilidad de generación. Asimismo el tamaño del sistema eléctrico analizado en el artículo es sustancialmente menor que el del sistema eléctrico español (20 grupos frente a casi 200 grupos). La eficacia alcanzada con las variables antitéticas respecto a los costes marginales es del **26%**. En este mismo modelo cronológico se aplica el muestreo estratificado junto con las variables antitéticas, alcanzándose rendimientos entre el 43% y el 60% dependiendo de la implantación específica del muestreo estratificado.

*En el modelo probabilista de esta Tesis se ha hecho un estudio en el cual se incrementan progresivamente las tasas de fallo de los grupos térmicos del 10% al 50% y de los circuitos del 0.2% al 1% para el sistema español, Tabla 3.5. Los valores contenidos en esta tabla indican la disminución porcentual del intervalo de confianza del precio marginal medio del sistema español aplicando antitetismo, con respecto al intervalo de confianza obtenido con simulación directa.*

Tabla 3.5.Reducción de intervalos de los precios nodales medios variando tasas de fallos.

10% Grupos 0.2% Circuitos	20% Grupos 0.4% Circuitos	30% Grupos 0.6% Circuitos	40% Grupos 0.8% Circuitos	50% Grupos 1.0% Circuitos
<b>45.3%</b>	23.8%	29.6%	40.8%	23.2%

La máxima reducción de los intervalos de confianza se alcanza para las tasas originales del caso español (10% en grupos térmicos y 0.2% en circuitos), lo cual supone un rendimiento  $\eta$  de ejecución superior a **3**. Independientemente del valor asignado de las tasas de fallo de grupos y circuitos, la aplicación de antitetismo mediante variables globales consigue mayor reducción de los intervalos de confianza en los precios medios nodales que la obtenida en [Wijayatunga, 91].

Asimismo en la Tabla 3.5 no se aprecia una evolución definida de la eficacia de la técnica de las variables antitéticas con la tasa de fallo de los elementos del sistema. No obstante, las reducciones superan el 20% en todos los casos. Esta mejora de la eficacia se debe en parte a las características propias del sistema eléctrico español y, por otro lado, a la eficacia que implica el uso de las variables globales de capacidad fallada.

En el capítulo 5 se detallan los resultados pormenorizados aplicando variables antitéticas, sobre variables de salida técnico-económicas del caso de 9 nudos y del caso español. Concretamente en la simulación del sistema español (sección 5.2.), se alcanzan rendimientos máximos de ejecución  $\eta$  en torno a **35** en las variables de salida, *generación total hidráulica y térmica*. Adicionalmente en la variable *coste de potencia generada* se alcanza un rendimiento de **4**, y en los *ingresos de generación* en torno a **5**.

- **Índices de fiabilidad:**

En este contexto, la aplicación de variables antitéticas da lugar a resultados bastante dispares. En [Anders, 90] se aplica además de la técnica de las variables antitéticas, otras técnicas tales como, variables de control, muestreo estratificado y muestreo por importancia, con objeto de evaluar los índices de fiabilidad generación/red del sistema eléctrico brasileño simplificado (*124 nudos y 272 circuitos*). La implantación de las variables antitéticas utiliza variables *globales* relacionadas con la *producción hidráulica*. Sin embargo la eficacia alcanzada es nula. Este resultado es análogo al obtenido en [Saraiva, 96], en el cual el modelo de planificación de la red estima el valor medio de la demanda no servida en el sistema *IEEE 30 nudos*. En este caso, la aplicación de las variables antitéticas empeora incluso la eficacia de la simulación y su utilización combinada con la técnica de las variables de control reduce la eficacia alcanzada con la aplicación exclusiva de las variables de control.

Por otra parte, en [Sankarakrishnan, 95] el modelo generación/red cronológico evalúa los índices de fiabilidad del sistema *RTBS de 6 nudos*. En este modelo se infiere antitetismo sobre los tiempos individuales de fallo y reparación de grupos y circuitos del sistema. El rendimiento de ejecución  $\eta$  de la potencia no suministrada aplicando variables antitéticas es de **3.3**. En [Billinton, 97] se ha analizado el sistema *RTS* de 24 nudos, obteniendo un rendimiento de **2** sobre la media estimada de la potencia no suministrada.

En el modelo probabilista de esta Tesis, se obtienen resultados dispares en la eficacia obtenida mediante las variables antitéticas dependiendo del sistema eléctrico estudiado. Como se detalla en la sección 5.1. para el sistema de 9 nudos, los índices globales de fiabilidad del sistema (demanda no servida y probabilidad de falta de suministro) empeoran sus intervalos de confianza aplicando variables antitéticas frente a la simulación directa. Sin embargo, para el sistema español la aplicación de variables antitéticas beneficia la precisión de la estimación de la *demanda no servida*, ya que reduce su intervalo de confianza en un 34.3%, aumenta el intervalo de la *probabilidad de falta de suministro* en un 23.59%.

Considerando los tiempos de optimización y ejecución del modelo, las variables antitéticas poseen un rendimiento de *optimización* en la demanda no servida de **2.19**, y un rendimiento de *ejecución* de **2.23**, es decir, se duplica la velocidad de convergencia de la simulación en esa variable.

La eficacia reducida de las variables antitéticas con respecto a los índices de fiabilidad del sistema español se debe a la escasa correlación existente entre las variables de entrada globales y las variables de salida relacionadas con la fiabilidad, Tabla 3.2, Tabla 3.3 y Tabla 3.4.

### **3.2.3. Variables de control.**

#### **3.2.3.1. Principios generales.**

Esta técnica se utiliza en numerosos contextos de la simulación de sistemas reales o hipotéticos, con el fin de evaluar su comportamiento, tal y como se indica

[Lavenberg, 77]. Su principio básico está ligado a la utilización de ciertas variables denominadas *variables de control*  $Z$ , que explican en mayor o menor medida el comportamiento incierto de las variables de salida de la simulación  $X$ . Desde el punto de vista estadístico, estas variables de control deben estar correladas con las variables de salida tanto como sea posible, ya que de ello depende en gran medida la eficacia de esta técnica. A diferencia de la técnica de las variables antitéticas, la correlación entre  $X$  y  $Z$  puede ser indistinta en signo.

Según la procedencia de las variables de control, éstas pueden ser :

- ***Internas***: Constituidas por las propias variables de entrada de la simulación o combinaciones algebraicas simples de ellas. El uso de este tipo de variables no incrementa prácticamente la carga computacional de la simulación. Por lo tanto su utilización en caso de no aumentar la eficacia de la simulación, no la perjudica en gran medida.
- ***Externas***: Constituidas por variables de salida procedentes de un modelo de simulación *externo* al modelo original. Normalmente este modelo externo es una simplificación del modelo original, lo cual reduce su carga computacional. Dicha reducción de la carga computacional permite estimar con gran precisión la media de las variables de control,  $\mu_Z$ , en el caso de que sean estimadas mediante simulación. Lógicamente el uso de un modelo externo añade carga computacional a la simulación que debiera compensarse con una disminución de la variabilidad de las salidas al aplicar esta técnica.
- ***Combinadas***: Se utilizan de manera ponderada combinaciones de variables de control internas y/o externas. La estimación de coeficientes óptimos de ponderación requiere un cálculo computacional previo. Adicionalmente se requiere el cálculo recursivo de varianzas y covarianzas entre variables de control, ya que son necesarias para el cálculo estadístico de las varianzas de los estimadores. Conforme el número de variables de control aumenta, el coste computacional y la memoria requerida de la simulación se incrementan.

Esta técnica genera unas nuevas variables aleatorias  $Y_c$ , cuya media es centrada, es decir coincide con la media de la variable  $X$ , ( $E(Y_c)=E(X)$ ). No obstante, su varianza es menor que la original ( $Var(Y_c) \leq Var(X)$ ). La variable  $Y_c$  se calcula sustrayendo de la variable  $X$ , las desviaciones muestrales ponderadas de la variable de control  $Z$  con respecto a su propia media  $\mu_z$  (3.86). La ponderación de estas desviaciones se realiza mediante la constante denominada *coeficiente de control*  $\beta$ , cuyo valor y signo se calcula o se asigna por el usuario con el fin de mejorar la eficacia computacional de esta técnica (3.86).

$$Y_c = X - \beta(Z - \mu_Z) \tag{3.86}$$

La correlación existente entre  $X$  y  $Z$  provoca que las desviaciones de la variable  $Z$  con respecto a su media  $\mu_z$  contrarresten de forma ponderada las desviaciones muestrales de la variable  $X$  con respecto a su media (valor a

determinar). Por ello todo aumento de la correlación entre  $X$  y  $Z$ , reduce la variabilidad muestral de la nueva variable  $Y_c$ .

En la Fig.3.29 se representa genéricamente la simulación de las variables  $X$ ,  $Y_c$  y  $Z$ . Se aprecia cómo la variabilidad muestral de  $Y_c$  es menor que la de  $X$  alrededor de su media común  $\mu_x$ . Por otro lado, se comprueba la similitud de las evoluciones muestrales de la variables  $Z$  y  $X$ , lo cual provoca que la variabilidad de  $Y_c$  disminuya.

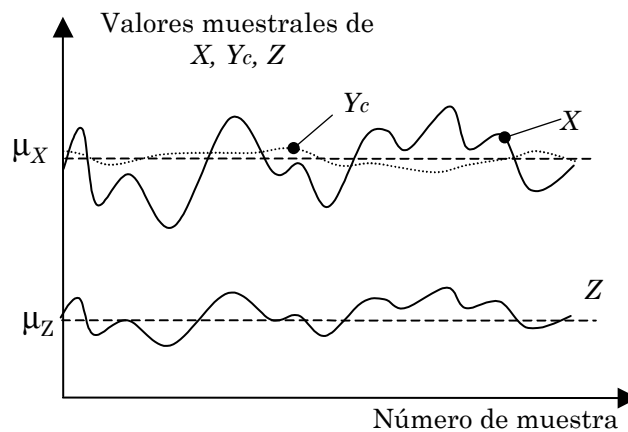


Fig.3.29. Variación muestral de  $X$ ,  $Y_c$  y  $Z$ .

Suponiendo que existiera una importante correlación positiva entre  $X$  y  $Z$ , lo más probable es que si se obtienen valores de  $Z$  superiores a la media, se obtengan igualmente valores de  $X$  superiores a su media. En este caso el coeficiente de control  $\beta$  (3.86) ha de ser *positivo*, con el fin de que las variaciones de la variable  $Z$  con respecto a  $\mu_Z$  reduzcan las variaciones de  $X$  con respecto a su media. Análogamente, se deriva que si existe una correlación negativa entre  $X$  y  $Z$ , el coeficiente de control debería ser *negativo*.

La expresión de la varianza de  $Y_c$  ha de considerar la covarianza entre la variable original  $X$  y la variable de control  $Z$  (3.87).

$$Var(Y_c) = Var(X) + \beta^2 Var(Z) - 2 \beta Cov(X, Z) \tag{3.87}$$

La condición necesaria y suficiente para que la varianza de  $Y_c$  sea menor que la de  $X$  se indica en la ecuación (3.88).

$$2 \beta Cov(X, Z) > \beta^2 Var(Z) \tag{3.88}$$

A partir de la ecuación (3.87) se deduce que cuanto mayor covarianza exista entre  $X$  y  $Z$  menor varianza tendrá la variable controlada  $Y_c$ . Esta covarianza puede ser indistinta en signo, ya que  $\beta$  también lo puede ser.

Existen dos aspectos en esta técnica que han de determinarse, uno de ellos es la variable o variables de control a utilizar y el otro son los coeficientes de control. Con respecto a la selección de las variables de control, éstas han de estar lo más correladas posibles con las variables de salida y la obtención de sus



valores muestrales y estadísticos ha de ser sustancialmente más rápida que la de la variable original.

Con relación a los coeficientes de control, un criterio lógico para determinar su valor es aquél que minimiza la varianza de  $Y_c$  expresada en la ecuación (3.87). Dicho coeficiente de control *óptimo*  $\beta^*$  se calcula igualando la primera derivada de (3.87) a cero [ $\partial Var(Y_c)/\partial \beta = 0$ ] y comprobando que su segunda derivada es mayor que cero en el mismo punto. El valor óptimo del coeficiente de control se indica en la ecuación (3.89). Dicho valor coincide con la expresión de la pendiente de una recta de regresión utilizando el ajuste por mínimos cuadrados [Peña, 95].

$$\beta^* = \frac{Cov(X, Z)}{Var(Z)} \tag{3.89}$$

Sustituyendo en la ecuación (3.87) el valor del coeficiente de control óptimo, se obtiene la siguiente expresión de la varianza de  $Y_c$ ,

$$Var(Y_c) = Var(X) - \frac{[Cov(X, Z)]^2}{Var(Z)} = (1 - \rho_{XZ}^2) Var(X) \tag{3.90}$$

Siendo  $\rho_{XZ}$ , el coeficiente de correlación lineal entre  $X$  y  $Z$ .

Por lo tanto utilizando  $\beta^*$ , siempre se obtiene una varianza de  $Y_c$  menor o a lo sumo igual que la varianza de  $X$  debido a que  $0 \leq \rho_{XZ}^2 \leq 1$ . Asimismo se comprueba que cuanto mayor correlación exista entre  $X$  y  $Z$  ( $\rho_{XZ} \rightarrow \pm 1$ ), la varianza de la variable controlada  $Y_c$  tenderá a cero.

En la práctica no se puede obtener el valor exacto de  $\beta^*$  debido a que no se conoce la  $Cov(X, Z)$ . Sin embargo su valor se puede aproximar muestralmente con valores de  $\tilde{Cov}(X, Z)$  y  $\tilde{Var}(Z)$ , cuyo cociente determina una estimación del coeficiente de control óptimo,  $\bar{\beta}^*$ . Una vez fijado el coeficiente de control, la media estimada de  $Y_c$ , se calcula a partir de las medias estimadas de  $X$  y  $Z$  (3.91).

$$\bar{Y}_c = \bar{X} - \bar{\beta}^* (\bar{Z} - \mu_Z) \tag{3.91}$$

El cálculo recursivo de las medias de la variable controlada  $Y_c$  requiere simultáneamente el cálculo recursivo de las medias estimadas de  $X$  y  $Z$ , para lo cual se utiliza la formulación genérica contenida en la sección 3.1.2.1..

La expresión de la variable  $Y_c$  supone la existencia de una correlación lineal entre la variable  $X$  y la variable  $Z$ . La posible falta de linealidad entre ambas variables se puede detectar estudiando los residuos de la diferencia entre la variable original y la variable de control ponderada por su coeficiente,  $R = X - \beta Z$ . En la Fig.3.30 se representan tres posibles distribuciones de los residuos muestrales con respecto a la variable de control ponderada. En la gráfica izquierda se muestra como la distribución de los residuos no posee tendencia alguna (*ruido blanco*) y por lo tanto ello indica que existe una correlación *lineal*

entre valores de  $X$  y  $Z$  y adicionalmente que el valor de  $\beta$  es correcto. En la gráfica central los residuos poseen una tendencia lineal, y por lo tanto también existe una correlación lineal entre  $X$  y  $Z$ , pero el  $\beta$  utilizado no es correcto. Por último la gráfica derecha presenta unos residuos que poseen una tendencia no lineal, dicha falta de linealidad puede deberse a la naturaleza de la variable  $X$ ,  $Z$  o de ambas. En el caso de existir una tendencia lineal en los residuos es necesario modificar el coeficiente de control utilizado, o añadir nuevas variables de control. En el caso de existir un comportamiento no lineal se requiere un cambio de variable de control a través de la utilización de funciones no lineales (logaritmos, potenciación y otras).

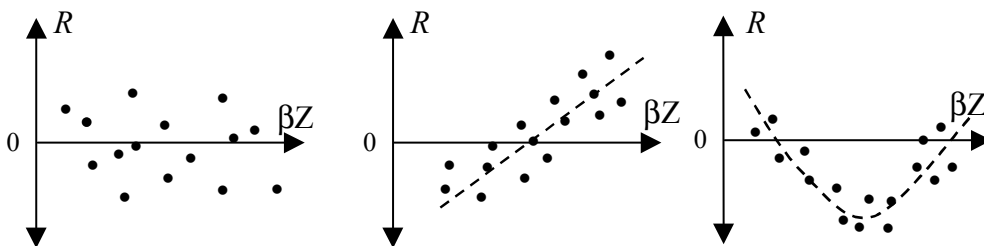


Fig.3.30. Análisis de residuos.

La varianza asociada a la estimación de la media  $\bar{Y}_c$  para un tamaño muestral  $\varpi$  se obtiene, como combinación de las varianzas estimadas de las variables  $X$  y  $Z$  y de su covarianza muestral (3.92).

$$V_{\tilde{a}r}(\bar{Y}_c^{\varpi}) = \frac{V_{\tilde{a}r}(Y_c^{\varpi})}{\varpi} = \frac{1}{\varpi} \left( V_{\tilde{a}r}(X^{\varpi}) + \beta^{*2} V_{\tilde{a}r}(Z^{\varpi}) - 2\beta^* C_{\tilde{o}v}(X^{\varpi}, Z^{\varpi}) \right) \tag{3.92}$$

El cálculo recursivo de la varianza de la media estimada  $\bar{Y}_c^{\varpi}$  requiere la actualización recursiva de las varianzas de las medias estimadas de  $X$  y  $Z$ , para lo cual se utilizan las formulaciones genéricas contenidas en la sección 3.1.2.1.. Asimismo es necesario calcular la covarianza muestral entre  $X$  y  $Z$  de manera recursiva. En el caso de agrupar resultados estadísticos de distintos niveles de demanda de un mismo periodo, es necesario estimar la covarianza muestral existente entre dichos niveles. En el apéndice D se muestra la formulación utilizada para llevar a cabo la estimación de este tipo de covarianza.

La implantación de las variables de control en la simulación está compuesta de los siguientes pasos:

- ① **Obtención del valor  $\mu_z$ :** Dependiendo de la procedencia de la variable de control, el valor medio puede ser simplemente un parámetro de la distribución de probabilidad de una variable de entrada del modelo o bien puede ser necesario llevar a cabo un cálculo analítico de dicho valor e incluso ser calculado a través de la simulación de un modelo *externo*. En todo caso se requiere que el valor de  $\mu_z$  posea una precisión al menos un orden de magnitud superior a la que se desea para la variable  $Y$ .

② **Obtención del valor de  $\beta$ :** El valor del coeficiente de control puede obtenerse de tres formas distintas:

- ① **Valor preestablecido por el usuario:** Dicho valor se establece por el usuario en base a su experiencia, debiendo estar próximo al valor óptimo  $\beta^*$ .
- ② **Valor *previo* a la simulación:** Se calcula como cociente de las estimaciones  $\tilde{Cov}(X, Z)$  y  $\tilde{Var}(X)$  obtenidas mediante un número reducido de muestras, que posteriormente no se utilizan en el cálculo de los estadísticos de la simulación.
- ③ **Valor *posterior* a la simulación:** Se calcula el valor de  $\beta^*$  con el mismo procedimiento que en ②, sin embargo se consideran todas las muestras de la simulación que sirven posteriormente para el cálculo de los estadísticos de la simulación.

Estas tres formas de establecer los valores de  $\beta^*$  son detalladas en la sección 3.2.3.2..

- ③ **Muestreo de estados del sistema:** Se muestrea el estado del sistema eléctrico de manera sucesiva. Concretamente con esta técnica se aplica el procedimiento de la transformada inversa para muestrear todas las variables de entrada (sección 3.1.1.2.) del modelo.
- ④ **Obtención de la variable de control  $Z$ :** Una vez conocido el estado muestreado del sistema, se obtiene a su vez la muestra correspondiente de cada variable de control utilizada en el modelo. Algunas variables de control pueden ser meros valores muestreados de las variables de entrada del modelo, o por el contrario requerir un modelo externo de control sobre el cual aplicar el estado muestreado de las variables de entrada (como ocurre en el modelo de la Tesis).
- ⑤ **Obtención de la variable original  $X$ :** Asimismo aplicando la muestra del estado del sistema obtenida en el paso ③ al modelo original de simulación, se obtiene un valor muestral de la variable de salida original  $X$ .
- ⑥ **Actualización de estadísticos:** Se actualizan medias, varianzas y covarianzas estimadas de las variables  $X$ ,  $Y$  y  $Z$ .
- ⑦ **Chequeo de finalización:** Se comprueba si se ha alcanzado el criterio de convergencia de la simulación (i.e., un tamaño muestral o una precisión prefijada para un conjunto de variables) y dependiendo de dicha comprobación:
  - ① Si no se alcanza el criterio de convergencia, se continúa el proceso de simulación volviendo a muestrear nuevos estados del sistema, paso ③.
  - ② Si se alcanza el criterio de convergencia prefijado, finaliza la simulación, detallándose los resultados obtenidos.

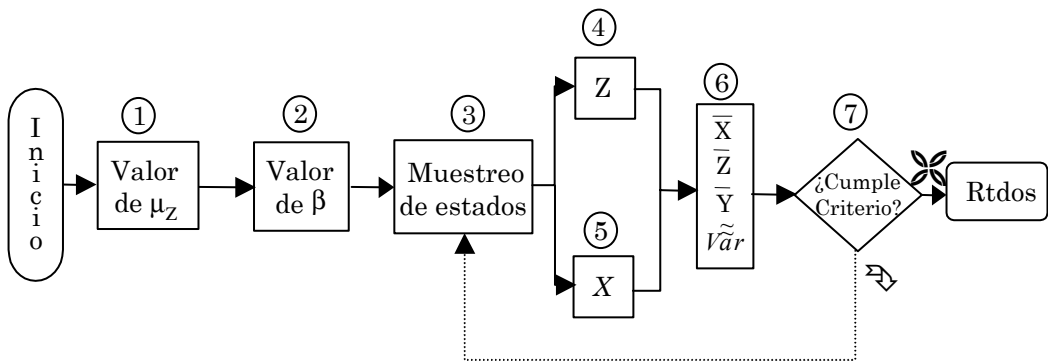


Fig.3.31. Proceso de utilización de las variables de control.

En la Fig.3.31 se representa en un diagrama la concatenación genérica de pasos para la implantación de las variables de control. La generalización de esta técnica considerando múltiples variables de control aplicadas a una única variable de salida ha sido utilizada en ámbitos distintos a los sistemas eléctricos de potencia, [Lavenberg, 82] [Rubinstein, 85]. No obstante, su implantación y formulación son análogas a las de una sola variable (3.86). Sea  $\hat{Z}$  el vector de  $m$  variables de control  $\{Z_1, \dots, Z_m\}$ , sea  $\hat{\beta}'$  el vector traspuesto de  $m$  coeficientes de control  $\{\beta_1, \dots, \beta_m\}$ , y sea  $\hat{\mu}_Z$  el vector de las medias de las variables de control  $\{\mu_{Z1}, \dots, \mu_{Zm}\}$ . En la ecuación (3.93) se muestra la nueva formulación de la variable  $Y_c$ , controlada mediante el vector de control  $\hat{Z}$  aplicadas sobre la variable original  $X$ .

$$Y_c = X - \hat{\beta}'(\hat{Z} - \hat{\mu}_Z) \tag{3.93}$$

El vector de coeficientes de control *óptimos*  $\hat{\beta}'^*$  se calcula de forma análoga al procedimiento utilizado con una sola variable de control, i.e. derivando  $m$  veces de forma parcial la expresión de la varianza de  $Y_c$  con respecto a cada coeficiente individual contenido en el vector. La expresión resultante para los coeficientes de control óptimos se muestra en (3.94). Se denomina  $\Sigma_{XZ}$  al vector de covarianzas entre la variable original  $X$  y el conjunto de variables de control y se denomina  $\hat{\Sigma}_Z$  a la matriz de covarianzas de las variables de control contenidas en  $\hat{Z}$ .

$$\hat{\beta}'^* = (\hat{\Sigma}_Z)^{-1} \Sigma_{XZ} \tag{3.94}$$

Utilizando estos coeficientes de control óptimos se obtiene el siguiente valor de la varianza de la variable controlada  $Y_c$ .

$$Var(Y_c) = (1 - R_{XZ}^2) Var(X) \tag{3.95}$$

$$R_{XZ}^2 = \frac{\Sigma_{XZ}' \hat{\Sigma}_Z^{-1} \Sigma_{XZ}}{Var(X)} \tag{3.96}$$

Siendo  $R^{2_{XZ}}$  el cuadrado del coeficiente de correlación múltiple entre la variable  $X$  y el vector  $\hat{Z}$ . Los valores medios estimados y sus varianzas asociadas se calculan mediante expresiones análogas a las utilizadas para una sola variable de control (3.91) y (3.92). El cálculo recursivo de dichos estadísticos requiere simplemente extensiones de la formulación contenida en la sección 3.1.2.1..

En la sección 3.2.3.2. se detalla el modelo externo que ha sido utilizado para implantar la técnica de las variables de control en el modelo probabilista de explotación generación/red. En la sección 3.2.3.3. se realiza un análisis del impacto que supone la utilización de diferentes tipos de coeficientes de control. Por último en la sección 3.2.3.4. se realiza un estudio comparativo de los resultados obtenidos en esta investigación, con respecto a otros estudios realizados en el ámbito de los sistemas eléctricos.

### 3.2.3.2. Modelo combinado de control.

La implantación de la técnica de las variables de control en el modelo de explotación generación/red se ha realizado mediante el uso de un modelo externo de control que combina a su vez dos modelos. Dicho modelo de control se ha denominado *modelo sin red*.

La razón de utilizar dos modelos reside en que sus resultados se complementan de manera adecuada y con ellos se consigue mayor correlación con las variables de salida del modelo original. Uno de ellos, *el modelo a nudo único*, obtiene resultados relacionados con la generación de manera exclusiva (producciones, costes y fiabilidad). En cambio, *el modelo nodal de suministro*, obtiene resultados relativos a la fiabilidad del suministro de demanda por nudo. En esta sección se detallan las características de cada uno de los dos modelos combinados, así como el proceso de combinación de ambos:

- 1. Modelo a nudo único:** Agrupa los grupos térmicos, plantas hidráulicas y demandas del sistema en un solo nudo. No contempla el modelado de la red de transporte. No obstante, incorpora una estimación de las pérdidas resistivas de transporte como una demanda adicional. En la Fig.3.32 se muestra la configuración del sistema eléctrico considerada por este modelo.

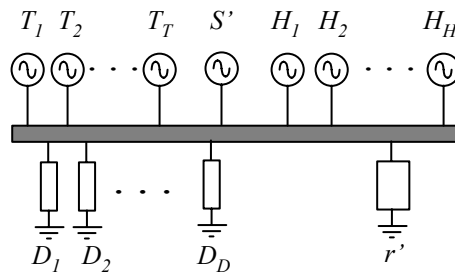


Fig.3.32. Modelo a nudo único.

Se consideran las mismas variables aleatorias de entrada que en el modelo probabilista original, excepto la disponibilidad de los circuitos de transporte. Los resultados que el modelo a nudo único proporciona están constituidos por producciones, costes y penalizaciones incurridos por cada

grupo térmico y planta hidráulica, así como la demanda global no suministrada en el sistema por falta de suficiente capacidad de generación.

- 2. Modelo nodal de suministro:** Evalúa la capacidad de suministro por nudo tras el muestreo del estado del sistema respecto de la disponibilidad de sus elementos de generación y transporte, así como de la capacidad de producción hidráulica. En la Fig.3.33 se muestra la situación de un nudo genérico  $d$  con una demanda  $q_d$  y un grupo térmico con capacidad  $\bar{T}_d$ , al cual llegan los circuitos  $\alpha, \beta$  y  $\gamma$  con capacidad  $\bar{F}_\alpha, \bar{F}_\beta$  y  $\bar{F}_\gamma$ .

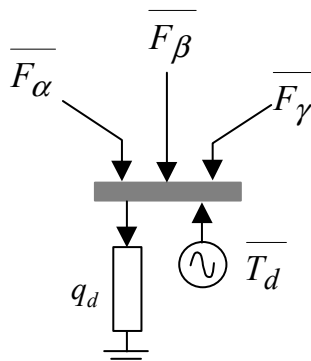


Fig.3.33. Capacidad de suministro nodal.

En la operación real del sistema se recurre a la falta de suministro de demanda, como el último recurso para mantener la operación del sistema eléctrico dentro de sus límites *técnicos*. Apoyándose en esta consideración, el modelo nodal de suministro aplica la *primera ley de Kirchoff* (balance nulo de potencia por nudo) considerando las capacidades máximas de los elementos *disponibles* (grupos y circuitos) conectados al nudo.

En cada muestra del sistema, el modelo nodal de suministro identifica por un lado, aquellos nudos en los cuales no se sirve total o parcialmente su demanda y, por otro lado, cuantifica una cota inferior de la demanda no servida en dichos nudos. En el caso ejemplo de la Fig.3.33 el nudo  $d$  tendrá falta de suministro cuando en la muestra  $\omega$  se cumpla la expresión (3.97).

$$\bar{F}_\alpha^\omega + \bar{F}_\beta^\omega + \bar{F}_\gamma^\omega + \bar{T}_d^\omega < q_d \tag{3.97}$$

La identificación de nudos con falta de suministro se lleva a cabo comprobando la desigualdad (3.98) en cada nudo  $d$ , muestra  $\omega$ , nivel  $n$  y periodo  $p$ . Su incumplimiento implica que en ese nudo se va a dejar de suministrar demanda.

$$\sum_{l \rightarrow d} \bar{F}_l^\omega - \sum_{l \leftarrow d} \bar{F}_l^\omega + \sum_{t \in d} \sum_{u=1}^{U_{pt}^\omega} \bar{T}_{tu}^\omega + \alpha_p^\omega \tilde{e}_{hpn} \tilde{H}_h - g_{dpn} q_d > 0 \tag{3.98}$$

La cota inferior de la demanda no servida en el nudo  $d$ ,  $\tilde{S}_{dpn}^\omega$ , es justamente la magnitud del incumplimiento de la ecuación (3.99). En los nudos donde no se cumple la desigualdad (3.98), la cota inferior de la demanda no suministrada sería nula según este modelo de suministro nodal.

$$g_{dpn} q_d - \sum_{l \rightarrow d} \bar{F}_l^\omega + \sum_{l \leftarrow d} \bar{F}_l^\omega - \sum_{t \in d} \sum_{u=1}^{U_{pt}^\omega} \bar{T}_{tu}^\omega - \alpha_p^\omega \tilde{e}_{hpn} \tilde{H}_h = \tilde{S}_{dpn}^\omega > 0 \tag{3.99}$$

Existen otros factores por los cuales se deja de suministrar demanda adicional en el nudo, que el modelo nodal de suministro no detecta. Estos factores son:

- a) Circuitos no adyacentes al nudo: Este modelo no tiene en cuenta posibles limitaciones debidas a la capacidad de transporte de otros circuitos cercanos, pero no adyacentes al nudo analizado. Esto es debido a que no se modela la segunda ley de Kirchhoff.

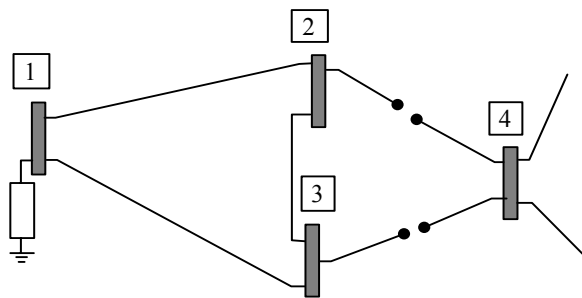


Fig.3.34. Conectividad externa al nudo

- b) Falta de conectividad externa al nudo: La indisponibilidad de circuitos no adyacentes con el nudo analizado puede reducir de manera indirecta la capacidad de suministro del nudo, lo cual no es detectado por el modelo nodal de suministro. La Fig.3.34 muestra un ejemplo en el cual el subsistema formado por los nudos 1, 2 y 3 no está conectado con el resto del sistema debido al fallo simultáneo de los circuitos que le unen con el nudo 4. Por lo tanto en el nudo 1 se produce demanda no servida, la cual no es detectada por el modelo nodal de suministro debido a que solamente se verifica la capacidad de suministro proporcionada por los circuitos adyacentes al nudo analizado (3.98).

La combinación de los dos modelos afecta a los resultados de producciones, costes y fiabilidad. En concreto, la potencia no suministrada detectada por el modelo nodal de suministro se resta de la demanda global del modelo a nudo único y los grupos y plantas que están disponibles y situados en nudos con potencia no suministrada se fijan a su máximo técnico en el modelo a nudo único. Esta relación entre los dos modelos requiere que exista una secuencia en su uso, primero el modelo nodal de suministro y después el modelo a nudo único.

Los resultados de estos dos modelos combinados son utilizados posteriormente como variables de control sobre la simulación original del modelo

de explotación generación/red. Por el hecho de que estas variables de control tienen la misma interpretación física que las variables que controlan, se deriva que sus coeficientes de control sean próximos a la unidad.

Por otra parte, el modelo externo de control cumple con el requisito de ser comparativamente más rápido que el modelo de explotación original, concretamente en el sistema español se alcanzan ratios próximos a 40 comparando los tiempos de ejecución de ambos modelos, sección 5.2.2.1.. Esta diferencia en tiempo es claramente necesaria debido a que la estimación de  $\mu_z$  se realiza mediante una simulación suficientemente grande sobre el modelo combinado de control con el fin de que los valores medios estimados tengan una elevada precisión.

### 3.2.3.3. Coeficientes de control.

Los coeficientes de control  $\beta$  realizan funciones de *escalación*, ya que intentan equiparar en magnitud la variabilidad muestral de la variable de control respecto de su media con la variabilidad existente en la variable original  $X$ . Esta escalación puede ser necesaria ya que ambas variables (original y de control) físicamente representen aspectos diferentes de la simulación, o bien porque cada variable aún representando lo mismo utiliza un modelado del sistema distinto.

En esta Tesis se han analizado tres procedimientos distintos de calcular los coeficientes de control:

- a) Valores prefijados por el usuario: El conocimiento previo que posee el usuario sobre el comportamiento del modelo de simulación y de las variables de control (o del modelo externo de control) da ciertas garantías a la hora de fijar coeficientes de control con valores próximos a los óptimos. Concretamente, el mismo sentido físico de las variables originales y de control que existe en este modelo probabilista provoca que los coeficientes óptimos de control estén próximos a la *unidad*.

En los dos procedimientos siguientes (b y c) se sopesa el aumento de la eficacia al utilizar coeficientes de control estimados  $\beta^*$ , con la carga computacional que supone su cálculo y el posible inconveniente de la aparición de sesgos (descentramientos) en las medias estimadas, tal y como se explica en el apartado c). En el capítulo 5, los resultados obtenidos aplicando la técnica de las variables de control consideran coeficientes de control unitarios (para el caso de 9 nudos y para el caso español).

- b) Valores estimados previamente a la simulación: Los coeficientes de control óptimos pueden ser estimados mediante una simulación de tamaño muestral reducido  $\varpi$ , cuyas muestras no son utilizadas posteriormente para el cálculo de los estadísticos de salida del modelo. Dichos estadísticos de salida se calculan a partir de una nueva simulación de tamaño  $\varpi$ .

La estimación del coeficiente de control óptimo se obtiene como cociente de la covarianza entre las variables  $X$  y  $Z$  y las estimaciones de la varianza de



la variable de control  $Z$  para el tamaño muestral de *estimación de control*  $\varpi'$  (3.100).

$$\bar{\beta}^* = \frac{C\tilde{\sigma}v(X^{\varpi'}, Z^{\varpi'})}{V\tilde{\sigma}r(Z^{\varpi'})} \tag{3.100}$$

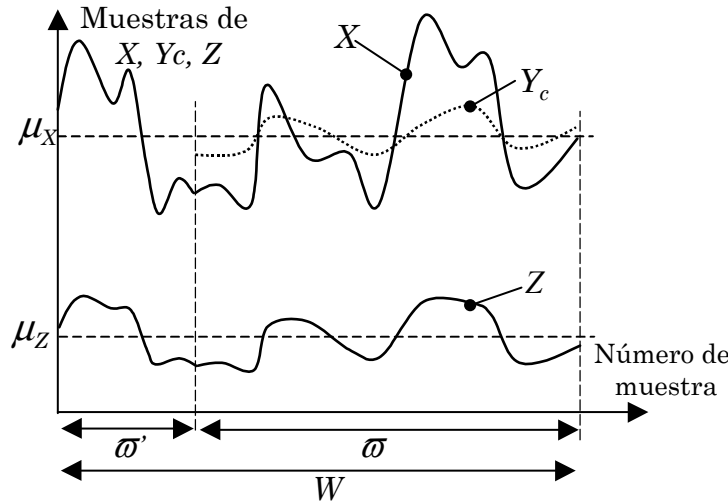


Fig.3.35. Estimación previa de los coeficientes de control.

En la Fig.3.35 se muestra la división del tamaño muestral de la simulación  $W$  en dos partes, una de ellas de tamaño  $\varpi'$  con la cual se estiman los  $\bar{\beta}^*$  y la otra de tamaño  $\varpi$  con la cual se realizan las estimaciones de los estadísticos de la variable controlada  $Y_c$ .

- c) Valores estimados posteriormente a la simulación: En este caso los coeficientes de control óptimos se estiman una vez concluida la simulación, utilizando todo su tamaño muestral ( $\varpi' \equiv W$ ). Este procedimiento de cálculo de coeficientes implica la aparición de *sesgos* o desviaciones entre las medias muestrales de las variables controladas  $Y_c$  y de las variables originales  $X$ . Estos sesgos se deben a la correlación existente entre el valor estimado del coeficiente de control  $\bar{\beta}^*$  y el valor medio estimado de la variable de control,  $\bar{Z}^{\varpi}$ .

Se pueden aplicar técnicas estadísticas, tales como “jackknifing” o “splitting” [Bratley, 87] [Nelson, 90], que reducen el valor del sesgo de  $\bar{Y}_c$ . Sin embargo, los requerimientos computacionales de estas técnicas no compensan la reducción de varianza alcanzada por una estimación más precisa de los coeficientes de control, al menos en lo que se refiere al ámbito de los sistemas eléctricos estudiados. Otro aspecto a tener en cuenta es la progresiva reducción de la cuantía del sesgo conforme el tamaño muestral aumenta. Ello se debe a que las estimaciones de  $\bar{\beta}^*$  están menos correladas con la media muestral de la variable de control conforme el tamaño muestral aumenta.

A continuación se comparan empíricamente los dos primeros procedimientos de cálculo de coeficientes. Para ello se han realizado simulaciones sobre el caso estudio español (sección 5.2). Se han comparado los intervalos de confianza de valores medios aplicando coeficientes de control unitarios (procedimiento *a*), frente a la evolución de los intervalos obtenidos variando el tamaño muestral de estimación  $\varpi'$  (procedimiento *b*).

Para hacer una comparación en precisión de resultados, los procedimientos han de tener igual carga computacional, por ello el conjunto total de muestras analizadas ha de ser el mismo. Esto afecta al segundo procedimiento *b*, ya que fijado un tamaño de la simulación  $W$ , la variación del tamaño muestral de estimación  $\varpi'$  implica dos efectos simultáneos y de carácter opuesto:

- ① Cuanto mayor es el tamaño de estimación  $\varpi'$ , mayor precisión adquieren las estimaciones del coeficiente de control óptimo  $\bar{\beta}_*$ . Por lo tanto este efecto tiende a mejorar la precisión obtenida con la simulación.
- ② El efecto opuesto consiste en que, dado un tamaño muestral global  $W$ , según se aumenta el tamaño muestral de estimación  $\varpi'$ , el tamaño muestral para estimación de estadísticos  $\varpi$  disminuye y por lo tanto la precisión de las medias estimadas también lo hace.

En la Fig.3.36 se representa este doble efecto, cuyo predominio sobre la precisión cambia conforme el tamaño de estimación de control varía. Por lo tanto puede existir un tamaño óptimo de estimación  $\varpi^{**}$  en cada variable controlada, para el cual se reduce al máximo su intervalo de confianza.

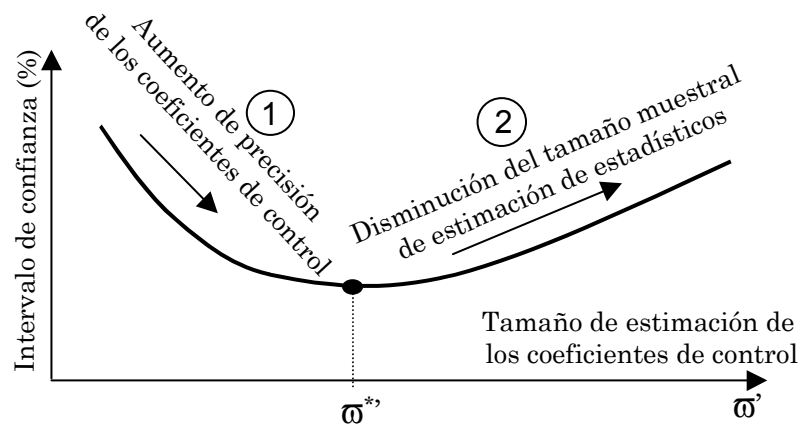
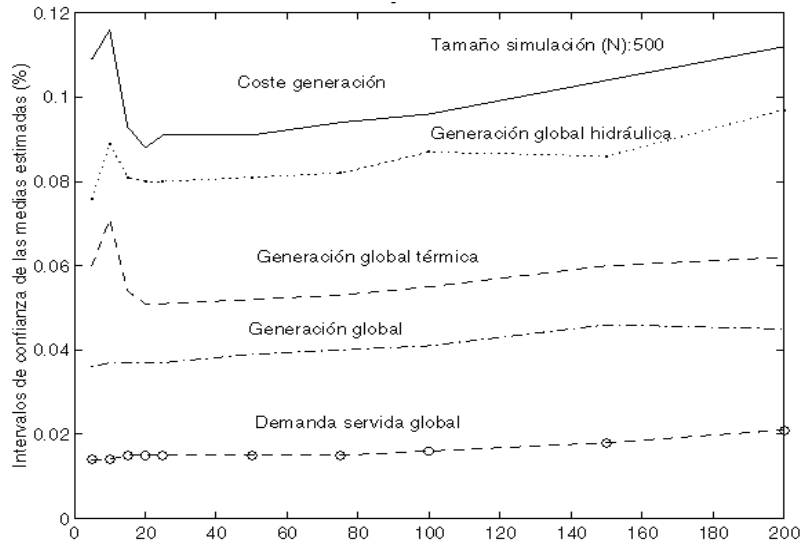


Fig.3.36. Efecto alternado de la estimación de coeficientes de control.

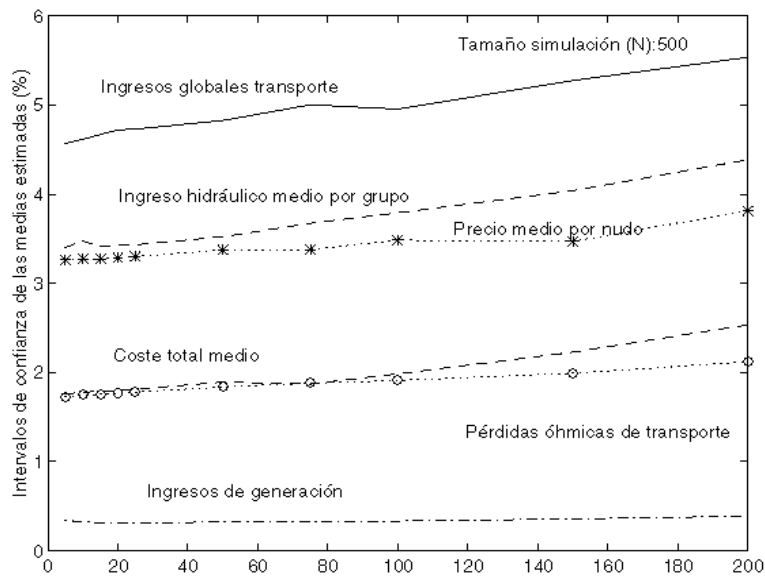
En la Fig.3.37 se muestra la evolución de los intervalos de confianza de distintas variables globales de salida, cuando para un mismo tamaño  $W$  de 500 muestras se utilizan diversos tamaños de estimación de control  $\varpi'$  (5, 10, 15, 20, 25, 50, 75, 100, 150 y 200).



Tamaño muestral de estimación de coeficientes de control (muestras)

Fig.3.37. Precisión de medias estimadas globales según el tamaño muestral de estimación.

En algunas variables de la Fig.3.37 tales como, el *coste de generación*, la *generación global hidráulica* y la *generación global térmica*, se refleja el efecto de la Fig.3.36. Para estas variables se obtienen tamaños óptimos de estimación de coeficientes entre 5 y 20 muestras para el total de 500 muestras, lo cual supone entre un 1% y un 4% sobre el tamaño total.



Tamaño muestral de estimación de coeficientes de control

Fig.3.38. Precisión de medias estimadas según el tamaño muestral de estimación.

Sin embargo en otras variables, como la *generación global* y la *demanda servida global*, predomina desde un principio el efecto de pérdida de precisión de los intervalos de confianza, por el hecho de reducir el tamaño muestral de estimación de los estadísticos. Estas evoluciones de la precisión se dan en las variables representadas en la Fig.3.38.

Finalmente comparando los resultados de los procedimientos “a” y “b”, se ha comprobado empíricamente que los intervalos de confianza obtenidos con coeficientes de control unitarios poseen mayor precisión que los obtenidos con coeficientes de control estimados. Este hecho implica que los valores prefijados unitarios de los coeficientes de control son lo suficientemente precisos que la utilización de parte del tamaño muestral de la simulación para mejorar la estimación de estos coeficientes aumenta los intervalos de confianza de las medias estimadas.

Con respecto al tercer procedimiento “c” basado en la utilización de todo el tamaño muestral para la estimación de los coeficientes de control, se ha realizado otro estudio empírico comparándolo con el primer procedimiento “a” de coeficientes unitarios. De este estudio se desprende que la utilización de coeficientes de control usando todo el tamaño muestral (2000 muestras), obtiene reducciones importantes en los intervalos de confianza de algunas variables globales tales como, la *generación global hidráulica* con un 35% de reducción, la *generación global térmica* con un 50% o el *coste de producción* con un 7%. No obstante, para variables individuales de salida tales como precios nodales, producciones e ingresos por grupo o planta, el promedio de reducción de los intervalos de confianza es pequeño o nulo. El principal inconveniente del procedimiento basado en el uso de toda la simulación reside en la creación de sesgos importantes en las medias estimadas con respecto a las medias reales de las variables de salida.

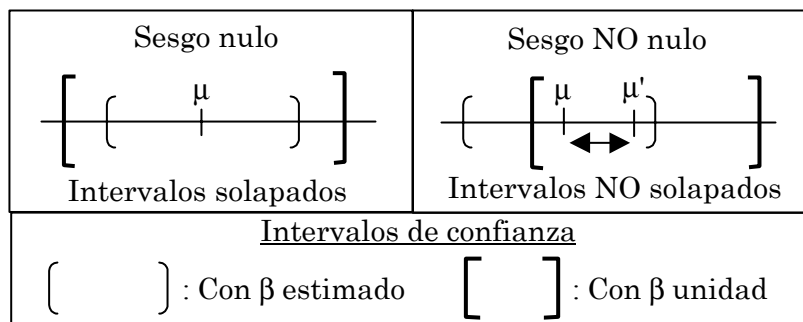


Fig.3.39. Solapamiento de intervalos de confianza.

La evaluación cuantitativa del impacto de estos sesgos se ha realizado estudiando el solapamiento de los intervalos de confianza obtenidos aplicando coeficientes de control unitarios y coeficientes estimados con todo el tamaño muestral Fig.3.39. La falta de solapamiento entre los intervalos de confianza de muchas medias estimadas, se produce para el sistema español cuando el tamaño muestral es menor de 400 muestras. Para tamaños superiores, los intervalos de confianza se solapan en su mayoría ya que los coeficientes de control estimados alcanzan una precisión tal que la correlación existente entre coeficiente y variable de control minimiza su impacto sobre la media estimada.

La existencia de esta falta de solapamiento ha sido analizada para distintos escenarios de crecimiento de la demanda y en todos ellos se produce este fenómeno. Desde el punto de vista de la toma de decisiones, la incertidumbre sobre los propios intervalos de confianza ha de ser minimizada en lo posible.

Para reducir la cuantía de estos sesgos en simulaciones de tamaño reducido, se pueden aplicar las técnicas “jackknifing” y “splitting”, las cuales dividen en subconjuntos el tamaño muestral de la simulación. En cada uno de estos subconjuntos se calculan las medias estimadas y operando con ellas se mejora la estimación de los valores medios e intervalos de confianza asociados. Sin embargo, la aplicación de estas técnicas en sistemas eléctricos de gran tamaño aumenta en exceso la carga computacional de la estimación de estadísticos, así como los requerimientos de memoria, frente a una mejora no excesiva de la precisión general de las estimaciones. Por todo ello estas técnicas no han sido implantadas en el modelo probabilista de explotación.

#### 3.2.3.4. Estudio comparativo.

Las variables de control es una de las técnicas de reducción de varianza más habitualmente utilizadas dentro del ámbito de los sistemas eléctricos de potencia, tanto para la estimación de medias de producciones y costes del sistema como para la evaluación de índices de fiabilidad del sistema eléctrico. No obstante, no se han encontrado en la literatura científica modelos de explotación que apliquen simultáneamente esta técnica tanto a variables económicas como a índices de fiabilidad. En esta Tesis se aplica simultáneamente la técnica de las variables de control a ambos tipos de variables, obteniendo incrementos significativos en la precisión de sus resultados. Para estructurar mejor el estudio comparativo, en primer lugar se comparan los resultados sobre costes y producciones de sistemas eléctricos y posteriormente los resultados relacionados con los índices de fiabilidad, frente a los obtenidos en otras investigaciones de la literatura científica.

#### **Resultados en costes globales y marginales de producción:**

Los tres primeros modelos comentados a continuación, aplican variables de control para estimar los costes globales y marginales de producción de sistemas eléctricos de distinto tamaño. Todos ellos utilizan un modelo externo de control basado en un modelado del sistema a nudo único, cuyas medias estimadas se calculan mediante procedimientos de convolución aplicados a la curva duración-carga.

En [Breipohl, 90] se estima el coste medio de generación de un sistema eléctrico de *17 grupos*, utilizando un modelo cronológico de explotación sin incluir la red de transporte. En este modelo se ponderan las variables de control mediante estimaciones del valor óptimo de los coeficientes de control. La incertidumbre que se modela abarca exclusivamente la indisponibilidad de grupos. El rendimiento de ejecución  $\eta$  que se alcanza con las variables de control es de **143**.

En [Wijayatunga, 91] se estiman los costes medios marginales mediante un modelo generación/red no cronológico, cuyo flujo de cargas está linealizado en corriente continua. Este estudio se ha realizado para el sistema *IEEE* de *118 nudos*. Las reducciones de los intervalos de confianza alcanzadas con esta técnica

varían entre el **37.7%** y el **73.6%** dependiendo de la tasa de fallos asignada a los grupos generadores.

En [Jacobs, 95] se estudian los costes medios marginales del sistema con respecto a distintas asignaciones de capacidad de generación (“Unit Commitment”). Las aleatoriedades que este modelo abarca son la indisponibilidad de grupos y la producción hidráulica del sistema. El modelo de explotación no contiene la red de transporte y el sistema eléctrico analizado posee en total *49 grupos* generadores. Las variables de control utilizadas pertenecen a dos modelos externos de control, uno de ellos es el mencionado modelo a nudo único y el otro se basa en simulaciones previas del modelo original para una capacidad asignada de generación prefijada y distinta a la que se estudia. Los rendimientos en ejecución  $\eta$  obtenidos con esta técnica varían entre **2** y **6** dependiendo del modelo de control utilizado.

En esta Tesis el modelo probabilista de explotación reduce el promedio de los intervalos de confianza de los precios nodales del sistema español (sección 5.2.) en un **50%** utilizando el modelo sin red como modelo externo de control. Estos precios nodales constituyen el desglose de los costes marginales del sistema en cada nudo del sistema. Con esta reducción de los intervalos de confianza, se alcanza un rendimiento de ejecución de **2.78**. Con respecto a otras variables de salida de carácter económico, la aplicación de las variables de control obtiene mejores rendimientos de ejecución (sección 5.2.3.), así por ejemplo en la variable *generación total hidráulica* se obtiene un rendimiento de ejecución de **2556**, en la *generación total térmica* se supera el valor de **360**, en el *coste de generación* se alcanza el valor **654** y en los *ingresos de generación* se llega al valor **3.6**.

### **Resultados en índices de fiabilidad:**

En la literatura científica, la técnica de las variables de control está más extendida en el campo de la evaluación probabilista de índices de fiabilidad del sistema, más que en la evaluación de costes y producciones. Entre los índices de fiabilidad analizados están la *probabilidad de falta de suministro* (PFS) y la *demanda no servida* (DNS).

En [Oliveira, 89] se simula la explotación generación/red de dos sistemas eléctricos, *IEEE 24 nudos* y el sistema del sudeste de Brasil con *124 nudos*. Las variables de control utilizadas combinan dos modelos de control: uno es un modelo de generación a nudo único, cuyos índices medios de fiabilidad se estiman mediante procedimientos de convolución, y el otro es un modelo que contiene los resultados obtenidos por el modelo generación/red para una lista prefijada de contingencias de transporte. Los rendimientos  $\eta$  obtenidos en el sistema *IEEE 24 nudos*, son **1.4** para la PFS y **3.5** para la DNS. En el sistema *brasileño* según la demanda del sistema se tienen valores entre **2.1** y **3.8** para la PFS, y entre **6.1** y **46.4** para la DNS.

En [Pereira, 90] se detallan los resultados obtenidos por el modelo generación/red CREAM aplicando técnicas de reducción de varianza a los sistemas eléctricos de *Bonneville (465 nudos, 679 circuitos y 560 grupos)* y de *Georgia (519 nudos, 706 circuitos y 51 grupos)*. Las variables de control utilizadas

en el CREAM pueden evaluar facetas específicas de la explotación, como puede ser el impacto de la indisponibilidad de generación, y para ello se utiliza un modelo externo de control a nudo único, cuyo valor medio se calcula mediante simulación directa o de Monte Carlo. También estas variables pueden considerar solamente la indisponibilidad del transporte, y entonces son el resultado de tener almacenados resultados obtenidos aplicando al modelo generación/red una serie de contingencias de transporte pertenecientes a una lista prefijada. Otras variables de control que este modelo aporta como novedosas son aquellas que resultan de utilizar un *poliedro de capacidades factibles* para aproximar el valor de la potencia no suministrada debido al fallo de generación. Dicho poliedro tiene en cuenta las limitaciones de la capacidad de transporte, aunque sin fallo de red alguno. Este poliedro se construye mediante restricciones lineales formuladas utilizando las variables duales de las ecuaciones de balance neto de potencia por nudo. Los coeficientes de control utilizados para todas las variables de control son unitarios. Los rendimientos de ejecución alcanzados con CREAM varían dependiendo del sistema eléctrico estudiado y del índice de fiabilidad estimado, tal y como se muestra en la Tabla 3.6.

Tabla 3.6. Rendimientos de ejecución del modelo CREAM con modelos de control.

Rendimientos	Modelo a nudo único ("G")	Modelo de transporte ("T")	Poliedro de capacidades ("P")	Nudo único y Transporte ("G"+"T")	Transporte y Poliedro ("T"+"P")
PFS-Bonneville	1.0	1.6	1.5	No disponible	<b>3.7</b>
DNS-Bonneville	1.7	1.2	<b>3.8</b>	No disponible	3.7
PFS-Georgia	1.0	6.3	0.9	<b>7.1</b>	No disponible
DNS-Georgia	<b>11.4</b>	0.9	6.3	7.1	No disponible

Analizando la Tabla 3.6 por columnas se aprecia que la aplicación del mismo tipo de variable de control obtiene rendimientos dispares dependiendo del sistema eléctrico estudiado y del índice de fiabilidad. Destaca el hecho de que el modelo de generación a nudo único ("G") no reduzca el intervalo de confianza de la probabilidad de falta de suministro en ambos sistemas, lo cual se debe a que dichos sistemas eléctricos están diseñados con un margen suficiente de capacidad de generación instalada para absorber el impacto del fallo exclusivo de generación.

En [Anders, 90] y [Pereira, 92] se aplican diversas técnicas de reducción de varianza para estimar los índices de fiabilidad mediante un modelo generación/red del sistema eléctrico del sudeste de Brasil (*124 nudos, 272 circuitos y 393 grupos*). La técnica de las variables de control ha sido implantada utilizando exclusivamente el modelo externo de control a nudo único con coeficientes de control unitarios. El tratamiento de la incertidumbre que realiza el modelo contempla la aleatoriedad en el crecimiento de la demanda y las fluctuaciones de las producciones hidráulicas, así como la indisponibilidad de los grupos generadores. El rendimiento en ejecución obtenido con este modelo de control en la variable PFS es de **3.5** y en la variable DNS es de **20**. Estos rendimientos contrastan con los obtenidos para los sistemas de Bonneville y

Georgia utilizando igualmente un modelo externo a nudo único (Tabla 3.6, primera columna). La razón por la cual existe esa diferencia de eficacia, reside en que el sistema brasileño no posee margen de capacidad instalada suficiente para absorber situaciones desfavorables para la producción (hidrologías secas y crecimientos elevados de demanda), las cuales son detectadas por el modelo a nudo único.

En [Mello, 94] se estiman los índices de fiabilidad del sistema eléctrico del sudeste de Brasil con mayor grado de detalle que en los estudios anteriores (*1400 nudos, 2300 circuitos y 260 grupos*). Su modelo probabilista de explotación generación/red simula exclusivamente la indisponibilidad forzada de grupos y circuitos. Las variables de control están constituidas por las potencias no suministradas provocadas por los fallos N-1 de red calculados y previamente almacenados. Estas variables de control se aplican utilizando el principio de superposición, cuando en el estado muestreado del sistema fallan más de un circuito de forma simultánea. El rendimiento de ejecución alcanzado con esta técnica es de **3**.

En [Saraiva, 96] se detalla un modelo de planificación probabilista de largo plazo de la red de transporte. Se modela la incertidumbre del crecimiento de la demanda del sistema mediante funciones *fuzzy* y la indisponibilidad de generación y red mediante funciones de probabilidad estándares. La variable de control de la demanda no suministrada procede de un modelo de generación a nudo único, cuyo valor medio se calcula mediante una tabla de capacidades falladas [Billinton, 91]. El rendimiento en ejecución para la estimación de la DNS del sistema *IEEE de 30 nudos* es de **1.4**, lo cual resulta relativamente bajo en comparación con otras implantaciones de esta técnica en sistemas de tamaño parecido [Oliveira, 89].

En [Billinton, 97] se estima la demanda no servida y su coste asociado para el sistema eléctrico *RBTS de 6 nudos* mediante un modelo generación/red de explotación cronológica. De nuevo el modelo de generación a nudo único ha sido utilizado como modelo externo de control, aunque en este caso los coeficientes de control han sido estimados utilizando la técnica “splitting” con dos subconjuntos de muestras. El rendimiento de ejecución obtenido con este modelo de control es de **3.3** cuando se utilizan coeficientes de control unitarios y de **6.7** cuando los coeficientes de control óptimos son estimados. Los valores de los coeficientes de control estimados son 1.14 o 1.06 dependiendo si se está estimando la PFS o la DNS.

Comparativamente el modelo de explotación generación/red desarrollado en esta Tesis, aplicando el *modelo sin red* como modelo externo de control (sección 3.2.3.1.), consigue reducir el intervalo de confianza de la DNS del caso español (*410 nudos, 702 circuitos y 172 grupos*) en más de un **96%** y el de la PFS en más de un **84%** con respecto a los intervalos obtenidos por simulación directa. Teniendo en cuenta la carga computacional añadida que conlleva la utilización de las variables de control, se obtienen rendimientos de ejecución de **670 para la DNS** y de **32 para la PFS** (sección 5.2.3.). La elevada eficacia de esta técnica se



debe principalmente, a que el modelo nodal de suministro explica gran parte de la variabilidad de la potencia no suministrada por nudo, cuando se consideran fallos de generación y transporte en el sistema español.

### 3.2.4. Sinergia de técnicas.

La sinergia o combinación de técnicas de reducción de varianza pretende aumentar la eficacia computacional que individualmente tiene cada una de estas técnicas. En este contexto se dice que existe sinergia *positiva*, cuando la reducción de varianza obtenida por la combinación de técnicas supera la mayor de las reducciones individuales, en caso contrario se dice que existe sinergia *negativa*.

La asociación de técnicas se ha utilizado con dos objetivos bien distintos, uno de ellos consiste en precisar con mayor exactitud el efecto a que dan lugar las distintas técnicas de reducción de varianza en comparación con la simulación de Monte Carlo (secciones 3.2.4.1., 3.2.4.2. y 3.2.4.4.) y el otro objetivo es el incremento de la reducción de varianza de los valores medios estimados, para ello se combinan las variables antitéticas y variables de control, sección 3.2.4.3..

#### 3.2.4.1. Números aleatorios comunes y variables antitéticas.

En esta sección se explica las ventajas que conlleva la utilización conjunta de estas dos técnicas de reducción de varianza. Tal y como se explica en detalle en la sección 3.2.1., la técnica de los números aleatorios comunes permite reducir la variabilidad de la diferencia de resultados, cuando se comparan dos modelos de simulación o dos técnicas de reducción de varianza. Su principio básico se basa en inferir correlación *positiva* entre los resultados que son comparados y para ello se utilizan los mismos números aleatorios uniformes en el muestreo de las variables de entrada para ambos modelos o técnicas.

Por otro lado, la técnica de las variables antitéticas reduce la variabilidad de las medias estimadas agrupando por parejas las muestras de las variables de salida, y calculando a partir de su semisuma los estimadores (3.101). La eficacia de la simulación aumenta conforme mayor correlación *negativa* se infiere entre ambas muestras emparejadas y para ello las muestras de las variables de entrada se obtienen a partir de números aleatorios uniformes *complementarios* a los de la otra muestra.

$$Y = \frac{X^{(i)} + X_a^{(i)}}{2} \tag{3.101}$$

Para evaluar el aumento de eficacia computacional alcanzada por la técnica de las variables antitéticas se comparan los intervalos de confianza de las medias estimadas  $\bar{X}$ , obtenidas mediante sorteo de Monte Carlo, y de las medias  $\bar{Y}$ , obtenidas aplicando variables antitéticas. Con objeto de aumentar la precisión de esta comparación se aplica la técnica de los números aleatorios comunes, tal y como se indica en la Fig.3.40. En dicha figura se muestra como los números

aleatorios uniformes utilizados para la simulación de Monte Carlo  $T^{(i)}$ , se utilizan también como números aleatorios en una de las dos muestras emparejadas por las variables antitéticas. La otra muestra de la pareja se obtiene mediante números aleatorios complementarios a la unidad con los anteriores  $T_a^{(i)}$ .

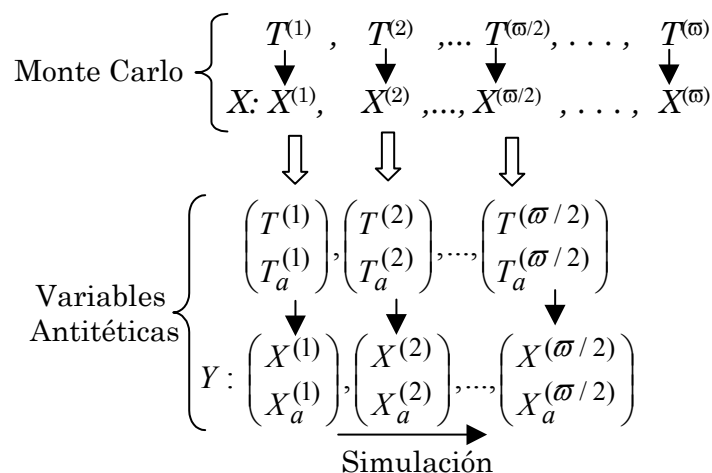


Fig.3.40. Monte Carlo *versus* variables antitéticas usando números aleatorios comunes.

Para comparar computacionalmente una simulación de Monte Carlo y otra con variables antitéticas se utiliza el mismo número de muestras, lo cual implica que haya la mitad de parejas antitéticas que de muestras de Monte Carlo. Por lo tanto para aplicar la técnica de los números aleatorios comunes solamente se utilizan la mitad de números aleatorios de la simulación de Monte Carlo, tal y como se muestra en la Fig.3.40.

Al comparar las varianzas de las medias de salida estimadas aplicando dos o más técnicas, se hace notar que la propia diferencia entre dichas varianzas es una variable aleatoria,  $Var(X)-Var(Y)$ . Aplicando números aleatorios comunes al sorteo de Monte Carlo y a las variables antitéticas se aumenta positivamente la covarianza entre  $Var(X)$  y  $Var(Y)$  y con ello la varianza de dicha diferencia disminuye (3. 102).

$$Var(Var(X) - Var(Y)) = Var(Var(X)) + Var(Var(Y)) - 2 Cov(Var(X), Var(Y)) \tag{3. 102}$$

Para argumentar este aumento positivo de la covarianza sirve el propio desarrollo de la expresión de la varianza de la variable semisuma  $Y$  aplicando números aleatorios comunes (3.103). En esta expresión se supone que la media muestral de la variable  $X$  alcanzada con ambas técnicas es la misma. Esta suposición se puede asumir cuando el tamaño muestral de la simulación es suficientemente grande. La varianza de la variable semisuma  $Y$  incluye de forma ponderada la varianza de  $X$  obtenida con Monte Carlo. Este hecho demuestra que la covarianza entre varianzas  $Cov(Var(X), Var(Y))$  se hace positiva con el uso de los números aleatorios comunes

Monte Carlo  $\Rightarrow Var(X)$

$$Antitética + \text{números aleatorios comunes} \Rightarrow Var(Y) = \frac{Var(X)}{4} + \frac{Var(X^a)}{4} - \frac{Cov(X, X^a)}{2} \quad (3.103)$$

Utilizando este procedimiento en las secciones 5.1.3. y 5.2.3. del capítulo 5 se comparan los resultados obtenidos al comparar la simulación de Monte Carlo con la simulación aplicando variables antitéticas, tanto para el sistema de 9 nudos, como para el sistema español.

Como consideración genérica en la comparación de la eficacia alcanzada por técnicas de reducción de varianza, se ha de tener en cuenta que las diferencias existentes entre los intervalos de confianza poseen mayor grado de credibilidad, conforme dichos intervalos son menores. Particularmente las variables de salida relacionadas con la fiabilidad del sistema eléctrico, *demanda media no servida* y *probabilidad media de falta de suministro*, poseen tanto para el caso de 9 nudos como para el caso español unos intervalos de confianza elevados. Ello implica menor credibilidad en cuanto a la reducción alcanzada en los intervalos de confianza aplicando variables antitéticas.

### 3.2.4.2. Números aleatorios comunes y variables de control.

La aplicación simultánea de ambas técnicas sirve para determinar con mayor exactitud la eficacia computacional alcanzada por la técnica de las variables de control. Para ello se comparan las varianzas de las variables de salida obtenidas mediante la simulación de Monte Carlo con las obtenidas utilizando las variables de control.

Sea  $X$ , la variable de salida original del sorteo de Monte Carlo y sea  $Y_c$ , la variable controlada por la variable de control  $Z$  [i.e.,  $Y_c = X - \beta(Z - \mu_z)$ ]. Aplicando la técnica de los números aleatorios comunes, los mismos números aleatorios uniformes son utilizados para obtener la muestra de la variable original  $X$  de la simulación de Monte Carlo y la muestra de la variable controlada  $Y_c$ .

Al aplicar números aleatorios comunes en ambas técnicas la varianza muestral con el sorteo de Monte Carlo y con las variables de control usando números aleatorios comunes, poseen sumandos comunes que incrementan positivamente la covarianza entre dichas varianzas (3.104). Por ello el uso de números aleatorios comunes mejora la precisión con la cual se estima la eficacia computacional de las variables de control,  $Var(Var(X) - Var(Y_c))$ , frente al sorteo de Monte Carlo.

Monte Carlo  $\Rightarrow \underline{Var(X)}$

$$\text{Variables de Control} + \text{números aleatorios comunes} \Rightarrow Var(Y_c) = \underline{Var(X)} + \beta^2 Var(Z) - 2\beta Cov(X, Z) \quad (3.104)$$

Las consideraciones genéricas mencionadas anteriormente sobre el tamaño de los intervalos de confianza de las variables de salida son igualmente aplicables a las variables de control.

### 3.2.4.3. Variables antitéticas y variables de control.

La combinación de estas dos técnicas puede ser realizada con dos implantaciones equivalentes, una de ellas desde el punto de vista de la técnica de las variables antitéticas y la otra desde el punto de vista de la técnica de las variables de control.

#### Desde el punto de vista de las variables antitéticas:

Consiste en emparejar muestras de la variable de salida controlada,  $(Y_c, {}^aY_c)$ . Una de las dos muestras agrupadas ha sido obtenida sorteando el estado del sistema con los números aleatorios uniformes complementarios con los de la otra muestra. Las ecuaciones (3.105) y (3.106) contienen las expresiones genéricas de las variables de salida emparejadas.

$$Y_c = X - \beta(Z - \mu_Z) \tag{3.105}$$

$${}^aY_c = X^a - \beta(Z^a - \mu_Z) \tag{3.106}$$

Se denomina  $V$  a la nueva variable de salida calculada a partir de la semisuma de las variables controladas (3.107). Su media estimada está insesgada con respecto a la media de la variable original, i.e.  $E(V) = E(X)$ .

$$V = \frac{Y_c + {}^aY_c}{2} \tag{3.107}$$

En [Sánchez, 97] se detalla el estudio de la varianza de la variable controlada  $V$  desde este punto de vista. No obstante, esta forma de combinar ambas técnicas incrementa la carga computacional que supone la actualización de estadísticos, en comparación a la combinación de estas técnicas *desde el punto de vista de las variables de control*.

#### Desde el punto de vista de las variables de control:

Se establece como variable a controlar la variable *semisuma*  $Y$ , resultado de la aplicación de las variables antitéticas sobre la variable original  $X$  (3.108), y como variable de control la *semisuma*  $W$ , resultado de la aplicación de las variables antitéticas sobre la variable de control original  $Z$  (3.109).

$$Y = \frac{X + X^a}{2} \tag{3.108}$$

$$W = \frac{Z + Z^a}{2} \tag{3.109}$$

La variable de salida controlada  $Y_c^a$  se calcula mediante la expresión (3.110). El coeficiente de control  $\beta$  pondera las desviaciones de la variable de control  $W$  con respecto a su media ( $\mu_w \equiv \mu_z$ ). Dichas desviaciones ponderadas se restan del valor muestral de la variable semisuma  $Y$  con el fin de reducir su variabilidad.

$$Y_c^a = Y - \beta(W - \mu_z) \tag{3.110}$$

El valor medio estimado de la nueva variable de salida controlada  $\bar{Y}_c^a$  se calcula a partir de las medias estimadas,  $\bar{Y}$  y  $\bar{W}$ . Asimismo dicha media estimada está insesgada con respecto a la media de la variable original  $X$ .

En la Fig.3.41 se muestra a modo de ejemplo el comportamiento muestral de cada tipo de variable. La variable original  $X$  es la que posee mayor variabilidad de todas las representadas y su media  $\mu_x$  es el parámetro que el modelo probabilista quiere estimar con exactitud. También se representan los valores muestrales de las variables  $Y$  y  $W$ , que son el resultado de aplicar las variables antitéticas sobre la variable original  $X$  y sobre la variable original de control  $Z$  respectivamente. Como se aprecia en la figura, la variabilidad de  $Y$  y  $W$  resulta menor que la existente en las variables originales. Finalmente se representa en trazo continuo y grueso, la evolución muestral de la variable de salida controlada  $Y_c^a$ , siendo su variabilidad la menor de todas las variables muestreadas alrededor del valor medio  $\mu_x$ .

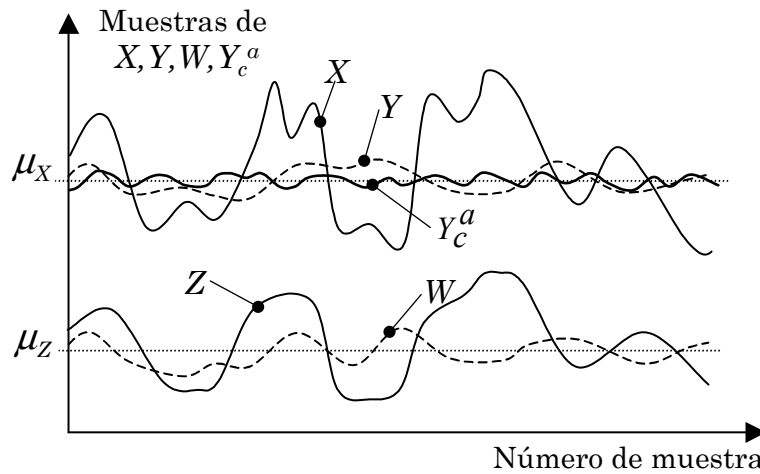


Fig.3.41. Muestreo combinando Variables de Control y Variables Antitéticas.

La varianza de la media estimada de la variable  $Y_c^a$  para un tamaño muestral  $\varpi$  viene dada por la ecuación (3.111).

$$Var(\bar{Y}_c^a) = \frac{Var(Y_c^a)}{\varpi} = \frac{1}{\varpi} (Var(Y) + \beta^2 Var(W) - 2\beta Cov(Y, W)) \tag{3.111}$$

Por el hecho de aplicar variables antitéticas, las varianzas de  $Y$  y  $W$  resultan inferiores a las varianzas originales de  $X$  y  $Z$ . Sin embargo el valor absoluto de la  $Cov(Y,W)$  suele ser menor que la  $Cov(X,Z)$ . No obstante, resulta difícil determinar *a priori* el signo de la  $Cov(Y,W)$ , ya que no tiene por qué mantenerse el signo de la correlación entre  $X$  y  $Z$ , y más si cabe cuando esta correlación anterior no sea elevada.

La expresión del coeficiente de control óptimo  $\beta^*$ , que minimiza la varianza del valor medio estimado de  $Y_c^a$ , se calcula derivando e igualando a cero la ecuación (3.111), de lo cual resulta la expresión (3.112), análoga a la del coeficiente de control óptimo cuando se utiliza solamente las variables de control.

$$\beta^* = \frac{Cov(Y,W)}{Var(W)} \quad (3.112)$$

Este valor puede ser estimado mediante simulaciones de tamaño reducido, o bien asignarse un valor dependiendo del conocimiento que el usuario posea del sistema eléctrico. La varianza resultante del valor medio de  $Y_c^a$  aplicando este coeficiente de control óptimo resulta:

$$Var(\bar{Y}_c^a) = \frac{1}{\varpi} \left( Var(Y) - \frac{(Cov(Y,W))^2}{Var(W)} \right) = \frac{Var(Y)}{\varpi} (1 - \rho_{YW}^2) \quad (3.113)$$

Siendo  $\rho_{YW}$  el coeficiente de correlación lineal entre las variables  $Y$  y  $W$ .

En la expresión (3.113) se aprecia el efecto simultáneo de la aplicación de las dos técnicas: por un lado, aplicando las variables antitéticas se utiliza la varianza de la variable  $Y$  (menor que la  $Var(X)$ ) y por otro lado aplicando las variables de control se reduce la varianza anterior en un  $100 \rho_{YZ}^2\%$ , ya que parte de la varianza de  $Y$  está explicada por la variable  $W$ .

En el contexto de la simulación de los sistemas eléctricos, la combinación de estas dos técnicas ha sido escasamente utilizada. En [Saraiva, 96] se aplican simultáneamente en la planificación de la red de transporte a largo plazo, resultando una sinergia *negativa* al requerir esta combinación un 6.3% más de muestras que las variables de control, para alcanzar la misma precisión en la estimación de los índices de fiabilidad.

Los resultados obtenidos en esta Tesis combinando estas dos técnicas indican que, tanto para el sistema de 9 nudos como para el sistema español, existen variables en las cuales se consigue sinergia positiva y en otras negativa. Así por ejemplo en el sistema español se alcanzan los mejores rendimientos de *optimización* en variables como *generación total hidráulica* con un rendimiento de **4579**, en el *coste de potencia generada* con un rendimiento de **931** o en los *ingresos de generación* con un rendimiento de **12**. Sin embargo en otras variables globales de la simulación se reduce el rendimiento de *ejecución* entre un 25% y un

40%, así ocurre con la *generación total*, las *pérdidas resistivas de transporte* y con los *ingresos de transporte*.

Los coeficientes de control utilizados en esta combinación de técnicas son unitarios. Adicionalmente para evaluar la eficacia computacional que esta combinación de técnicas consigue, se han aplicado números aleatorios comunes a la simulación de Monte Carlo y a la simulación con estas dos técnicas combinadas, tal y como se explica en la sección siguiente.

### 3.2.4.4. Variables antitéticas, variables de control y números aleatorios comunes.

La combinación de estas tres técnicas se ha utilizado para estimar con mayor precisión la eficacia computacional obtenida combinando variables antitéticas y variables de control. Dicha estimación se realiza comparando los intervalos de confianza de una simulación de Monte Carlo, con los de una simulación que aplique variables antitéticas y de control. Adicionalmente se utilizan números aleatorios comunes en ambas simulaciones.

Al aplicar variables antitéticas, solamente es en una muestra de cada pareja donde se utilizan los mismos números aleatorios que en la simulación de Monte Carlo. En la Fig.3.42 se detalla el proceso de utilización de las parejas de números aleatorios  $(T^i, T_a^i)$ , con los cuales se muestrean las variables *semisuma*  $Y$  y  $W$ .

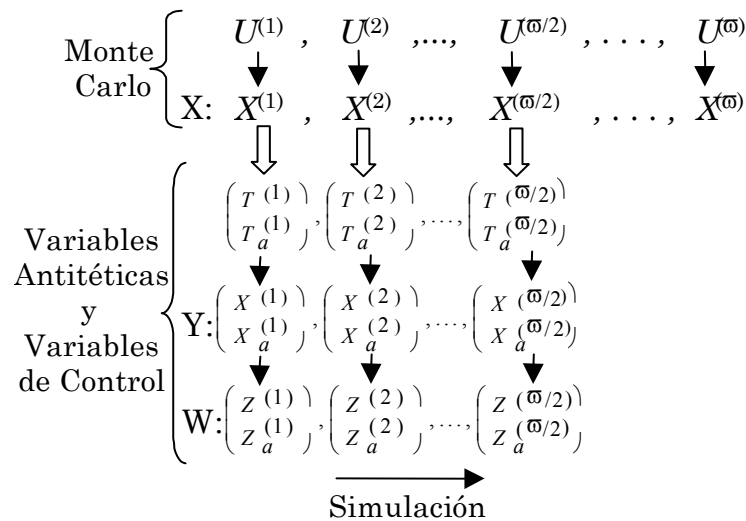


Fig.3.42. Comparación Monte Carlo frente a variables de control y variables antitéticas.

Al igual que en secciones anteriores, la covarianza muestral entre varianzas aumenta positivamente debido a que parte de las componentes que forman la varianza muestral de Monte Carlo y de las tres técnicas de reducción de varianza combinadas son comunes. Ese es el motivo por el cual se mejora la estimación de la eficacia alcanzada por las tres técnicas combinadas.

## CAPÍTULO 4

# OPTIMIZACIÓN E IMPLANTACIÓN INFORMÁTICA

En este capítulo se muestra el estudio realizado sobre distintas facetas del modelo de explotación con el fin de mejorar la eficacia computacional de la resolución de los múltiples flujos óptimos de cargas contenidos en la simulación. Dicha resolución requiere el uso de algoritmos de optimización con el fin de determinar las consignas de grupos térmicos y plantas hidráulicas que minimicen el valor de la función objetivo del problema. En el modelo probabilista de explotación de esta Tesis la función objetivo incluye simultáneamente aspectos económicos y de seguridad de la operación del sistema eléctrico (sección 2.2.2.).

Los resultados incluidos en este capítulo se han extraído de los diferentes estudios realizados con el sistema eléctrico español (sección 5.2.). Las facetas analizadas conjuntamente para evaluar la eficacia computacional del modelo son las siguientes:

- **El modelado de la red.**

Concretamente, se ha estudiado el impacto del modelado de las pérdidas con tres y cuatro pendientes usando distintos algoritmos de optimización y el modelado cosenoidal. Dicho impacto se ha estudiado en relación con la optimización sin considerar pérdidas de la red.

- **El algoritmo de optimización.**

En la optimización de los flujos de cargas se han utilizado algoritmos lineales y un algoritmo no lineal en función del modelado de las pérdidas resistivas de transporte. Con respecto a los algoritmos lineales se han aplicado dos metodologías, por un lado la metodología *simplex* con sus formulaciones primal y dual y por otro lado la metodología de *punto interior* o *barrera*. Concretamente los algoritmos lineales utilizados en esta investigación son los que



están incluidos dentro de los códigos: *MINOS* [Murtagh, 95], *OSL* [Hung, 95] y *CPLEX* [CPLEX, 95].

El algoritmo no lineal de optimización utilizado indistintamente para las aproximaciones cosenoidal y cuadrática de las pérdidas resistivas es el *lagrangiano proyectado aumentado* del código MINOS.

Para llevar a cabo el estudio de los distintos algoritmos y modelados de pérdidas óhmicas el lenguaje algebraico GAMS [Brooke, 92] ha dado flexibilidad para utilizar distintos códigos y algoritmos de optimización, evitando el desarrollo de una interfaz específica distinta para cada código. Esta ventaja inherente al GAMS se ve contrarrestada, en parte, por su incremento en los tiempos de formulación y lectura de resultados del problema de optimización.

En la sección 4.1. se analizan los resultados obtenidos por los distintos algoritmos y códigos de optimización a nivel individual (secciones 4.1.1. y 4.1.2.) y combinándolos (sección 4.1.3).

- **El tamaño del problema.**

Lógicamente el número de variables, restricciones y elementos no nulos del problema de optimización incide sobre la carga computacional del modelo debido a que modifica no sólo el tiempo de optimización, sino también los tiempos de formulación del problema y lectura de resultados. Este efecto múltiple se ha estudiado, siendo relevante para él la codificación del modelo que se ha realizado en el lenguaje algebraico GAMS.

En la sección 4.1.2. se hace un análisis de los tiempos de optimización y ejecución cuando se optimizan de manera agrupada una o más muestras *independientes* usando un solo algoritmo. Este análisis se completa con un estudio de sensibilidad de dichas agrupaciones con respecto a distintos algoritmos y códigos de optimización, así como para distintas aproximaciones de las pérdidas de transporte.

- **La implantación informática.**

El sorteo de estados y el cálculo estadístico de resultados puede realizarse siguiendo distintas estructuras en la simulación. Cada estructura tiene asociado un coste computacional, así como requerimientos distintos de memoria. Adicionalmente el cálculo distribuido o procesamiento paralelo de tareas puede implantarse más fácilmente dependiendo de la estructura de la simulación. En la sección 4.2 se indican las ventajas e inconvenientes de dos estructuras posibles de la simulación (sección 4.2.1.). Adicionalmente se detalla la paralelización de tareas implantada en el modelo y los resultados obtenidos con ella (sección 4.2.2.). Por último en la sección 4.2.3. se describen los distintos módulos que integran el modelo probabilista de explotación mediante el uso de diagramas ANA [de Cuadra, 90].

## 4.1. Comparación de algoritmos de optimización.

### 4.1.1. Optimización muestra a muestra.

En esta sección se comparan los resultados obtenidos en tiempos de ejecución y optimización, cuando la simulación se lleva a cabo optimizando muestra a muestra (sin agrupación), y utilizando un único algoritmo de optimización. A continuación se muestra la relación de algoritmos lineales, así como los códigos informáticos en los cuales están implantados.

- Simplex primal (*primal*): **MINOS 5.3 y OSL 2.**
- Simplex dual (*dual*): **OSL 2 y CPLEX 4.0.**
- Barrera primal-dual predictor-corrector (*p-d p-c*): **OSL 2 y CPLEX 4.0.**
- Barrera primal-dual (*p-d*): **OSL 2.**

Adicionalmente se realiza una comparación entre la carga computacional del modelado no lineal (cosenoidal) de las pérdidas y los algoritmos lineales anteriores. El algoritmo no lineal utilizado es el lagrangiano proyectado aumentado (*l-p-a*) implantado en el **MINOS 5.3.**

El estudio de la eficacia alcanzada por estos algoritmos se ha realizado con el caso español (sección 5.2.). Este estudio pretende determinar para cada modelado de pérdidas de transporte el emparejamiento *algoritmo-código* que implica menores tiempos de ejecución y optimización del modelo.

Es importante tener en cuenta que la comparación en términos de tiempos de ejecución está en cierta forma influenciada por la propia estructura y codificación inherente al modelo de simulación. Sin embargo, la comparación en tiempos de optimización permite extraer conclusiones de aplicación más general, ya que se está comparando el comportamiento de distintos paquetes comerciales informáticos de uso generalizado.

En la Tabla 4.1 se indican los ratios de los tiempos de *optimización* del caso español para los distintos algoritmos *lineales* y códigos informáticos utilizados, así como para tres tratamientos de las pérdidas resistivas de transporte (sin considerar pérdidas, aproximadas con *tres* y *cuatro* pendientes). Las aproximaciones con 3 y 4 pendientes corresponden a la aproximación lineal relajada con pendientes (sección 2.3.1.2.). El menor tiempo de optimización se obtiene utilizando el algoritmo *simplex dual* del CPLEX sin considerar pérdidas óhmicas. Dicho valor es el que se toma como referencia para determinar el ratio de los restantes tiempos de optimización contenidos en la tabla. Así por ejemplo, el tiempo de optimización obtenido con el algoritmo *primal* del MINOS, es más de seis veces el tiempo de referencia considerando el modelado sin pérdidas. En la columna derecha de la Tabla se indica el ratio de la optimización no lineal utilizando la aproximación cosenoidal de pérdidas. Dicho ratio indica que el tiempo de optimización no lineal es 27 veces el tiempo de optimización lineal sin pérdidas.

Tabla 4.1. Ratios de optimización. Algoritmo único.

Modelado Pérdidas	MINOS Simplex Primal	OSL Simplex Primal	OSL Simplex Dual	OSL Barrera p-d	OSL Barrera p-d p-c	CPLEX Simplex Dual	CPLEX Barrera p-d p-c	MINOS l-p-a
Sin pérdidas (1250 r 3800 v 12000 e)	6.4	4.5	19.2	7.3	7.0	<b>1.0</b>	6.3	27.1
3 pendientes (2000 r 8450v 27500 e)	131.2	136.8	186.9	25.8	20.4	8.8	22.9	
4 pendientes (2000r 10000v 32000e)	198.1	162.9	204.5	63.9	25.2	12.1	17.8	

En la siguiente figura se representan los ratios de optimización de la Tabla 4.1. El modelado de las pérdidas óhmicas implica un empeoramiento sustancial de la carga computacional de la metodología *simplex* implantada en los códigos MINOS y OSL.

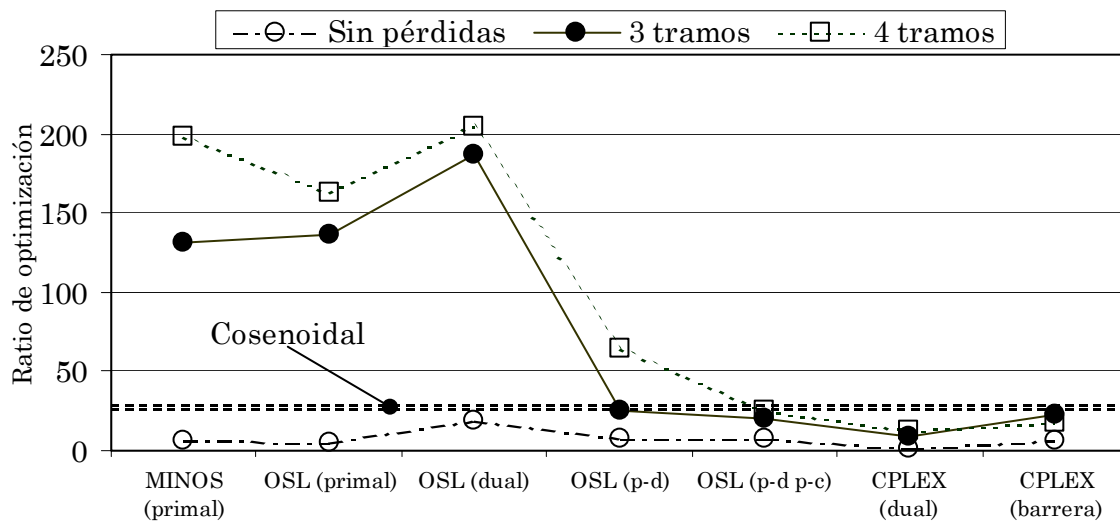


Fig.4.1. Ratios de optimización del caso español para problemas lineales.

El tiempo de ejecución del modelo se compone de los tiempos dedicados a distintas facetas tales como, formulación del problema y lectura de resultados, optimización, cálculos asociados a las técnicas de reducción de varianza, cálculos estadísticos y salida de resultados. Las componentes más costosas desde el punto de vista computacional son la formulación sucesiva de los problemas de optimización y lectura de sus resultados, así como el propio tiempo invertido en la optimización de dichos problemas.

Tabla 4.2. Ratios de ejecución. Algoritmo único.

Modelado Pérdidas	MINOS Simplex Primal	OSL Simplex Primal	OSL Simplex Dual	OSL Barrera p-d	OSL Barrera p-d p-c	CPLEX Simplex Dual	CPLEX Barrera p-d p-c	MINOS l-p-a
Sin pérdidas	1.36	1.3	2.3	1.5	1.6	<b>1.0</b>	1.4	4.0
3 pendientes	11.7	12.2	15.9	4.0	3.7	2.9	3.8	
4 pendientes	16.6	14.2	17.2	7.0	4.1	3.2	3.4	

En la Fig.4.2 se representan los ratios de ejecución de la tabla anterior. En la gráfica se aprecia cómo para el modelado sin pérdidas los tiempos de ejecución no cambian sustancialmente en función del algoritmo utilizado. Asimismo, el

empeoramiento en ejecución por el uso de los algoritmos MINOS y OSL, es cuantitativamente inferior al empeoramiento producido en la optimización (basta comparar las escalas del eje de ratios de la Fig.4.1 y Fig.4.2). Este amortiguamiento del impacto de los distintos algoritmos y códigos en el tiempo de ejecución se debe a que los tiempos de optimización son un componente importante pero no el único dentro de lo que conforma el tiempo de optimización.

El mejor comportamiento en ejecución cuando se modelan las pérdidas se obtiene con el uso del algoritmo *simplex dual* del CPLEX y también con la metodología *barrera* tanto de OSL como de CPLEX.

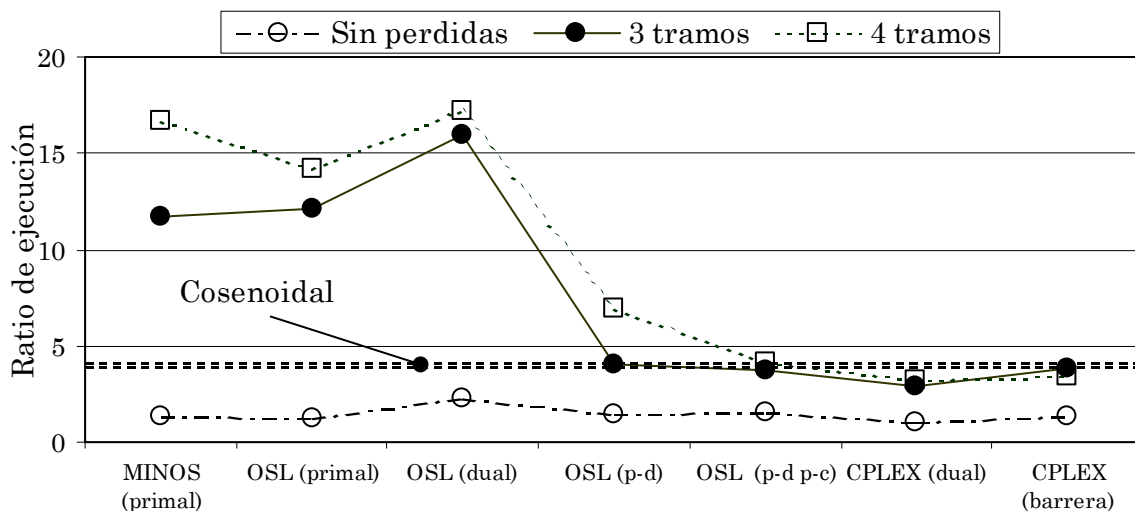


Fig.4.2. Ratios de ejecución del caso español para problemas lineales.

Existe un evidente comportamiento dispar del algoritmo *simplex dual* dependiendo del código en el que esté implantado. Así este algoritmo implantado en el código OSL obtiene los peores resultados tanto en ejecución como en optimización, el mismo algoritmo implantado en el código CPLEX obtiene los mejores resultados, superando incluso en eficacia a los algoritmos *barrera*.

Por lo tanto el mejor algoritmo de optimización para este clase de problemas resulta el *simplex dual* del CPLEX independientemente del tratamiento de las pérdidas de transporte. Los siguientes algoritmos de optimización en cuanto a idoneidad son el *barrera p-d p-c* del CPLEX y del OSL. Por otra parte comparando con los tiempos obtenidos sin modelar pérdidas, el modelado lineal de las pérdidas con tres y cuatro tramos supone, como mínimo, incrementar los tiempos de optimización en torno a 10 veces y los de ejecución en torno a 3 veces. La utilización del modelado cosenoidal implica un aumento del orden de 30 veces en el tiempo de optimización y de 4 veces en el tiempo de ejecución. Hay que destacar que conforme el tamaño del problema crece superando el doble del tamaño sin modelado de pérdidas, los tiempos de los algoritmos *barrera* se aproximan más a los del *simplex dual* del CPLEX, aunque no se hacen inferiores.

### 4.1.2. Optimización agrupada.

La codificación del modelo mediante el lenguaje algebraico de alto nivel GAMS hace que el código sea compacto y a la vez versátil, ya que el tiempo requerido para incorporar cambios importantes en el modelo es reducido. No obstante, este lenguaje cuando se utiliza para la resolución de múltiples problemas de optimización, tal y como ocurre en la simulación probabilista, añade un coste computacional importante asociado a la *formulación* y *lectura* de resultados de dichos problemas de optimización. Tal es el impacto de esta faceta que el tiempo que conlleva es del mismo orden que el tiempo de optimización. Se ha de tener en cuenta que a lo largo de la simulación, cada nueva optimización requiere formular el problema para un nuevo estado de las variables de entrada y posteriormente leer sus resultados.

En esta sección se analiza el impacto del cambio de tamaño del problema de optimización sobre el tiempo total de ejecución y optimización del modelo. La modificación del tamaño del problema se ha realizado optimizando conjuntamente muestras de un mismo nivel y periodo, lo cual es válido matemáticamente si dichas muestras son lineales e independientes entre sí. Esta agrupación da lugar por un lado, a una única función objetivo, resultado de la suma de las funciones objetivo de cada muestra agrupada y por otro a un único conjunto de restricciones que aglutina las restricciones de todas las muestras agrupadas. No se requiere añadir nuevas restricciones a las ya existentes en cada muestra, pero lógicamente aumentan los requerimientos de memoria del modelo conforme el número de muestras agrupadas se incrementa. En la Fig.4.3 se muestra la nueva estructura del problema de optimización (función objetivo y restricciones) agrupando tres muestras, con lo cual básicamente el tamaño del problema se triplica.

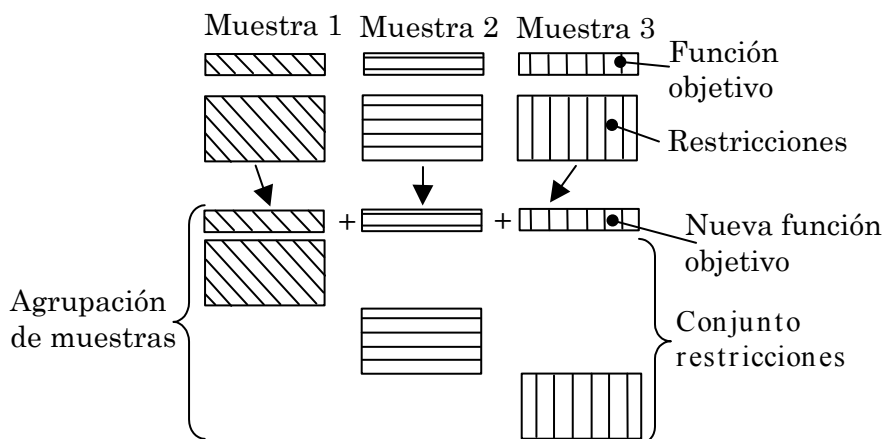


Fig.4.3. Agrupación de muestras lineales independientes.

Para llevar a cabo este análisis se utilizan aquellos algoritmos y códigos que son más eficaces conforme el tamaño del problema aumenta (sección 4.1.1.) y por ello se prescinde de los algoritmos *primal* del MINOS, y *primal* y *dual* del OSL. Para un mismo tamaño muestral de la simulación, la utilización del lenguaje

GAMS provoca que conforme se agrupan más muestras, el tiempo total de formulación y lectura de resultados disminuya.

A diferencia del tiempo de ejecución, el tiempo de optimización aumenta conforme se incrementa el número de muestras agrupadas. El comportamiento del optimizador no depende del lenguaje con el cual se ha codificado el modelo, ya que el código de optimización interactúa con el modelo a través de ficheros. Genéricamente, para cada algoritmo y código de optimización existe un tamaño óptimo del problema, para el cual el tiempo de ejecución obtenido es menor, tal y como se representa en la Fig.4.4.

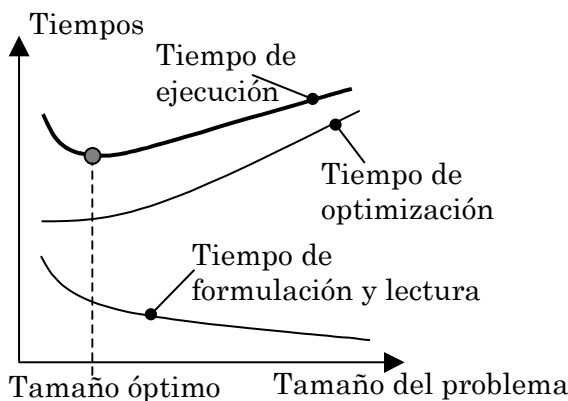


Fig.4.4. Tamaño óptimo del problema de optimización.

En el caso de que la estructura del problema sea lineal (es decir sin utilizar aproximaciones no lineales de las pérdidas), el valor óptimo de la función objetivo de la optimización agrupada coincide con el que se obtiene si se suman los óptimos individuales de las muestras agrupadas. En el caso de problemas no lineales esta coincidencia puede no estar garantizada si la región factible del problema no es convexa. A continuación se demuestra la convexidad de la región factible del problema de optimización no lineal cuando se utilizan las aproximaciones *cosenoidal* y *cuadrática* de las pérdidas de transporte.

La formulación lineal del flujo óptimo de cargas se puede expresar matemáticamente de forma compacta tal y como se indica en (4.1). Siendo  $c$  el vector de coeficientes de la función objetivo,  $x$  el vector de variables del problema,  $A$  la matriz de coeficientes de las restricciones,  $b$  el vector de constantes situadas en el lado derecho de las restricciones. Las cotas superiores e inferiores de las variables del problema se expresan también en forma de restricciones.

$$\begin{aligned}
 \min \quad & cx \\
 \text{s. a:} \quad & Ax = b \\
 & x \geq 0
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

Formulando el conjunto de restricciones en forma de desigualdades *mayor o igual* se obtiene el problema (4.2) el cual tiene idéntica solución óptima a la del problema (4.1). No obstante a partir de esta formulación se pueden determinar regiones de factibilidad que con la formulación con igualdades no es posible.

$$\begin{aligned}
 & \min \quad cx \\
 & \text{s. a : } \quad Ax \geq b \\
 & \quad \quad \quad x \geq 0
 \end{aligned}
 \tag{4.2}$$

Las desigualdades del problema (4.2) se dividen en desigualdades con estructura lineal y no lineal. Las que poseen estructura lineal dan lugar a regiones factibles convexas. Sin embargo en aquellas con estructura no lineal (expresamente la primera ley de Kirchhoff por nudo) ha de comprobarse si su comportamiento es convexo. En caso de existir dicha convexidad en las restricciones, el problema en si sería todo él convexo al tener una función objetivo lineal.

En la ecuación (4.3) se indica la formulación genérica utilizada en el modelo para expresar la *primera ley de Kirchhoff* en el nudo  $i$ . Se expresan en forma separada los términos correspondientes a las variables  $x_{ij}$  debidas a generaciones y flujos sobre el nudo  $i$  multiplicados por coeficientes genéricos  $a_{ij}$ . Por otro lado están los términos asociados a las pérdidas resistivas de los circuitos adyacentes a dicho nudo multiplicados respectivamente por el doble de sus conductancias respectivas  $g_{ik}$ .

$$\sum_j a_{ij} \cdot x_{ij} - \sum_k 2 \cdot g_{ik} \cdot (1 - \text{Cos}(\Delta\theta_{ik})) \geq b_i
 \tag{4.3}$$

Cambiando el signo de la ecuación anterior y el sentido de la desigualdad se obtiene la ecuación (4. 4).

$$- \sum_j a_{ij} \cdot x_{ij} + \sum_k 2 \cdot g_{ik} \cdot (1 - \text{Cos}(\Delta\theta_{ik})) \leq b_i
 \tag{4. 4}$$

Denominando  $h_i$  al término izquierdo de la desigualdad anterior (4. 5), se deriva doblemente con respecto a todas las variables del problema. Los únicos términos que resultan distintos de cero son aquellos cuya derivación se realiza con respecto a las diferencias angulares en los circuitos adyacentes al nudo  $i$  (4. 6). Teniendo en cuenta que las conductancias de los circuitos  $g_{ik}$  son positivas, las derivadas segundas resultan positivas en el rango de valores en que se establecen las diferencias angulares entre nudos extremos de los circuitos. Como dato aclaratorio, en sistemas reales los circuitos a plena capacidad alcanzan diferencias angulares inferiores a veinte grados ( $\cong 0.35$  radianes).

$$h_i(x_i, \Delta\theta_i) \leq b_i
 \tag{4. 5}$$

$$\frac{\partial^2 h_i}{\partial \Delta\theta_{ik}^2} = 2 g_{ik} \text{Cos}(\Delta\theta_{ik}) > 0 ; |\Delta\theta_{ik}| < \frac{\pi}{2}
 \tag{4. 6}$$

Por consiguiente el signo positivo de las derivadas segundas garantiza el comportamiento convexo de la desigualdad en el rango de estudio usando la aproximación cosenoidal de las pérdidas resistivas. En el caso de analizar la aproximación *cuadrática* de las pérdidas óhmicas se obtiene un resultado análogo al ser también positiva la derivada segunda.

$$\frac{\partial^2 g_i}{\partial \Delta \theta_{ik}^2} = 2 g_{ik} > 0$$

Al tener comportamiento convexo todas las restricciones de la formulación y adicionalmente ser lineal la función objetivo, se puede garantizar que la región de factibilidad del problema es convexa. Por lo tanto la convergencia a un *óptimo global* está garantizada independientemente del número de muestras agrupadas y del modelado de las pérdidas óhmicas utilizado.

En el resto de la sección se muestran tablas y gráficos con los ratios de tiempos de optimización y ejecución de una simulación con el mismo tamaño muestral para distintas aproximaciones *lineales* de las pérdidas óhmicas, distintos algoritmos y códigos de optimización y distinto número de muestras agrupadas.

Las comparaciones realizadas entre algoritmos de optimización se hacen utilizando a lo largo de la simulación la solución óptima inmediatamente anterior. Con ello se está mejorando la convergencia de los algoritmos basados en la metodología simplex. Se ha considerado que la utilización de la base anterior da mayor utilidad práctica a los resultados obtenidos con la simulación probabilista.

Las aproximaciones de pérdidas de transporte utilizadas en este estudio están basadas en la *relajación por pendientes* para tres y cuatro pendientes por sentido. A continuación se muestran los resultados de la agrupación de muestras obtenidos cuando no se consideran pérdidas resistivas en el transporte. En todos los modelados de pérdidas se consiguen mejorar los tiempos de ejecución a diferencia de lo que ocurre con los tiempos de optimización.

- **Sin modelado de pérdidas:**

En la Tabla 4.3 se indican los ratios de tiempos de optimización (entre paréntesis) y de ejecución para distintos algoritmos y agrupaciones de muestras utilizadas en el caso español *sin considerar pérdidas de transporte*. Los ratios de optimización se han calculado con respecto al menor tiempo de optimización del algoritmo *simplex dual* del CPLEX sin agrupar más de una muestra. Análogamente los ratios de ejecución se han calculado con respecto al tiempo obtenido por el algoritmo *simplex dual* del CPLEX agrupando *tres* muestras. En la primera columna de la tabla se indica junto al número de muestras agrupadas, el tamaño del problema de optimización en número de restricciones  $r$ , número de variables  $v$  y número de elementos no nulos  $e$ .



Tabla 4.3. Ratios de ejecución y optimización para el modelado sin pérdidas.

Algoritmos versus Nº de muestras	OSL Barrera p-d	OSL Barrera p-d p-c	CPLEX Simplex Dual	CPLEX Barrera p-d p-c
<b>1 Muestra</b> (1250r 3800v 12000e)	1.70 (7.27)	1.86 (6.95)	1.17 <b>(1.00)</b>	1.63 (6.27)
<b>2 Muestras</b> (2500r 7600v 24000e)	1.78 (10.59)	1.54 (7.23)	1.01 (1.45)	1.60 (8.14)
<b>3 Muestras</b> (3750r 11400v 36000e)	2.33 (17.68)	1.49 (7.55)	<b>1.00</b> (2.14)	1.57 (8.73)
<b>4 Muestras</b> (5000r 15200v 48000e)	1.53 (8.82)	1.49 (7.82)	1.02 (2.82)	1.62 (9.64)
<b>5 Muestras</b> (6250r 19000v 60000e)	1.92 (13.50)	1.49 (8.18)	1.08 (3.55)	1.60 (9.50)
<b>6 Muestras</b> (7500r 22800v 72000e)	3.20 (28.59)	1.51 (8.45)	1.16 (4.64)	1.72 (11.18)

En la Fig.4.5 se muestra la evolución de los ratios de optimización de la Tabla 4.3. En esta figura se aprecia como los algoritmos estudiados incrementan en mayor o menor medida sus tiempos de optimización cuando se aumenta el tamaño del problema.

El algoritmo *simplex dual* del CPLEX es el que obtiene menores tiempos de optimización, independientemente del número de muestras agrupadas. Sin embargo, el crecimiento de su tiempo de optimización es mayor que con el algoritmo *barrera p-d p-c* del OSL. El algoritmo *barrera primal-dual* del OSL es el que presenta el peor comportamiento de los analizados, ya que además de ratios elevados, éstos evolucionan de manera inestable.

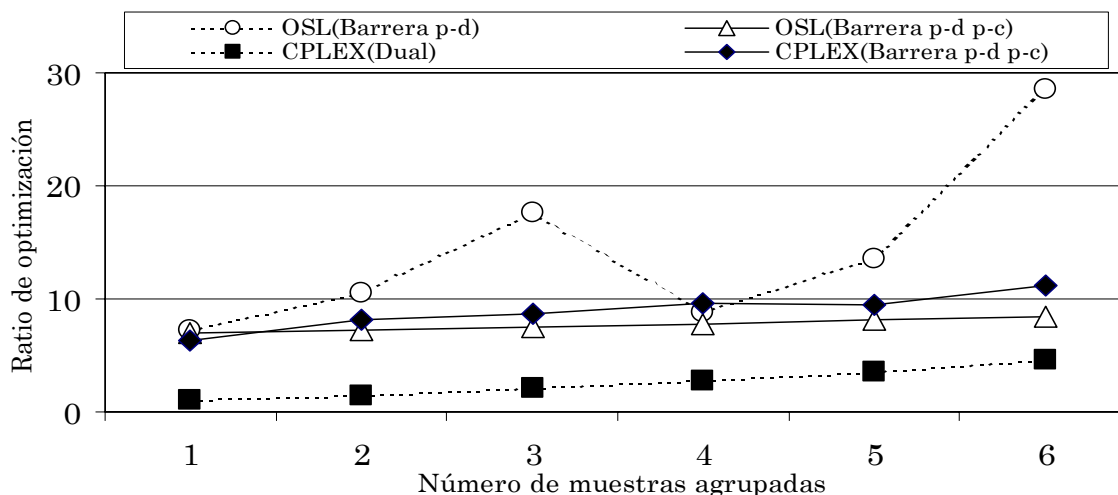


Fig.4.5. Ratios de optimización sin pérdidas versus número de muestras agrupadas.

En la Fig.4.6 se muestra la evolución de los ratios de ejecución sin considerar pérdidas (Tabla 4.3). En dicha figura se aprecia también como el algoritmo que menor tiempo de ejecución requiere es el *simplex dual* del CPLEX.

Su variación con respecto al tamaño del problema es convexa aunque poco pronunciada. El tamaño que minimiza el tiempo de ejecución es de tres muestras.

Los algoritmos *barrera primal-dual predictor-corrector* requieren tiempos de ejecución en torno a un 50% por encima del tiempo de referencia, teniendo un comportamiento prácticamente estable con los distintos tamaños del problema cuando no se modelan las pérdidas. Por otra parte el mal comportamiento en optimización del algoritmo *barrera primal-dual* del OSL se refleja también en la ejecución, aunque de manera menos pronunciada.

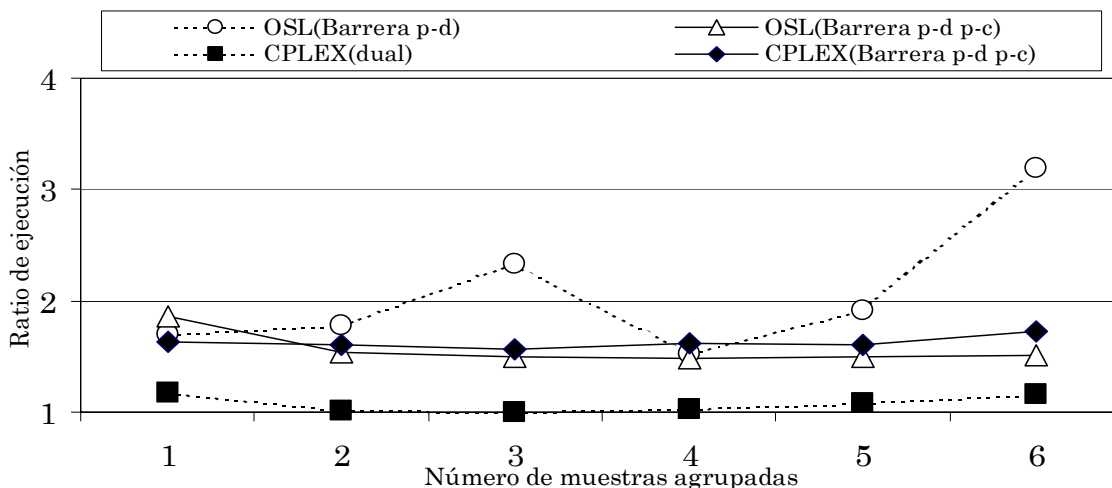


Fig.4.6. Ratios de ejecución sin pérdidas con relación al número de muestras agrupadas.

- **Aproximación de pérdidas con tres pendientes:**

En la Tabla 4.4 se indican los ratios de optimización (entre paréntesis) y ejecución usando la aproximación lineal relajada con tres pendientes. El tiempo de optimización es menor con el algoritmo *simplex dual* del CPLEX sin agrupar.

Tabla 4.4. Ratios de ejecución y optimización aproximando pérdidas con tres pendientes.

Algoritmos versus N° de muestras	OSL Barrera p-d	OSL Barrera p-d p-c	CPLEX Simplex Dual	CPLEX Barrera p-d p-c
<b>1 Muestra</b> (2000r 8450v 27500e)	1.52 (2.93)	1.41 (2.31)	1.09 <b>(1.00)</b>	1.45 (2.59)
<b>2 Muestras</b> (4000r 16900v 55000e)	1.38 (3.09)	1.30 (2.66)	<b>1.00</b> (1.37)	1.31 (2.81)
<b>3 Muestras</b> (6000r 25350v 82500e)	1.60 (4.27)	1.28 (2.84)	1.06 (1.87)	1.31 (3.04)
<b>4 Muestras</b> (8000r 33800v 110000e)	1.81 (5.26)	1.29 (3.04)	1.11 (2.22)	1.09 (2.28)
<b>5 Muestras</b> (10000r 42250v 137500e)	1.65 (4.64)	1.47 (3.79)	1.27 (2.92)	1.22 (2.84)
<b>6 Muestras</b> (12000r 50700v 165000e)	1.61 (4.45)	1.38 (3.47)	1.41 (3.56)	1.08 (2.35)

Con respecto al tiempo de ejecución, éste se minimiza aplicando el mismo algoritmo, pero optimizando de manera agrupada cada *dos* muestras. Los tiempos mínimos de optimización y ejecución se toman como referencia para establecer los restantes ratios. Comparando los tamaños de los problemas de optimización sin pérdidas y con pérdidas aproximadas por tres pendientes (primeras columnas de la Tabla 4.3 y Tabla 4.4), se desprende que la aproximación por tres pendientes aproximadamente duplica el tamaño del problema de optimización.

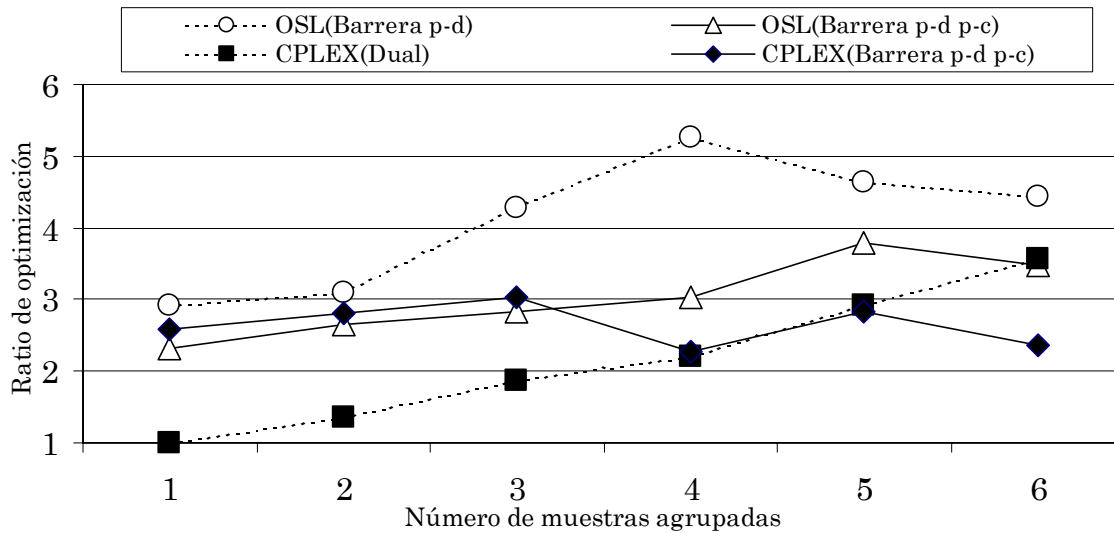


Fig.4.7. Ratios de optimización con pérdidas aproximadas por tres pendientes.

En la Fig.4.7 se muestra la evolución de los ratios de optimización de la anterior tabla dependiendo del algoritmo de optimización utilizado. Resalta la evolución de los ratios utilizando algoritmos barrera, ya que a partir de un determinado número de muestras agrupadas dichos ratios comienzan a decrecer. Por otro lado, el comportamiento del algoritmo *simplex dual* se caracteriza por un crecimiento prácticamente lineal de sus ratios conforme el tamaño del problema aumenta. A partir de un determinado número de muestras agrupadas, los ratios de optimización de los algoritmos barrera son inferiores a los ratios del *simplex dual*. Concretamente cuando se agrupan más de cuatro muestras, el tiempo de optimización del *barrera primal-dual predictor-corrector* del CPLEX se hace inferior al tiempo del *simplex dual* para el mismo tamaño muestral de la simulación, Fig.4.7. Sin embargo no se alcanzan valores inferiores al tiempo de optimización del algoritmo *simplex dual* del CPLEX sin agrupar muestras. Adicionalmente se confirma el mal comportamiento del algoritmo *barrera primal-dual* del OSL para esta aproximación de pérdidas.

En la Fig.4.8 se muestra la evolución de los ratios de ejecución de la Tabla 4.4. Los ratios obtenidos con el algoritmo *simplex dual* del CPLEX son los únicos que evolucionan de manera convexa, tal y como se representa genéricamente en la Fig.4.4. También en la ejecución, los tiempos de los algoritmos barrera disminuyen una vez que se alcanza un determinado tamaño del problema. Así por ejemplo con cuatro o más muestras agrupadas, el ratio de ejecución utilizando el

algoritmo *barrera primal-dual predictor-corrector* es menor que utilizando el algoritmo *simplex dual*, ambos del CPLEX. No obstante, el tiempo obtenido con el algoritmo *simplex dual* agrupando dos muestras, sigue siendo menor que los obtenidos con los algoritmos *barrera* agrupando un mayor número de muestras.

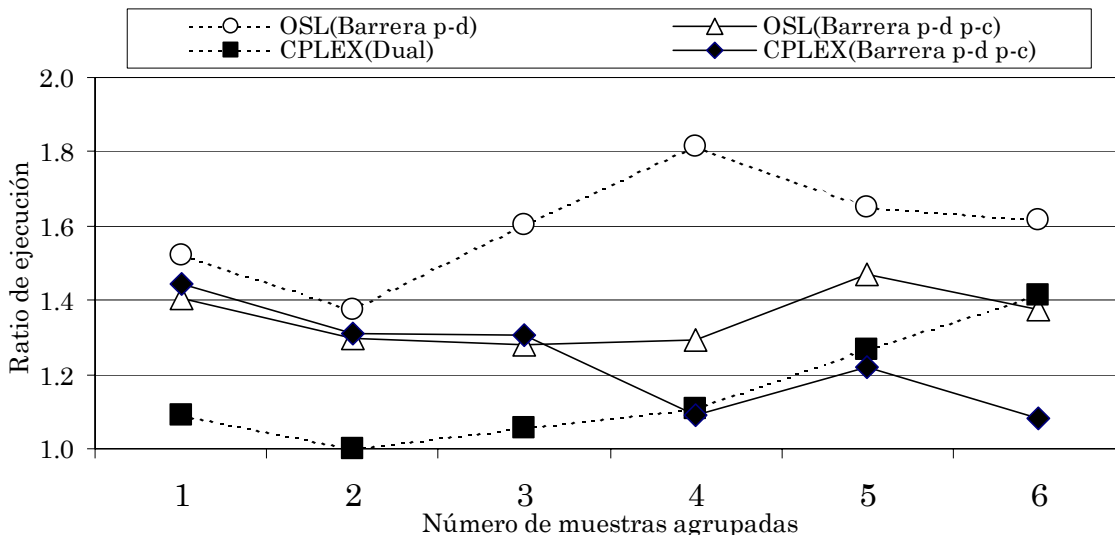


Fig.4.8. Ratios de ejecución con pérdidas aproximadas por tres pendientes.

En la Tabla 4.5 se indican los ratios de tiempos de ejecución y optimización (entre paréntesis) para la aproximación con *cuatro* pendientes. Al igual que con tres pendientes, con cuatro pendientes se obtiene el tiempo mínimo de optimización usando el algoritmo *simplex dual* del CPLEX. Con respecto al tiempo de ejecución, el menor tiempo se consigue usando el mismo algoritmo pero agrupando cada dos muestras. Al igual que en las dos tablas anteriores, estos tiempos son utilizados como referencia para establecer ratios de ejecución y optimización.

Tabla 4.5. Ratios de ejecución y optimización aproximando pérdidas con cuatro pendientes.

Algoritmos Versus N° de muestras	OSL Barrera p-d	OSL Barrera p-d p-c	CPLEX Simplex Dual	CPLEX Barrera p-d p-c
<b>1 Muestra</b> (2000r 10000v 32000e)	2.34 (5.30)	1.38 (2.09)	1.06 <b>(1.00)</b>	1.15 (1.48)
<b>2 Muestras</b> (4000r 20000v 64000e)	1.68 (3.66)	1.31 (2.42)	<b>1.00</b> (1.35)	1.10 (1.66)
<b>3 Muestras</b> (6000r 30000v 96000e)	1.47 (3.11)	1.33 (2.65)	1.06 (1.74)	1.10 (1.89)
<b>4 Muestras</b> (8000r 40000v 128000e)	2.24 (5.80)	2.01 (5.04)	1.12 (2.05)	1.17 (2.20)
<b>5 Muestras</b> (10000r 50000v 160000e)	1.91 (4.73)	1.37 (2.89)	1.31 (2.73)	1.16 (2.22)
<b>6 Muestras</b> (12000r 60000v 192000e)	1.87 (4.64)	1.51 (3.41)	1.44 (3.18)	1.21 (2.41)

En la Fig.4.9 se muestra la evolución de los ratios de optimización de la Tabla 4.5 conforme varía el agrupamiento de muestras. Comparando los dos algoritmos del CPLEX se aprecia que sus ratios de optimización están próximos entre si. Agrupando más de *cuatro* muestras, los tiempos de optimización del algoritmo *barrera primal-dual predictor-corrector* son menores que los del algoritmo *simplex dual* considerando el mismo número de muestras agrupadas. La optimización con los algoritmos del OSL tiene un comportamiento inestable, y con ratios peores que los obtenidos con el CPLEX.

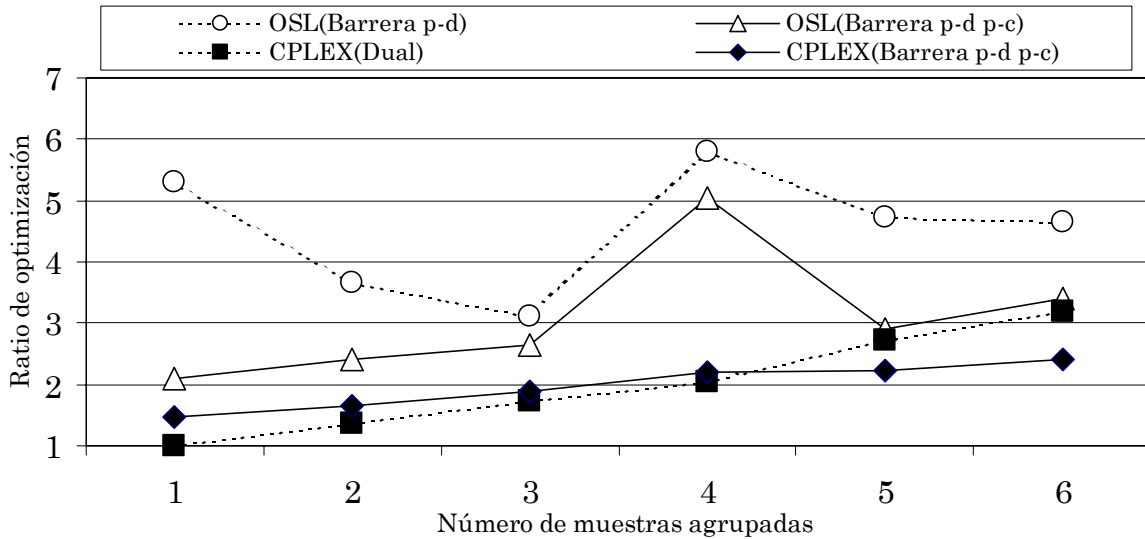


Fig.4.9. Ratios de optimización con pérdidas aproximadas por cuatro pendientes.

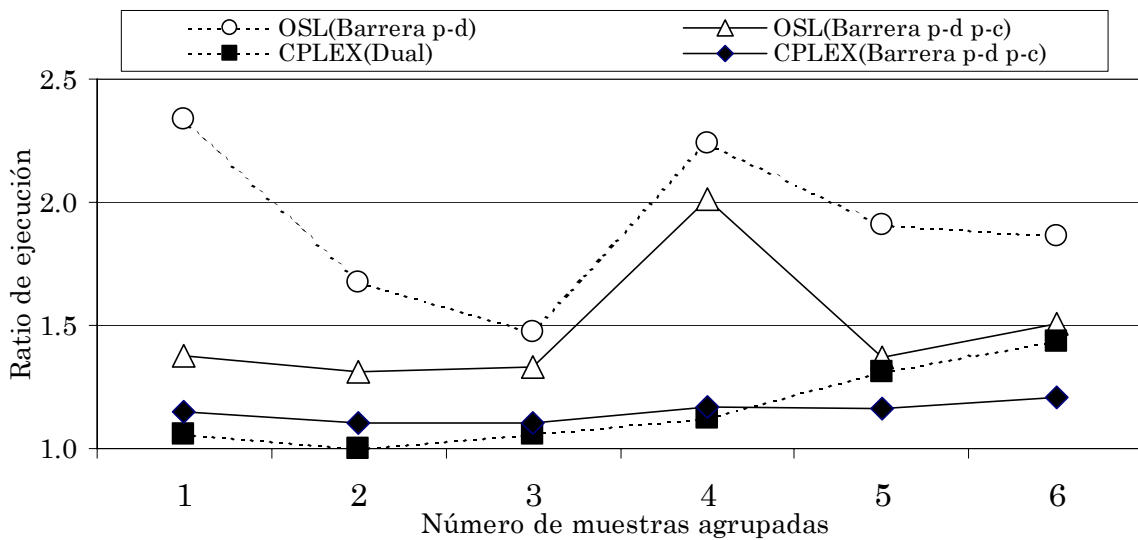


Fig.4.10. Ratios de ejecución con pérdidas aproximadas por cuatro pendientes.

Por otro lado en la Fig.4.10 se representa la evolución de los ratios de ejecución de la Tabla 4.5. El comportamiento convexo genérico se produce solamente con el algoritmo *simplex dual* del CPLEX. Al igual que ocurre con la optimización, resalta el hecho de que los algoritmos *barrera* del OSL presentan inestabilidad en los tiempos dependiendo del tamaño del problema, lo cual está provocado principalmente por la mala convergencia que presentan cuando se

agrupan cuatro muestras, Fig.4.9. Finalmente, los algoritmos del CPLEX superan en eficacia a los algoritmos del OSL y además sus ratios resultan próximos entre sí aunque tienen distinta evolución. Dicha evolución provoca que a partir de cinco muestras, el ratio del algoritmo *barrera primal-dual predictor-corrector* sea inferior al ratio del algoritmo *simplex dual* para el mismo número de muestras agrupadas. Sin embargo, la mayor agrupación de muestras no consigue reducir el tiempo de ejecución obtenido cuando se agrupan dos muestras.

Los estudios realizados con el algoritmo no lineal de optimización indican que la agrupación de muestras da lugar a un aumento excesivo de la carga computacional del modelo. Concretamente los resultados indican que el tiempo de ejecución del modelo usando el *lagrangiano proyectado aumentado* del MINOS prácticamente se duplica agrupando dos muestras con respecto a no agrupar.

Como conclusión del estudio realizado sobre el cambio de tamaño de los problemas *lineales* de optimización, se puede afirmar que el algoritmo *simplex dual* del CPLEX es el que mayor eficacia proporciona a la simulación tanto en ejecución, como en optimización. La agrupación de muestras, desde el punto de vista de la optimización, no mejora los resultados. Sin embargo desde el punto de vista de la ejecución y para el sistema eléctrico español, se obtienen los mejores resultados agrupando entre *dos y tres* muestras dependiendo del modelado de pérdidas de transporte utilizado. Las mejoras en los tiempos de ejecución se sitúan entre un 6% y un 17% dependiendo del tratamiento de las pérdidas.

En la Tabla 4.6 se comparan los menores tiempos de optimización y ejecución para los distintos tratamientos de las pérdidas de transporte, indicando el agrupamiento de muestras utilizado. Los ratios contenidos en la tabla se expresan tomando como tiempo de referencia, el tiempo obtenido con el modelado sin pérdidas (ratio=1.00). En todos los resultados se utiliza el algoritmo *simplex dual* del CPLEX, salvo con la aproximación cosenoidal que se utiliza el *lagrangiano proyectado aumentado* del MINOS. Como se aprecia en la tabla, existe un salto cualitativo importante en los ratios de optimización y ejecución cuando se modelan las pérdidas. La incorporación de las pérdidas con su formulación lineal por pendientes, supone incrementos de los tiempos de optimización en torno a un orden de magnitud, e incrementos de más de tres veces respecto a los tiempos de ejecución.

Tabla 4.6. Ratios de ejecución y optimización óptimos con agrupación de muestras.

	Sin pérdidas		Aproximación 3 pendientes		Aproximación 4 pendientes		Aproximación cosenoidal	
<b>Ratios de optimización</b>	1	1 muestra	8.82	1 muestra	12.05	1 muestra	27.08	1 muestra
<b>Ratios de ejecución</b>	1	3 muestras	3.11	2 muestras	3.51	2 muestras	4.01	1 muestra

En la sección 4.1.4. se comentan conclusiones de carácter más genérico a partir de los resultados obtenidos con el modelo probabilista. En dicha sección

también se incluyen conclusiones relacionadas con la combinación de algoritmos de optimización comentada en la siguiente sección.

### 4.1.3. Combinación de algoritmos.

La aplicación combinada de distintos algoritmos de optimización tiene por objeto mejorar la eficacia computacional del modelo, tanto desde el punto de vista de la optimización como de la ejecución. La combinación de algoritmos intenta aunar ventajas de cada algoritmo combinado y paliar en la medida de lo posible sus inconvenientes.

Con esta filosofía se combinan distintos algoritmos lineales a lo largo de la simulación (sección 4.1.3.1.) o bien algoritmos lineales con el algoritmo no lineal (sección 4.1.3.2.).

#### 4.1.3.1. Algoritmos lineales.

De las dos metodologías de optimización estudiadas, *simplex* y *barrera*, los algoritmos que mejor comportamiento han presentado son el *simplex dual* y el *barrera primal-dual predictor-corrector*, ambos del CPLEX (sección 4.1.2.)

La metodología *simplex* posee un comportamiento bastante sensible a la calidad del punto inicial del algoritmo, i.e., si el punto inicial está próximo a la solución óptima, la convergencia es rápida, en caso contrario se ralentiza. Esta propiedad resulta útil en los procesos de simulación del modelo de explotación, en los cuales se requiere la resolución consecutiva de problemas de optimización con soluciones óptimas relativamente próximas entre sí.

Por otro lado la metodología *barrera* converge rápidamente de manera independiente con respecto al punto inicial de la optimización. Esta característica la hace adecuada en el caso de que no se disponga de puntos iniciales próximos al valor óptimo. Así por ejemplo, en un proceso de simulación el uso de algoritmos *barrera* es beneficioso en aquellas muestras en las cuales no existan puntos iniciales para la convergencia. En este modelo probabilista los problemas de optimización sin puntos iniciales se dan en las primeras muestras de cada periodo. Las restantes muestras por periodo utilizan como punto de partida la solución óptima de la muestra inmediatamente anterior.

De las pruebas realizadas combinando estos dos algoritmos del CPLEX, los menores tiempos se han conseguido utilizando para las dos primeras optimizaciones en cada periodo el algoritmo *barrera primal-dual predictor-corrector* y posteriormente, hasta completar el número de muestras requeridas por periodo, se utiliza el algoritmo *simplex dual*.

La razón por la cual resulta conveniente optimizar más de una vez con el algoritmo *barrera* se debe a que la indisponibilidad de elementos del modelo hace que determinadas variables de optimización no tomen valor alguno en la primera optimización. Optimizando más de una vez se consigue que prácticamente todas

las variables adquieran algún valor procedente de la optimización. Este hecho acelera más la convergencia del algoritmo simplex dual.

Como se ha indicado en la sección 4.1.2., el tamaño del problema de optimización es un factor que altera notablemente la convergencia de los algoritmos de optimización. Por ello en esta sección se analiza el efecto resultante cuando se optimizan de manera agrupada distinto número de muestras.

En cuanto a los tiempos de optimización al igual que ocurre utilizando un único algoritmo la optimización agrupada de muestras siempre aumenta dichos tiempos. Por ello el tiempo de optimización es menor cuando no se optimiza de manera agrupada, independientemente del modelado de las pérdidas del transporte.

En la Tabla 4.7 se muestra la reducción porcentual de los tiempos de optimización cuando se combinan los dos algoritmos del CPLEX de la forma que se ha explicado anteriormente. La comparación porcentual se ha realizado tomando como referencia tiempo de optimización usando exclusivamente el algoritmo *simplex dual* (Sección 4.1.1.). Dicho algoritmo es el que obtiene mejores resultados cuando solamente se utiliza un único algoritmo de optimización.

Tabla 4.7. Reducción porcentual de los tiempos de optimización combinando algoritmos.

<b>Modelo sin pérdidas</b>	<b>Aproximación tres pendientes</b>	<b>Aproximación cuatro pendientes</b>
0 %	8.8 %	9.2 %

De los resultados de la Tabla 4.7 se destaca que conforme el tamaño del problema de optimización aumenta al modelar las pérdidas y añadir más pendientes se reduce ligeramente más el tiempo de optimización al combinar algoritmos. Ello es debido a que usando solamente el algoritmo simplex dual se obtienen peores resultados en las primeras muestras conforme el tamaño del problema aumenta.

Conforme el número total de muestras de la simulación crece el efecto de la combinación de algoritmos disminuye su impacto, ya que dicho impacto solamente se produce en las primeras muestras de la simulación.

Asimismo conforme se optimizan de manera agrupada más muestras, el tiempo de optimización se incrementa. Independientemente de los algoritmos utilizados, la política más eficaz respecto a la optimización consiste en no agrupar muestras. Si bien el tiempo de optimización es menor cuando no se agrupan muestras, no ocurre lo mismo con el tiempo de ejecución. En lo que resta de esta sección se detallan los resultados obtenidos en relación a los tiempos de ejecución.

En la Tabla 4.8, Tabla 4.9 y Tabla 4.10 se muestran los ratios de *ejecución* del caso español para las distintas aproximaciones de pérdidas (sin considerar pérdidas, aproximadas con 3 pendientes y con 4 pendientes) utilizando la combinación de algoritmos mencionada. Concretamente en la Tabla 4.8 se detallan los ratios de ejecución para el modelo *sin pérdidas*. El tiempo de ejecución menor (ratio=1) se ha obtenido con agrupaciones de cuatro muestras en



ambos algoritmos. Dicho tiempo es el que se toma como referencia para el cálculo de los ratios restantes mayores que la unidad.

Se aprecia en la Tabla 4.8 que otras agrupaciones obtienen ratios realmente próximos al valor 1. Por lo tanto existen distintas combinaciones de posibles agrupaciones con tiempos de ejecución próximos al valor mínimo (menos de un 6% de diferencia). Estas agrupaciones consideran un menor número de muestras, y por lo tanto tienen menores requerimientos de memoria (agrupación 2 y 2 ó agrupación 3 y 3). Destaca la reducción cuantitativa que supone la agrupación de una a dos muestras en el algoritmo simplex dual. El tamaño del problema de optimización por muestra del caso español es de 1250 restricciones, 3800 variables y 12000 elementos no nulos, sin modelar las pérdidas de transporte.

Tabla 4.8. Ratios de ejecución combinando algoritmos y agrupaciones sin pérdidas.

CPLEX		Barrera primal-dual predictor-corrector					
Muestras		1	2	3	4	5	6
Simplex Dual	1	<b>1.30</b>	1.28	1.30	1.29	1.31	1.34
	2	1.09	<b>1.06</b>	1.06	1.07	1.09	1.12
	3	1.10	1.09	<b>1.01</b>	1.04	1.06	1.05
	4	1.15	1.11	1.13	<b>1</b>	1.06	1.03
	5	1.18	1.23	1.18	1.13	<b>1</b>	1.07
	6	1.26	1.30	1.24	1.23	1.21	<b>1.02</b>

Comparando el menor tiempo de ejecución sin pérdidas de la Tabla 4.8 con el tiempo de ejecución usando exclusivamente el algoritmo *simplex dual* (tres muestras agrupadas, sección 4.1.2.), se obtiene que esta combinación de algoritmos reduce el tiempo de ejecución en un **5.1%** con respecto al tiempo del algoritmo *simplex dual*.

En la Tabla 4.9 se muestran los ratios de ejecución obtenidos usando el modelado de pérdidas resistivas con *tres pendientes*, combinando los algoritmos *barrera* y *simplex dual* del CPLEX. Para este modelado de pérdidas la agrupación que obtiene mejores resultados, es la misma que en el modelado sin pérdidas, i.e. cuatro muestras para el barrera y cuatro muestras para el simplex dual.

Tabla 4.9. Ratios de ejecución combinando algoritmos y agrupaciones con tres pendientes.

CPLEX		Barrera primal-dual predictor-corrector					
Muestras		1	2	3	4	5	6
Simplex Dual	1	<b>1.28</b>	1.29	1.30	1.28	1.29	1.32
	2	1.20	<b>1.04</b>	1.05	1.05	1.04	0.98
	3	1.30	1.39	<b>1</b>	1.05	1.04	1.05
	4	1.55	1.77	1.33	<b>1</b>	1.06	1.04
	5	1.60	1.76	2.09	1.51	<b>1.03</b>	1.14
	6	1.98	2.15	2.75	1.79	1.71	<b>1.10</b>

Al igual que en el modelado sin pérdidas, existe cierta versatilidad en cuanto al número de muestras agrupadas, ya que entre ellas los costes

computacionales son similares, aunque no lo sean los requerimientos de memoria. El tamaño de cada muestra usando el modelado con tres tramos para el caso español es de 2000 restricciones, 8450 variables y 27500 elementos no nulos.

Fijada una agrupación de muestras con el algoritmo barrera se aprecia que el crecimiento de los ratios de ejecución es bastante pronunciado en el caso de que la agrupación de muestras con el algoritmo simplex dual sea superior a la agrupación fijada para el algoritmo barrera. Esto es debido al peor comportamiento que tiene el algoritmo simplex dual frente al barrera cuando el tamaño de la muestra aumenta.

Comparando el tiempo menor de ejecución con pérdidas aproximadas con tres pendientes de la Tabla 4.9 con el tiempo mínimo que se obtiene usando el algoritmo *simplex dual* (con dos muestras agrupadas, sección 4.1.2.), resulta que el tiempo de ejecución combinando algoritmos es un **12.8%** inferior.

En la Tabla 4.10 se muestran los ratios de ejecución obtenidos para el modelado de pérdidas resistivas mediante *cuatro pendientes*, combinando los algoritmos *barrera* y *simplex dual* del CPLEX. La agrupación de muestras óptima tomada como referencia es la misma que en las dos tablas anteriores, es decir, de cuatro en cuatro. También existen otras agrupaciones que tienen costes computacionales parecidos, ya que sus ratios están próximos a la unidad y además poseen menores requerimientos de memoria.

El incremento de los ratios de ejecución debido al menor agrupamiento del algoritmo barrera frente al simplex dual es generalmente más pronunciado en la aproximación con cuatro pendientes que en la de tres pendientes. Ello es debido a que el tamaño del problema de optimización es mayor, lo cual afecta en mayor medida al algoritmo simplex dual. El tamaño del problema de optimización de cada muestra aumenta, siendo de 2000 restricciones, 10000 variables y 32000 elementos no nulos para el caso español.

Tabla 4.10. Ratios de ejecución combinando algoritmos y agrupaciones con cuatro pendientes.

CPLEX		Barrera primal-dual predictor-corrector					
Muestras		1	2	3	4	5	6
Simplex Dual	1	<b>1.24</b>	1.25	1.22	1.24	1.23	1.24
	2	1.20	<b>1.04</b>	1.04	1.03	1.06	1.05
	3	1.51	1.55	<b>1.02</b>	1.05	1.07	1.02
	4	1.51	1.93	1.53	<b>1</b>	1.09	1.02
	5	1.79	1.96	2.27	1.50	<b>1.09</b>	1.15
	6	2.07	2.39	2.40	2.03	1.62	<b>1.11</b>

Comparando el tiempo mínimo de ejecución de la Tabla 4.10 con el tiempo mínimo que se obtiene usando solamente el algoritmo *simplex dual* (dos muestras agrupadas, sección 4.1.2.), se ha comprobado que el tiempo se reduce en un **9.3%** combinando ambos algoritmos.

Por otra parte la agrupación de muestras puede ser un aspecto crítico debido a que determinadas agrupaciones inadecuadas dan lugar a incrementos excesivos

del tiempo de ejecución. Desde el punto de la optimización, lo óptimo consiste en combinar los algoritmos *simplex dual* y *barrera* del CPLEX *sin agrupar muestras*, independientemente de la aproximación lineal de pérdidas.

En resumen, los resultados de optimización indican que, combinando el *simplex dual* y el *barrera* del CPLEX *sin agrupar muestras*, se puede mejorar hasta un **9%**. En tiempos de ejecución agrupando de 4 en 4 muestras, se consigue mejorar los tiempos entre un **5%** y un **13%**. Otras agrupaciones con menor número de muestras pueden obtener también mejoras cuantitativamente similares.

#### 4.1.3.2. Algoritmos lineales y no lineal.

Las aproximaciones no lineales de las pérdidas de transporte son las que resultan más cercanas a los valores existentes en la operación real de los sistemas eléctricos. No obstante, su utilización implica un salto cuantitativo en los tiempos de ejecución y optimización en comparación con las aproximaciones lineales. En el caso de los algoritmos de optimización no lineales la disponibilidad de una base inicial adecuada resulta un factor crítico en la convergencia del problema no lineal. Por ese motivo se ha estudiado el efecto que supone la realización de una optimización lineal del mismo estado muestreado inmediatamente anterior a la no lineal. Su objetivo es que la optimización lineal proporcione puntos iniciales mejores a la optimización no lineal y en conjunto se consiga reducir la carga computacional de la simulación.

En la Fig.4.11 se muestra el proceso de optimización para las muestras  $\omega$  y  $\omega+1$  en el cual, las optimizaciones lineales parten de soluciones obtenidas por optimizaciones no lineales y viceversa.

En el estudio realizado se han utilizado distintas formulaciones de pérdidas en los problemas lineales previos a la optimización no lineal. Su efecto combinado se ha contrastado con los tiempos de ejecución y optimización utilizando solamente el algoritmo no lineal.

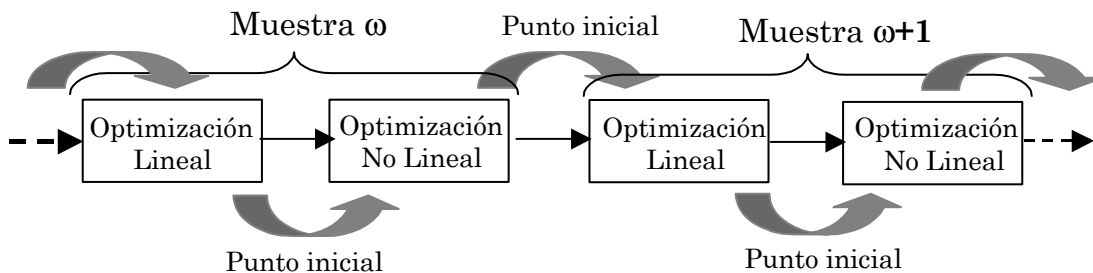


Fig.4.11. Tratamiento de puntos iniciales entre algoritmos lineales y no lineales.

Este estudio se ha realizado combinando para las optimizaciones lineales, los algoritmos *barrera primal-dual predictor-corrector* y *simplex dual* del código CPLEX. Se utiliza uno u otro dependiendo de si se trata de las dos primeras optimizaciones o de las restantes. Para las optimizaciones no lineales se ha utilizado el algoritmo *lagrangiano proyectado aumentado* del código MINOS.

Los tiempos de optimización y ejecución obtenidos al resolver previamente problemas lineales con distintas aproximaciones de pérdidas se cuantifican mediante los ratios contenidos en la Tabla 4.11. En dicha tabla se consideran como referencia de *ejecución* y *optimización* (ratio=1) los tiempos obtenidos usando el algoritmo no lineal sin optimización previa. Se ha utilizado el caso español para estudiar la combinación de estos algoritmos lineales y no lineal.

Tabla 4.11. Ratios de ejecución y optimización combinando algoritmos lineales y no lineal.

	Ratio de ejecución	Ratio de optimización
<b>Lagrangiano proyectado aumentado (MINOS)</b>	1	1
<b>Barrera y Dual (CPLEX) sin pérdidas + Lagrangiano proyectado aumentado (MINOS)</b>	1.07	<b>0.81</b>
<b>Barrera y Dual (CPLEX) tres tramos + Lagrangiano proyectado aumentado (MINOS)</b>	1.73	1.00
<b>Barrera y Dual (CPLEX) cuatro tramos + Lagrangiano proyectado aumentado (MINOS)</b>	1.85	1.10

En cuanto a los ratios de *ejecución* obtenidos, el menor tiempo de ejecución se consigue sin utilizar el algoritmo lineal previamente. Esto es debido a que combinando algoritmos lineales y no lineales se resuelven y formulan por cada muestra dos problemas de optimización. El tiempo que se consume en la formulación del problema de optimización, así como en la lectura de resultados (por causa del lenguaje algebraico GAMS), es comparable con el tiempo de optimización. Por lo tanto, aunque el tiempo de optimización se reduzca el tiempo de ejecución global de la simulación se incrementa debido al efecto de las otras facetas de la simulación.

En cuanto a los tiempos de optimización, el menor tiempo se consigue utilizando el modelado lineal *sin pérdidas* como punto inicial de convergencia del problema no lineal. La reducción del tiempo de optimización que se consigue con esta combinación de modelados y algoritmos es de un **19%** (ratio=0.81).

Los modelos que aproximan de forma lineal las pérdidas óhmicas con tres o cuatro pendientes no mejoran los tiempos de optimización y sí empeoran de forma importante los tiempos de ejecución. La causa de este comportamiento radica en que la aproximación de pérdidas con tres o cuatro pendientes da lugar a un aumento importante de los tiempos de ejecución y optimización. Sin embargo, la información adicional que aporta el modelado de las pérdidas no mejora sustancialmente la rapidez de convergencia del problema no lineal.

La misma simulación se ha repetido optimizando de forma agrupada *dos muestras*, tanto para los algoritmos lineales como para los algoritmos no lineales. Los tiempos de optimización obtenidos con respecto a los obtenidos sin agrupar muestra alguna han aumentado en torno a un 100%, y los de ejecución en torno a un 30%. Se concluye que tampoco resulta adecuado agrupar muestras cuando se trata de modelados no lineales de pérdidas, inclusive cuando previamente se resuelven problemas lineales para dar mejores puntos iniciales de convergencia.

#### 4.1.4. Generalización cualitativa.

El conjunto de estudios realizados en la optimización han sido obtenidos bajo una serie de condicionantes que les pueden afectar en su validez actual y futura. Dichos condicionantes son principalmente la mejora continuada de la eficacia de los algoritmos de optimización y en la codificación del modelo probabilista. No obstante, a partir de los resultados obtenidos en la optimización de problemas consecutivos similares se pueden extraer conclusiones útiles sobre el comportamiento de distintas metodologías que pueden servir en futuras aplicaciones. Con objeto de dar mayor generalidad a los estudios realizados a continuación se comentan conclusiones generales obtenidas analizando los tiempos de la optimización.

Considerando la aplicación de cada metodología de manera individual, las diferencias en tiempos de optimización se deben a dos factores: la *metodología* de optimización y su *implantación* en el código informático utilizado. A partir de la experiencia obtenida con los resultados descritos en esta Tesis se concluye que resulta más relevante la implantación concreta del algoritmo de optimización que la propia metodología en sí cuando se compara la metodología *simplex* y la *barrera*. Prueba evidente de ello es el comportamiento tan dispar de la metodología *simplex* implantada en diferentes códigos (sección 4.1.1.). Por otra parte el comportamiento de la metodología *barrera* resulta algo menos dependiente del código en que está implantado. Sin embargo, dicha metodología *barrera* ha resultado menos eficiente que la metodología *simplex* en un contexto determinado por la resolución de múltiples problemas de despacho económico para un determinado tamaño del sistema eléctrico.

Desde el punto de vista de otras aplicaciones futuras a partir de esta Tesis se ha de destacar que, conforme el tamaño del problema de optimización aumenta, el crecimiento de los tiempos de optimización es siempre positivo, pero diferente para la metodología *simplex* y la *barrera*. La metodología *simplex* tiene un crecimiento lineal en los tiempos de optimización. Sin embargo la metodología *barrera* tiene un crecimiento lineal inicial cuando el tamaño del problema es inferior a 6000 restricciones ( $r$ ), 30000 variables ( $v$ ) y 96000 elementos no nulos ( $e$ ). A partir de dicho tamaño el tiempo de optimización con el tamaño disminuye su pendiente de crecimiento con el tamaño. Por este motivo, para problemas de despacho económico con un tamaño de 8000  $r$ , entre 34000 y 40000  $v$  y entre 110000 y 128000  $e$  los tiempos de optimización son prácticamente iguales entre ambas metodologías. Para tamaños superiores la metodología *barrera* posee menor coste computacional que la metodología *simplex*.

Ha de resaltarse el comportamiento inestable del algoritmo *barrera primal-dual* del código OSL. Dicho algoritmo tiene gran inestabilidad en sus tiempos de optimización conforme cambia el tamaño del problema (sección 4.1.1).

La combinación de metodologías de optimización puede resultar un procedimiento adecuado en función del tipo de problemas a resolver. Cuando la estructura del problema es *lineal* se ha aprovechado la independencia en la

convergencia de los algoritmos barrera de su punto inicial. Con ello se han asignado a dichos algoritmos las optimizaciones de aquellas muestras cuyo punto inicial es poco adecuado, aunque posteriormente se ha cambiado a la metodología simplex cuando los puntos iniciales son más próximos a la solución óptima. Las reducciones obtenidas en los tiempos de optimización se incrementan conforme el tamaño del problema aumenta alcanzándose reducciones en torno a un 10% cuando el tamaño del problema es de 2000  $r$ , 10000  $v$  y 32000  $e$ . Con respecto a la combinación de algoritmos lineal y no lineal, los resultados son altamente dependientes del algoritmo lineal que precede al no lineal y por lo tanto es más difícil extraer conclusiones generales. Concretamente en este modelo se alcanza una reducción en torno al 20% del tiempo de optimización, este resultado sienta un precedente para futuras combinaciones con reducciones más cuantiosas.

## 4.2. Implantación informática.

En esta sección se describen algunos aspectos *informáticos* del modelo que han permitido reducir su carga computacional y sus requerimientos de memoria. En la primera parte de esta sección se explican posibles topologías para llevar a cabo la simulación con sus ventajas e inconvenientes asociados, sección 4.2.1.. A continuación en la sección 4.2.2. se describe el procesamiento paralelo implantado en la simulación, así como el incremento de velocidad obtenido usando una red de estaciones de trabajo. Por último, en la sección 4.2.3. se explica mediante diagramas funcionales la estructura del modelo de simulación considerando las distintas opciones elegidas por el usuario.

### 4.2.1. Estructura de la simulación.

La estructura que posee la simulación afecta tanto al modelado de la aleatoriedad del sistema como a la carga computacional y requerimientos de memoria del modelo.

Debido a la independencia muestral existente entre los distintos periodos en que se ha dividido el alcance del modelo la estructura del barrido implantada puede ser de dos tipos. En la Fig.4.12 se muestra la estructura denominada: *barrido por periodo*. Considerando un solo procesador, dicha topología completa la simulación consecutivamente periodo tras periodo. En cada periodo la simulación se extiende hasta completar un determinado tamaño muestral o bien lograr una precisión en los resultados por periodo. Concretamente en la Fig.4.12, la simulación se extiende hasta alcanzar el tamaño muestral  $\varpi$  en cada periodo. Tal y como se ha tratado la incertidumbre del sistema eléctrico, las variables aleatorias de entrada adquieren el mismo valor muestral en todos los niveles de demanda del mismo periodo, lo cual da lugar a la existencia de una *correlación intraperiodo*. Éste es el motivo por el cual la simulación dentro de cada periodo adquiere un perfil en *zigzag*, tal y como se muestra en la parte izquierda de la Fig.4.12.

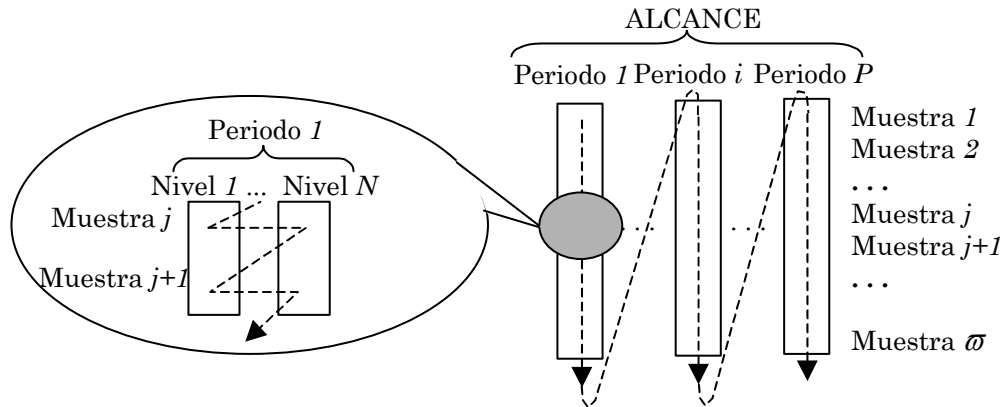


Fig.4.12. Barrido por periodo.

La dependencia muestral entre variables de salida pertenecientes a distintos periodos no se ha contemplado en el modelo (*correlación interperiodo*). Sin embargo su modelado requeriría la utilización de otra estructura denominada *barrido cronológico*. En la Fig.4.13 se representa dicha estructura, con la cual cada muestra implica la evaluación cronológica de los distintos periodos y niveles de demanda en que se ha dividido el alcance del modelo. Su principal ventaja reside en que permite modelar dependencias muestrales en el sistema a lo largo del alcance de la simulación, tales como restricciones de tipo energético o técnico que abarquen más de un periodo. Para determinados horizontes y ámbitos de estudio de los sistemas eléctricos de potencia, el modelado de estas correlaciones interperiodo resulta de gran importancia. Concretamente en el modelo probabilista desarrollado en esta Tesis, ese tipo de correlaciones interperiodo no se consideran, con lo cual son otros factores los que determinan la idoneidad de una u otra estructura de la simulación.

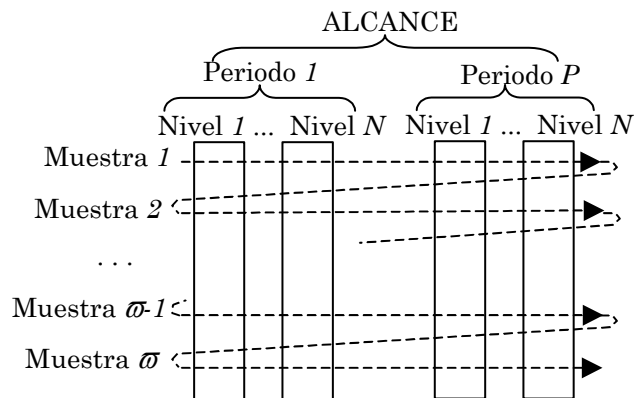


Fig.4.13. Barrido cronológico.

Desde el punto de vista de los resultados estadísticos, ambas topologías son igualmente válidas. Con respecto a la secuencia de obtención de resultados, en el *barrido por periodo* y usando un solo procesador, dichos resultados se obtienen sucesivamente por periodo y posteriormente, una vez completada toda la simulación, se agrupan los resultados parciales para obtener resultados de todo el alcance. En cambio en el *barrido cronológico*, los resultados estadísticos

actualizados a lo largo de la simulación son tanto por periodo como para todo el alcance del modelo.

Cuando se consigue la misma precisión porcentual (ratio entre el intervalo de confianza y la media muestral) en los resultados por periodo del *barrido por periodo* y en los resultados por alcance usando el *barrido cronológico*, la precisión de los resultados por alcance que se alcanza en el barrido por periodo es mayor que con el cronológico. Ello es debido a dos factores, por un lado la falta de existencia de correlaciones interperiodo en el modelo y por otro lado el comportamiento no lineal de la función *raíz cuadrada* que relaciona la varianza con la desviación típica.(4.7).

$$\sqrt{Var_{alcance}} = \sqrt{Var_{periodo1} + \dots + Var_{periodoP}} < \sqrt{Var_{periodo1}} + \dots + \sqrt{Var_{periodoP}} \quad (4.7)$$

Como caso particular de la expresión (4.7) en el cual las varianzas de los distintos periodos son iguales la expresión anterior se simplifica (4.7).

$$\sqrt{Var_{alcance}} = \sqrt{P} \cdot \sqrt{Var_{alcance}} < P \cdot \sqrt{Var_{alcance}}; \quad P > 1 \quad (4.8)$$

Para escoger cuál de las dos estructuras de barrido implantar en el modelo se han estudiado dos facetas de la simulación que se ven influidas por la estructura del barrido. Estas dos facetas son: la utilización de *puntos iniciales* para la optimización y la implantación del *procesamiento paralelo*. En ambos aspectos el *barrido por periodo* proporciona mayor eficacia a la simulación que el *barrido cronológico*, tal y como a continuación se explica.

La utilización de bases y soluciones de optimizaciones anteriores como puntos iniciales para las siguientes optimizaciones implica dos efectos en cierta forma contrapuestos. Por una parte su utilización mejora la rapidez de convergencia (utilizando algoritmos *simplex*), ya que dichos puntos iniciales resultan en general más próximos a los valores óptimos. Pero por otra parte, su uso incrementa los requerimientos de memoria del modelo, ya que cada base contiene como información: los valores de las variables de decisión, los costes reducidos de dichas variables y las variables duales de las restricciones.

Con ambas estructuras de la simulación se pueden utilizar puntos iniciales para hacer converger más rápidamente a la optimización. Sin embargo el *barrido por periodo* implica menos requerimientos de memoria que el *barrido cronológico*. Esto se debe a que *por periodo* solamente se necesita almacenar la última solución óptima de los niveles del periodo, cuya simulación se está llevando a cabo. Sin embargo, el barrido cronológico requiere normalmente almacenar como punto inicial la última solución óptima de todos los niveles y periodos en que se ha dividido el alcance del modelo. Por ese motivo los requerimientos de memoria usando el barrido cronológico aumentan considerablemente y pueden limitar el conjunto de puntos iniciales utilizados cuando el número de divisiones del alcance sea elevado y la memoria disponible no sea suficiente.



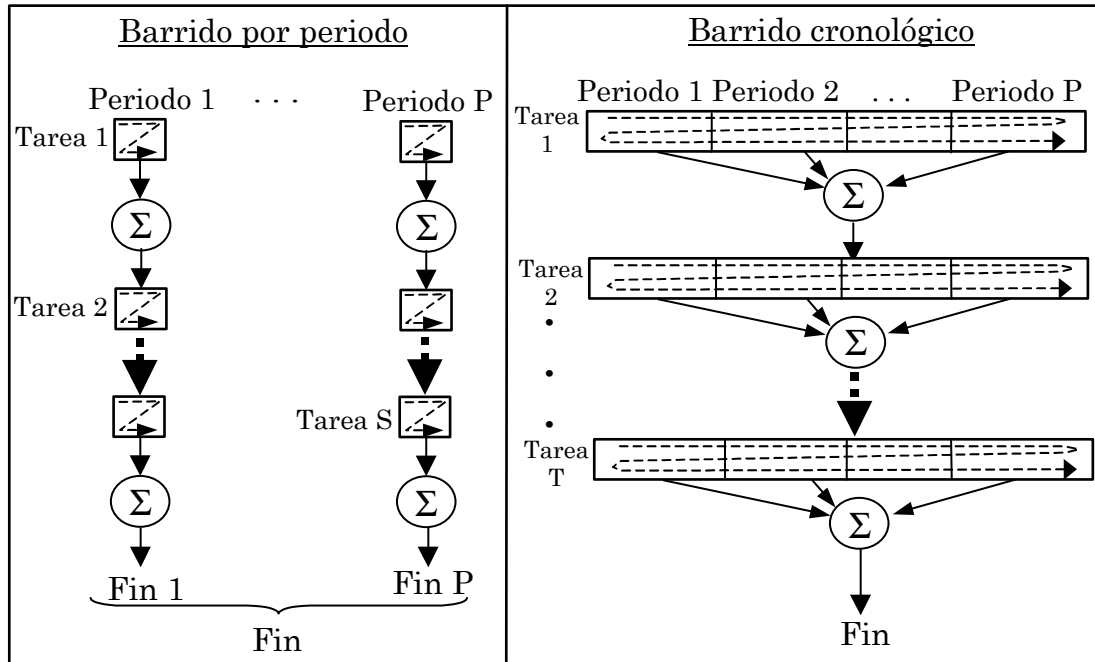


Fig.4.14. Tipos de barrido distribuido de tareas en función de la topología.

Desde la perspectiva del procesamiento paralelo, ambas estructuras de barrido permiten la distribución de tareas entre diversos procesadores, Fig.4.14. No obstante, el barrido por periodo tiene tres ventajas a la hora de implantar el procesamiento paralelo que el barrido cronológico carece. Una ventaja se apuntaba anteriormente que es la menor cantidad memoria que cada procesador requiere debido a que cada procesador solamente analiza un subconjunto de periodos del alcance y por lo tanto el almacenamiento de estadísticos de salida y de soluciones iniciales de solo unos periodos implica menos memoria. Otra ventaja consiste en que el tamaño de las tareas con el barrido por periodo puede hacerse más pequeño que en el barrido cronológico (considerando que el barrido cronológico implica que una tarea contiene al menos una muestra de todos los periodos y niveles de demanda en que se ha dividido el alcance del modelo). Y por último una vez finalizada la simulación la cantidad de información que se ha de transmitir entre los distintos procesadores es mayor en el barrido cronológico (todos los periodos del alcance) que en el barrido por periodo.

Cada *tarea* asignada a un procesador está constituida por un número de muestras indeterminado (se simboliza por un cuadrado o rectángulo en cuyo interior se encuentra una flecha en zigzag). En el caso del barrido por periodo (lado izquierdo de la Fig.4.14), una vez finalizada cada tarea los estadísticos del periodo son actualizados (símbolo sumatorio). La simulación dentro de cada periodo continúa hasta que se alcanza un determinado tamaño muestral o bien se consigue una determinada precisión por periodo. Las simulaciones de periodos computacionalmente costosos se pueden asignar a varios procesadores o aquéllos que tienen mayor velocidad de procesamiento aminorando de esta forma su impacto sobre la carga computacional del modelo. En el caso del barrido cronológico las tareas están constituidas por un número indefinido de muestras

de todo el alcance del modelo. Finalizada cada tarea se actualizan los estadísticos de todo el alcance.

En el barrido por periodo una forma de reducir el volumen de datos transmitidos entre procesadores consiste en asignar el mayor tamaño muestral posible de un periodo a un mismo procesador. Una vez finalizadas todas las tareas distribuidas se agrupan los resultados estadísticos por periodo situados en distintos procesadores obteniéndose resultados para todo el alcance de la simulación. La agrupación de resultados es la faceta del barrido por periodo que da lugar a la transmisión de datos entre procesadores. Adicionalmente los tiempos de espera pueden aparecer justamente antes de realizar el agrupamiento de resultados debido a una descompensación de la carga computacional asignada a cada procesador. Dicha descompensación se puede minimizar haciendo tareas con carga computacional pequeña.

Por su parte el barrido cronológico (lado derecho de la Fig.4.14) requiere que cada procesador realice el cálculo de estadísticos de todos los periodos del alcance. Una vez completadas todas las tareas de la simulación se agrupan los resultados estadísticos en un único procesador. Por tanto el volumen de datos a transmitir es mayor con el barrido cronológico. Esta estructura cronológica puede dar también lugar a tiempos de espera antes de agrupar los resultados estadísticos en el caso de que los tamaños muestrales asignados no se ajusten a las velocidades de procesamiento.

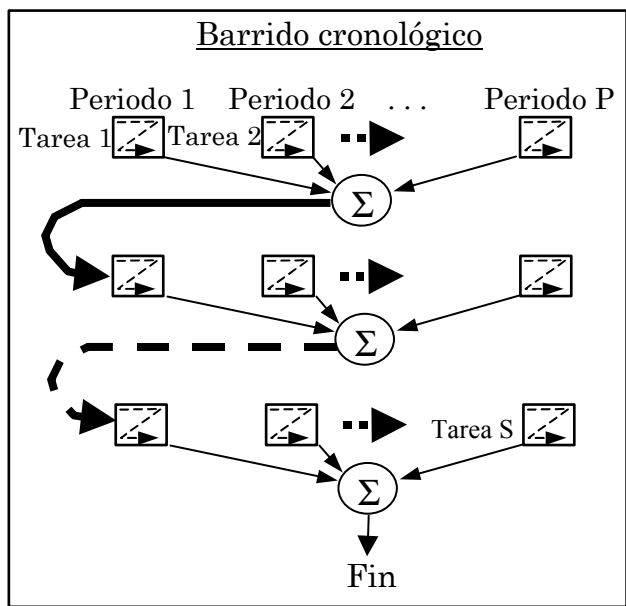


Fig. 4. 15. Barrido cronológico con tareas de menor tamaño.

Otra variante del barrido cronológico que disminuye el tamaño de las distintas tareas consiste en dividir las tareas que abarcan todo el alcance en sus distintos periodos, asignando tareas a distintos procesadores, Fig. 4. 15. Esta variante implica por un lado mayor intercambio de datos entre procesadores y así como un mayor riesgo de tiempos de espera con respecto a la anterior estructura del barrido cronológico. Sin embargo esta variante permite que la memoria

requerida en cada procesador sea menor ya que las tareas que se asignan a cada procesador ha de procurarse que pertenezcan a un mismo periodo.

En esta sección se han mostrado básicamente dos estructuras de simulación aplicables al modelo probabilista, resultando la estructura basada en un *barrido por periodo* la más adecuada desde el punto de vista de sus requerimientos de memoria y de su idoneidad para aplicar el procesamiento paralelo a la simulación.

#### 4.2.2. Procesamiento paralelo.

El procesamiento paralelo se basa en la utilización conjunta de múltiples procesadores con objeto de repartir entre ellos la carga computacional de una herramienta informática. Su implantación permite resolver problemas que por su excesiva carga computacional no se podían abordar, o bien reducir sustancialmente el tiempo de ejecución. De cara al futuro, el procesamiento paralelo constituye una línea de investigación importante en el incremento de la velocidad de las aplicaciones. Adicionalmente los avances realizados en los ordenadores serie redundan en beneficio de las arquitecturas en paralelo, ya que dichas arquitecturas están constituidas básicamente por los mismos procesadores que los integrados en los ordenadores serie.

Existen múltiples campos en los que el procesamiento paralelo está siendo intensivamente utilizado tales como, gestión de activos financieros bajo incertidumbre, gestión de tráfico en tiempo real, problemas de redes de reparto y problemas de secuencia de operaciones o de asignación de tareas y otros muchos más.

La magnitud y complejidad de los problemas asociados con la operación, control y planificación de los sistemas eléctricos de potencia ha hecho de este campo uno de los pioneros en la utilización de técnicas de procesamiento paralelo. Así por ejemplo en [Pinto, 90] y [Saavedra, 96] se analiza el impacto de los criterios correctivos y preventivos de seguridad sobre los costes de operación del sistema evaluando múltiples escenarios de contingencias en el sistema. La evaluación de dichos escenarios se ha realizado usando un conjunto de procesadores integrados en una sola máquina o bien conectando diversas estaciones de trabajo a través de una red de comunicaciones.

Por otro lado en el ámbito de la planificación del transporte, la herramienta MEXICO ha sido modificada respecto de su codificación original con objeto de aplicar en ella procesamiento paralelo [Lemaître, 92]. El perfil de los incrementos de velocidad obtenidos con MEXICO resulta próximo al conseguido con la paralelización del modelo probabilista de esta Tesis.

Como se ha explicado en la sección 4.2.1., existen distintas estructuras de la simulación en las cuales se puede aplicar procesamiento paralelo. Así en [Gubbala, 95] se detallan tres posibles formas de paralelizar una misma simulación cronológica de un sistema eléctrico. Todas ellas son variantes del *barrido cronológico* explicado anteriormente. Las diferentes estructuras dan

lugar a distintos tiempos de espera y aplican diferentes procedimientos para generar números aleatorios.

Según la utilización de la memoria en las arquitecturas paralelo [Zenios, 94], los sistemas con múltiples procesadores pueden ser: sistemas de *memoria distribuida* (cada procesador con una memoria), sistemas de *memoria compartida* (varios procesadores y una sola memoria) o sistemas de *memoria distribuida virtual* (mediante software). Concretamente en este modelo probabilista se ha utilizado un sistema de memoria distribuida compuesto por un conjunto homogéneo de estaciones de trabajo conectadas mediante una red de comunicaciones con una velocidad de transmisión de hasta 10 Megabits por segundo. El tipo de estación de trabajo utilizada ha sido una *Sun Ultra 1 modelo 170* (Specfp92: 303 y Specint92: 215). El número máximo de estaciones disponibles es cuatro. Cada estación de trabajo muestrea y opera con los datos contenidos en su memoria, asimismo almacena en su memoria los resultados estadísticos actualizados de las muestras que en ella se han extraído.

La aplicación del procesamiento paralelo realizada en esta Tesis tiene dos motivaciones principales. La primera consiste en reducir los tiempos de la simulación sobre sistemas de tamaño real, tal como el español, sección 5.2.. Con ello se consigue que la simulación sea más operativa con objeto de analizar el mayor número posible de planes maestros de expansión de la red de transporte. La segunda motivación consiste en analizar la *evolución* de la reducción del tiempo de ejecución conforme el número de procesadores utilizado se incrementa.

El tiempo de ejecución de un programa, cuyas tareas se han diseñado para ejecutarse de forma paralela, se compone de los siguientes tiempos [Gubbala, 95]: tiempo *paralelo*, tiempo *serie*, tiempo de *sincronización* o de espera y tiempo de *comunicación*. El tiempo *paralelo* está asociado a la ejecución de aquellas tareas que son ejecutadas utilizando simultáneamente todos los procesadores disponibles. El tiempo *serie* está asociado a aquellas tareas que solamente se pueden ejecutar en un procesador, mientras los restantes están en situación de espera. El tiempo de *sincronización* o de espera se produce cuando uno o más procesadores están esperando a que tareas paralelizadas se completen (es una extensión del *tiempo paralelo*). El tiempo de *comunicación* es aquél que se invierte en el intercambio de información entre estaciones de trabajo a través de la red de comunicaciones.

En los programas de simulación los porcentajes del tiempo paralelo y serie sobre el tiempo global de ejecución están en función de la naturaleza y modelado de las incertidumbres del sistema. Por otra parte los tiempos de sincronización y comunicación adquieren distinto grado de importancia en el conjunto dependiendo del tipo de estructura de barrido muestral. Como se ha explicado en la sección anterior, el barrido por periodo resulta más eficaz ya que reduce el tiempo de sincronización y comunicación.

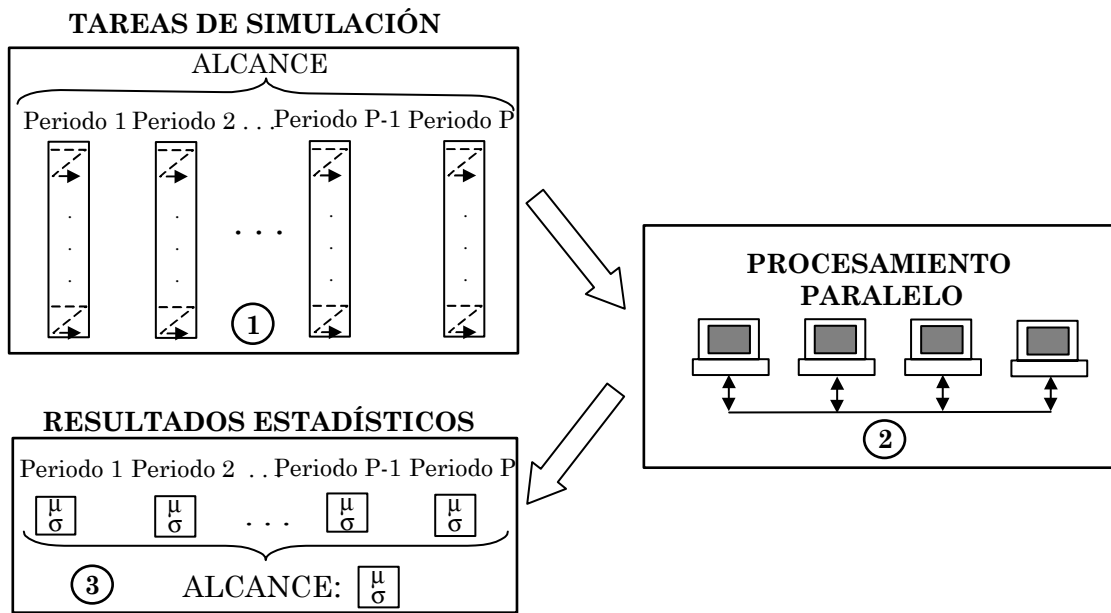


Fig.4.16. Implantación del procesamiento paralelo en el modelo.

La aplicación específica del procesamiento paralelo en este modelo probabilista considera la simulación de cada periodo como una tarea independiente (①, Fig.4.16). Cada tarea se asigna a una de las estaciones de trabajo hasta tener todas ocupadas, posteriormente se van asignando automáticamente tareas a cada estación conforme ésta finaliza con la tarea previamente asignada ②. Una vez calculados los resultados estadísticos correspondientes a cada periodo-tarea (simbolizados como  $\mu$  y  $\sigma$ ), éstos se agrupan estadísticamente de manera que se puedan obtener estadísticos asociados a intervalos de tiempo distintos al periodo, como por ejemplo para todo el alcance del modelo ③ o también para el mismo nivel de demanda de todos los periodos.

Desde el punto de vista informático, el programa que simula cada periodo por separado ① se ha codificado en GAMS. La ejecución remota en cada una de las estaciones de trabajo utilizadas se hace mediante llamadas rsh (“remote shell”) incorporadas dentro de un programa escrito en lenguaje C ②. La transmisión de información a través de la red de comunicaciones se hace mediante NFS (“Network file system”).

La carga computacional de cada tarea podría reducirse si adicionalmente a la simulación por periodo implantada se subdivide el tamaño muestral de cada tarea, tal y como se detalla en el barrido por periodo de la Fig.4.14. Sin embargo dicha subdivisión no se ha practicado, proponiéndose para futuros desarrollos del modelo (capítulo 6). De hecho en el apéndice D.1.3. se indica el procedimiento para el cálculo de los estimadores de la media y de la varianza, en el caso de que se subdivide el tamaño muestral de la simulación en cada periodo.

La razón por la cual se busca la disminución del tamaño muestral de cada tarea reside en la disminución de los tiempos de sincronización para el cálculo de

los estadísticos globales de la simulación. La falta de sincronismo se puede reducir sustancialmente cuando las simulaciones se llevan a cabo bajo las siguientes premisas:

1. El número de tareas o periodos ha de ser superior al número de procesadores disponibles.
2. La carga computacional de la simulación en cada periodo ha de ser relativamente homogénea.
3. Las estaciones de trabajo utilizadas han de poseer características de comportamiento similares.
4. El número de periodos ha de ser múltiplo del número de procesadores utilizados.

Las pruebas realizadas para el procesamiento paralelo se han basado en diversas simulaciones del caso español con un alcance temporal dividido en doce periodos y cada periodo subdividido en tres niveles de demanda. El número de procesadores idénticos con los cuales se ha evaluado progresivamente el procesamiento paralelo ha sido 1, 2, 3 y 4. Adicionalmente, la cantidad de doce periodos cumple los requisitos para que los tiempos de espera sean bastante reducidos.

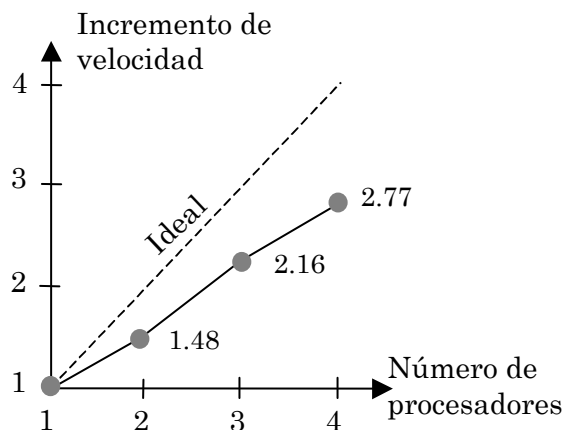


Fig.4.17. Incremento de velocidad con procesamiento paralelo.

Para determinar el incremento de velocidad obtenido con el uso de varios procesadores se calcula la relación existente entre el tiempo de ejecución con un solo procesador (*tiempo uni*) y el tiempo de ejecución con varios procesadores (*tiempo multi*), tal y como se indica en la expresión (4.9). Los resultados obtenidos en incremento de velocidad se muestran en la Fig.4.17, así como la evolución ideal que dicho incremento debería seguir.

$$\text{Incremento de velocidad} = \frac{\text{Tiempo uni}}{\text{Tiempo multi}} \tag{4.9}$$

La razón de este alejamiento del incremento de velocidad con respecto al valor ideal se debe principalmente a la existencia del tiempo *serie*. Los tiempos de

sincronización y comunicación tienen un menor impacto en este efecto. El tiempo serie está constituido por el tiempo dedicado a la compilación del código, inicialización de parámetros, lectura de ficheros de datos, validación de la información leída, lectura de ficheros de resultados por periodo, cálculo de estadísticos globales de la simulación y escritura de ficheros de resultados globales.

La existencia del tiempo serie provoca que el incremento de velocidad conforme se aumenta el número  $p$  de procesadores utilizados tienda a un valor, tal y como indica la ley de Amdahl (4.10). El incremento de velocidad considerando un número ilimitado de procesadores es el cociente entre el tiempo obtenido con un solo procesador (*tiempo uni*) y el *tiempo serie* de la simulación.

$$\text{Incremento velocidad} = \frac{\text{Tiempo uni}}{\text{Tiempo serie} + \frac{\text{Tiempo paralelo}}{p}} \xrightarrow{p \rightarrow \infty} \frac{\text{Tiempo uni}}{\text{Tiempo serie}} \quad (4.10)$$

Se ha de tener en cuenta que la reducción de tiempos obtenida con el procesamiento paralelo es perfectamente compatible con el uso de técnicas de optimización (agrupación de muestras y combinación de algoritmos), también técnicas de reducción de varianza y técnicas de modelado de la red. Su utilización conjunta da lugar a una eficacia mayor, fruto de multiplicar las eficacias individuales.

### 4.2.3. Diagramas funcionales.

En esta sección se muestra el esquema interno de funcionamiento del modelo de simulación probabilista. Para ello se emplean diagramas funcionales que han sido previamente desarrollados en [de Cuadra, 90]. En la Fig.4.18 se representa el simbolismo de los elementos contenidos en los diagramas funcionales.

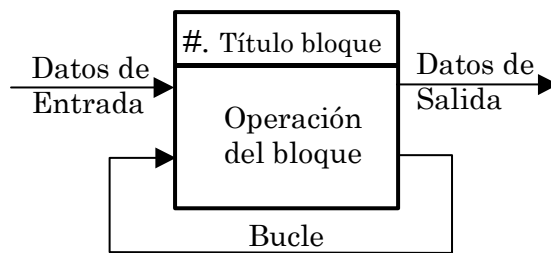


Fig.4.18. Elementos del diagrama funcional.

En la Fig.4.19 se muestra el diagrama global del modelo separando sus partes principales en distintos bloques. En la parte restante de esta sección se detalla el contenido de cada uno de estos bloques utilizando también diagramas funcionales.

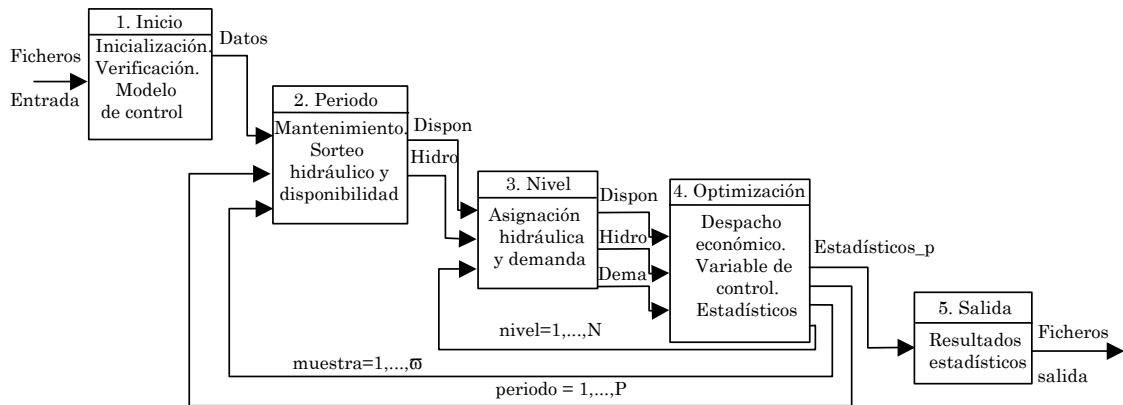


Fig.4.19. Diagrama global del modelo probabilista de explotación.

En este diagrama global se representan tres bucles de barrido: por periodo, por muestra y por nivel. El bucle más externo corresponde al barrido de los  $P$  periodos en que se ha dividido el alcance del modelo. El siguiente bucle permite obtener por periodo  $\vartheta$  muestras, de sus  $N$  niveles. Dichos niveles de demanda son barridos por un bucle más interno y pertenecen al mismo periodo establecido en el primer bucle. Una vez que se han completado los tres bucles se procede a la elaboración de la información estadística, mostrándose en los ficheros de salida.

El bloque **1. Inicio** representa la lectura de los ficheros de entrada que contienen los datos y las opciones de la simulación, Fig.4.20. Se inicializan los vectores que contendrán los parámetros, resultados e índices de la simulación. Adicionalmente se verifica la coherencia y la validez de los datos leídos. Por otro lado en este mismo bloque *Inicio* se realiza la simulación del modelo sin red de transporte. Dicha simulación se lleva a cabo si se requieren explícitamente los resultados del modelo sin red o bien si se aplica la técnica de las variables de control para obtener los valores medios de dichas variables de control. Los bucles de barrido de la simulación sin red no aparecen de forma explícita, pero tienen la misma estructura que los bucles del modelo con red.

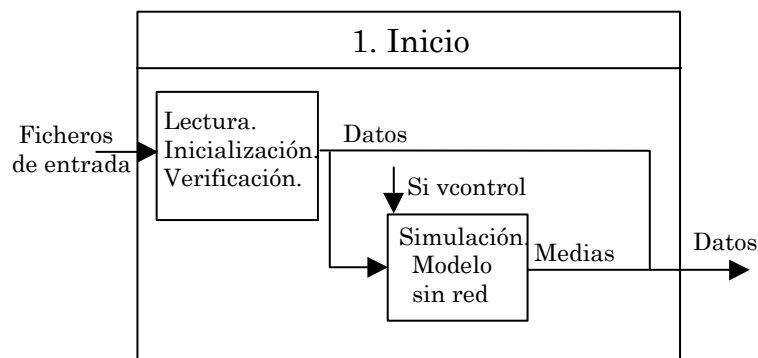


Fig.4.20. Diagrama del bloque *1. Inicio*.

Los datos de entrada verificados y los resultados del modelo de control (si procede) constituyen el conjunto de datos iniciales del bloque **2. Periodo**, Fig.4.21. Dicho bloque está contenido dentro de los bucles *periodo* y *muestra*. En cada periodo se fijan como indisponibles, aquellos grupos cuya parada por mantenimiento ha sido previamente prefijada para toda la duración del periodo.



Por otra parte en este mismo bloque está contenido el muestreo de la disponibilidad de los grupos térmicos, plantas hidráulicas y circuitos, lo cual conforma la salida *Dispon* del bloque. Además del muestreo de la disponibilidad, se realiza el muestreo del comportamiento global hidráulico del sistema, lo cual conforma la salida *Hidro*. Los valores muestreados se mantienen para todos los niveles de demanda en que se divide cada periodo. Adicionalmente si se utilizan las variables antitéticas como técnica de reducción de varianza, el sorteo antitético de las variables aleatorias de entrada se realiza también en *2.Periodo*.

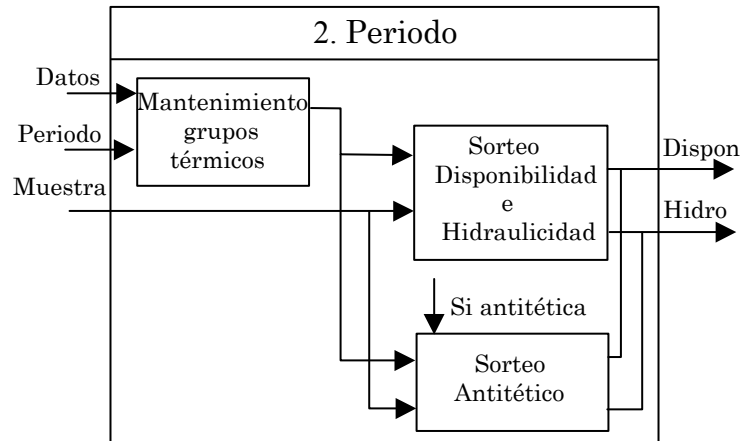


Fig.4.21. Diagrama del bloque *2.Periodo*.

En el bloque **3. Nivel** (Fig.4.22) se establece el valor concreto muestral de las producciones hidráulicas programadas y máxima de las distintas plantas del sistema de acuerdo al valor *Hidro* y a la trayectoria hidráulica de cada planta desglosada por nivel de demanda y periodo. También en este bloque se establece el valor de la demanda nodal correspondiente al periodo y nivel simulado. El conjunto de *Dispon*, *Hidro* y *Dema* constituyen los datos iniciales para el bloque siguiente **4. Despacho** (Fig.4.23).

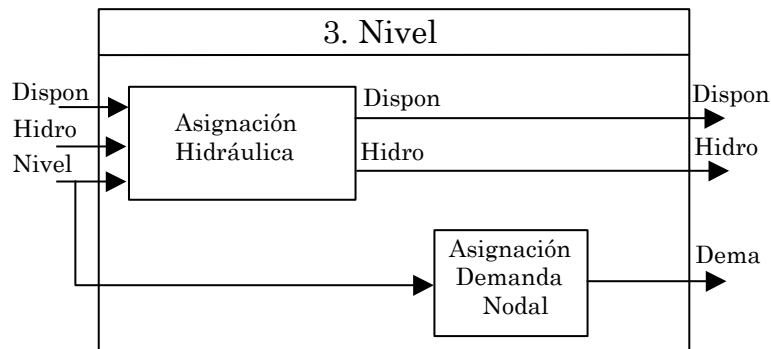


Fig.4.22. Diagrama del bloque *3.Nivel*.

En el bloque **4. Despacho** (Fig.4.23) se representa la resolución del despacho económico generación/red (flujo óptimo de cargas), el cual determina como resultados de salida, *Producciones* e índices de *Fiabilidad* del sistema para cada muestra del nivel y periodo del alcance. También en dicho bloque se representa la aplicación del criterio de seguridad preventivo de transporte, con él se evalúa el impacto de las posibles sobrecargas preventivas por fallo *N-1* de

transporte. En el caso de utilizarse la técnica de las variables de control, se obtienen también muestras del modelo de control para las mismas muestras de variables de entrada utilizadas en el despacho generación/red, obteniéndose como resultado: *Producción<sub>n</sub>* y *Fiabilidad<sub>n</sub>*. Estos resultados junto con los obtenidos con el despacho generación/red determinan unos valores de salida controlados: *Producción<sub>c</sub>* y *Fiabilidad<sub>c</sub>*. Finalmente los valores muestrales de producción y fiabilidad, controlados o no, se utilizan para actualizar los cálculos estadísticos de la simulación por periodo (*Estadísticos<sub>p</sub>*).

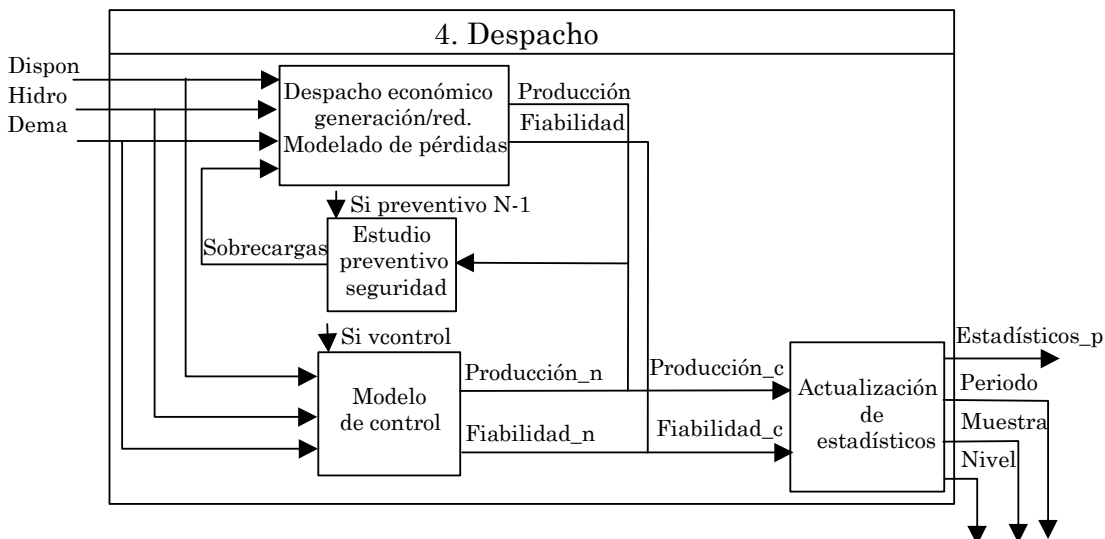


Fig.4.23. Diagrama del bloque 4. *Despacho*.

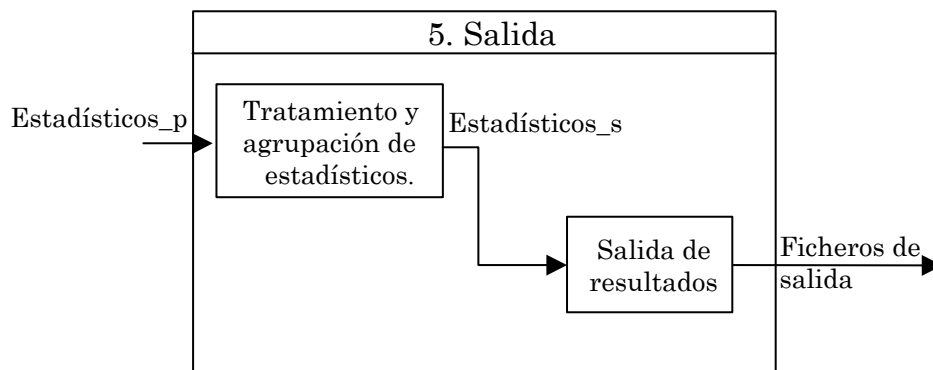


Fig.4.24. Diagrama del bloque 5. *Salida*.

Completadas las simulaciones de todos los periodos, se agrupan los estadísticos por periodo (*Estadísticos<sub>p</sub>*) para estimar medias e intervalos de confianza asociados de variables de salida para distintas duraciones temporales (nivel, periodo, periodo y nivel o el alcance) dando lugar a los *Estadísticos<sub>s</sub>*. Este agrupamiento se indica en el bloque **5. Salida** (Fig.4.24). Dichos estadísticos se muestran mediante la creación de *ficheros de salida*.

## CAPÍTULO 5

### CASOS ESTUDIO Y RESULTADOS

Este capítulo contiene los resultados de los estudios realizados para distintas *alternativas de modelado* (sección 2.3.) y distintas *técnicas de reducción de varianza* (sección 3.2.). Asimismo los resultados mostrados se han obtenido usando de la manera más eficiente los algoritmos y códigos de optimización disponibles (capítulo 4).

Los avances alcanzados en la eficacia del modelo probabilista de explotación son debidos a la aplicación conjunta de técnicas de *simulación y optimización*, así como al *modelado* de la red de transporte, sus pérdidas resistivas y criterios de seguridad en la explotación. Estos avances se enmarcan dentro de las tres líneas directrices de investigación abarcadas en esta Tesis, y representadas en la Fig.5.1. La eficacia computacional alcanzada en cada punto hipotético de dicha figura constituiría su cuarto eje.

Los estudios realizados se han aplicado a dos sistemas eléctricos con muy distinto tamaño, el primero es un sistema de *9 nudos*. Su utilidad principal ha sido la de facilitar la validación de los diferentes modelados incorporados al modelo probabilista, así como la verificación del correcto funcionamiento estadístico de las distintas técnicas de reducción de varianza implantadas.

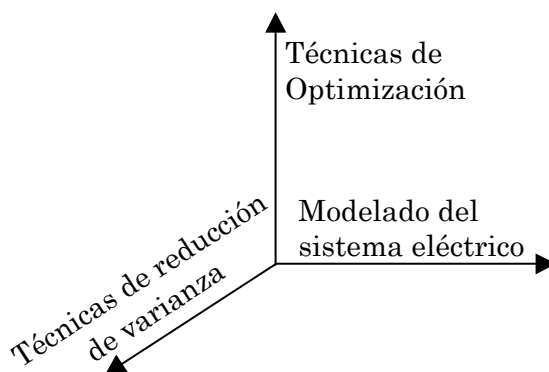


Fig.5.1. Líneas de investigación sobre la eficacia computacional del modelo.

El segundo caso de estudio corresponde a un equivalente detallado del *sistema eléctrico español* considerando los niveles de tensión de 400 kV, 220 kV y parte de 132 kV. El mayor tamaño de este sistema permite determinar el impacto real de los avances logrados en el modelado del sistema eléctrico, en las técnicas de reducción de varianza y con los algoritmos y códigos de optimización. Estos resultados se pueden extrapolar con mayor grado de confianza a otros estudios de sistemas eléctricos de gran tamaño.

## 5.1. SISTEMA DE 9 NUDOS.

### 5.1.1. Características del sistema.

En la Tabla 5.1 se detallan las características globales de generación y transporte del sistema eléctrico de 9 nudos, así como la división realizada del alcance temporal de la simulación.

Tabla 5.1. Características del sistema de 9 nudos.

Nudos	Líneas y circuitos		Plantas y grupos térmicos		Plantas hidráulicas	Alcance (horas)	Periodos	Niveles
9	13	16	4	10	5	8760	12	3

La duración en horas de los distintos periodos y niveles de demanda del alcance del modelo se detalla en la Tabla 5.2. La división temporal del alcance es heterogénea, con objeto de aproximar mejor la evolución cronológica de la demanda.

Tabla 5.2. División del alcance temporal del modelo.

(Horas)		PERIODOS											
		P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12
Nivel de demanda	1	55	109	109	109	109	109	164	164	164	109	55	55
	2	128	256	256	256	256	256	383	383	383	256	128	128
	3	182	365	365	365	365	365	548	548	548	365	182	182

En la Tabla 5.3 están contenidos los valores de referencia de las demandas nodales, los cuales son utilizados para modelar la variación de la demanda nodal a lo largo del alcance del modelo. Cada nudo en cada periodo y nivel tiene asociado un coeficiente en por unidad. Dicho coeficiente multiplicado por el valor de referencia de esta tabla determina el valor de la demanda en el nudo para el periodo y nivel correspondiente.

Tabla 5.3. Demandas nodales de referencia. Caso de 9 nudos.

	NUDOS								
	Uno	Dos	Tres	Cuatro	Cinco	Seis	Siete	Ocho	Nueve
Demanda MW	51	241	50	160	240	100	51	15	40
Tensión kV	132	132	132	400	400	220	400	220	400

En la Fig.5.2 se muestra la topología de este sistema eléctrico, en el cual los nudos 1, 2, 3, 6 y 8 son nudos de producción y consumo de energía, y los nudos 4, 5, 7 y 9 son nudos exclusivamente de consumo. La red de transporte existente hace que el sistema esté mallado sin nudos situados en antena, i.e. unidos al sistema por un único circuito.

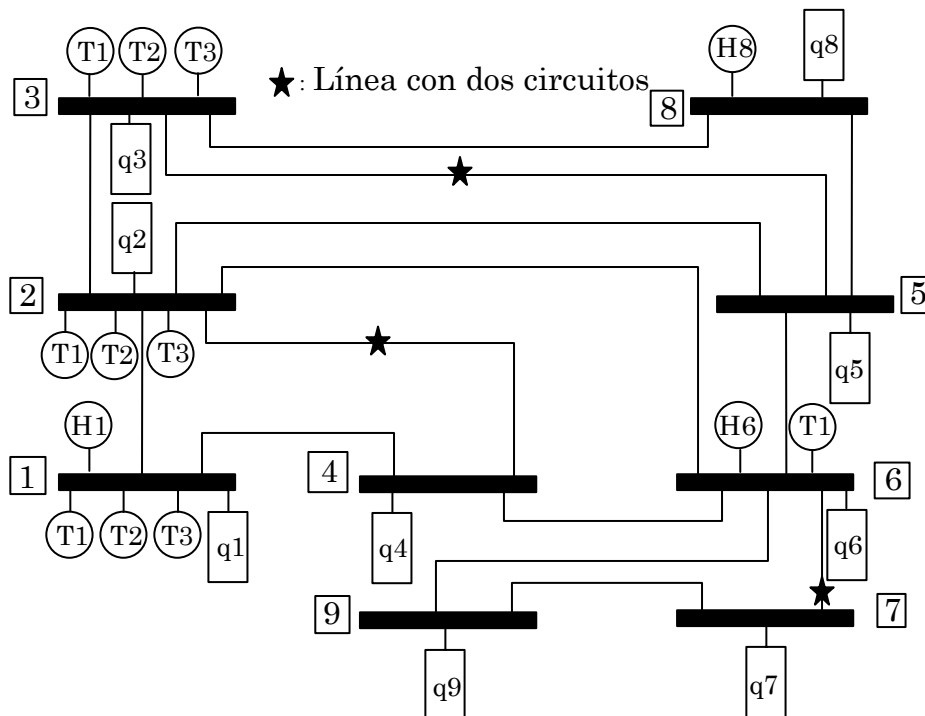


Fig.5.2. Topología del sistema de 9 nudos.

En la Tabla 5.4 se detallan las características técnicas del equipo térmico, en la Tabla 5.5 las características del equipo hidráulico y en la Tabla 5.6 las características de las líneas de transporte.

Tabla 5.4. Características del equipo térmico.

Nudo	Grupo	Coste (PTA/MWh)	Mínimo Técnico (MW)	Máximo Técnico (MW)
Uno	1	6500	10	75
Uno	2	7000	30	125
Uno	3	7500	25	100
Dos	1	6300	25	100
Dos	2	6900	10	75
Dos	3	7200	10	50
Tres	1	6100	10	75
Tres	2	7200	5	95
Tres	3	7500	5	100
Seis	1	6500	10	50

La tasa de fallos para todos los grupos térmicos es del 10 por ciento. La penalización por desacoplamiento de generación térmica por grupo es de 6000 PTA/MWh. Con respecto a las plantas hidráulicas se ha establecido para todas ellas una tasa de fallos del 1 por ciento. Ninguna planta se ha modelado como *planta fluyente*, ni como planta de *bombeo*. El coste de la energía hidráulica de emergencia para todas las plantas y durante todo el alcance del modelo es de 10000 PTA/MWh. La penalización por desacoplamiento de plantas hidráulicas está fijada para todas ellas a 6000 PTA/MWh, de igual valor al de las térmicas.

Tabla 5.5. Características del equipo hidráulico.

Nudo	Mínimo Técnico (MW)	Potencia programada (MW)	Potencia máxima (MW)	Máximo técnico (MW)
Uno	10	300	300	350
Tres	10	160	160	200
Cinco	10	150	200	250
Seis	10	100	150	200
Ocho	10	30	100	100

Tabla 5.6. Características de transporte.

Nudo inicial	Nudo final	Número Circuito	Resistencia ( $\Omega$ p.u.)	Reactancia ( $\Omega$ p.u.)	Capacidad (MW)
Uno	Dos	1	0.0770	0.2913	220
Uno	Cuatro	1	0.0544	0.2041	200
Dos	Tres	1	0.0424	0.1695	120
Dos	Cuatro	1	0.1000	0.4000	200
Dos	Cuatro	2	0.1000	0.4000	200
Dos	Cinco	1	0.0500	0.2000	120
Tres	Cinco	1	0.0248	0.0990	220
Tres	Cinco	2	0.0248	0.0990	120
Tres	Ocho	1	0.1000	0.4000	220
Cuatro	Seis	1	0.1500	0.6000	150
Cinco	Seis	1	0.0500	0.2000	120
Cinco	Ocho	1	0.1000	0.4000	220
Seis	Siete	1	0.1500	0.6000	120
Seis	Siete	2	0.1500	0.6000	120
Seis	Nueve	1	0.0500	0.2000	220
Siete	Nueve	1	0.0500	0.2000	120

La tasa de indisponibilidad de todos los circuitos se ha fijado al 10 por ciento. Este valor incluye también el efecto del mantenimiento programado de la red de transporte a lo largo del alcance. El valor de esta tasa de indisponibilidad

es superior a la que en la realidad tienen los circuitos. Sin embargo, su utilidad reside en que se obtienen resultados de la explotación más adecuados para realizar la comparación de distintas técnicas estudiadas.

Como se ha explicado en el capítulo 2, los valores muestreados de potencia hidráulica programada y máxima se obtienen multiplicando los valores de referencia por planta, periodo y nivel, por un coeficiente sorteado.

En el sistema de 9 nudos las trayectorias hidráulicas de referencia en por unidad son iguales para todas las plantas del sistema. Los valores de referencia (o valores medios) de la potencia hidráulica programada y máxima por periodo y nivel de cada planta se calculan multiplicando los valores unitarios de las trayectorias de referencia por los valores contenidos en la Tabla 5.5..

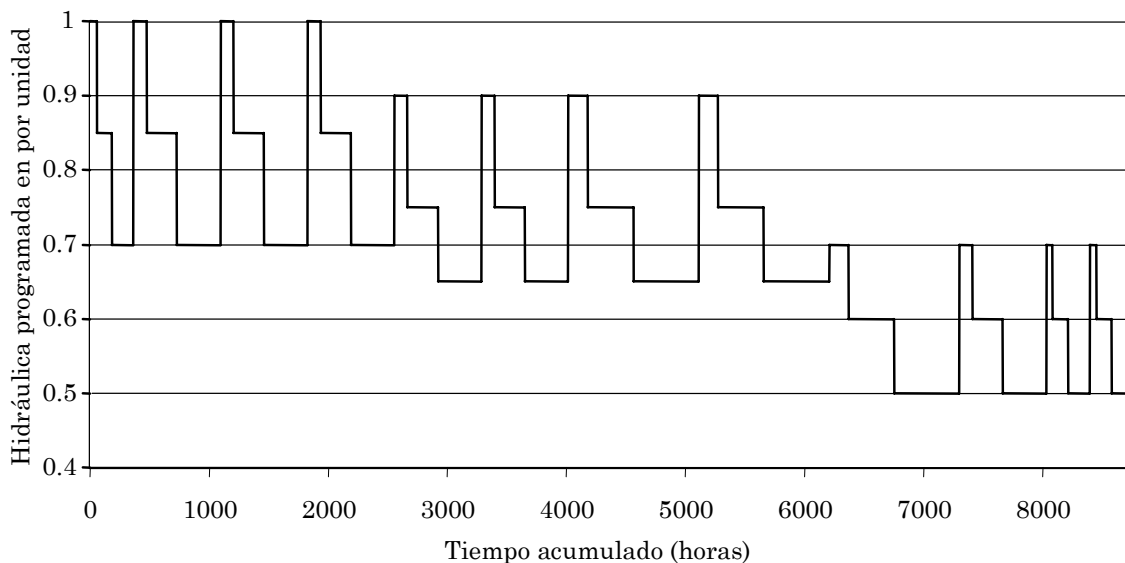


Fig.5.3. Trayectoria de potencia hidráulica programada en por unidad.

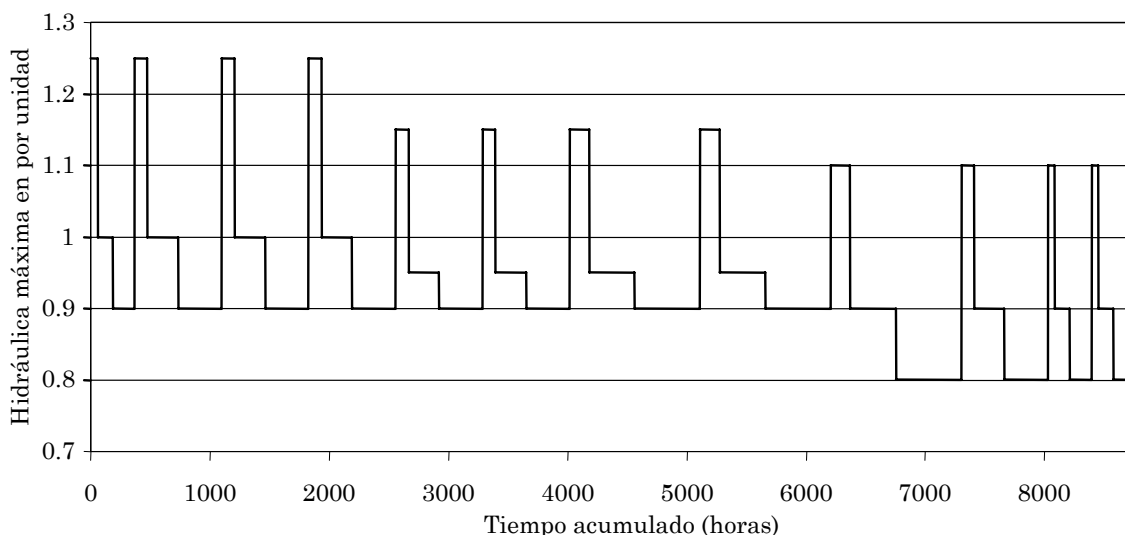


Fig.5.4. Trayectoria de potencia hidráulica máxima en por unidad.

En las Fig.5.3 y Fig.5.4 se muestran las trayectorias de referencia en por unidad de la potencia hidráulica programada y máxima respectivamente. Su

perfil escalonado está causado por fijar como constantes los valores de referencia de la demanda a lo largo de la duración de cada nivel. Utilizando las mismas trayectorias para todas las plantas del sistema eléctrico se consigue un comportamiento *homogéneo* en relación con las cotas individuales de potencia programada y máxima. Los valores muestrales de los límites de producción se obtienen multiplicando el valor de referencia asociado a la planta, periodo y nivel, por un coeficiente aleatorio en por unidad obtenido a partir de la función de distribución triangular, sección 3.1.1.3.. Dicho coeficiente aleatorio representa el comportamiento hidráulico global del sistema.

### 5.1.2. Modelado del sistema eléctrico.

Los estudios realizados con el modelado del sistema eléctrico han consistido en analizar el impacto de la *red de transporte*, las distintas aproximaciones de sus *pérdidas resistivas* y distintos *criterios de seguridad* de transporte aplicados a la operación del sistema eléctrico. Las tres apartados siguientes detallan los resultados obtenidos con el sistema de nueve nudos en cada uno de estos aspectos.

#### 5.1.2.1. Modelado de la red de transporte.

En este apartado se comparan los resultados obtenidos mediante el modelo sin red de transporte (sección 2.3.3.) frente al modelo de explotación generación/red. El tamaño muestral de las simulaciones llevadas a cabo en ambos modelos es de cien muestras considerando todo el alcance del modelo. Para mejorar la precisión en la comparación de modelados de la red, se han aplicado las técnicas de reducción de varianza de las variables de control y las variables antitéticas.

En primer lugar se ha realizado una simulación sin aplicar técnica de reducción de varianza alguna en el modelo sin red. Posteriormente en el modelo de explotación generación/red se ha aplicado *variables de control*, utilizando el propio modelo sin red como modelo externo de control.

La aplicación de la técnica de los *números aleatorios comunes* en ambos modelos puede perjudicar a la precisión en la evaluación del impacto del modelado de la red de transporte. Ello es debido a que el modelo externo de control coincide con uno de los modelos que se comparan. En la expresión (5.1) se comprueba que por existir esta coincidencia, la varianza del modelo externo de control  $Var(Z)$  y la covarianza entre ambos modelos  $Cov(X,Z)$  afectan por igual. Esta situación puede resultar peor que la original de los números aleatorios comunes (capítulo 3, ecuación (3.72)), salvo en el caso de que la  $Cov(X,Z)$  fuese muy superior a la  $Var(Z)$ , lo cual no sucede en este sistema.

$$Var(Y_c - Z) = Var(\{X - (Z - \mu)\} - Z) = Var(X) + 4 \cdot (Var(Z) - Cov(X, Z)) \quad (5.1)$$

Por lo tanto, para llevar a cabo esta comparación se han utilizado dos cadenas independientes de números pseudoaleatorios. Una se utiliza para



obtener las medias del modelo de explotación con red aplicando variables de control, y por tanto se aplican también al modelo externo de control (modelo sin red). La segunda se utiliza para obtener las otras medias estimadas, las del modelo sin red mediante simulación de Monte Carlo, i.e. sin aplicar técnica de reducción de varianza alguna. Las medias estimadas con ambos modelos se encuentran en la Tabla 5.7, así como el valor porcentual que supone la diferencia entre ambas medias.

Tabla 5.7. Modelo con red versus modelo sin red aplicando variables de control.

<b>VARIABLES DE SALIDA</b>	<b>Modelo con red<sup>1</sup></b>	<b>Modelo sin red<sup>2</sup></b>	<b>Incremento debido a red ∇%</b>
Generación hidráulica GWh	4569.20	4540.98	0.62
Generación térmica GWh	3249.86	3124.40	3.86
Generación total GWh	7819.06	7665.38	1.97
Demanda no servida GWh	20.22	2.47	87.78
Probabilidad falta suministro %	4.55	0.78	82.86
Coste de producción MPTA	23226.86	20980.21	9.67
Ingresos de generación MPTA	80261.57	56137.48	30.06

Con objeto de validar los resultados de la Tabla 5.7, los dos modelos se han vuelto a simular aplicando la técnica de las variables antitéticas. Los resultados obtenidos se detallan en la Tabla 5.8.

Tabla 5.8. Modelo con red versus modelo sin red aplicando variables antitéticas.

<b>VARIABLES DE SALIDA</b>	<b>Modelo con red<sup>1</sup></b>	<b>Modelo sin red</b>	<b>Incremento debido a red ∇%</b>
Generación hidráulica GWh	4574.15	4530.00	0.97
Generación térmica GWh	3244.11	3133.74	3.40
Generación total GWh	7818.26	7663.74	1.98
Demanda no servida GWh	20.64	3.35	83.77
Probabilidad falta suministro %	4.40	1.15	73.86
Coste de generación MPTA	23256.67	21112.01	9.22
Ingresos de generación MPTA	77701.24	56463.06	27.33

Comparando los incrementos debidos a la red detallados en la Tabla 5.7 y Tabla 5.8 se constata empíricamente que dichos valores son robustos, ya que para distintas simulaciones resultan próximos entre si. Analizando en detalle estos

<sup>1</sup> Las pérdidas óhmicas han sido modeladas mediante la aproximación cosenoidal.

<sup>2</sup> Pérdidas de transporte aproximadas mediante un porcentaje prefijado sobre la demanda.

incrementos, se aprecia que los índices de fiabilidad del sistema (demanda no servida y probabilidad de falta de suministro), así como los ingresos de generación son las medias de salida más afectadas por el modelado de la red.

Las diferencias en el contexto de la fiabilidad se explican debido a que las restricciones que modelan las leyes de Kirchhoff (sección 2.2.3.) limitan en gran medida la capacidad de transporte real del sistema en situaciones de contingencia. Dichas restricciones no se contemplan en su totalidad en el modelo sin red. Por otra parte la diferencia en ingresos de generación se debe a que los precios nodales de la energía, con los cuales se calcula la remuneración de la generación, aumentan al considerar la red de transporte. El aumento de los precios en el modelo con red se debe a la conjunción de varios factores tales como, el aumento de la demanda no servida, la producción más cara de energía debido a restricciones de red y la evaluación precisa de las pérdidas por circuito.

Respecto a los valores de generación hidráulica y térmica, las diferencias son mucho menores entre ambos modelos debido a que los factores que las provocan, la potencia no suministrada y las pérdidas de transporte, cuantitativamente tienen un efecto energético pequeño. Por otra parte los costes de generación son superiores en el modelo con red, debido a que generadores caros producen para cubrir la falta de producción barata debida a limitaciones técnicas de red, o para reducir en lo posible la mayor demanda no suministrada que aparece.

En cuanto a los tiempos de ejecución para ambos modelos, la Tabla 5.9 contiene dichos tiempos cuando se realiza el sorteo de Monte Carlo (sin técnica de reducción de varianza alguna), y cuando se aplican las variables antitéticas a ambos modelos. La relación de tiempos de ejecución entre ambos modelados está en torno a la veintena.

Tabla 5.9. Tiempos de ejecución del sistema de 9 nudos según modelado de la red.

<b>Tiempos de ejecución<sup>3</sup></b>	Monte Carlo (seg.)	Variables antitéticas (seg.)
Modelo con red	864	837
Modelo sin red	52	41

La diferencia en tiempos entre con red y sin red (en torno a 20 veces se debe a que en el modelo sin red se evitan los tiempos relacionados con la optimización, ya que la resolución del despacho económico se hace de manera heurística. De los componentes de la simulación del modelo con red que en la siguiente relación se indican, los subrayados son los que en el modelo sin red se evitan mediante un algoritmo heurístico de despacho:

- Compilación del código.
- Sorteo de las variables de entradas del modelo.

---

<sup>3</sup> Estación de trabajo Sun Ultra 1: Specfp92: 303, Specint92: 215.

- Formulación de los problemas de optimización.
- Optimización.
- Lectura de resultados de la optimización.
- Cálculo de estadísticos (medias e intervalos de confianza).
- Escritura de resultados.

### 5.1.2.2. Modelado de las pérdidas resistivas de transporte.

En esta sección se comparan los resultados obtenidos con las diferentes aproximaciones de las pérdidas resistivas de transporte (sección 2.3.1.). Se toman como referencia los resultados de la aproximación cosenoidal, por ser el modelado más próximo al comportamiento real de las pérdidas. El análisis comparativo se realiza en varios aspectos tales como, el tamaño de los problemas de optimización, la precisión de las medias estimadas, así como los tiempos de optimización y ejecución requeridos. Las aproximaciones lineales de las pérdidas resistivas utilizadas son las *relajadas por pendientes*, ya que las otras aproximaciones lineales reducen la eficacia computacional de la simulación (sección 2.3.1.).

En la Tabla 5.10 se muestra el tamaño promedio del problema de optimización de cada nivel de demanda en función de la aproximación de pérdidas utilizada.

Tabla 5.10. Tamaño del problema de optimización para el sistema de 9 nudos.

<b>Tipo de aproximación</b>	<b>Restricciones</b>	<b>Variables</b>	<b>Elementos no nulos</b>
Sin pérdidas	25	97	275
Aproximación cosenoidal	25	97	308
Aproximación cuadrática	25	97	308
Relajada con K pendientes	40	$97+(30*K)$	$303+(89*K)$

La Tabla 5.11 contiene una comparación de las medias estimadas en las variables globales del sistema, y también en los tiempos de optimización y ejecución cuando se utilizan distintas aproximaciones de pérdidas. Estos resultados han sido obtenidos con simulaciones de 100 muestras para todo el alcance. En esta comparación se ha utilizado la técnica de los *números aleatorios comunes*, por lo tanto las distintas aproximaciones de pérdidas se han aplicado sobre los mismos estados muestreados del sistema.

La primera columna numérica de la Tabla 5.11 contiene las medias estimadas en magnitudes reales del modelo con red aplicando la aproximación cosenoidal de pérdidas, así como sus tiempos de optimización y ejecución. Dichos valores se toman como referencia para el cálculo de las variaciones porcentuales que supone el uso de otras aproximaciones de pérdidas. Los tiempos de optimización y ejecución del modelo corresponden a una estación de trabajo Sun Ultra 1 modelo 170 (Specfp92: 303, Specint92: 215). Con objeto de reducir el

tiempo global de ejecución, el número de muestras que se optimizan de forma agrupada es de diez (sección 4.1.2.). Para las aproximaciones no lineales se ha utilizado el algoritmo *Lagrangiano proyectado aumentado* del MINOS, y para las aproximaciones lineales se han combinado para las dos primeras optimizaciones agrupadas el algoritmo *barrera*, y para las restantes el algoritmo *simplex dual*, ambos del CPLEX.

Tabla 5.11. Precisión de resultados del caso de 9 nudos según modelado de pérdidas.

	Coseno	Cuad. Δ%	Relajación con pendientes Δ%								
			0	1	2	3	4	5	6	7	8
Pérdidas transporte	254.7	0.64	-100	73.62	16.08	7.28	5.72	4.91	4.15	4.08	4.01
Generación total	7821.0	0.02	-3.20	2.36	0.52	0.24	0.19	0.16	0.14	0.13	0.13
Demanda no servida	18.4	0.38	-22.36	15.67	2.12	0.16	-0.16	0.00	0.00	0.00	0.00
LOLP <sup>4</sup> %	4.1	1.73	-24.69	11.11	1.23	0.00	-0.99	-0.99	0.74	-0.25	0.00
Coste generación	23082.9	0.06	-7.91	5.43	0.96	0.33	0.13	0.07	0.05	0.04	0.02
Ingresos generación	80194.0	0.24	-13.79	6.42	1.11	0.57	0.05	-0.04	0.08	0.14	0.00
Ingresos transporte	21833.2	0.95	-31.70	1.49	-2.92	-1.10	-0.98	-0.58	0.30	-0.17	-0.10
Tiempo optimización	183	-10.93	-78.69	-58.47	-48.63	-39.34	-28.96	-15.85	-4.37	5.46	16.39
Tiempo ejecución	888	-1.80	-19.27	-5.29	-0.45	3.72	9.35	16.89	24.66	29.05	32.32

En la Fig.5.5 se muestran las desviaciones porcentuales obtenidas en la variable pérdidas de transporte frente al incremento de los tiempos de optimización contenidos en la Tabla 5.11. En dicha figura se aprecia como incrementando el número de pendientes disminuye, de manera progresiva la diferencia porcentual con la aproximación cosenoidal. Para cada variable de salida del modelo existe un compromiso entre la mejora en precisión (aumentando el número de tramos utilizados), y el incremento de la carga computacional del modelo.

Concretamente desde el punto de vista de la variable *pérdidas* y del tiempo de *optimización*, el modelado usando tres pendientes o tramos resulta apropiado. Dicho número de pendientes implica una desviación en el valor de pérdidas en torno al 7%, y una reducción del tiempo de optimización en torno al 40%. Sin embargo para esta misma variable pérdidas aproximada con 3 pendientes, el tiempo de ejecución se incrementa en torno al 4% con respecto a la aproximación cosenoidal.

La línea vertical punteada de la Fig.5.5 delimita la zona ineficiente derecha, en la cual el tiempo de optimización supera al de la aproximación cosenoidal, y por lo tanto la eficacia de optimización del modelo se reducirá con esas aproximaciones. Esta situación ocurre utilizando siete o más tramos.

<sup>4</sup> LOLP (loss of load probability): Probabilidad de pérdida de suministro.

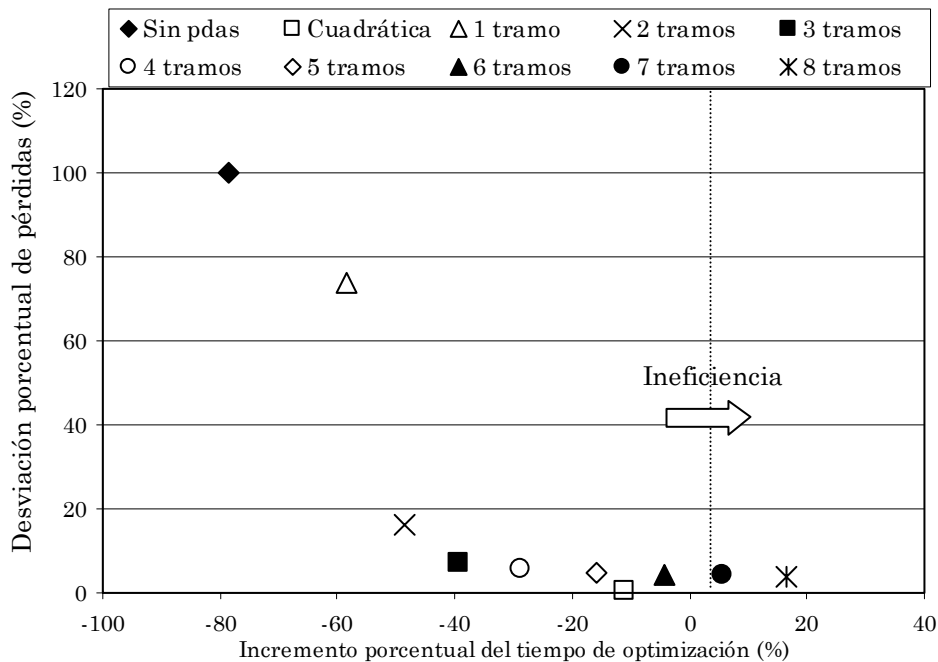


Fig.5.5. Desviaciones en pérdidas y tiempos de optimización para el sistema de 9 nudos.

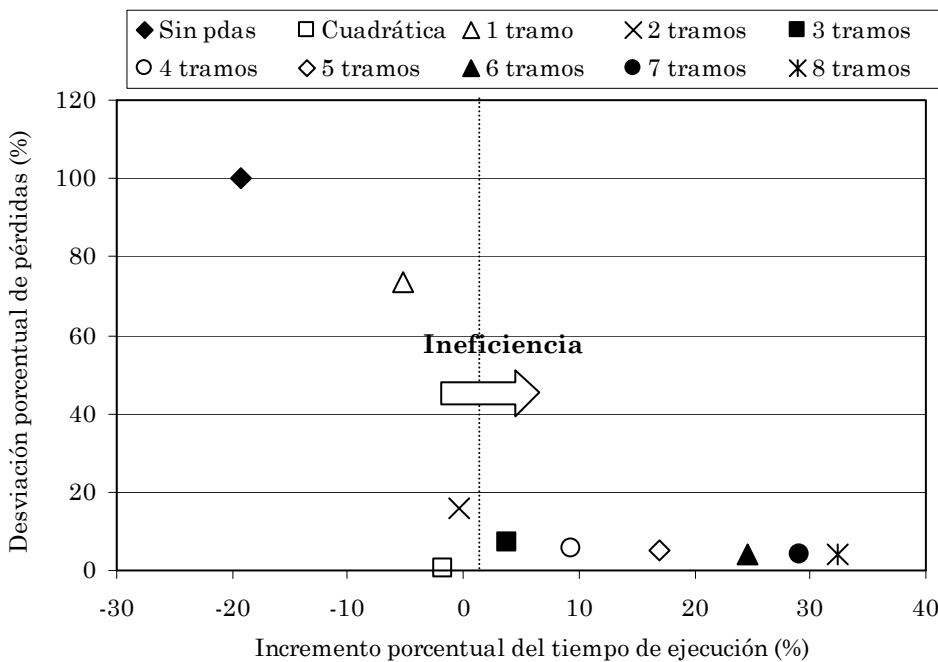


Fig.5.6. Desviación en pérdidas y tiempos de ejecución con el sistema de 9 nudos.

Para otras variables de salida distintas a las pérdidas el número de pendientes adecuado está en función de los requerimientos del usuario sobre la precisión y el tiempo de optimización. Análogamente en la Fig.5.6 se representan las desviaciones porcentuales de la variable *pérdidas* frente a los tiempos de *ejecución* del modelo. Se resalta en primer lugar que la aproximación cuadrática reduce escasamente (1.8%) los tiempos de ejecución de la simulación. No obstante su precisión respecto de la aproximación cosenoidal es bastante alta en cuanto que las desviaciones quedan reducidas en torno al 1%. Por otra parte se aprecia

también que la aproximación lineal con pendientes es ineficiente en ejecución usando más de dos pendientes. Sin embargo para una o dos pendientes, las imprecisiones en los resultados son difícilmente asumibles por el usuario. Al igual que en la gráfica de optimización, la línea vertical punteada delimita la zona ineficiente derecha donde las aproximaciones de pérdidas dan lugar a tiempos de ejecución superiores a los de la aproximación cosenoidal.

Estos resultados obtenidos con el sistema de nueve nudos no son extrapolables a otros sistemas de diferente tamaño y características, tal como ocurre con el sistema eléctrico español (sección 5.2.). Concretamente en ese sistema el uso de las aproximaciones relajadas con pendientes aumenta sustancialmente la eficacia computacional de la simulación (sección 5.2.2.2.). Para cada número de pendientes utilizadas existe siempre un compromiso entre precisión de los resultados y el incremento de la carga computacional en optimización y ejecución del modelo.

### 5.1.2.3. Modelado de la seguridad en la explotación.

En esta sección se cuantifica el impacto de los criterios de seguridad, *correctivo total*, *preventivo con márgenes de seguridad* y *preventivo N-1 de transporte* (sección 2.3.2.2.), sobre los resultados técnico-económicos del sistema de 9 nudos y sobre la carga computacional de la simulación.

El criterio *correctivo total* considera que el sistema eléctrico posee la suficiente capacidad de respuesta como para eliminar cualquier sobrecarga postfalta de la red independientemente de la situación prefalta. La capacidad de transporte no penalizada por circuito abarca el 100% de su capacidad nominal.

Por otra parte la aplicación del criterio basado en *márgenes de seguridad* ha consistido en penalizar los flujos situados entre la capacidad máxima del circuito y un porcentaje de esa capacidad. Concretamente los porcentajes que se han utilizado de manera homogénea para todos los circuitos del sistema han sido del 90%, 80%, 70% y 60%. Con este criterio se consigue que haya porcentaje de la capacidad de transporte susceptible de ser utilizado en posibles situaciones de emergencia postfalta. Este porcentaje resulta respectivamente del 10, 20, 30 y 40%, denominado *margen de seguridad*. La penalización por utilización del margen de seguridad se ha establecido en 5000 PTA/MWh para todos los circuitos, e independientemente del porcentaje de margen de seguridad utilizado.

Los dos criterios anteriores se han comparado con el criterio *preventivo N-1 de transporte*, el cual se ha aplicado con dos tipos de márgenes de sobrecarga postfalta. Por un lado los resultados del criterio preventivo N-1(a) de transporte se obtienen utilizando los porcentajes de sobrecarga postfalta, y las penalizaciones por sobrecargas contenidas en la Tabla 5.12. Dichos porcentajes y penalizaciones están en función de los niveles de tensión de los nudos extremos de los elementos de transporte. Los resultados obtenidos con estos porcentajes se indican en la columna N-1(a) de la Tabla 5.13. El otro tipo de márgenes de sobrecarga postfalta son ilimitados para todos los tipos de circuitos. Los

resultados correspondientes a estos márgenes se encuentran situados en la columna N-1(b) de la Tabla 5.13.

Tabla 5.12. Porcentajes y penalizaciones de sobrecarga del caso de 9 nudos.

Circuitos y Transformadores	400kV	220kV	130kV	400kV	400kV	220kV
	400kV	220kV	130kV	220kV	130kV	130kV
Porcentaje de sobrecarga %	50	40	50	60	50	40
Penalización PTA/MWh	100	200	300	400	500	600

Los porcentajes de la Tabla 5.12 son superiores a los valores que en la práctica se utilizan. Dichos porcentajes se han utilizado para resaltar aspectos de los resultados en índices de fiabilidad de la Tabla 5.13.

Tabla 5.13. Comparación de criterios de seguridad para el sistema de 9 nudos.

Variables de salida	Márgenes de seguridad					N-1 (a) Δ%	N-1 (b) Δ%
	100%	90% Δ%	80% Δ%	70% Δ%	60% Δ%		
Generación hidráulica GWh	4595.41	0.7	1.7	3.0	4.4	0.8	0.9
Generación térmica GWh	3225.63	-1.2	-2.8	-5.0	-7.3	-2.1	-2.0
Generación total GWh	7821.04	-0.1	-0.2	-0.3	-0.4	-0.4	-0.3
Pérdidas de red <sup>5</sup> GWh	254.67	-2.4	-5.5	-9.5	-13.4	-9.6	-9.0
Demanda no servida GWh	18.38	0	0	0	0	54.9	0
LOLP %	4.05	0	0	0	0	39.8	0
Coste de generación MPTA	23083	0.3	0.6	1.2	1.8	2.4	2.0
margen seguridad	0	135	375	809	1548		
Penalización MPTA <sup>6</sup> Preventiva						65	101
Ingresos de generación MPTA	80194	-0.1	-0.2	-0.3	0.0	5.5	-2.0
Ingresos de transporte MPTA	21833	4.4	10.5	19.4	28.9	45.5	22.2
Tiempo de optimización seg.	183	24.6	28.4	34.4	36.6	106.6	107.1
Tiempo de ejecución seg.	856	5.5	4.7	8.8	9.1	134.6	133.0

En la Tabla 5.13 se toman como referencia los valores obtenidos con el criterio *correctivo total* (primera columna expresada en sus unidades naturales). En el resto de las columnas se muestran los incrementos porcentuales sobre los resultados de variables globales de salida que el uso de otros criterios de seguridad provocan. Se incluyen los resultados técnico-económicos de la

<sup>5</sup> Las pérdidas de transporte han sido calculadas usando la aproximación cosenoidal.

<sup>6</sup> Las penalizaciones se expresan en MPTA y no en variaciones porcentuales como ocurre en las restantes variables de salida.

explotación, así como los tiempos de optimización y ejecución del modelo. En todas las variables de salida se utilizan los incrementos porcentuales para indicar el impacto del criterio de seguridad, salvo en las penalizaciones por seguridad que se cuantifican en MPTA (debido a que el valor de referencia es nulo). Todas las simulaciones realizadas utilizan el modelo cosenoidal para aproximar las pérdidas de transporte. El algoritmo de optimización utilizado es el *Lagrangiano proyectado aumentado* del código MINOS. Para llevar a cabo la optimización, se han agrupado cada diez muestras, y se han optimizado simultáneamente. El tamaño de la simulación es de 100 muestras para todo el alcance.

El conjunto de variables de salida de la simulación se ve afectado de manera diferente dependiendo del criterio de seguridad implantado en la explotación. A continuación se indican cuáles son las variables de salida de la simulación que resultan más afectadas en cada criterio de seguridad:

- *Criterio de seguridad basado en márgenes de seguridad:* Conforme aumenta el margen de seguridad de los circuitos existe un ligero intercambio de la producción térmica por producción hidráulica (en torno a unos 200 GWh). Ello se debe principalmente a la distinta capacidad de evacuación de los nudos en que están situados las plantas térmicas e hidráulicas.

Por otra parte destaca el hecho de que al incrementar los porcentajes de seguridad se reducen progresivamente las *pérdidas de transporte*. Esto es debido a que con mayor margen de seguridad, los flujos más próximos a los márgenes penalizados se reducen, aumentando los flujos de otros circuitos menos sobrecargados. Debido al comportamiento no lineal de las pérdidas resistivas, la disminución de los flujos en aquellos circuitos más sobrecargados provoca una disminución de las pérdidas mayor, que el aumento debido al incremento de otros flujos en circuitos menos sobrecargados.

Con respecto a los resultados en *fiabilidad*, éstos no se ven alterados por el uso de márgenes de seguridad. La penalización por falta de suministro de demanda al ser bastante mayor que la penalización por margen de seguridad, provoca que se utilicen los márgenes de seguridad antes de dejar de suministrar demanda.

El *coste de generación* aumenta al incrementar el margen de seguridad. Esta situación está ocasionada por ciertos grupos de generación barata que dejan de producir a su máxima capacidad, porque ello provocaría la penalización de flujos por seguridad. Para reemplazar la potencia no generada por los grupos baratos, otros grupos con mayores costes de producción comienzan a generar, y por lo tanto los costes de generación del sistema se incrementan.

El incremento de los márgenes de seguridad da lugar a que éstos sean utilizados en mayor medida, tal y como se muestra en el aumento de la *penalización* media por márgenes de seguridad. Se recuerda que los valores de dicha penalización están expresados en MPTA, no en valores porcentuales.



Con respecto a los *ingresos de generación*, calculados conforme a la teoría marginalista, éstos prácticamente no se distorsionan. Sin embargo los *ingresos de transporte* aumentan progresivamente conforme el margen de seguridad también lo hace. Ello es debido a que los precios en nudos extremos de circuitos sobrecargados (penalizados o próximos a la penalización), se separan más conforme el margen de seguridad aumenta. Con este criterio de seguridad se llega a aumentar en torno a un 30% dichos ingresos con respecto a los obtenidos con el modelo correctivo total.

- *Criterio preventivo N-1 de transporte*: Este criterio preventivo obtiene resultados claramente distintos dependiendo de los márgenes de sobrecarga postfalta utilizados. Cuando dichos márgenes son los de la Tabla 5.12 (preventivo N-1 (a)) el impacto en los resultados afecta en gran medida a los valores de *fiabilidad* y a los *ingresos de transporte*. Por el contrario cuando los márgenes de sobrecarga postfalta son ilimitados (preventivo N-1 (b)), el efecto sobre la fiabilidad se anula y se reduce a la mitad el impacto sobre los ingresos de transporte.

La cuantía de la sobrecarga admisible en la postfalta es un factor que puede perturbar la evaluación de los resultados de fiabilidad del sistema eléctrico. Las restricciones preventivas añadidas al problema de optimización pueden ser excesivamente duras, que obliguen a dejar de suministrar demanda en la situación prefalta (previa al fallo). Se ha de tener en cuenta que los porcentajes de sobrecarga postfalta de la Tabla 5.12 son altos, y a pesar de ello las restricciones preventivas N-1 restringen. Esta demanda no suministrada adicional tiene por objeto evitar la sobrecarga de circuitos ante posibles fallos N-1 del transporte. Dicha demanda no suministrada *ficticia* debe evitarse, ya que distorsiona la evaluación de los índices de fiabilidad del sistema. El criterio preventivo N-1(b), al permitir sobrecargar los circuitos ilimitadamente en la postfalta, anula la distorsión sobre los índices de fiabilidad.

Los *ingresos de transporte*, al igual que ocurre con el criterio basado en márgenes de seguridad, aumentan con respecto al modelo correctivo total debido a las restricciones añadidas al problema de optimización. Los precios nodales extremos de los circuitos problemáticos, que se sobrecarguen en la postfalta o su fallo provoque sobrecargas, se distancian entre sí dando lugar a un aumento de su remuneración marginal. Considerando ilimitadas las sobrecargas postfalta (N-1(b)), se alcanza una remuneración marginal de transporte superior en más de un 20% a la remuneración marginal del modelo correctivo total.

Otras variables como las *generaciones térmicas* e *hidráulicas*, así como las *pérdidas de transporte* tienen un comportamiento análogo al mostrado por el criterio de márgenes de seguridad. Genéricamente, el conjunto de restricciones preventivas N-1 añadidas al problema de optimización reduce el grado de utilización de los circuitos en la prefalta. Todo ello, para obtener márgenes de operación en dichos circuitos antes de sobrecargarlos por el fallo N-1 de transporte. La redistribución preventiva de los flujos por la red

da lugar a escenarios en los cuales grupos generadores con coste más alto generan, incrementándose el *coste de generación*, y por otro lado las *pérdidas de transporte* disminuyen debido a su comportamiento no lineal, y a una redistribución más homogénea de los flujos en la red.

Por otra parte los *ingresos de generación* disminuyen aplicando este criterio preventivo N-1. Esta disminución de ingresos para el caso particular de este sistema se debe a que grupos baratos pasan a ser marginales (no están produciendo a su máximo técnico), y por ello se les remunera a su coste de producción. Por otro lado, los grupos caros que empiezan a producir por motivos de seguridad, marcan precios marginales de la energía en nudos que son de consumo y no de producción.

La *penalización preventiva* indica el grado de utilización de los márgenes preventivos de seguridad en la situación postfalta. En el caso de permitir sobrecarga ilimitada (b) se obtiene una mayor cuantía de la penalización, que en el caso de fijar unos porcentajes máximos de sobrecarga (a). Este efecto indica el valor en términos económicos de la pérdida de fiabilidad del sistema y de la reducción de vida útil de los elementos de transporte sobrecargados.

En cuanto a los tiempos de optimización y ejecución, el uso de los márgenes de seguridad incrementa progresivamente hasta un 37% el tiempo de optimización, y hasta un 9% el tiempo de ejecución del modelo con respecto al modelo correctivo total. El crecimiento del tiempo de optimización es monótono conforme aumenta el tamaño del margen de seguridad en el transporte. Sin embargo la evolución del tiempo de ejecución no experimenta una tendencia tan claramente monótona. Esto se debe a la variación de la carga computacional de otros componentes de la simulación distintos a la optimización (lectura de resultados, cálculo de estadísticos, etc.).

La implantación del criterio preventivo N-1 duplica los tiempos de optimización y aumenta más del doble el tiempo de ejecución. Ello es debido por un lado a la iteración de optimizaciones por muestra, y por otra parte al cálculo analítico de los flujos postfalta N-1 de transporte que se realiza también de manera iterativa.

Las posibles implantaciones diferentes de los dos criterios de seguridad analizados permiten al usuario seleccionar, el criterio que se adecua en mayor medida a los resultados globales e individuales de la explotación real del sistema. Se ha de tener en cuenta en todo momento la carga computacional que requiere cada implantación de criterios de seguridad.

En el caso de que se utilice el criterio preventivo N-1 de transporte con márgenes de sobrecarga postfalta limitados, es necesario excluir de la evaluación preventiva determinados circuitos (lo cual está previsto en este modelo de explotación), con el fin de evitar la aparición de demandas no suministradas ficticias, lo cual distorsionaría los resultados de la fiabilidad de la explotación.

### **5.1.3. Aplicación de técnicas de reducción de varianza.**

En esta sección se analiza el efecto que tienen distintas técnicas de reducción de varianza sobre la precisión de las medias estimadas en el sistema de 9 nudos. Las técnicas que se comparan son las *variables antitéticas*, las *variables de control* y la combinación de ambas con respecto a la simulación sin técnica alguna, denominada *simulación directa o de Monte Carlo*. La precisión de las comparaciones practicadas mejora utilizando otra técnica adicional distinta, la de los *números aleatorios comunes*.

En las dos primeras columnas numéricas de la Tabla 5.14 se indican las medias estimadas de las variables de salida y sus intervalos de confianza asociados aplicando simulación de Monte Carlo con un tamaño de 100 muestras. Los intervalos de confianza se expresan en valor porcentual con respecto al valor de la media muestral, y considerando el tamaño completo de dicho intervalo. En las restantes columnas se detallan las reducciones porcentuales de los intervalos de confianza, al aplicar a la misma simulación (*números aleatorios comunes*) distintas técnicas de reducción de varianza. Concretamente la simulación que aplica la técnica de las variables antitéticas tiene un tamaño de 50 muestras antitéticas para cada periodo y nivel del alcance, con el fin de que su carga computacional sea similar a las restantes. Por otro lado la técnica de las variables de control se lleva a cabo mediante una simulación previa del modelo externo de control (modelo sin red) de tamaño muestral un orden de magnitud superior a la simulación posterior combinada del modelo con y sin red. La aproximación utilizada para las pérdidas resistivas es la cosenoidal, y por ello se utiliza el algoritmo de optimización *lagrangiano proyectado aumentado* del código MINOS para todas las simulaciones comparadas. El número de muestras optimizadas de manera agrupada es de diez.

Las reducciones porcentuales de la Tabla 5.14 se calculan utilizando la ecuación (5.2). Dicha ecuación considera implícitamente que las diferencias entre medias estimadas son bastante reducidas, lo cual se ha comprobado empíricamente. Un valor negativo en  $\nabla_{IC}\%$  implica que los intervalos de confianza, al aplicar una o más técnicas, aumentan con respecto a los del sorteo de Monte Carlo y por lo tanto, se empeora la eficacia estadística de la simulación.

$$\nabla_{IC}\% = \frac{IC_{MC} - IC_{TRV}}{IC_{MC}} \cdot 100 \quad (5.2)$$

Siendo:

$IC_{MC}$ : Intervalo de confianza obtenido mediante sorteo de Monte Carlo.

$IC_{TRV}$ : Intervalo de confianza aplicando técnicas de reducción de varianza.

En la Tabla 5.14 se aprecia que las variables, *generación hidráulica y térmica*, reducen en torno a una quinta parte sus intervalos de confianza aplicando simultáneamente variables de control y variables antitéticas. Este uso combinado de ambas técnicas mejora ligeramente las reducciones individuales anteriores. Sin embargo, en la variable *generación total*, la utilización combinada de estas técnicas provoca un efecto de sinergia positiva, al reducirse el intervalo

de confianza más que la suma de las reducciones individuales. Concretamente el intervalo de confianza en esta variable se reduce hasta la mitad.

Tabla 5.14. Resultados aplicando técnicas de reducción de varianza en el caso de 9 nudos.

Variables de salida	Monte Carlo		Antitética	Control	Antitética y control
	Media	Intervalo (%)	$\nabla_{IC}\%$	$\nabla_{IC}\%$	$\nabla_{IC}\%$
Generación hidráulica GWh	4595.41	2.18	67.26	74.80	<b>80.69</b>
Generación térmica GWh	3225.63	3.04	68.12	71.32	<b>80.00</b>
Generación total GWh	7821.04	0.17	36.26	4.68	<b>49.12</b>
Pérdidas de transporte <sup>5</sup> GWh	254.67	3.54	22.07	0.00	<b>22.07</b>
Demanda no servida GWh	18.38	57.38	-0.36	13.91	<b>27.81</b>
LOLP %	4.05	43.38	-30.36	<b>27.04</b>	21.73
Costes de generación MPTA	23082.91	3.26	66.33	73.65	<b>80.12</b>
Ingresos de generación MPTA	80193.97	15.92	43.53	1.23	<b>43.97</b>
Ingresos de transporte MPTA	21833.23	34.14	-6.56	0.00	-6.56

En cuanto a la variable, *pérdidas de transporte*, únicamente las variables antitéticas reducen su intervalo de confianza en torno a un 20%. Las variables de control no reducen su intervalo de confianza debido a que la estimación de pérdidas es independiente de los valores aleatorios de entrada al modelo de control, por lo tanto no puede explicar en parte la variabilidad inherente a la variable pérdidas.

La variable de fiabilidad, *demanda no servida*, disminuye en mayor medida su intervalo de confianza aplicando conjuntamente variables antitéticas y de control. Por otra parte para la *probabilidad de falta de suministro* (LOLP), la técnica de las variables de control es la que obtiene mayor reducción del intervalo de confianza. Destaca el efecto negativo que supone el uso exclusivo de las variables antitéticas sobre los intervalos de confianza relativos a la fiabilidad.

En cuanto a la variable *costes de generación*, la aplicación conjunta de ambas técnicas reduce a una quinta parte su intervalo de confianza. No obstante el uso exclusivo de las variables de control consigue una reducción también próxima a la obtenida de forma combinada.

La variable *ingresos de generación* reduce casi a la mitad el intervalo de confianza de su media aplicando variables antitéticas. Por otro lado, su uso combinado con las variables de control prácticamente no mejora la reducción anterior. Por último en relación con los *ingresos de transporte*, las técnicas estudiadas no mejoran los intervalos de confianza asociados, e incluso llegan a empeorarlos, tal y como ocurre con las variables antitéticas y su uso combinado con las variables de control. Estos resultados no son extrapolables

cuantitativamente a otros sistemas eléctricos de mayor tamaño, tal y como se aprecia en los resultados obtenidos en el sistema eléctrico español (sección 5.2.).

En cuanto a la carga computacional de la simulación, la Tabla 5.15 en su primera columna contiene los tiempos de optimización y ejecución de la simulación de Monte Carlo. En las siguientes columnas se muestran los incrementos porcentuales  $\Delta_T$  % de los tiempos cuando se utilizan técnicas de reducción de varianza obteniéndose las reducciones de los intervalos de confianza indicados en la Tabla 5.15. Para ello se aplica una ecuación similar a la ecuación (5.2) utilizada para los intervalos de confianza. Las simulaciones que han obtenido estos resultados se han llevado a cabo mediante optimizaciones de 10 muestras agrupadas con el algoritmo no lineal del código MINOS.

Tabla 5.15. Reducción de la carga computacional aplicando técnicas de reducción de varianza<sup>3</sup>.

Tiempos	Monte Carlo	Antitética	Control	Antitética y control
	(seg.)	$\Delta_T$ %	$\Delta_T$ %	$\Delta_T$ %
Tiempo optimización	181	2.75	1.10	1.10
Tiempo de ejecución	840	-1.67	66.07	50.01

Como se aprecia en la Tabla 5.15, el tiempo de optimización supone entre una quinta y una séptima parte del tiempo de ejecución. Esta relación de tiempos se produce en sistemas de pequeño tamaño, ya que para sistemas mayores la componente de optimización resulta más relevante con respecto al tiempo de ejecución. En este sistema de 9 nudos, la componente de la simulación que mayor carga computacional implica es la formulación de los problemas de optimización y la lectura de los resultados obtenidos. Los tiempos de formulación y lectura están asociados al uso del lenguaje algebraico GAMS [Brooke, 92]. La desventaja de este lenguaje para los sistemas eléctricos pequeños es que no disminuye linealmente estos tiempos conforme el tamaño del sistema eléctrico disminuye también, sección 4.1.3..

La técnica de reducción de varianza que implica mayor carga computacional es la de las variables de control, la cual supone para este sistema un aumento del tiempo de ejecución cercano al 70%. Al requerirse el mismo número de optimizaciones para las distintas técnicas comparadas, el tiempo de optimización es prácticamente el mismo para todas ellas como se aprecia en la tabla anterior. La diferencia en ejecución se debe exclusivamente a la carga computacional añadida por el uso de técnicas de reducción de varianza.

Considerando conjuntamente los resultados contenidos en la Tabla 5.14 y Tabla 5.15, se puede determinar el rendimiento de optimización y ejecución de cada técnica de reducción de varianza con respecto a cada una de las variables de salida analizadas, Tabla 5.16. La expresión del rendimiento de una técnica de reducción de varianza, comentada en la sección 3.2., se puede también expresar en función de las reducciones porcentuales de los intervalos de confianza y de los tiempos de optimización y ejecución, tal y como se indica en la formulación (5.3).

$$\left. \begin{aligned} \frac{T_{MC}}{T_{TRV}} &= \frac{100}{100 + \Delta_T \%} \\ \frac{IC_{MC}}{IC_{TRV}} &= \frac{100}{100 - \nabla_{IC} \%} \\ \left. \begin{aligned} IC_{MC} &= k \sqrt{V_{MC}} \\ IC_{TRV} &= k \sqrt{V_{TRV}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{V_{MC}}{V_{TRV}} &= \left( \frac{IC_{MC}}{IC_{TRV}} \right)^2 \end{aligned} \right\} \eta = \frac{100}{(100 + \Delta_T \%)} \cdot \left( \frac{100}{100 - \nabla_{IC} \%} \right)^2 \quad (5.3)$$

Siendo:

$k$ : Constante para el cálculo de los intervalos de confianza.

$V_{MC}$  : Varianza de la variable aplicando sorteo de Monte Carlo.

$V_{TRV}$  : Varianza de la variable aplicando técnicas de reducción de varianza.

$T_{MC}$  : Tiempo de ejecución aplicando sorteo de Monte Carlo [seg].

$T_{TRV}$  : Tiempo de ejecución con técnicas de reducción de varianza [seg].

Esta expresión del rendimiento es válida en tanto en cuanto exista un número suficiente de muestras que haga que la evolución de los intervalos de confianza no sea oscilatoria (periodo transitorio de la simulación). Así por ejemplo se ha supuesto que cien muestras en el sorteo de Monte Carlo sobrepasa el periodo transitorio, y por lo tanto los intervalos de confianza no varían sustancialmente cuando se añade una nueva muestra. Esta suposición es crítica en variables relacionadas con la fiabilidad del sistema. En dichas variables el conjunto de muestras no nulas es bajo, y por lo tanto una nueva muestra no nula modifica en cierta medida los intervalos de confianza alcanzados hasta el momento.

Los valores de rendimiento que suponen un incremento en la eficacia computacional de la simulación son aquellos que superan el valor *unidad*, en caso contrario se estaría disminuyendo dicha eficacia. Los rendimientos de *optimización* y *ejecución* (entre paréntesis) obtenidos se detallan en la Tabla 5.16. En **negrita** se resalta el valor máximo de rendimiento en cada variable de salida. Los rendimientos más elevados superan un orden de magnitud y se obtienen aplicando conjuntamente variables antitéticas y de control. Las variables en las cuales el rendimiento es mayor son la *generación hidráulica y térmica*, y *el coste de generación*. Dicho rendimiento está en torno a 25.

Tabla 5.16. Rendimientos en optimización y (ejecución) para el caso de 9 nudos.

Variables de salida	Antitética	Control	Antitética y
			Control
Generación hidráulica	9.08 (9.49)	15.58 (9.48)	<b>26.53</b> <b>(17.88)</b>
Generación térmica	9.58 (10.01)	12.03 (7.32)	<b>24.73</b> <b>(16.67)</b>

Generación total	2.40 (2.50)	1.09 (0.66)	<b>3.82</b> <b>(2.57)</b>
Pérdidas de transporte <sup>5</sup>	1.60 <b>(1.67)</b>	0.99 (0.60)	<b>1.63</b> (1.10)
Demanda no servida	0.97 (1.01)	1.33 (0.81)	<b>1.90</b> <b>(1.28)</b>
LOLP	0.57 (0.59)	<b>1.86</b> <b>(1.13)</b>	1.61 (1.09)
Coste de generación	8.53 (8.91)	14.25 (8.67)	<b>25.03</b> <b>(16.87)</b>
Ingresos de generación	3.05 <b>(3.19)</b>	1.01 (0.62)	<b>3.15</b> (2.12)
Ingresos de transporte	0.86 <b>(0.89)</b>	<b>0.99</b> (0.60)	0.87 (0.58)

Generalmente los rendimientos en ejecución son inferiores a los rendimientos de optimización, debido a la carga computacional añadida que supone aplicar técnicas de reducción de varianza. Este incremento es más significativo cuando se aplican variables de control de manera individual o combinada. Sin embargo aplicando solamente variables antitéticas, no ocurre igual ya que el incremento computacional es prácticamente nulo.

Por otra parte aplicando variables de control a las salidas relacionadas con la fiabilidad se consiguen rendimientos en optimización cercanos a 2 (combinando también variables antitéticas), y siempre mayores que la unidad en ejecución. Las variables de salida relacionadas con la generación global del sistema (producción e ingresos), obtienen rendimientos de optimización entre 3 y 4, y rendimientos de ejecución superiores a 2.

## 5.2. SISTEMA ESPAÑOL.

### 5.2.1. Características del sistema.

Este caso estudio contempla un equivalente del sistema eléctrico español que contempla la red de transporte en sus tensiones de 400 kV, 220 kV y parte de 132 kV, así como los equivalentes eléctricos de los sistemas eléctricos francés y portugués en sus zonas fronterizas con el sistema español. Las dimensiones de este caso se indican en la Tabla 5.17.

La capacidad térmica instalada en el sistema español para este caso estudio es de 24188 MW. Dicha capacidad está constituida por grupos cuyas capacidades varían entre los 30 MW y los 960 MW. Los grupos ubicados en un mismo nudo de conexión a la red se agrupan en plantas térmicas. La capacidad hidráulica instalada en el sistema español para este caso estudio es de 18880 MW. En los equivalentes francés y portugués se han situado como generadores equivalentes, plantas hidráulicas ficticias con una potencia hidráulica programada limitada con el fin de modelar los intercambios de energía eléctrica entre sistemas. Adicionalmente en los sistemas fronterizos, las plantas hidráulicas se consideran

con capacidad ilimitada, aunque el uso de la producción hidráulica de reserva está penalizada.

Tabla 5.17. Características del sistema español.

	España	Portugal	Francia	Total
Nudos	410	31	17	458
Circuitos	702	34	56	792
Líneas	596	25	40	661
Plantas hidráulicas	92	6	26	124
Plantas de bombeo	5	0	0	5
Plantas térmicas	45	0	0	45
Grupos térmicos	75	0	0	75
Periodos	12 (8760 horas)			
Niveles de demanda	3			

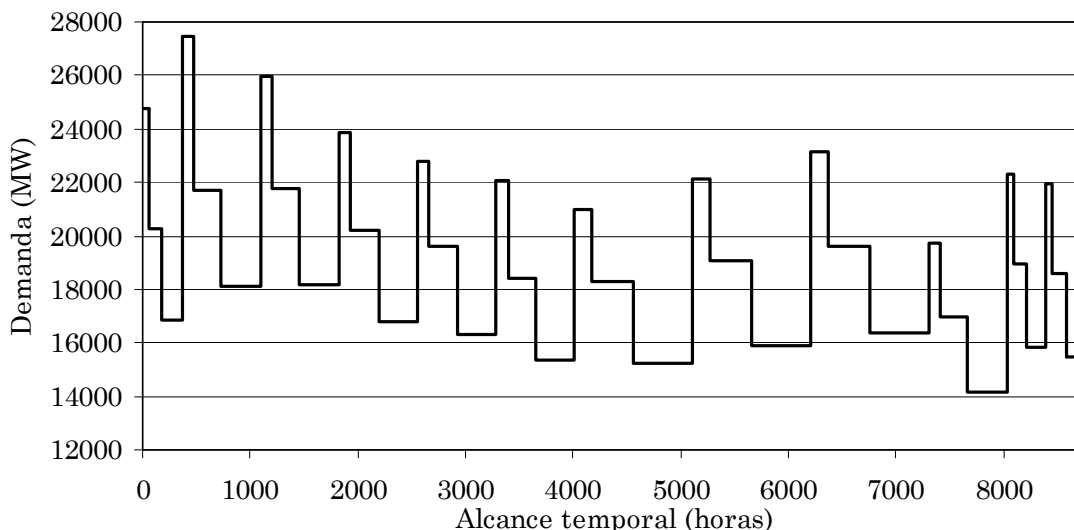


Fig.5.7. Perfil de la demanda del sistema español.

La duración de cada uno de los niveles y periodos en que se divide el alcance del modelo es la misma que en el sistema de 9 nudos, Tabla 5.2. Al igual que en el caso de 9 nudos, la evolución de la demanda a lo largo del alcance del modelo aconseja que para su mejor modelado, la duración de los periodos no sea idéntica.

El perfil escalonado de la demanda del sistema eléctrico español está representado en la Fig.5.7. Su forma escalonada se debe a que el valor de la demanda se considera constante en cada uno de los tres niveles en que se divide cada periodo.

La trayectoria unitaria de potencia programada de las plantas hidráulicas del sistema español está representada en la Fig.5.8. Estos valores unitarios están referidos al valor de referencia de la potencia programada y máxima por planta hidráulica.



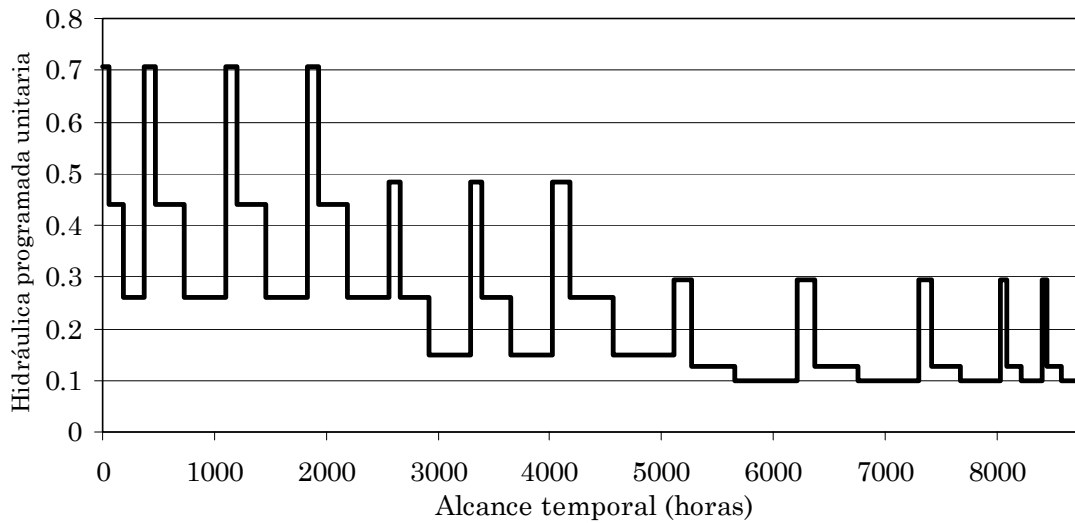


Fig.5.8. Trayectoria hidráulica programada unitaria del sistema español.

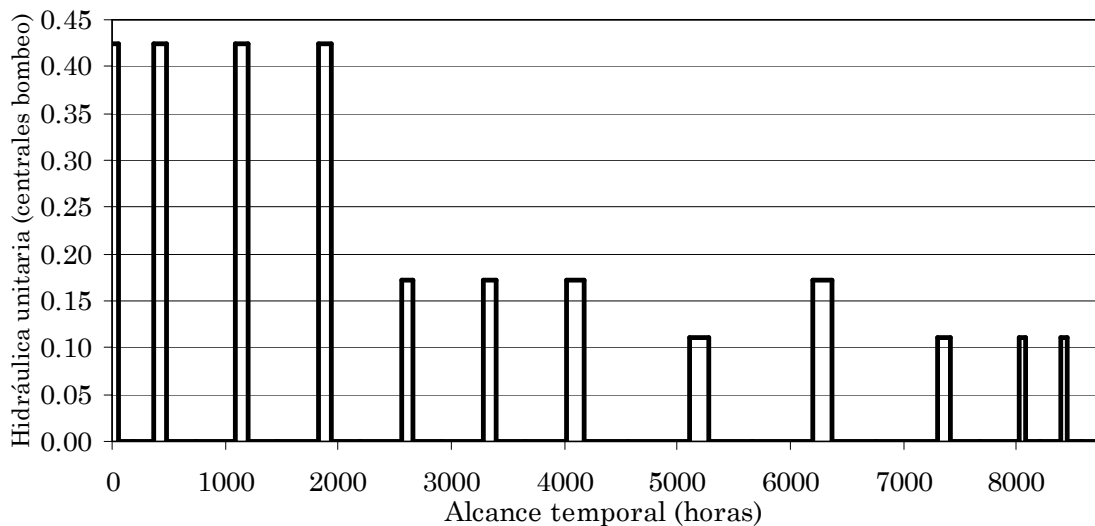


Fig.5.9. Trayectoria de bombeo unitaria del sistema español.

La trayectoria unitaria de la potencia de emergencia es constante e igual a la unidad para todas las plantas excepto para las de bombeo. El comportamiento de una planta de bombeo se modela como una planta hidráulica para los niveles de demanda en los cuales turbinan (*punta*), y como una demanda en el mismo nudo para los niveles en los cuales bombea (*llano y valle*). En la Fig.5.9 se representa la trayectoria de los valores unitarios de la potencia hidráulica programada de las plantas de bombeo para los niveles de punta en los cuales turbinan.

En cuanto a los datos de indisponibilidad aleatoria de generación y transporte, se ha considerado que los grupos térmicos tienen todos ellos una tasa de fallos del 10%, las plantas hidráulicas y de bombeo del 1% y los circuitos del 0.2%. La producción hidroeléctrica aleatoria de todo el sistema viene determinada por una función de densidad de probabilidad triangular, con un

valor mínimo de producción hidráulica anual de 18000 GWh, un valor máximo de 46500 GWh y un valor más probable (*moda*) de 27000 GWh.

### 5.2.2. Modelado del sistema eléctrico.

#### 5.2.2.1. Modelado de la red de transporte.

En esta sección se comparan los resultados obtenidos para el sistema español usando el modelado de explotación generación/red (*modelo con red*) y el *modelo sin red*. Los resultados del modelado detallado de la red se muestran en la primera columna de la Tabla 5.18, dichos resultados corresponden a una simulación de Monte Carlo, i.e. sin aplicar técnica de reducción de varianza alguna de tamaño muestral 100. La aproximación de pérdidas de transporte utilizada ha sido la aproximación cosenoidal. Por otra parte los resultados del modelo sin red se han obtenido aplicando *números aleatorios comunes* con el fin de estimar mejor el impacto que provoca el modelado de la red sobre los resultados técnico-económicos del modelo, así como el efecto sobre su carga computacional. La optimización no lineal realizada en el modelo con red se ha llevado a cabo mediante el algoritmo lagrangiano proyectado aumentado del código MINOS. No se ha aplicado optimización agrupada de muestras, debido a que se utilizan algoritmos de optimización no lineales.

Tabla 5.18. Impacto del modelado de red en el sistema español.

<b>Variables de salida</b>	Modelo con red	Modelo sin red	<b>∇% debida a red</b>
Generación hidráulica GWh	21033.01	21039.13	-0.03
Generación térmica GWh	124464.81	122750.44	1.38
Generación total GWh	145497.82	143789.57	1.17
Demanda no servida GWh	20.55	20.39	0.78
Probabilidad falta suministro %	3.60	3.52	<b>2.22</b>
Coste de generación MPTA	452438.86	441113.14	<b>2.50</b>
Ingresos de generación MPTA	865822.06	857669.49	0.94

En las variables globales analizadas, las diferencias debidas al modelado detallado de la red de transporte son escasas, en ningún caso exceden del 3%. Los porcentajes más relevantes se producen en la *probabilidad de falta de suministro* (LOLP) y para el *coste de generación*. Por otra parte se ha de tener en cuenta que para algunas variables de salida relacionadas con la red de transporte no se pueden estimar medias mediante el modelo sin red, tales como los *ingresos de transporte* o las *pérdidas de la red*.

El modelo sin red proporciona una cota inferior en el valor de las variables de salida relacionadas con la fiabilidad. Esto es debido a que dicho modelo no

contempla todas las causas posibles que pueden provocar falta de suministro de la demanda.

Comparando el tiempo de ejecución del modelo con red, éste es del orden de 40 veces superior al tiempo de ejecución del modelo sin red. Dicha diferencia en tiempos de ejecución es lo que permite que el modelo sin red se utilice como un modelo externo de control en la implantación de la técnica de las variables de control. En cuanto a los tiempos de optimización no es posible realizar comparación alguna, ya que el modelo sin red no requiere optimización, aplicando procedimientos heurísticos para realizar el despacho económico.

#### 5.2.2.2. Modelado de las pérdidas resistivas de transporte.

Las distintas aproximaciones utilizadas para modelar las pérdidas modifican simultáneamente la estructura del problema de optimización, la precisión de los resultados obtenidos, así como la carga computacional del modelo (sección 2.3.1.). En esta sección se compara el efecto conjunto sobre la precisión y la carga computacional del modelo de las distintas aproximaciones de pérdidas. Las aproximaciones comparadas son aquéllas que han mostrado mejor comportamiento en la precisión (aproximación *cosenoidal* y *cuadrática*), así como en la disminución de la carga computacional (aproximación *lineal relajada por pendientes*).

La simulación llevada a cabo con cada aproximación de pérdidas abarca todo el alcance del modelo, tiene un tamaño de cien muestras por periodo y nivel, y su margen de penalización por seguridad en los circuitos es del 20%. Para mejorar la precisión de las diferencias estimadas entre aproximaciones de pérdidas, se aplican simultáneamente la técnica de los *números aleatorios comunes* y las *variables de control* (sección 3.2.4.2.).

En la primera columna de la Tabla 5.19 se indican las medias estimadas de variables de salida en sus magnitudes originales (GWh, % y MPTA) utilizando para ello la aproximación cosenoidal. En las restantes columnas se indican las diferencias porcentuales debidas al uso de otras aproximaciones de pérdidas frente a la aproximación cosenoidal. La cuantía de estas diferencias indica la idoneidad de cada una de las aproximaciones, teniendo en cuenta que la aproximación cosenoidal se considera como *referencia* en cuanto al comportamiento real de las pérdidas.

Todas las simulaciones cuyos resultados están contenidos en la Tabla 5.19 se han realizado con optimizaciones sin agrupamiento de muestras. Ello es debido a que se comparan resultados de problemas no lineales cuya resolución agrupada invalidaría los óptimos conseguidos. Por lo tanto también para las aproximaciones lineales de pérdidas no se agrupa, con objeto de aplicar la técnica de los números aleatorios comunes a esta comparación.

Tabla 5.19. Resultados del sistema español según la aproximación de pérdidas.

Variables de salida	Coseno	Cuad Δ%	Relajada con pendientes					
			0 Δ%	1 Δ%	2 Δ%	3 Δ%	4 Δ%	5 Δ%
	Generación hidráulica GWh	21033.2	0	-0.1	0.1	0	0	0
Generación térmica GWh	123702.8	0.01	-3.2	3.5	0.6	0.2	0.1	0
Generación total GWh	144736.1	0.01	-2.7	3.0	0.5	0.2	0.1	0
Pérdidas de transporte GWh	1547.7	0.02	-100	202.5	44.5	12.6	5.3	3.0
Demanda no servida GWh	20.6	0	0	0	0	0	0	0
Probabilidad falta suministro%	3.6	0	0	0	0	0	0	0
Coste generación MPTA	448176.7	0.01	-5.3	5.9	0.9	0.3	0.1	0.1
Ingresos de generación MPTA	858391.1	0.01	-3.4	4.5	0.8	0.2	0.1	0.1
Ingresos de transporte MPTA	14905.7	0.08	-49.5	-63.8	-38.9	-19.5	-3.8	-3.6

Los resultados obtenidos por la aproximación cuadrática (segunda columna) resultan claramente próximos a los de la aproximación cosenoidal. Resalta el hecho de que los resultados relacionados con la fiabilidad del sistema no se alteran para los distintos modelados de pérdidas estudiados. Esto es debido a que en el sistema español la falta de suministro de demanda está causada principalmente por la falta de conectividad en los nudos, y no por la saturación de los circuitos de transporte. Adicionalmente, la capacidad de generación instalada en el sistema es lo suficientemente amplia para absorber las fluctuaciones de la demanda que provocan los distintos modelados de pérdidas, sin distorsionar los resultados en la fiabilidad.

Las medias relacionadas con la generación, tanto térmica como hidráulica, varían ligeramente con el modelado de las pérdidas (inferior al 4%). El valor de la generación cambia debido no sólo a la variación de las pérdidas en el propio sistema, sino al efecto que las pérdidas de los sistemas interconectados tienen sobre las importaciones.

Las variables de salida del modelo en las cuales el impacto del modelado de pérdidas es mayor son las propias *pérdidas de transporte* y los *ingresos de transporte*. En las pérdidas, el modelado con una sola pendiente da lugar a una desviación superior al doble del valor cosenoidal. Ello es debido a que la mayoría de los circuitos poseen un nivel de utilización relativamente bajo, y la utilización de una sola pendiente valora excesivamente el valor de las pérdidas (sección 2.3.1.3.). La diferencia de los ingresos de transporte alcanza valores del 50 y 60%, lo cual indica la influencia relativa de las pérdidas sobre la cuantía de estos ingresos.

Para evaluar de manera adecuada los tiempos de optimización y ejecución de las distintas aproximaciones de pérdidas, se lleva a cabo otra serie de simulaciones distintas a las de la Tabla 5.19. Estas nuevas simulaciones utilizan

distinto grado de agrupamiento de muestras en función de la aproximación de pérdidas.

La *robustez* de la convergencia y los requerimientos de *memoria* han sido los dos criterios utilizados en la elección del número de muestras agrupadas y los algoritmos de optimización. Las simulaciones con aproximaciones lineales de pérdidas se realizan optimizando cada dos muestras, y utilizando para las dos primeras agrupaciones el algoritmo *barrera primal-dual predictor-corrector* del código OSL y para las restantes, el algoritmo *dual simplex* del código CPLEX.

Se ha utilizado el algoritmo *barrera predictor-corrector* del código OSL frente al algoritmo *barrera* del CPLEX debido a su mayor *robustez* en la convergencia, y a que su carga computacional es parecida cuando el número de muestras agrupadas es inferior a 3 con el sistema español. Por otra parte se ha agrupado cada dos muestras, ya que los requerimientos de memoria disponible se reducen, y adicionalmente el tiempo de ejecución prácticamente no se incrementa con respecto a la agrupación óptima cada cuatro muestras (sección 4.1.3.1.).

En la Tabla 5.20 se muestran los incrementos porcentuales de los tiempos de optimización y ejecución  $\Delta\%$  para las distintas aproximaciones de pérdidas, tomando como referencia los tiempos de la aproximación cosenoidal. Los valores negativos indican que en todos los casos el uso de aproximaciones de pérdidas distintas a la cosenoidal, requiere menores tiempos de optimización y ejecución.

Tabla 5.20. Variación porcentual de tiempos según aproximación de pérdidas.

Tiempos	Cuadrática	0 pend.	1 pend.	2 pend.	3 pend.	4 pend.	5 pend.
	$\Delta\%$	$\Delta\%$	$\Delta\%$	$\Delta\%$	$\Delta\%$	$\Delta\%$	$\Delta\%$
Optimización	-8.1	-96.0	-86.1	-77.8	-67.4	-56.2	-41.4
Ejecución	-5.1	-69.8	-48.6	-34.1	-27.9	-19.2	-5.3

La eliminación de las pérdidas en la formulación del despacho económico (*0 pend.*) implica una reducción del tiempo de optimización del orden de 25 veces y del tiempo de ejecución del orden de 3 veces. Dichas reducciones resaltan la importancia del modelado de las pérdidas con respecto a la reducción de la carga computacional del modelo. Ciertas variables de salida, como las relativas a la fiabilidad del sistema, no alteran su comportamiento al modificar el modelado de las pérdidas, ello permite que sus medias estimadas se puedan obtener de manera más eficiente sin considerar pérdidas.

Para comparar mejor las distintas aproximaciones de pérdidas se considera su efecto conjunto en precisión y carga computacional. En la Fig.5.10 y Fig.5.11 se representa este efecto respectivamente para las variables *pérdidas* e *ingresos de transporte*. En cada figura se representa la evolución de los incrementos porcentuales en precisión y tiempos de optimización (línea continua) y ejecución (línea discontinua) para las distintas aproximaciones de pérdidas.

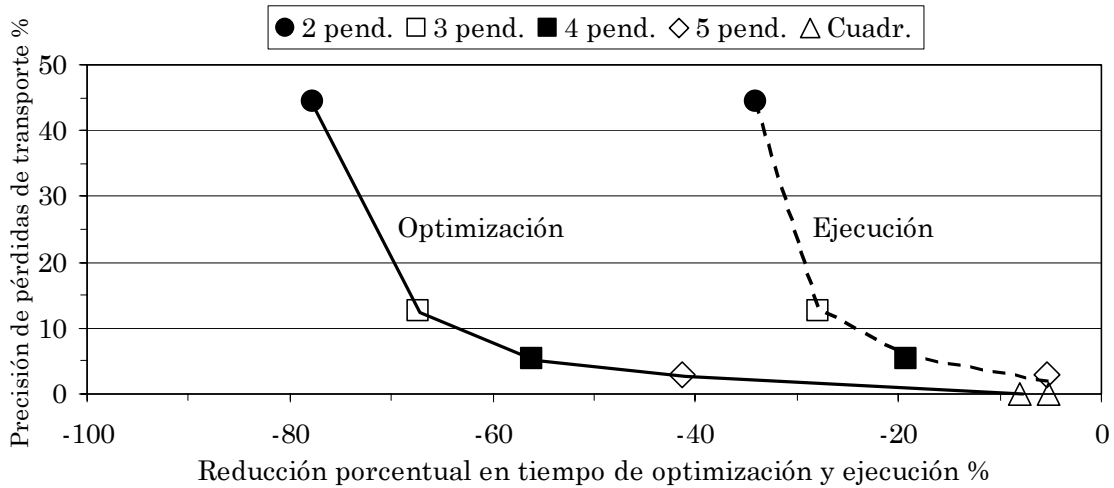


Fig.5.10. Precisión de las pérdidas versus tiempo de optimización y ejecución.

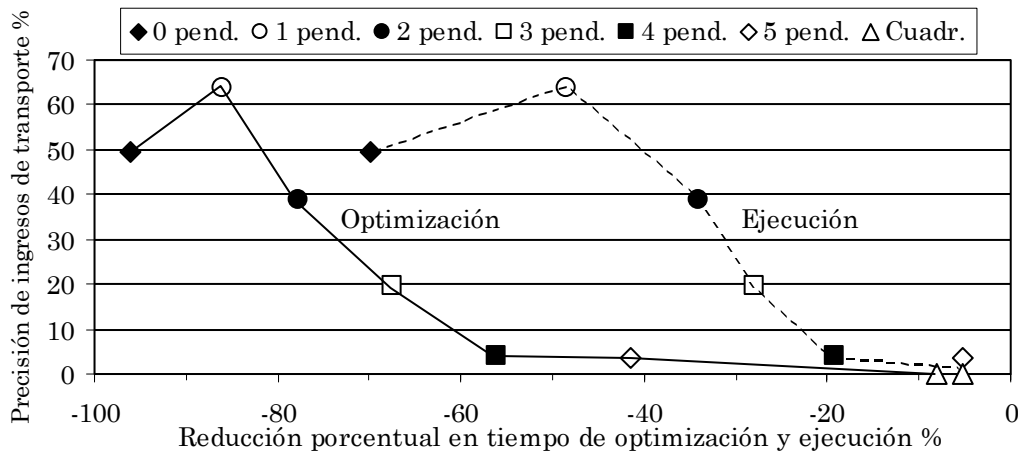


Fig.5.11. Precisión de ingresos de transporte versus tiempo de optimización y ejecución.

Con respecto a la variable *pérdidas*, la aproximación cuadrática se comporta de manera excelente en precisión, sin embargo la reducción de la carga computacional es escasa, tanto en optimización como en ejecución (inferior al 10%). Los resultados obtenidos sin modelar pérdidas, o aproximando mediante un solo tramo no se han representado en la Fig.5.10 debido a su excesiva desviación porcentual en los resultados.

Comparando el comportamiento de la aproximación relajada con distinto número de pendientes, resalta el punto de inflexión que existe en las gráficas de optimización y ejecución situado entre tres y cuatro pendientes. La elección del número concreto de pendientes depende finalmente de los requerimientos establecidos por el usuario en cuanto a precisión y carga computacional del modelo. Así por ejemplo, la precisión obtenida utilizando tres pendientes, se ha considerado suficiente para aproximar el comportamiento estadístico del sistema utilizando distintas técnicas de reducción de varianza (sección 5.2.3.).

Genéricamente los resultados alcanzados en tiempos de optimización tienen mayor aplicabilidad futura que los obtenidos con los tiempos de ejecución. Ello es debido a que los resultados en ejecución están vinculados a un modelo de

simulación con sus particularidades específicas de codificación. Como se aprecia en las Fig.5.10 y Fig.5.11, las reducciones en tiempos de optimización son cuantitativamente superiores a las reducciones en tiempos de ejecución, duplicándose su valor para determinado número de pendientes.

Las desviaciones en los *ingresos de transporte* para un número fijo de pendientes son menores que las desviaciones existentes en la variable *pérdidas de transporte*. Por ese motivo la Fig.5.11 contiene la evolución completa de las desviaciones de los ingresos de transporte incluyendo los resultados cuando no se modelan las pérdidas, o cuando éstas se modelan mediante un solo tramo. La evolución de la precisión en esta variable tiene claramente su punto de inflexión utilizando cuatro pendientes.

Por lo tanto aquellos estudios que tengan como fin la estimación de los ingresos marginalistas de la red de transporte, han de realizarse con al menos cuatro pendientes por circuito o con la aproximación cuadrática o cosenoidal. El uso de cuatro pendientes obtiene una desviación en precisión por debajo del 5%, y una reducción cercana al 60% del tiempo de optimización, y del 20% en ejecución. Por otra parte la aproximación cuadrática aumenta la precisión de manera considerable, sin embargo su carga computacional es similar a la de la aproximación cosenoidal. Por último la aproximación mediante cinco pendientes añade escasa precisión adicional, y sin embargo su efecto en los tiempos de optimización y ejecución es considerablemente negativo.

Como conclusión de esta sección se puede establecer para el caso español, que la aproximación cuadrática obtiene los resultados más precisos en relación con la aproximación cosenoidal. Desafortunadamente, la carga computacional asociado a esta aproximación no lineal resulta también excesivamente próximo al de la aproximación cosenoidal. En cuanto a la aproximación relajada con pendientes, la utilización de tres o cuatro pendientes es adecuada considerando el compromiso existente entre precisión obtenida y carga computacional en comparación con la aproximación cosenoidal (60-70% de reducción en tiempos de optimización y 20-30% en ejecución).

### **5.2.2.3. Modelado de la seguridad en la explotación.**

El modelado de la seguridad en la explotación del sistema eléctrico es susceptible de realizarse mediante el uso de diferentes criterios (sección 2.3.2.). Concretamente en esta sección se analiza el impacto de los distintos criterios de seguridad sobre los resultados técnico-económicos globales del sistema español, y sobre la carga computacional de la simulación.

Es práctica habitual que los estudios de fiabilidad de los sistemas eléctricos analicen con sumo detalle el escenario correspondiente al nivel de demanda máximo del horizonte temporal de estudio. Dicho análisis proporciona información relevante acerca de la cuantía y tipo de las nuevas inversiones requeridas en el sistema. En esta sección las simulaciones practicadas analizan el escenario con mayor demanda del año.

Para mejorar la precisión con la cual se evalúa el impacto de los distintos criterios de seguridad se han aplicado técnicas de reducción de varianza sobre las distintas simulaciones. Las técnicas que se han aplicado de manera combinada han sido los *números aleatorios comunes* y las *variables de control* (sección 3.2.4.2.). En todas las simulaciones realizadas se ha utilizado la aproximación cosenoidal para modelar el comportamiento de las pérdidas de transporte.

Tabla 5.21. Resultados según distintos criterios de seguridad para el caso español.

Variables de salida	Márgenes de seguridad					N-1 (a)	N-1 (b)
	100%	90%	80%	70%	60%		
		Δ%	Δ%	Δ%	Δ%	Δ%	Δ%
Generación hidráulica GWh	423.98	0	-0.03	-0.13	-0.25	0.06	0.46
Generación térmica GWh	842.40	0	0	0.06	0.25	0.73	1.08
Generación total GWh	1266.37	0	0	0	0.08	0.51	0.87
Pérdidas de transporte <sup>7</sup> GWh	14.77	-0.1	-0.27	-1.08	-1.90	1.56	-1.76
Importaciones GWh	102.50	0.01	0.02	-0.13	-1.26	-19.72	-11.06
Demanda no servida GWh	0.39	0	0	0	0	3584.62	0
LOLP %	10.00	0	0	0	0	240.00	0
Coste generación MPTA <sup>8</sup>	3049.63	0.02	0.10	0.32	1.37	14.60	6.44
Margen seguridad	0	0.01	0.32	1.28	36.32		
Penalización MPTA <sup>6</sup> Preventiva						29.77	224.65
Ingresos de generación MPTA	7430.78	-0.15	-0.46	-0.96	-2.99	149.54	6.64
Ingresos de transporte MPTA	166.87	4.83	13.90	46.02	519.67	2558.47	155.33

La Tabla 5.21 muestra el impacto de los distintos criterios de seguridad sobre las medias de las variables de salida. En su primera columna dicha tabla contiene las medias estimadas considerando un criterio de seguridad correctivo total, también denominado *despacho económico puro*. Este tipo de despacho supone que el sistema posee capacidad ilimitada de respuesta postfalta con sobrecoste nulo. La explotación del sistema con criterio correctivo total se formula sin considerar margen alguno de seguridad sobre la capacidad de los circuitos, i.e. se dispone del 100% de la capacidad de los circuitos. Los valores medios de este criterio correctivo total se expresan utilizando sus unidades naturales (GWh, % y MPTA).

En las cuatro columnas siguientes de la Tabla 5.21 se analiza el impacto del criterio preventivo basado en *márgenes de seguridad* de los circuitos aplicados a la situación prefalta. La aplicación de *márgenes de seguridad* ha consistido en penalizar los flujos prefalta situados entre la capacidad máxima del circuito y un

<sup>7</sup> Las pérdidas de transporte han sido modeladas mediante la aproximación cosenoidal.

<sup>8</sup> Coste de generación: Coste de potencia generada incurrido por grupos generadores ubicados en el sistema español.



porcentaje de esa capacidad. Concretamente los porcentajes que se han utilizado por igual para todos los circuitos del sistema han sido del 90%, 80%, 70% y 60%. Esta aplicación del criterio de márgenes de seguridad se puede asimilar a una reducción homogénea de la capacidad de transporte del sistema. No obstante, el modelo permite que los márgenes de seguridad puedan ser diferentes en cada circuito. La penalización por utilización del margen de seguridad se establece en 15000 PTA/MWh para todo tipo de circuito y para todos los márgenes de seguridad. Las desviaciones entre medias estimadas se expresan en incrementos porcentuales  $\Delta\%$  con respecto a los valores del correctivo total. Solamente las variables de salida relacionadas con la penalización por seguridad se expresan en MPTA (millones de pesetas).

En las dos últimas columnas de la Tabla 5.21 se analiza el impacto del criterio de seguridad preventivo N-1. Dicho impacto se expresa también en incrementos porcentuales  $\Delta\%$  con respecto a los valores del correctivo total. La columna encabezada por N-1(a) considera como límites de sobrecarga postfalta y penalizaciones, los valores contenidos en la Tabla 5.22. En cambio, la columna encabezada por N-1(b) considera que las sobrecargas postfalta no están limitadas, aunque las penalizaciones por sobrecarga siguen siendo las de la Tabla 5.22. Se recuerda que las sobrecargas preventivas N-1 existen cuando los flujos postfalta exceden la capacidad nominal del circuito

En la Tabla 5.21 los dos tipos de penalizaciones por incumplimiento del criterio de seguridad se han agrupado en una misma fila. Dichas penalizaciones se expresan en MPTA en vez de en valores porcentuales, ya que su valor de referencia es nulo. Los cinco primeros valores de penalizaciones corresponden al valor de la *penalización de márgenes de seguridad*, y las dos restantes son *penalizaciones preventivas N-1* por sobrecarga postfalta.

Tabla 5.22. Porcentajes y penalizaciones preventivas del caso español.

Circuitos y Transformadores	<u>400kV</u> 400kV	<u>220kV</u> 220kV	<u>130kV</u> 130kV	<u>400kV</u> 220kV	<u>400kV</u> 130kV	<u>220kV</u> 130kV
Porcentaje de sobrecarga %	50	60	70	80	90	100
Penalización PTA/MWh	600	500	400	500	500	400

En función del criterio de seguridad implantado, el conjunto de variables de salida que se ve afectado es diferente:

- Criterio preventivo con márgenes de seguridad: Conforme aumentan los márgenes de seguridad, por un lado aumentan el coste de la potencia generada, la penalización por seguridad y los ingresos de transporte, y por otro disminuyen las pérdidas resistivas de transporte y los ingresos de generación. Las causas que conducen a estas evoluciones se explican en los siguientes párrafos.

La variación de los flujos en la red de transporte requiere cambios en las consignas de generación. Lógicamente al aumentar los márgenes

penalizados se dificulta en mayor o menor medida, el que las consignas de grupos de generación baratos alcancen sus valores máximos. Por otra parte conforme aumentan las restricciones de red, se utiliza más la generación próxima a la demanda, que en el caso español suele ser más cara. A raíz de todo ello, el coste de potencia generada global se incrementa en más de un 1% cuando el margen no penalizado es del 60%.

Para garantizar el suministro de la demanda, la explotación puede incurrir en penalizaciones por utilización de márgenes de seguridad. Lógicamente dichas penalizaciones aumentan conforme los márgenes de seguridad también lo hacen.

El efecto más sobresaliente del uso de los márgenes de seguridad consiste en el incremento importante de los ingresos de transporte, llegando a ser más de cinco veces los ingresos del modelo correctivo total cuando el margen de penalización es del 40%. La remuneración marginalista de cada circuito de transporte se calcula multiplicando el flujo de energía circulada a través de él, por la diferencia de precios nodales entre sus nudos extremos. El aumento de los márgenes de seguridad provoca una mayor diferencia entre los precios de los nudos extremos de aquellos circuitos penalizados por seguridad, o situados en el límite de la penalización.

Al aumentar el margen de seguridad, los circuitos con mayor grado de sobrecarga prefalta tienden a reducir sus flujos. Lógicamente, otros circuitos menos sobrecargados cambian la cuantía de sus flujos para absorber las variaciones de flujo de los otros circuitos. Considerando el comportamiento no lineal de las pérdidas, la disminución de flujos en aquellos circuitos más sobrecargados afecta en mayor medida a las pérdidas, que variaciones de igual valor en otros circuitos no tan sobrecargados. Este es uno de los motivos por el cual las pérdidas de transporte disminuyen. Otro motivo es la utilización de generación más próxima a la demanda al aumentar las restricciones del transporte y, por lo tanto, al utilizarse menos la red de transporte, las pérdidas lógicamente disminuyen.

En este modelo de producción, los ingresos de generación se calculan aplicando teoría marginalista. Dicha teoría formula la remuneración de cada grupo multiplicando la producción de dicho grupo, por el precio de la energía del nudo en el que está situado. Conforme aumentan los márgenes de penalización, ciertos grupos dejan de producir a su máximo técnico o programado, pasando a ser grupos marginales. Dichos grupos marginales hacen que el precio del nudo en el que están situados se iguale a su coste. En caso de que dicho grupo estuviese generando a su valor máximo, el precio de la energía en su nudo sería igual o superior al valor de su coste con lo cual su remuneración por MWh producido aumentaría. Con respecto a los ingresos de la generación, hay dos efectos simultáneos que influyen, por un lado se reducen cuando hay grupos que no siendo marginales pasan a serlo debido al incremento de los márgenes de seguridad, y por otro lado aumentan cuando al introducir mayores márgenes de seguridad empiezan a

producir grupos caros. En el caso español, este último efecto resulta menos predominante que el primero, y por ello la remuneración de la generación globalmente disminuye en un 3% cuando los márgenes de seguridad son del 40%.

En cuanto a las variables relacionadas con la fiabilidad, la implantación de este criterio no modifica sus valores estimados. Ello es debido a que la penalización por falta de suministro de demanda es muy superior a la penalización por utilización de márgenes de seguridad, y por lo tanto se utilizan los márgenes de seguridad de transporte antes de dejar de suministrar demanda.

- Criterio preventivo N-1 de transporte: El uso de este criterio de seguridad puede distorsionar las medias estimadas de fiabilidad del sistema dependiendo de los porcentajes de sobrecarga postfalta aplicados. El preventivo que utiliza los márgenes postfalta contenidos en la Tabla 5.22 (preventivo N-1(a)) altera sustancialmente los índices de fiabilidad. Ello es debido a que la incorporación de restricciones preventivas N-1 excesivamente exigentes en la situación postfalta provoca que en la situación prefalta se deje de suministrar demanda, *demanda no suministrada ficticia* (sección 2.3.2.2.). En la Tabla 5.21 se aprecia el incremento porcentual de la media tanto de la *demanda no servida*, como de la *probabilidad de falta de suministro* para el preventivo N-1(a). La distorsión de los índices de fiabilidad ha de evitarse en lo posible. No obstante el incremento y la ubicación de esta energía no suministrada ficticia, indica puntos débiles del sistema ante posibles fallos N-1 de la red de transporte. La alteración en los resultados de fiabilidad del N-1(a) repercute en variaciones de las medias estimadas en otras variables técnico-económicas de la operación. Sin embargo estas variaciones no reflejan el verdadero comportamiento del sistema.

El criterio preventivo N-1 **(b)** relaja los márgenes de sobrecarga postfalta, permitiendo que éstos alcancen valores ilimitados. No obstante, el valor de las penalizaciones postfalta siguen siendo las de la Tabla 5.22. Con esta implantación del criterio preventivo se obtienen los mismos índices de fiabilidad, que con el criterio de seguridad basado en márgenes. Con respecto a otras variables de la explotación, el criterio preventivo relajado **(b)** hace que las *pérdidas de transporte* disminuyan debido a que se reducen los flujos de aquellos circuitos más sobrecargados. Dichos circuitos reducen su flujo prefalta con el fin de hacer posible que los incrementos de flujo postfalta no den lugar a penalizaciones por sobrecarga. Por otra parte el *coste de la potencia generada* aumenta debido principalmente a que generadores más caros (cercanos a la demanda) empiezan a generar, con objeto de no exceder la capacidad nominal de los circuitos en la postfalta.

Con este criterio de seguridad los *ingresos de generación* aumentan con respecto al modelo correctivo total. Esta situación es opuesta a la que acontece con el criterio de márgenes de seguridad. Ello es debido a que el

efecto de los generadores caros que comienzan a generar y son marginales, es mayor que el de los generadores que no eran marginales y pasan a serlo.

Con respecto a los *ingresos de transporte*, aumentan a más del doble debido al mismo efecto que ocurre con el criterio de márgenes de seguridad, i.e. mayores restricciones sobre la red de transporte conllevan un incremento de las diferencias entre los precios de los nudos extremos de los circuitos. Principalmente estas diferencias de precios se acrecientan en aquellos circuitos con problemas de sobrecarga postfalta.

Desde el punto de vista de la seguridad preventiva N-1, las importaciones se reducen en más de un 10%. Esto es debido a que los circuitos de interconexión en la prefalta poseen un grado de utilización elevado. Dicha utilización conviene que se reduzca con el fin de evitar sobrecargas postfalta excesivas, y por ello el balance de importaciones se reduce globalmente.

En la Tabla 5.23 se muestran los incrementos porcentuales de los tiempos de optimización con respecto al tiempo del criterio correctivo total. El incremento de los márgenes de seguridad aumenta los tiempos de optimización, aunque con una tendencia que no siempre es creciente.

Tabla 5.23. Variación porcentual del tiempo de optimización según el criterio de seguridad.

<b>Tiempo</b>	<b>90%</b>	<b>80%</b>	<b>70%</b>	<b>60%</b>	<b>N-1 (a)</b>	<b>N-1 (b)</b>
	$\Delta\%$	$\Delta\%$	$\Delta\%$	$\Delta\%$	$\Delta\%$	$\Delta\%$
Optimización	8.57	7.10	8.02	16.87	320.90	295.02

Desde el punto de vista práctico, los márgenes elevados de seguridad como el 40% aplicados globalmente a toda la red no son realistas. La aplicación del criterio de preventivo N-1 de seguridad es más realista, sin embargo requiere un total del orden de cuatro veces el tiempo de optimización del modelo correctivo total. Este incremento se debe por un lado al proceso iterativo de optimizaciones que realiza, y por otro a la mayor complejidad de sus optimizaciones ya que incorpora nuevas restricciones para modelar el comportamiento en la postfalta.

Las implantaciones diferentes de los criterios de seguridad analizados permiten al usuario seleccionar el que se adecua en mayor medida a la realidad global e individual de su explotación, teniendo presente la carga computacional que el uso de cada criterio requiere. El impacto sobre el coste de explotación es una faceta adicional a tener en cuenta en la selección de criterios de seguridad. El criterio basado en márgenes de seguridad da lugar a un incremento inferior al 1.5% con respecto al correctivo total, y en cambio el preventivo N-1 relajado obtiene un incremento cercano al 6.5%.

En el caso de que se escogiese el criterio preventivo N-1 de transporte es necesario excluir de la evaluación preventiva de seguridad determinados circuitos (lo cual está contemplado en el modelo de explotación), con el fin de evitar la aparición de demandas no suministradas ficticias, y en consecuencia la distorsión de índices de fiabilidad. Adicionalmente los porcentajes de sobrecarga postfalta utilizados en el sistema español se han sobredimensionado con objeto de resaltar

el efecto de la distorsión de los índices de fiabilidad a pesar de grandes porcentajes de sobrecarga postfalta.

### 5.2.3. Aplicación de técnicas de reducción de varianza.

En esta sección se compara el impacto que tienen distintas técnicas de reducción de varianza sobre la precisión de las medias estimadas en el caso español. Las técnicas cuyo comportamiento se compara son las *variables antitéticas* (sección 3.2.2.), las *variables de control* (sección 3.2.3.) y la combinación de *variables antitéticas y de control* (sección 3.2.4.3.). Para mejorar la precisión de estas comparaciones se utiliza adicionalmente otra técnica, la de los *números aleatorios comunes* (sección 3.2.1. y 3.2.4.). Las comparaciones en precisión se realizan con respecto a los intervalos de confianza obtenidos mediante la *simulación directa o de Monte Carlo*, i.e. sin aplicar técnicas de reducción de varianza.

En la primera columna de la Tabla 5.24 se indican las medias muestrales de las variables de salida de la explotación, usando sorteo de Monte Carlo. Todas las simulaciones en esta comparación de técnicas utilizan la aproximación de pérdidas de red relajada con tres pendientes. Por otra parte el criterio de seguridad preventiva en dichas simulaciones considera unos márgenes de seguridad del 20%. En la columna siguiente a la de las medias muestrales se indican los intervalos de confianza obtenidos con la simulación de Monte Carlo. Estos intervalos de confianza se consideran con su longitud completa y se expresan en valor porcentual con respecto a su media. En las tres columnas restantes se indican las reducciones de los intervalos de confianza obtenidas cuando se aplican distintas técnicas de reducción de varianza. Estas reducciones se expresan en valor porcentual  $\nabla_{IC}\%$  con respecto al valor del intervalo de confianza de la simulación de Monte Carlo. Por lo tanto un valor negativo de  $\nabla_{IC}\%$  indica que el intervalo de confianza ha aumentado con respecto al del sorteo de Monte Carlo, y por lo tanto se empeoraría el resultado estadístico de la simulación en esta variable.

El tamaño muestral de cada simulación de cada técnica se ha escogido de manera que el número total de optimizaciones sea el mismo, lo cual no implica que la carga computacional también lo sea. El tamaño muestral para la simulación de *Monte Carlo* es de cien muestras por periodo y nivel. Aplicando *variables antitéticas*, el número de parejas de muestras antitéticas por periodo y nivel es de cincuenta, con lo cual el conjunto de optimizaciones realizadas por periodo y nivel seguiría siendo de cien. La técnica de las *variables de control* realiza dos simulaciones, la primera simula el modelo externo de control con objeto de estimar las medias de sus variables de salida. Dicha simulación tiene un tamaño muestral un orden de magnitud superior al segundo tipo de simulación, en la cual se muestrean simultáneamente el modelo sin red y con red. Esta segunda simulación tiene un tamaño de cien muestras por periodo y nivel.

Cuando se aplican *variables de control*, la simulación previa del modelo sin red obtiene gran precisión en el valor de las medias estimadas por dos motivos:

- Las variables de salida del modelo sin red poseen intrínsecamente menos varianza que sus respectivas variables en el modelo con red. Ello es debido a que al modelo sin red no le afecta tanto la disponibilidad aleatoria de los elementos de red.
- El tamaño muestral de su simulación es superior al tamaño de la simulación con el modelado de red.

Tabla 5.24. Intervalos de confianza aplicando técnicas de reducción de varianza.

Variables de salida	Monte Carlo		Antitética	Control	Antitética y Control
	Media	Intervalo	$\nabla_{ic}\%$	$\nabla_{ic}\%$	$\nabla_{ic}\%$
		(%)			
Generación hidráulica GWh	21034.8	2.44	83.62	98.28	<b>98.53</b>
Generación térmica GWh	123930.0	0.41	82.99	<b>95.42</b>	94.93
Generación total GWh	144964.1	0.02	-5.24	<b>16.28</b>	5.83
Pérdidas de transporte <sup>9</sup> GWh	1742.5	0.96	<b>14.11</b>	0.00	14.11
Demanda no servida GWh	20.6	100.69	34.30	<b>96.64</b>	83.66
Probabilidad falta suministro%	3.6	72.89	-23.59	<b>84.53</b>	53.86
Coste potencia generada MPTA	449512.6	1.09	52.30	96.60	<b>96.74</b>
Ingresos de generación MPTA	860406.0	0.44	56.82	54.33	<b>71.31</b>
Ingresos de transporte MPTA	12001.1	2.56	<b>14.78</b>	0.00	14.78

En la Tabla 5.24 cada variable tiene resaltada en **negrita** la reducción más elevada de su intervalo de confianza. De los resultados de la tabla se deduce que en mayor o menor medida, siempre existe una técnica de reducción de varianza que mejora la estimación de la media muestral en cada variable analizada. Concretamente para la *generación hidráulica*, todas las técnicas obtienen grandes reducciones. No obstante la mayor se consigue con la combinación de variables antitéticas y variables de control, dando lugar a un intervalo 68 veces menor que el intervalo de confianza de la simulación de Monte Carlo. Por otra parte la aplicación exclusiva de variables de control obtiene prácticamente una reducción del intervalo de la misma magnitud.

Para la variable *generación térmica* se reduce el intervalo de confianza a una sexta parte utilizando variables antitéticas, y aplicando variables de control el intervalo obtenido es aproximadamente 20 veces menor. Combinando ambas técnicas, se empeora de forma poco significativa la reducción obtenida con solo las variables de control.

Con respecto a la variable *generación total* no se obtienen reducciones tan cuantiosas como en las dos variables anteriores. La técnica que ha dado mejor resultado ha sido la de las variables de control con una reducción del 16%. Por otra parte las variables antitéticas empeoran en un 5% los intervalos de confianza de la simulación de Monte Carlo. Al combinar ambas técnicas se

<sup>9</sup> Aproximación relajada con tres pendientes.

produce un efecto de *sinergia negativa*, ya que no se mejora la reducción obtenida aplicando variables de control.

De las variables de salida del modelo, la variable *pérdidas de transporte* es la que obtiene menores reducciones de su intervalo de confianza junto con los *ingresos de transporte*. Aplicando variables antitéticas en ambas variables se reduce su intervalo de confianza en torno a un 14%. Por otra parte, las variables de control aplicadas de manera individual o combinada no afectan en absoluto a la precisión de estas medias. Esta falta de reducción se debe a que el modelo sin red no estima la variabilidad de las pérdidas, ni de los ingresos de transporte. Por esa razón, dicho modelo se muestra incapaz de explicar algo de la variabilidad inherente a estas variables.

En las variables relacionadas con la fiabilidad, *demanda no servida* y *probabilidad de falta de suministro*, se consiguen las mayores reducciones de sus intervalos aplicando exclusivamente variables de control. En la *demanda no servida* el intervalo de confianza de su media se reduce en 30 veces, y en la *probabilidad de falta de suministro* se reduce en 6. El uso de las variables antitéticas en estas dos variables tiene un efecto contrapuesto, por un lado mejora la precisión en la *demanda no servida*, y por otro lado empeora la de la *probabilidad de falta de suministro*. La combinación de técnicas en ambos casos da lugar a un efecto de *sinergia negativa*.

En cuanto a la variable *coste de potencia generada*, las dos técnicas combinadas reducen en 30 veces el intervalo de confianza de Monte Carlo. No obstante, el uso exclusivo de las variables de control consigue prácticamente esta misma reducción. También las variables antitéticas mejoran la precisión de esta variable aunque lo hacen en menor medida, ya que el intervalo de confianza se reduce a la mitad.

Para la variable *ingresos de generación*, el intervalo resultante es menos de un tercio del intervalo original de Monte Carlo combinando ambas técnicas. No obstante, cada técnica aplicada individualmente reduce en más de la mitad el intervalo de Monte Carlo.

En la Tabla 5.25 se muestran los incrementos porcentuales  $\Delta T\%$  de los tiempos de optimización y ejecución de las distintas técnicas de reducción de varianza con respecto a los tiempos obtenidos utilizando el sorteo de Monte Carlo puro. Los tiempos de optimización resultan próximos entre si, debido a que el número total de optimizaciones realizadas es el mismo. Sin embargo, los tiempos de ejecución difieren respecto al del sorteo de Monte Carlo debido al impacto de la implantación de técnicas de reducción de varianza: procedimientos de muestreo de estados, simulación del modelo externo de control y tratamiento estadístico de resultados. Se ha de tener en cuenta que en las simulaciones que aplican variables de control se ha incluido dentro del tiempo de ejecución, el tiempo dedicado a la simulación del modelo externo de control.

Tabla 5.25. Reducción porcentual de tiempos de optimización y ejecución para el sistema español usando distintas técnicas de reducción de varianza.

Tiempos	Antitética	Control	Antitética y Control
	$\Delta T\%$	$\Delta T\%$	$\Delta T\%$
Optimización	5.63	0.26	1.07
Ejecución	3.87	32.24	81.94

La utilización conjunta de variables antitéticas y variables de control provoca un crecimiento del tiempo de ejecución en torno al 80%. Este porcentaje es el más alto, lo cual es debido a la carga computacional que añade el procedimiento de muestreo mediante convolución inversa (sección 3.1.1.3.) aplicado al modelo con y sin red para implantar variables antitéticas, y también a la carga adicional de aplicar variables de control.

Tabla 5.26. Rendimientos de optimización de las técnicas de reducción de varianza.

Rendimientos Variables de salida	Antitéticas	Control	Antitéticas y Control
	$\eta$	$\eta$	$\eta$
Generación hidráulica	35.28	3371.44	<b>4578.71</b>
Generación térmica	32.72	<b>475.5</b>	384.91
Generación total	0.85	<b>1.42</b>	1.12
Pérdidas transporte <sup>10</sup>	1.28	1.00	<b>1.34</b>
Demanda no servida	2.19	<b>883.47</b>	37.06
Probabilidad falta suministro	0.62	<b>41.68</b>	4.65
Coste de potencia generada	4.16	862.81	<b>930.98</b>
Ingresos de generación	5.08	4.78	<b>12.02</b>
Ingresos de transporte	1.30	1.00	<b>1.36</b>

Los rendimientos de las distintas técnicas de reducción de varianza para las variables más relevantes del modelo se calculan aplicando conjuntamente los resultados contenidos en la Tabla 5.24 y Tabla 5.25 a la ecuación (5.3). Los rendimientos resultantes de *optimización* se muestran en la Tabla 5.26, y para los tiempos de *ejecución* en la Tabla 5.27. Aquellos rendimientos superiores a la unidad indican que la eficacia de la optimización o de la ejecución en esas variables aumenta. Por el contrario los valores de rendimiento inferiores a la unidad indican, que se está reduciendo la eficacia de la optimización o de la ejecución.

En cuanto a los *rendimientos de optimización* obtenidos usando variables antitéticas, son siempre superados por las variables de control usadas de manera individual o combinada. Desglosando los rendimientos de optimización obtenidos según los distintos aspectos de la explotación en que se desarrollan estudios de nuevas inversiones en transporte, se tiene que:

<sup>10</sup> Las pérdidas de transporte han sido estimadas mediante la aproximación cosenoidal.



- Para analizar por separado la *generación térmica e hidráulica*, la técnica de las variables de control obtiene rendimientos muy elevados aplicándola, tanto de manera individual como combinada con las variables antitéticas.
- En el análisis de aspectos de *generación total y de pérdidas del transporte* no se obtienen grandes rendimientos, ya que no se supera el valor 2 aplicando variables de control de forma individual o combinada.
- Con respecto a la faceta de la *fiabilidad* de la explotación, la técnica de las variables de control resulta la más eficaz cuando se aplica individualmente. Tanto para la *demanda no servida* como para la *probabilidad de falta de suministro*, los rendimientos son alrededor de 900 y 42 respectivamente.
- En cuanto a la variable *costes*, la aplicación combinada de ambas técnicas resulta lo más eficiente, aproximándose a 1000 el rendimiento. No obstante la aplicación de variables de control de forma individual obtiene un rendimiento muy elevado también.
- En relación con los *ingresos de generación y transporte*, la aplicación combinada de ambas técnicas obtiene los mejores rendimientos. Si bien para los ingresos de generación el rendimiento supera el valor 10, para los ingresos de transporte el rendimiento es reducido, ya que no alcanza siquiera el 40%.

Se concluye respecto a los *rendimientos de optimización* que los rendimientos de las variables antitéticas son siempre superados por otra técnica estudiada. La combinación de las variables antitéticas y de control es la que obtiene en mayor número de ocasiones los mejores rendimientos. Por ello desde un punto de vista global se puede considerar como la técnica más eficaz en ejecución.

En cuanto a los rendimientos de ejecución, se resalta el hecho de que siempre existe alguna técnica que obtiene un rendimiento superior a la unidad, aunque los rendimientos entre ellos difieren bastante, Tabla 5.27. Se ha de tener en cuenta que los rendimientos alcanzados en ejecución serán menores a los de optimización, cuando la utilización de técnicas de reducción de varianza suponga un incremento porcentual del tiempo de ejecución superior al incremento porcentual respectivo del tiempo de optimización (esto ocurre salvo con las variables antitéticas).

Tabla 5.27. Rendimientos de ejecución de las técnicas de reducción de varianza.

<b>Rendimientos Variables de salida</b>	<b>Antitéticas <math>\eta</math></b>	<b>Control <math>\eta</math></b>	<b>Antitéticas y Control <math>\eta</math></b>
Generación hidráulica	35.88	<b>2556.11</b>	2543.53
Generación térmica	33.27	<b>360.5</b>	213.82

Generación total	0.87	<b>1.08</b>	0.62
Pérdidas transporte <sup>11</sup>	<b>1.31</b>	0.76	0.75
Demanda no servida	2.23	<b>669.82</b>	20.59
Probabilidad falta suministro	0.63	<b>31.60</b>	2.58
Coste de potencia generada	4.23	<b>654.15</b>	517.17
Ingresos de generación	5.16	3.63	<b>6.68</b>
Ingresos de transporte	<b>1.32</b>	0.75	0.76

Desglosando los resultados en ejecución según el área de la explotación estudiada se tiene que:

- Para analizar por separado la *generación térmica e hidráulica*, la técnica de las variables de control obtiene rendimientos muy elevados aplicándola de manera individual (del orden de 2500).
- En el análisis de aspectos de *generación total* del sistema y de *pérdidas del transporte* globales no se obtienen grandes rendimientos. En estas variables afecta bastante la carga computacional añadida a la simulación por el hecho de utilizar una técnica de reducción de varianza. La variable *generación total* mejora muy poco su rendimiento de ejecución. La variable *pérdidas de transporte* lo más que mejora su rendimiento es un 30% aplicando variables antitéticas, siendo éste bastante poco en comparación con los rendimientos de otras variables.
- Con respecto a la faceta de la fiabilidad de la explotación, la técnica de las variables de control resulta la más eficaz cuando se aplica individualmente. Tanto para la *demanda no servida* como para la *probabilidad de falta de suministro*, los rendimientos son elevados, 670 y 32 respectivamente.
- En cuanto a la variable *costes*, la aplicación de las variables de control obtiene un excelente rendimiento (654).
- En relación con los *ingresos de generación y transporte*, la aplicación combinada de técnicas obtiene el mejor rendimiento para los ingresos de generación. Con respecto a los *ingresos de transporte*, el rendimiento es mayor de la unidad únicamente cuando se aplican variables antitéticas. Esto último se debe a que las variables de control no reducen los intervalos de confianza de la variable ingresos de transporte, y por tanto todo el incremento de su carga computacional va en detrimento de la eficacia computacional de la simulación en esta variable.

Se concluye respecto a los *rendimientos de ejecución* que no existe una técnica de reducción de varianza netamente superior. No obstante, la técnica de las variables de control es la que obtiene en mayor número de ocasiones los mejores rendimientos. Por ello desde un punto de vista global se puede considerar como la técnica más eficaz en ejecución.

---

<sup>11</sup> Las pérdidas de transporte han sido estimadas mediante la aproximación cosenoidal.

## CAPÍTULO 6

### CONCLUSIONES Y APORTACIONES. LÍNEAS DE CONTINUACIÓN.

Este capítulo resume los principales avances alcanzados en esta Tesis. Por otra parte proporciona un marco coherente donde se aplican conjuntamente los avances en las distintas facetas del modelo de explotación.

#### 6.1. Conclusiones y aportaciones.

Esta Tesis doctoral ha permitido mejorar la eficacia computacional de cada una de las tres facetas que se han investigado en relación con los modelos probabilistas de explotación generación/red a medio plazo. La gran ventaja de los avances obtenidos consiste en que se pueden superponer, multiplicando así los aumentos de eficacia individuales para lograr una mayor eficacia global en el modelo.

Algunos de los avances logrados tienen mayor aplicabilidad global que otros. Así por ejemplo, la mayoría de los logros alcanzados en el modelado del sistema eléctrico, o en la aplicación de técnicas de simulación, pueden ser utilizados en campos afines a los modelos probabilistas de explotación. Por el contrario, las mejoras llevadas a cabo en la optimización y en la implantación informática, a pesar de ser relevantes, éstas poseen una aplicabilidad más restringida al ámbito del modelo de explotación desarrollado y a los códigos de optimización analizados.

##### 6.1.1. Modelado del sistema eléctrico.

En esta Tesis el modelado de la *red de transporte* ha sido estudiado desde el punto de vista de su impacto en la carga computacional del modelo probabilista, así como en la precisión de los resultados obtenidos en la explotación del sistema eléctrico. Para ello se ha caracterizado de manera distinta el comportamiento de la red, considerando sus capacidades límite de transporte, sus pérdidas resistivas

y las restricciones debidas a los criterios de seguridad implantados en la explotación.

#### **6.1.1.1. La red de transporte.**

En cuanto al impacto de las capacidades límite de los circuitos, se ha desarrollado un modelo heurístico de explotación del sistema denominado *modelo sin red*. Este modelo combina dos modelos heurísticos: el *modelo a nudo único* y el *modelo nodal de suministro*. Ambos modelos se complementan, ya que el primero aporta más información acerca de producciones y costes, y el segundo en aspectos relativos a la seguridad en la explotación.

Comparando los tiempos de ejecución del modelo sin red con los del modelo con red (utilizando la aproximación cosenoidal de pérdidas), el modelo sin red resulta entre 20 y 40 veces más rápido, dependiendo respectivamente si se analiza el caso de 9 nudos o el caso español. Con respecto a la precisión de los resultados globales obtenidos por el modelo sin red, éstos se diferencian menos de un 3% de los resultados análogos del modelo con red.

La utilidad de este modelo sin red es doble, por una parte permite una más ágil verificación y validación de los parámetros de entrada del sistema eléctrico, que si ésta se realizase mediante el modelo con red. Por otra parte, debido a su mayor rapidez este modelo se ha utilizado como modelo externo de control en la implantación de la técnica de las variables de control.

#### **6.1.1.2. Las pérdidas resistivas de transporte.**

Dentro del contexto del flujo de cargas linealizado, las pérdidas resistivas de transporte se han modelado de diferentes maneras. Los modelados analizados han sido tanto modelados no lineales (aproximaciones cosenoidal y cuadrática), como modelados por tramos. En relación con los modelados por tramos se han estudiado en detalle distintas formulaciones posibles: *binarias-mixtas* y *lineales relajadas*.

La implantación de las formulaciones binarias-mixtas ha sido relegada a un segundo plano debido a su elevado coste computacional, y su utilización es puntual para el cálculo de pérdidas de determinados circuitos problemáticos. Las formulaciones lineales relajadas son las que poseen mejor comportamiento en cuanto a la reducción del coste computacional del modelo. No obstante, existen diferentes tipos de formulaciones relajadas utilizando *pendientes*, *desigualdades* o *puntos*.

La precisión de los resultados obtenidos indica que la utilización de 3 ó 4 tramos por sentido es suficientemente aproximada. Dentro de los distintos tipos de formulaciones lineales relajadas, la aproximación mediante *pendientes* es la que menor coste computacional tiene asociado. A continuación en la Tabla 6.1 se indican las reducciones porcentuales en tiempos de optimización y ejecución respecto del uso de la aproximación cosenoidal, cuando se utilizan la formulación

cuadrática y con desigualdades para 3 y 4 tramos en el cálculo de las pérdidas resistivas.

Tabla 6.1. Reducción porcentual de tiempos respecto de la aproximación cosenoidal de pérdidas.

	Cuadrática	3 pendientes	4 pendientes
∇ Tiempo Optimización	7%	72%	61%
∇ Tiempo Ejecución	3%	33%	22%

El mayor inconveniente en la utilización de las formulaciones lineales relajadas reside en la posible aparición de pérdidas ficticias debido a la relajación que se produce en su formulación al no garantizarse un uso adecuado de los tramos. No obstante, estas pérdidas ficticias tienen una escasa relevancia en los resultados del modelo debido a su baja probabilidad de aparición. Adicionalmente se ha desarrollado un algoritmo que permite su detección, así como su eliminación aplicando la formulación binaria-mixta en aquellos circuitos con pérdidas resistivas ficticias. Por todo ello se recomienda el uso de la aproximación por tramos de las pérdidas con su formulación lineal relajada, siempre que el número de tramos no exceda de cuatro, ya que en tal caso los tiempos aplicando la aproximación cosenoidal son superiores a los de las aproximaciones por tramos.

### 6.1.1.3. Los criterios de seguridad en la explotación.

En esta Tesis se han comparado tres posibles criterios de seguridad tanto desde el punto de vista de su impacto en los resultados técnico-económicos de la explotación, como de su impacto en la carga computacional del modelo. Estos tres criterios son: el *criterio correctivo* total, el *criterio basado en penalización de márgenes* y el *criterio N-1 de transporte*.

Tabla 6.2. Comparación entre distintos criterios de seguridad en la explotación.

	Correctivo Total	Márgenes de seguridad	Preventivo N-1
Δ Carga computacional	Referencia	(7% - 15%)	Elevada (300%)
Distorsión índices seguridad	Nula	Improbable	Posible
Realismo	Escaso	A nivel global	Detallado
Versatilidad	Escasa	Media	Elevada
Δ Costes Sistema Eléctrico	Referencia	< 0.5%	> 6%
Δ Producciones	Referencia	Nulo	≈ 1%

En la Tabla 6.2 se realiza una comparación cualitativa y cuantitativa de estos criterios de seguridad. Los resultados cuantitativos obtenidos con el correctivo total se toman como referencia para las comparaciones realizadas. Dicho correctivo total no considera más restricciones de seguridad que la minimización de la potencia no suministrada en el sistema, y ninguna otra

relacionada con la red de transporte, a diferencia de los criterios basados en márgenes de seguridad y el preventivo N-1.

Los términos en que se realizan las comparaciones de la tabla abarcan distintos aspectos del modelo de explotación. Por *incremento de carga computacional* se entiende el incremento del tiempo de optimización que implica la utilización de criterios de seguridad. Destaca sobremanera el elevado aumento de la carga computacional cuando se aplica el preventivo N-1.

La *distorsión de los índices de seguridad* hace referencia a que la implantación de criterios de seguridad puede provocar la aparición de demanda no suministrada ficticia que altere el valor de índices que caracterizan la fiabilidad del sistema eléctrico. En la Tesis se muestran varias alternativas para solucionar o aminorar en lo posible el impacto sobre los índices de fiabilidad de la potencia no suministrada ficticia. Por otro lado también se destaca la posible utilización de dicha falta de suministro como indicador para analizar la idoneidad de posibles expansiones de la red de transporte.

El *realismo* y la *versatilidad* indican la proximidad de los criterios de seguridad implantados en el modelo, a los efectivamente aplicados en la explotación, así como su flexibilidad posible en su grado de aplicación. El *criterio N-1* analiza la seguridad del transporte en detalle, y al mismo tiempo permite flexibilidad en cuanto al nivel de seguridad requerido en la explotación.

Por lo tanto para aquellos estudios en los cuales la seguridad se analiza de manera pormenorizada, el criterio N-1 resulta el más adecuado. No obstante, si los resultados de seguridad de interés son los de sistema eléctrico globalmente, se recomienda la utilización de *márgenes de seguridad penalizados*, ya que su carga computacional es una *cuarta parte* de la del preventivo N-1.

### 6.1.2. Técnicas de simulación.

El modelo probabilista de explotación de esta Tesis evalúa el impacto de los agentes causantes de incertidumbre mediante la simulación probabilista de estados. Dicha simulación conlleva un incremento sustancial del coste computacional del modelo cuando existe una gran variabilidad en los resultados de salida de sistemas eléctricos con tamaño elevado, y la precisión requerida es suficientemente elevada (es decir, intervalos de confianza reducidos).

Con objeto de reducir la carga computacional que implica dicha simulación probabilista se han realizado mejoras sustanciales en la implantación de *técnicas de reducción de varianza* basadas en métodos de correlación. Entre las técnicas estudiadas están los *números aleatorios comunes*, las *variables antitéticas* y las *variables de control*. Todas ellas se basan en la inferencia de correlaciones positivas y negativas entre variables internas y/o externas al modelo de explotación.

La técnica de los *números aleatorios comunes* se ha utilizado para realizar comparaciones entre distintos modelados del sistema eléctrico, y también para cuantificar la eficacia computacional alcanzada con otras técnicas de reducción de

varianza. Con respecto a la técnica de las *variables antitéticas*, se ha aportado un nuevo enfoque teórico de esta técnica y se han alcanzado para el caso español reducciones del intervalo de confianza superiores a las obtenidas por otras investigaciones detalladas en la literatura científica, tal y como se indica en la Tabla 6.3 para las variables de salida: *costes marginales* y *demanda no servida*.

Tabla 6.3. Reducciones intervalos de confianza aplicando variables antitéticas.

Investigaciones	Costes marginales	Demanda no servida	Sistema de estudio
<b>Tesis</b>	45%	32%	Caso español (458 n, 792 c, 204 g)
[Wijayatunga, 91]	17%	---	IEEE-118 nudos
[Marnay, 91]	26%	---	20 grupos
[Anders, 90]	---	0%	Brasil (124 n, 272 c)
[Sankarakrishnan,95]	---	45%	RTBS-6 nudos
[Saraiva, 96]	---	Negativo	IEEE-30 nudos
[Billinton, 97]	---	30%	RTS-24 nudos

El aumento de eficacia aplicando variables antitéticas se ha conseguido mediante la utilización de *variables globales de entrada*. Dichas variables aumentan la correlación muestral entre los números aleatorios uniformes utilizados en el muestreo de estados del sistema eléctrico y los salidas obtenidas. Adicionalmente para obtener muestras de variables individuales a partir de muestras de variables globales se ha desarrollado el procedimiento denominado de *convolución inversa*.

Tabla 6.4. Reducciones de intervalos de confianza y rendimientos aplicando variables de control.

	Coste marginal %	Coste de producción $\eta$	PFS (*) $\eta$	DNS (**) $\eta$	Casos estudio	Variables de control
Tesis	50 %	654	32	670	Caso español	(1)
[Wijayatunga, 91]	(38%-74%)				IEEE-118 nudos	(2)
[Jacobs, 95]	(30%-60%)				49 grupos	(2)
[Breiphol 90]		143			17 grupos	(2)
[Oliveira, 89]			2 - 4	6-46	124 grupos	(3)
[Pereira, 90]			7	11	519 n, 706 c, 51 g	(3)
[Anders, 90]			3.5	20	124 n, 272 c, 393 g	(2)
[Mello, 94]			3	3	1400 n, 2300 c, 260 g	(4)

(\*) PFS: Probabilidad de falta de suministro.

(\*\*) DNS: Demanda no suministrada.

(1) *Modelo sin red*: modelo a nudo único + modelo nodal de suministro.

(2) *Modelo a nudo único*.

- (3) *Modelo a nudo único + lista de contingencias de red.*
- (4) *Lista de contingencias N-1 de red.*

Con respecto a la técnica de las *variables de control*, se han conseguido rendimientos sustancialmente superiores a los descritos en la literatura científica en el ámbito de los sistemas eléctricos. En la implantación de esta técnica se ha utilizado el modelo sin red como modelo externo de control, aplicando coeficientes de control unitarios debido a su proximidad a los coeficientes de control óptimos y a su coste computacional nulo. En la Tabla 6.4 se compara la eficacia computacional obtenida en distintos estudios relativos a la aplicación de las variables de control. La comparación se ha realizado tanto en costes como en índices de fiabilidad, y expresando las eficacias computacionales tanto en reducción porcentual de los intervalos de confianza (%), como en rendimientos de ejecución del modelo ( $\eta$ ). Adicionalmente en este modelo se consiguen elevadas reducciones en las producciones de salida del sistema, aunque en la literatura científica no se especifican los resultados alcanzados en estas variables aplicando variables de control.

Las mejoras en la eficacia computacional del modelo logradas en esta Tesis son más relevantes en las variables relacionadas con la fiabilidad del sistema, que en las variables relacionadas con costes y producciones. Incluso estos rendimientos aumentan en valor si se analizan desde el punto de vista de los tiempos de optimización, obteniéndose para el coste de producción **863**, para la PFS **42** y para la DNS **883**.

La sinergia o combinación de técnicas de técnicas de reducción de varianza se ha realizado con dos propósitos. Uno de ellos consiste en comparar la eficacia computacional alcanzada con el uso de técnicas de reducción de varianza, con respecto a la simulación de Monte Carlo sin aplicar técnica de reducción de varianza alguna. Para ello se aplica la técnica de los *números aleatorios comunes* junto con cada técnica de reducción de varianza analizada.

El otro propósito de combinar estas técnicas estadísticas es el aumento de la eficacia computacional del modelo. Para ello se han combinado las técnicas de las variables antitéticas y las variables de control. Desde el punto de vista de la optimización en alguna variable de salida (ingresos de generación globales), el modelo mejoraría ligeramente su eficacia combinando estas dos técnicas con respecto al uso individualizado. No obstante, no existe una *sinergia positiva* generalizada al combinar estas dos técnicas.

En general desde el punto de vista de los tiempos de ejecución y optimización del modelo, la técnica de las *variables de control* se considera la más adecuada para un aumento de la eficacia computacional del modelo probabilista. No se descarta por ello la posible idoneidad de la técnica de las *variables antitéticas* para alguna variable del modelo (pérdidas resistivas de transporte).

### **6.1.3. Optimización e implantación informática.**



La resolución de problemas de optimización es una faceta del modelo probabilista que aumenta notablemente su carga computacional. Por ese motivo se han estudiado en detalle el impacto de distintas metodologías y códigos de optimización de manera individual y combinada, así como el efecto de incrementar el tamaño del problema optimizando conjuntamente varias muestras.

Las metodologías de optimización estudiadas en relación con la resolución de problemas lineales han sido la metodología *simplex* (*primal* y *dual*) y la metodología *barrera* (*primal-dual* y *primal-dual predictor-corrector*). Por otra parte la metodología utilizada en los problemas no lineales ha sido el *lagrangiano proyectado aumentado*. Los códigos comerciales de optimización utilizados han sido el MINOS 5.3 [Murtagh, 95], OSL2 [Hung, 95] y CPLEX 4.0 [CPLEX,95].

#### **6.1.3.1. Uso individual de metodologías de optimización.**

El propósito de esta investigación ha sido determinar cuál de las metodologías implantadas consigue mejores resultados por si misma. La comparación se ha realizado para distintas aproximaciones de pérdidas, concluyendo que cuando el modelado lineal de las pérdidas así lo permite, el algoritmo *simplex dual* del CPLEX es el más eficiente en tiempos de optimización y ejecución. Los algoritmos *barrera* del CPLEX y el *barrera predictor-corrector* del OSL alcanzan tiempos de optimización entre **2** y **7** veces el del *simplex dual* del CPLEX.

La misma metodología *simplex* puede alcanzar resultados dispares dependiendo de su implantación. Así se tiene que los algoritmos *simplex* implantados en los códigos MINOS y OSL tienen una convergencia sustancialmente peor que el mismo algoritmo implantado en el código CPLEX. Los tiempos de optimización usando estos códigos se sitúa entre **13** y **20** veces el del *simplex dual* del CPLEX.

#### **6.1.3.2. Uso combinado de metodologías de optimización.**

El uso de diferentes metodologías permite aunar ventajas de cada una de ellas, y evitar en lo posible sus inconvenientes asociados. En las optimizaciones lineales, el algoritmo *barrera* tiene la doble ventaja de que su tiempo de optimización además de ser reducido, no depende de la bondad del punto inicial. Por otro lado, la ventaja del algoritmo *simplex dual* es su mejora drástica de la convergencia conforme el punto inicial está más cercano a la solución óptima. Por lo tanto en las simulaciones con problemas de naturaleza lineal, la combinación óptima de algoritmos ha consistido en utilizar el algoritmo *barrera* del CPLEX para las primeras optimizaciones de cada periodo, en las cuales la solución inicial no existe o no está completa, y para el resto de muestras se utiliza el algoritmo *simplex dual* del CPLEX. Los tiempos de optimización aplicando esta combinación de algoritmos se han reducido en torno a un **10%** con respecto al uso exclusivo del *simplex dual* del CPLEX para simulaciones practicadas con el caso

español. Por su parte los tiempos de ejecución se han reducido entre un **5%** y un **13%** para distintos modelados de pérdidas resistivas.

Otra combinación de algoritmos estudiada se ha aplicado a la resolución de optimizaciones no lineales debido al uso de la aproximación cosenoidal o cuadrática de las pérdidas resistivas. La combinación de algoritmos utiliza la solución de problemas lineales como punto inicial para la resolución de los mismos problemas con su formulación no lineal. El fundamento de esta combinación se basa en la utilización de un punto inicial más próximo a la solución óptima no lineal, lo cual mejorará la convergencia del problema no lineal. De las pruebas realizadas con el caso español y evaluando el tiempo de optimización, resolviendo primero el problema lineal *sin pérdidas* para utilizar su solución como punto inicial para el algoritmo *lagrangiano proyectado aumentado* del MINOS, se consigue una reducción del tiempo en torno a un **20%** con respecto al uso exclusivo del algoritmo no lineal. El uso de aproximaciones lineales de pérdidas en los problemas lineales previos a los no lineales anula la reducción anterior. Considerando el tiempo de ejecución, esta combinación lineal-no lineal aumenta el tiempo en comparación con el uso exclusivo del algoritmo no lineal.

#### **6.1.3.3. Optimización agrupada de muestras.**

La *optimización agrupada de muestras lineales e independientes* permite evaluar el impacto del tamaño del problema de optimización sobre el tiempo de optimización y ejecución del modelo. Con respecto a los tiempos de optimización, los resultados obtenidos indican que éstos disminuyen cuando no se agrupan muestras, es decir cuando el tamaño del problema es el menor posible.

En relación con los tiempos de ejecución del modelo, la agrupación de muestras resulta beneficiosa, ya que disminuye los tiempos de formulación y lectura del problema que requiere el lenguaje de codificación para comunicarse con el optimizador. Dichos tiempos son apreciables debido a la utilización del lenguaje de programación algebraica GAMS [Brooke, 92]. Los menores tiempos de ejecución para el caso español se han conseguido optimizando de manera agrupada dos o tres muestras, en función del modelado de las pérdidas resistivas. El *simplex dual* de CPLEX sigue siendo el algoritmo con mejor comportamiento en ejecución cuando se agrupan muestras. Comparando la agrupación de muestras con la falta de agrupación en tiempos de ejecución, se consigue una reducción de un **17%** para el modelo sin pérdidas, de un **9%** modelando las pérdidas con *3 pendientes* y de un **6%** modelándolas con *4 pendientes*.

#### **6.1.3.4. Implantación informática.**

La implantación informática del modelo de simulación se ha realizado aplicando dos tipos de procesamiento de tareas: *serie* y *paralelo*. El procesamiento serie utiliza un único procesador en la simulación. Sin embargo, el procesamiento paralelo utiliza múltiples procesadores, repartiendo entre ellos las distintas tareas de la simulación.

En relación con el procesamiento de tareas existen dos topologías posibles de barrido muestral en la simulación, *barrido por periodo* y *barrido cronológico*. Se ha optado por el barrido por periodo debido a que permite mayor versatilidad en la implantación del procesamiento paralelo y tiene menores requerimientos de memoria.

La implantación del procesamiento paralelo se ha realizado estableciendo como tareas a distribuir entre los procesadores, las distintas simulaciones por periodo requeridas. El número de procesadores idénticos utilizados simultáneamente ha sido de 2, 3 y 4, con unos ratios de incremento de velocidad de ejecución de **1.48**, **2.16** y **2.77** respectivos. El diseño de estas tareas en cuanto a número y carga computacional ha sido tal, que los tiempos de espera en la simulación distribuida en paralelo han sido muy reducidos. Los incrementos de velocidad alcanzados se separan de los ideales, debido principalmente a la existencia de facetas de la simulación que no es posible distribuir las de forma paralela, y por lo tanto solamente se pueden llevar a cabo utilizando un solo procesador (*tiempo serie*).

#### **6.1.4. Sinergia de mejoras.**

Los avances obtenidos en cada una de las facetas estudiadas del modelo pueden aplicarse conjuntamente para aumentar la eficacia computacional del modelo. Tomando como variables de interés en la simulación el *coste de generación* y la *demanda no servida*, se compara el aumento de eficacia combinando mejoras frente a la simulación de Monte Carlo pura.

Dicha simulación de Monte Carlo (sin aplicar técnica alguna de reducción de varianza) considera la aproximación *cosenoidal* de las pérdidas y se aplica el *correctivo total* (márgenes de seguridad del 100%). El algoritmo de optimización utilizado ha sido el *lagrangiano proyectado aumentado* del MINOS.

La simulación combinando mejoras en los distintos campos ha resultado:

##### **Modelado del Sistema y Optimización:**

- **Pérdidas aproximadas por tres pendientes (aproximación relajada):** Reducción del **70%** del tiempo de optimización. El algoritmo de optimización es el CPLEX (Barrera+Simplex Dual) agrupando de 4 en 4 muestras, o bien el OSL (Barrera+Simplex Dual) agrupando de 2 en 2 muestras.
- **Márgenes de seguridad:** Se utilizan márgenes de seguridad del 80%, incrementándose un **7%** el tiempo de optimización.

##### **Simulación (Técnicas de reducción de varianza):**

- **Variables de control:** Aplicando el modelo *sin red* como modelo externo de control se alcanzan para el *coste de producción* un rendimiento de optimización de **863**, y para la demanda no servida un rendimiento de **883**.

##### **Implantación informática:**

- **Paralelización de tareas:** Se utilizan cuatro procesadores simultáneamente para realizar la simulación. La estructura del barrido muestral es *por periodo*. El rendimiento alcanzado ha sido de **2.77**.

### **Incremento global de eficiencia:**

Considerando los avances obtenidos globalmente se alcanzan rendimientos de optimización superiores a los existentes en la literatura científica. A continuación se muestran los rendimientos alcanzados para las dos variables en estudio:

Coste de generación:

$$\text{Rendimiento} = \frac{1}{(0.70 - 0.07)} \cdot 863 \cdot 2.77 = 3794.5$$

Demanda no servida:

$$\text{Rendimiento} = \frac{1}{(0.70 - 0.07)} \cdot 883 \cdot 2.77 = 3882.4$$

## **6.2. Líneas de continuación.**

Las líneas de continuación que se plantean en esta tesis se clasifican también atendiendo a las tres directrices en las cuales se ha desarrollado esta investigación.

### **6.2.1. Modelado del sistema eléctrico.**

Los aspectos que se consideran susceptibles de modelar o de mejorar en el modelado actual, son los siguientes:

**a) Modelado de mercados eléctricos en competencia.** La introducción de competencia en los mercados eléctricos de generación afecta indudablemente a la forma de realizar la planificación de la red de transporte. En este contexto de competencia la actividad de transporte ha de garantizar el libre acceso al mercado de agentes tales como generadores, distribuidoras y grandes consumidores.

Considerando el nuevo marco competitivo, la planificación de la red a largo plazo define planes de expansión *vinculantes*. Dichos planes deben considerar un conjunto de incertidumbres adicionales a las ya existentes en un mercado regulado, tales como la ubicación y capacidad de nuevos generadores construidos por iniciativa privada, y la variabilidad de precios ofertados [Ray, 97].

Con respecto a la planificación de red de medio plazo, ésta ha de incorporar principalmente la variabilidad de los precios ofertados por grupos de generación existentes y futuros. La simulación probabilista de precios por grupo requiere la determinación previa de sus funciones de probabilidad. Dichas funciones se pueden establecer mediante el ajuste de datos históricos, o bien basándose en la

experiencia y conocimientos previos (costes tecnológicos y precios nodales) que el planificador posea.

Las técnicas de reducción de varianza ya utilizadas en este modelo, *variables antitéticas* y *variables de control*, pueden modificarse para considerar la aleatoriedad de las ofertas de precio de los grupos, y de esa manera reducir su impacto sobre la variabilidad de las salidas del modelo. En concreto con respecto a las variables antitéticas, es recomendable utilizar variables globales de comportamiento de los precios ofertados (por empresa, tecnología y/o ubicación) sobre las cuales inferir antitetismo. Su utilización incrementará la eficacia de esta técnica.

Con respecto a las variables de control, el modelo a nudo único (incluido dentro del *modelo sin red*) puede ser fácilmente adaptado para evaluar el impacto de la aleatoriedad de los precios en los resultados técnico-económicos del modelo.

Además de la aleatoriedad en las ofertas de precios, el mercado competitivo puede dar prioridad al cumplimiento de contratos físicos de compra-venta de energía entre agentes del sistema (generadores y distribuidoras o grandes consumidores). El modelado genérico de dichos contratos, así como el estudio de su impacto sobre la planificación de la red de medio plazo constituye otro aspecto del modelado de la explotación.

**b) Asignación horaria de grupos.** Con ciertas extensiones el modelo de explotación generación/red desarrollado en esta Tesis, podrá ser utilizado para el estudio del comportamiento del sistema eléctrico en el corto plazo. Parte de las restricciones que implica la asignación horaria de grupos (*unit commitment*) no se han incluido en su totalidad en el modelo. Estas restricciones de manera genérica tienen en cuenta las limitaciones de las rampas de subida y bajada de potencia de los grupos térmicos, así como sus tiempos mínimos de arranque y parada.

Otro aspecto que se debe considerar en el corto plazo es la gestión hidráulica intraperiodo. En la implantación actual del modelo, la gestión hidráulica viene determinada previamente por una herramienta de coordinación hidráulico-térmica. La trayectoria *muestral* hidráulica por planta se obtiene modificando una trayectoria de *referencia* por planta, de acuerdo al factor muestral de hidraulicidad global.

El modelado actual de gestión hidráulica puede mejorarse dentro de cada periodo repartiendo la energía hidráulica disponible por periodo entre sus niveles de demanda. Para ello se ha de formular por muestra y periodo un problema de optimización que agrupe las restricciones técnicas de sus distintos niveles, y adicionalmente incorpore restricciones de gestión de energía hidráulica que acoplen los distintos niveles de demanda por planta (6.1).

$$\sum_{n=1}^N \text{Energía hidráulica}_{hpn}^{\omega} = \text{Energía hidráulica}_{hp}^{\omega} ; \quad h = 1, \dots, H_p^{\omega} \quad (6.1)$$

El reparto de la energía por planta dentro del periodo dependerá principalmente de su precio ofertado por nivel y de la demanda suministrada por otras plantas y grupos térmicos con precios inferiores. También afecta en este reparto intraperiodo su proximidad a la demanda, y la calidad de su interconexión con la red de transporte.

Para mantener la independencia muestral interperiodo no se contemplaría el posible trasvase de energía hidráulica sobrante de un periodo al siguiente. En caso de contemplarse implicaría la utilización del *barrido cronológico* de muestras en vez del *barrido por periodo* actualmente implantado (sección 4.2.1.). El *barrido cronológico* implica como se explica en la sección 4.2.2. un aumento importante en los requerimientos de memoria y adicionalmente un incremento en los tiempos de espera del proceso de simulación cuando éste se ha distribuido en paralelo.

Dos razones han motivado que no se hayan incluido estas restricciones de la asignación horaria en el modelo, por un lado su efecto reducido en los resultados para alcances de medio plazo (1 año), y por otro lado su formulación matemática completa aumentaría la complejidad del modelo al incorporar variables binarias y establecer dependencias muestrales a nivel intraperiodo, e incluso para todo el alcance del modelo [Alguacil, 97].

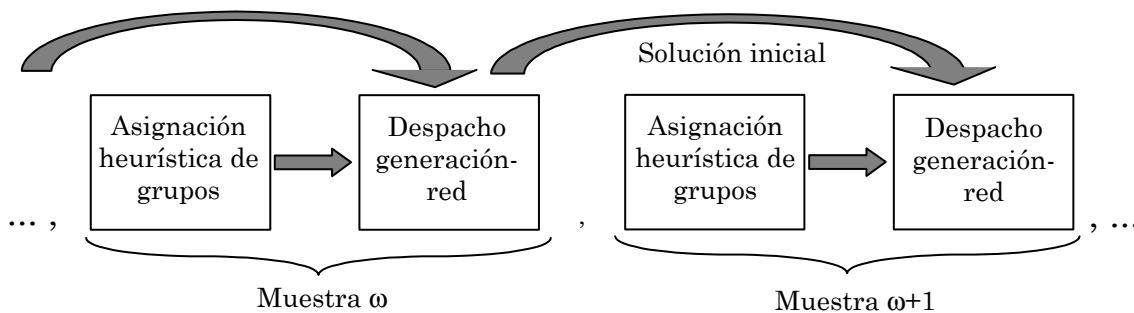


Fig.6.1. Asignación horaria de grupos.

Se propone como mejora para el modelado del corto plazo, la incorporación de heurísticos previos al problema de optimización del despacho que realicen la asignación de grupos considerando sus costes o precios, límites técnicos, así como la gestión hidráulica intraperiodo. Adicionalmente se ha de tener en cuenta los márgenes de reserva de potencia (de todo el sistema o por zonas del sistema eléctrico), y también una estimación de las pérdidas resistivas del transporte. Dichos heurísticos determinarían el acoplamiento de grupos y sus consignas de producción como puntos iniciales de generación para la posterior optimización del despacho generación/red, Fig.6.1. Estas soluciones iniciales para la optimización combinan los resultados de la asignación heurística de grupos (en generación), y la solución del despacho de la muestra inmediatamente anterior (principalmente en aspectos de la red de transporte), tal y como se indica en la figura.

Lógicamente los resultados de la asignación heurística previa pueden ser alterados en la optimización posterior por causa de la red de transporte. Si bien las desviaciones de las consignas de grupos respecto a las establecidas en la

asignación horaria no se penalizan, lo que sí se penaliza son los cambios en la asignación de grupos. Estas desviaciones deberían ser mínimas o nulas con el fin de que la asignación horaria de grupos sea lo más próxima posible a la resultante de la optimización. No obstante no se debe evitar que existan dichas desviaciones, de lo contrario pueden aparecer infactibilidades en la optimización.

**c) Restricciones medioambientales.** Desde el punto de vista de la explotación, la reducción en la emisión de contaminantes (SO<sub>2</sub>, CO<sub>2</sub>,...) es un criterio cada vez más relevante a la hora de realizar el despacho de grupos [Huang, 96][Asgarpoor, 97]. Por otro lado el impacto ambiental causado por refuerzos en la red es un aspecto que ha de estar suficientemente justificado, ya que en cierta forma constituye una de las mayores reticencias en la construcción de nuevos refuerzos.

La incorporación de restricciones sobre la cuantía de las emisiones, o la simple penalización de aquellos grupos que superan determinados niveles máximos de emisión, modifican los resultados de la explotación en función de las características propias del parque generador. El análisis del efecto del uso de criterios medioambientales, así como su repercusión sobre los tiempos de optimización, son áreas de investigación incipientes.

### 6.2.2. Técnicas de simulación.

**a) Metamodelos.** Los metamodelos se pueden considerar como modelos de otros modelos [Premarlani, 94]. Matemáticamente los metamodelos son expresiones polinomiales cuyo grado no suele superar dos. Sus variables independientes  $x_i$  modelan la incertidumbre en los cambios del estado del sistema o bien la variación prefijada a lo largo del alcance del modelo (por ejemplo, debido al mantenimiento de grupos por periodo o a la evolución de la demanda). Las variables dependientes  $y_j$  de los metamodelos serían las variables de salida del modelo de explotación. Principalmente las variables de salida globales del sistema eléctrico son las que presentan mayor disposición para ser modeladas con precisión mediante metamodelos. La formulación genérica de estos metamodelos se indica en la expresión (6.2).

$$y_j = \sum_i a_i \cdot x_i + \sum_i b_i \cdot x_i^2 + \sum_{i,k} c_{ik} \cdot x_i \cdot x_k \quad (6.2)$$

Los retos a la hora de implantar los metamodelos residen en la elección adecuada de variables independientes y en el cálculo eficiente de coeficientes para las distintas variables independientes. Una mejora en la precisión de los coeficientes estimados se puede conseguir aplicando técnicas de reducción de varianza [Donohue, 95].

Los metamodelos pueden ser utilizados con dos propósitos. Uno de ellos es la posible *sustitución de las optimizaciones* del modelo de explotación por el cálculo analítico de los metamodelos, lo cual está en función de la precisión de los resultados de dichos metamodelos [Friedman, 85]. El otro propósito consistiría en

la utilización de los metamodelos como *modelos externos de control* en la técnica de las variables de control.

**b) Técnicas de reducción de varianza.** Tal y como se explica en la sección 3.2., las técnicas aplicadas en este modelo probabilista están basadas en métodos de correlación entre variables. Existe otra categoría de técnicas basadas en *métodos de importancia*, tales como muestreo por importancia, muestreo estratificado y Monte Carlo condicionado, entre otras. Tomando como criterio la mayor utilidad posible de los avances alcanzados con técnicas de reducción de varianza, los métodos de importancia no se han aplicado al modelo probabilista de explotación, ya que su implantación y resultados dependen en gran medida de las características del sistema eléctrico analizado.

Se propone como línea de investigación, el estudio de estos métodos de importancia con objeto de establecer cuáles han de ser los procedimientos genéricos para implantar dichos métodos, en función de las características del sistema eléctrico analizado y lógicamente con objeto de maximizar la eficacia computacional de la simulación.

Adicionalmente se pueden realizar avances en las técnicas de reducción de varianza ya aplicadas al modelo de explotación. Concretamente con respecto a la técnica de las variables de control, se puede generalizar su uso utilizando múltiples variables de control para una misma variable a controlar (*multivariantes de control*). En el caso de utilizarse dos o más modelos externos de control, tal y como ocurre en este modelo de explotación, al considerar múltiples variables de control es posible una estimación analítica de las medias de dichas variables, evitando la carga computacional de simulaciones adicionales en el modelo.

### 6.2.3. Optimización e implantación informática.

Los futuros desarrollos y mejoras que quedan abiertos para su desarrollo en el ámbito de la optimización contenida en el modelo, así como con respecto a su implantación informática son los siguientes:

**a) Lenguajes de modelado algebraico.** La utilización de lenguajes algebraicos en el modelo probabilista de explotación ha resultado de gran utilidad con respecto a la codificación del problema de optimización contenido en el despacho económico. La versatilidad de este lenguaje ha facilitado la utilización de distintas formulaciones para modelar aspectos de la explotación, añadiendo o modificando restricciones de manera dinámica.

No obstante, el lenguaje algebraico GAMS [Brooke, 92], en el cual se ha codificado el modelo, requiere excesivo tiempo para realizar la comunicación (entrada-salida) con el optimizador. Dicha comunicación se realiza mediante ficheros, que pueden alcanzar el tamaño de varios megabytes en el caso español. El conjunto de procesos que componen dicha comunicación consiste en la traducción de la formulación algebraica en lenguaje GAMS a código legible por el optimizador, la lectura de ese código por el optimizador, la escritura del fichero de



resultados y su posterior lectura e interpretación realizada por GAMS. Este tiempo de comunicación adquiere mayor relevancia en aquellos modelos donde se realizan múltiples optimizaciones como ocurre en esta simulación probabilista.

Por ese motivo otra área de interés relacionada con la eficacia computacional del modelo consiste en el uso de diferentes lenguajes algebraicos de modelado que disminuyen los tiempos de comunicación con el optimizador, y a la vez den flexibilidad a la formulación del problema de optimización [Fourer, 93].

**b) Despacho económico con modelado iterativo de red.** El modelado de las dos leyes de Kirchhoff en el despacho económico es la razón principal por la que, el tamaño del problema de optimización adquiere una dimensión elevada. La consideración explícita de dichas leyes permite obtener el valor de los precios nodales como subproducto de la optimización.

Una línea de investigación futura consiste en el desarrollo de un algoritmo iterativo que modele el despacho económico de los grupos considerando el efecto de la red con una carga computacional reducida. Dicho algoritmo utilizaría flujos de cargas en corriente continua y sensibilidades de los flujos de red con respecto a inyecciones en grupos generadores.

Los pasos en dicho algoritmo serían los siguientes:

- ① Despacho económico de generación: Despacho a nudo único, y se suministra por parte de la generación la demanda más una estimación de las pérdidas de transporte.
- ② Flujo de cargas en corriente continua: Una vez obtenidas las consignas de los grupos generadores en el paso anterior, se procede al cálculo de los flujos de transporte que estas producciones implican.
- ③ Chequeo de sobrecargas en la red: Una vez calculados los flujos por la red, se analiza si alguno de ellos supera la capacidad máxima del circuito. Si no existen circuitos sobrecargados, el despacho de generadores resulta válido. En caso contrario, se modifica el problema de optimización del despacho económico del paso ① con la incorporación de nuevas restricciones que se describen en el siguiente paso.
- ④ Restricciones de sobrecarga de red: Por cada circuito sobrecargado, se añade al despacho económico una restricción de eliminación de sobrecarga en la cual, se relaciona el flujo del circuito sobrecargado con las consignas de producción de los generadores del sistema (6.3).

$$-\bar{F}_{lk} \leq F_{lk} = \sum_{d=1}^D \lambda_{lk,d} \cdot \left( \sum_{u=1}^{U_{pt}^{\omega}} T_u^{\omega} + H_h^{\omega} + H'_h{}^{\omega} \right)_{t,h \in d} \leq \bar{F}_{lk} \quad (6.3)$$

Siendo  $\lambda_{lk,d}$ , la sensibilidad del flujo por el circuito  $k$  con respecto a la inyección de potencia en el nudo  $d$ . Dicha inyección de potencia puede

proceder de grupos térmicos  $u$  o de grupos hidráulicos  $h$  (distinguiendo entre su producción programada y de emergencia).

Los pasos de este algoritmo en cada muestra  $\omega$  se representan en la Fig.6.2. Utilizando este algoritmo iterativo, la incorporación de aspectos como el modelado de las pérdidas resistivas de transporte por circuito o la obtención de precios nodales constituyen extensiones lógicas de esta línea de investigación.

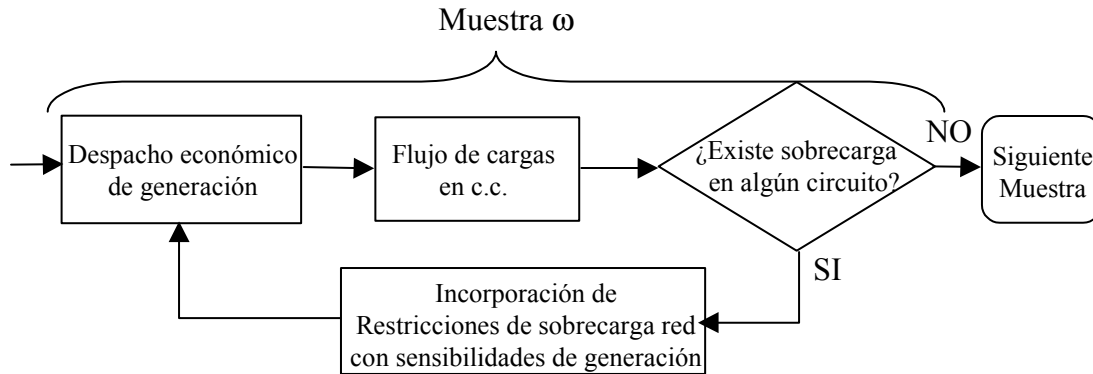


Fig.6.2. Algoritmo iterativo de modelado de la red de transporte.

Por otro lado la implantación de criterios de seguridad en la explotación, bien sea con márgenes de seguridad o bien con el preventivo N-1 de transporte, así como el modelado de las pérdidas resistivas puede incorporarse dentro de este algoritmo genérico. Su incorporación se haría a través de sensibilidades de los índices de seguridad y de las pérdidas resistivas de transporte respecto de cada uno de los generadores existentes en el sistema. La evaluación progresiva del impacto del modelado de distintas facetas de la explotación sobre la carga computacional del modelo daría una visión más completa del aumento de eficacia computacional en la simulación probabilista.

## Apéndice A

### Pérdidas resistivas ficticias

Las aproximaciones por tramos de las pérdidas resistivas usando cualquiera de las formulaciones relajadas, i.e. sin variables binarias, ni restricciones de utilización correcta de tramos (sección 2.3.1.2.), pueden dar lugar a lo que se han denominado *pérdidas resistivas ficticias*. Este tipo de pérdidas se produce cuando para una diferencia angular existente entre las tensiones de los nodos extremos de un circuito, las formulaciones relajadas calculan unas pérdidas resistivas distorsionadas con respecto a las que obtendría una formulación no lineal o entera-mixta.

Las causas que provocan la existencia de estas pérdidas son principalmente las saturaciones en la red de transporte. Su influencia en los resultados globales de la explotación es prácticamente nula en sistemas eléctricos como el español. Normalmente los estados con pérdidas ficticias del sistema eléctrico español son escasos y además su duración es poco relevante con relación al horizonte temporal de estudio. Todo ello aminora su impacto desde el punto de vista de la planificación de la red de medio plazo. En la simulación del sistema eléctrico español se ha obtenido un ratio de aparición de un circuito con pérdidas ficticias por cada treinta y cinco mil circuitos sin ellas.

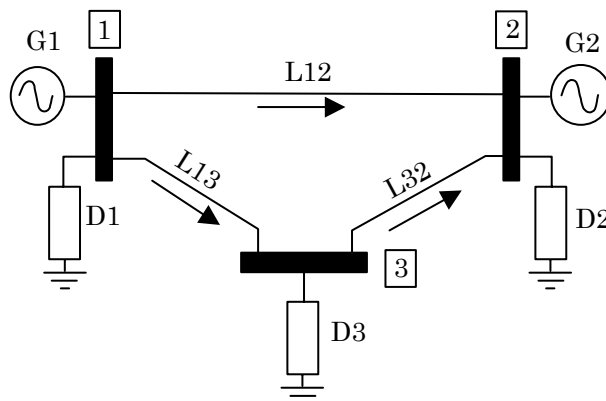


Fig.A.1. Sistema de tres nudos.

En la Fig.A.1 se muestran los elementos y la topología de un sistema de tres nudos que sirve para presentar con mayor claridad el fenómeno de las pérdidas ficticias. Los datos de generación, transporte y demanda de dicho sistema están contenidos en la Tabla A.1, Tabla A.2 y Tabla A.3 respectivamente.

Tabla A.1. Datos de generación. Sistema de tres nudos.

<b>Plantas térmicas</b>	Mínimo Técnico [MW]	Máximo Técnico [MW]	Coste [\$/MWh]
G1	0	1000	1
G2	0	400	60

Tabla A.2. Datos de demanda. Sistema de tres nudos.

D1 [MW]	D2 [MW]	D3 [MW]	Demanda total [MW]
100	700	200	1000

Tabla A.3. Datos de transporte. Sistema de tres nudos.

<b>Circuitos</b>	Resistencia [ $\Omega$ p.u.]	Reactancia [ $\Omega$ p.u.]	Capacidad [MW]
L12	0.00062	0.02631	1000
L13	0.00159	0.00653	500
L32	0.00090	0.01600	200

El flujo óptimo de cargas aplicando la aproximación cosenoidal de las pérdidas y sin aplicar criterio de seguridad alguno, obtiene las consignas de grupos generadores y flujos por circuitos contenidos en la Tabla A.4 y Tabla A.5. Estos resultados se toman como referencia debido a que en ellos no es posible la existencia de pérdidas ficticias.

Tabla A.4. Resultados de generación con aproximación cosenoidal.

<b>Plantas térmicas</b>	Salidas [MW]	Coste [PTA/h]
G1	724.00	724.0
G2	279.08	16744.8
Suma	1003.08	<b>17468.8</b>

Tabla A.5. Resultados de transporte con aproximación cosenoidal.

<b>Circuitos</b>	Flujo [MW]	Pérdidas [MW]	Diferencia angular [rad]
L12	221.25	0.30	0.05821
L13	401.39	2.42	0.02621
L32	200.00	0.36	0.03200
<b>Suma</b>		<b>3.08</b>	

Si no restringiese la red de transporte, el despacho resultante provocaría que la planta más barata G1 generaría a su máximo técnico suministrando toda

la demanda y la planta G2 estaría parada. Sin embargo la red modifica este despacho, haciendo que G2 genere debido a la saturación del circuito *L32*. En el siguiente párrafo se detalla pormenorizadamente las causas que motivan el encarecimiento de la generación.

La saturación de *L32* provoca que la capacidad de evacuación del nudo 1 se reduzca debido a que se limita la capacidad de transporte de *L13* y *L12* de manera operativa. Por un lado el límite operativo del circuito *L13* viene determinado en este estado del sistema por la suma de la capacidad máxima del circuito *L32* y la demanda del nudo 3, i.e. 400 MW. Por otro lado, la diferencia angular entre los nudos 1 y 2 está acotada superiormente por la suma de la diferencia angular máxima entre los nudos 1 y 3 (límite operativo del circuito *L13*), y de la diferencia máxima entre los nudos 3 y 2 (capacidad nominal de *L32*). Con ello se obtiene un límite operativo de transporte de *L12* que es aproximadamente un 20% de su capacidad nominal. Por lo tanto el generador G1 no puede generar por encima de la suma de los límites operativos de los circuitos de evacuación del nudo 1, más la demanda del propio nudo 1. Este valor es inferior a su capacidad máxima, y por lo tanto el generador G2 debe aportar la potencia restante hasta cubrir la demanda total del sistema, incluyendo las pérdidas del transporte. Los resultados utilizando la *aproximación relajada con pendientes* para las pérdidas resistivas están contenidos en la Tabla A.6 y Tabla A.7.

Tabla A.6. Resultados de generación con aproximación relajada con pendientes.

Plantas térmicas	Salidas [MW]	Coste [PTA/h]
G1	726.75	726.75
G2	278.78	16726.80
<b>Suma</b>	<b>1005.53</b>	<b>17453.55</b>

Tabla A.7. Resultados de transporte con aproximación relajada con pendientes.

Circuitos	Flujo [MW]	Pérdidas [MW]	Diferencia angular [rad]
L12	221.55	0.30	0.05829
L13	402.61	<b>4.88</b>	0.02629
L32	200.00	0.35	0.03200
<b>Suma</b>		<b>5.53</b>	

Comparando los resultados aplicando la aproximación cosenoidal y la aproximación relajada de pérdidas, se aprecia que el coste de producción se reduce de 17468.8 a 17453.55 PTA/h. El motivo de esta disminución radica en que la producción de G1 se incrementa y en G2 se reduce (Tabla A.4 y Tabla A.6). Destaca el hecho de que las pérdidas resistivas del circuito *L13* se incrementan en más del doble usando la aproximación por pendientes para prácticamente el mismo valor del flujo de potencia transportado. Justamente este incremento en las pérdidas del transporte es el que permite que existan cambios en las

producciones de los generadores tales que, benefician a la reducción del coste de producción del sistema.

La diferencia existente entre las pérdidas de  $L13$  con aproximación cosenoidal y con aproximación relajada por tramos, constituye lo que se ha denominado *pérdidas ficticias*. El incremento de pérdidas con la aproximación relajada aumenta la diferencia angular entre los nudos 1 y 3, con lo cual se aumenta el límite operativo de transporte de  $L12$  (de 221.25 a 221.55 MW), tal y como se indica en la Tabla A.5 y Tabla A.7. Por lo tanto el generador barato G1 suministrará más demanda del nudo 2 a través de  $L12$  y por otro lado, el aumento ficticio de las pérdidas en  $L13$ .

Matemáticamente estas pérdidas ficticias se producen por un uso incorrecto de los tramos que aproximan la curva no lineal. En la Fig.A.2 se muestra el uso correcto de los tramos que aproximan las pérdidas en el circuito  $L13$  cuando existe una diferencia angular de 0.02629 radianes. Para garantizar el uso correcto de los tramos se utilizan variables binarias 0/1, obteniéndose una diferencia reducida (en torno a 0.04 MW) entre el valor de la curva cosenoidal (dibujada con trazo discontinuo) y la aproximación por tramos (dibujada con trazo continuo).

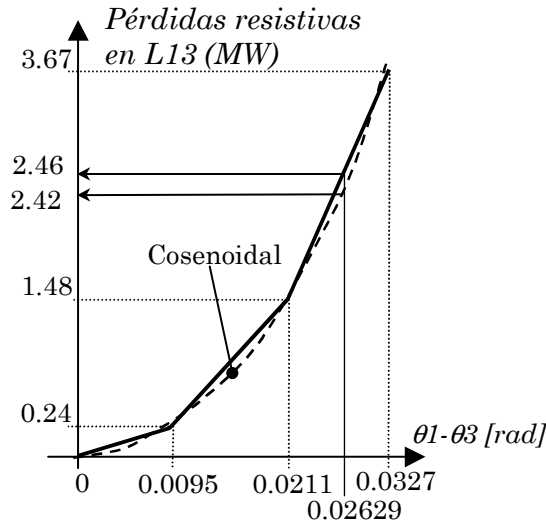


Fig.A.2. Aproximación cosenoidal y binaria-mixta de pérdidas del circuito  $L13$ .

En la Fig.A.3 se representa el uso incorrecto de los tramos que provoca pérdidas ficticias en el circuito  $L13$ . El área en tono gris indica los tramos utilizados para cumplir con la igualdad (A.1) para la misma diferencia angular de la Fig.A.2. La expresión de las pérdidas del circuito  $L13$ ,  $R_{L13pn}$  (A.2), se maximiza con este uso incorrecto de los tramos.

$$\theta_{1pn}^{\omega} - \theta_{3pn}^{\omega} = \sum_{q=1}^3 \Delta\theta_{L13,pnq}^{\omega+} - \sum_{q=1}^3 \Delta\theta_{L13,pnq}^{\omega-} \quad (A.1)$$

$$R_{L13, pn}^{\omega} = \sum_{q=1}^3 m_{L13q} (\Delta\theta_{L13, pnq}^{\omega+} + \Delta\theta_{L13, pnq}^{\omega-}) \tag{A.2}$$

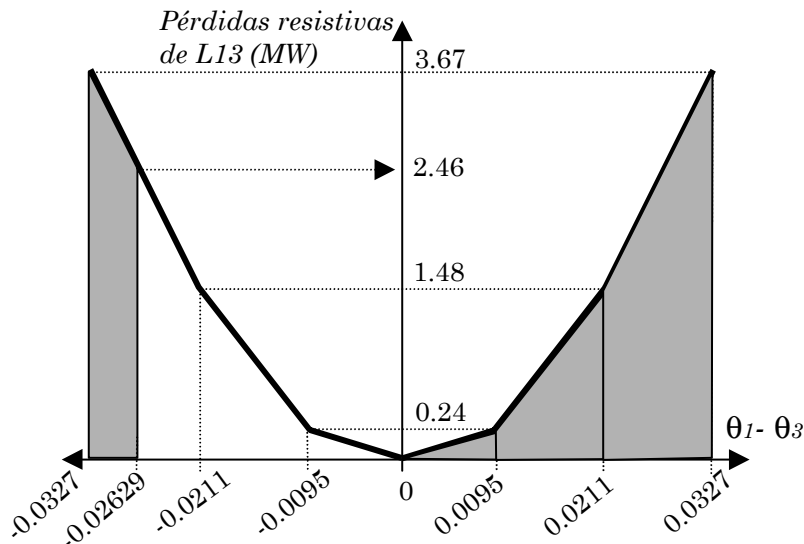


Fig.A.3. Relajación por tramos de las pérdidas del circuito L13.

Para cumplir con la ecuación (A.1), la diferencia angular existente entre los nudos 1 y 3 se ha repartido de forma que se rellene el mayor número de tramos posibles, por orden de mayor a menor pendiente en valor absoluto. Tal y como se aprecia en la Fig.A.3, se rellenan todos los tramos positivos de incrementos angulares, y se resta parte del incremento angular perteneciente al tramo con mayor pendiente del eje negativo de la diferencia angular. De esta forma se consigue un total de  $3.67 + (3.67-2.46)=4.88$  MW de pérdidas resistivas (Tabla A.7).

### Análisis teórico de las pérdidas ficticias

A continuación se muestra el fenómeno de las pérdidas ficticias desde el punto de vista de su efecto en la optimización. La transformación de un problema *lineal por tramos* a un problema *lineal equivalente* es habitual en actividades tales como, la economía o la ingeniería. Dicha transformación se considera válida [Fourer, 95] en el contexto de problemas de optimización, si la transformación lineal por tramos cumple los siguientes requisitos:

- Que la función objetivo sea convexa cuando se *minimiza* su valor.
- Que la función objetivo sea cóncava cuando se *maximiza* su valor.
- Que las expresiones situadas en el lado izquierdo de las desigualdades  $\leq$ , o en el lado derecho de las desigualdades  $\geq$  sean convexas.
- Que las expresiones situadas en el lado izquierdo de las desigualdades  $\geq$ , o en el lado derecho de las desigualdades  $\leq$  sean cóncavas.

En el caso particular de las pérdidas resistivas, la aproximación lineal por tramos es convexa y se encuentra situada en el lado derecho de la restricción de igualdad de la primera ley de Kirchhoff (sección 2.2.3.). Sin embargo a pesar de cumplirse los requisitos anteriores, el fenómeno de las pérdidas ficticias indica que no siempre se produce un funcionamiento correcto de las aproximaciones lineales en todos los casos. Concretamente con el modelado de las pérdidas resistivas de transporte mediante tramos, se tiene que la función objetivo de minimización de costes puede tener un comportamiento *cóncavo* con respecto a la diferencia angular entre tensiones de nudos extremos de determinados circuitos.

La existencia de concavidad en la función objetivo respecto de la diferencia angular entre nudos extremos de un circuito se representa en la Fig.A.4. En dicha gráfica se muestra el estudio empírico realizado en el sistema de tres nudos anterior, incrementando progresivamente las pérdidas resistivas del circuito *L13*, y analizando su impacto sobre la función objetivo. Conforme aumentan las pérdidas del circuito *L13*, la función objetivo del despacho económico disminuye linealmente, ver Fig.A.4(a). Esta disminución lineal en conjunción con el comportamiento convexo de las pérdidas del circuito Fig.A.4(b), dan lugar a una evolución cóncava de la función objetivo con respecto al aumento de la diferencia angular entre nudos extremos 1 y 3, ver Fig.A.4(c).

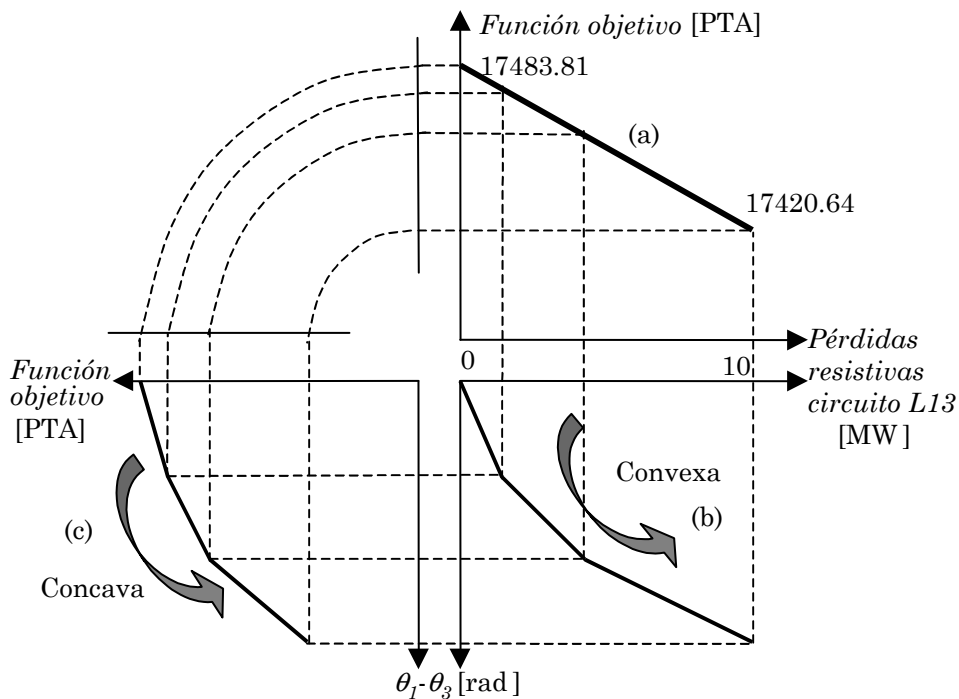


Fig.A.4. Concavidad de la función objetivo.

El comportamiento cóncavo implícito de la función objetivo con respecto a determinadas diferencias angulares de circuitos provoca que los tramos de aproximación de pérdidas se rellenen de mayor a menor pendiente, lo cual no coincide con el comportamiento dinámico real de las pérdidas en los circuitos.

A continuación se demuestra de manera matemática para este estados del sistema, la existencia del comportamiento cóncavo de la función objetivo con



respecto a la diferencia angular entre los nudos extremos del circuito  $L13$ . Las ecuaciones contenidas en el flujo óptimo de cargas para el sistema de tres nudos, sin considerar criterios de seguridad ni el modelado de la potencia no suministrada, son las siguientes:

$$\text{Minimizar } ct_{G1}T_{G1} + ct_{G2}T_{G2} \quad (\text{A.3})$$

Sujeto a:

$$T_{G1} - F_{L12} - F_{L13} = D_1 + \frac{1}{2}(R_{L12} + R_{L13}) \quad (\text{A.4})$$

$$T_{G2} + F_{L12} + F_{L32} = D_2 + \frac{1}{2}(R_{L12} + R_{L32}) \quad (\text{A.5})$$

$$F_{L13} - F_{L32} = D_3 + \frac{1}{2}(R_{L13} + R_{L32}) \quad (\text{A.6})$$

$$F_{L13} = \frac{(\theta_1 - \theta_3)}{x_{L13}} \quad (\text{A.7})$$

$$F_{L12} = \frac{(\theta_1 - \theta_2)}{x_{L12}} \quad (\text{A.8})$$

$$F_{L32} = \frac{(\theta_3 - \theta_2)}{x_{L32}} \quad (\text{A.9})$$

Asumiendo que el circuito  $L32$  permanece saturado a su capacidad máxima, sus pérdidas aproximadas por tramos no permiten distorsión alguna, alcanza su valor máximo. Por ello de la ecuación (A.5) se deriva la siguiente expresión para el flujo de potencia por el circuito  $L13$ .

$$F_{L13} = D_3 + \bar{F}_{L32} + \frac{1}{2}(R_{L32} + R_{L13}) = K + \frac{R_{L13}}{2} \quad (\text{A.10})$$

Siendo  $K$  una constante, y por lo tanto el flujo por el circuito  $L13$  depende exclusivamente de sus pérdidas resistivas. Considerando la topología de red del sistema de tres nudos, y aplicando las ecuaciones (A.7), (A.9) y (A.10) se tiene que:

$$\theta_1 - \theta_2 = (\theta_1 - \theta_3) + (\theta_3 - \theta_2) = F_{L13} \cdot x_{L13} + \bar{F}_{L32} \cdot x_{L32} = K \cdot x_{L13} + \frac{R_{L13} \cdot x_{L13}}{2} + K' \quad (\text{A.11})$$

Siendo  $K'$  otra constante, y por lo tanto de (A.8) se obtiene,

$$F_{L12} = K'' + \frac{R_{L13} \cdot x_{L13}}{2 x_{L12}} \quad (\text{A.12})$$

Siendo  $K''$  otra constante, por todo lo cual se deriva también que el flujo por el circuito  $L12$  depende exclusivamente de las pérdidas resistivas por el circuito  $L13$ . Al depender los flujos de evacuación del nudo 1 de las pérdidas existentes en el circuito  $L13$ , la generación del grupo G1 es a su vez dependiente de dichas pérdidas, y considerando las ecuaciones (A.4) y (A.5) se tiene:

$$T_{G1} = K'' + \frac{R_{L13} \cdot x_{L13}}{2 x_{L12}} + K + D_1 + \frac{1}{2} R_{L12} + R_{L13} \Rightarrow \frac{\partial T_{G1}}{\partial R_{L13}} = \frac{x_{L13}}{2 x_{L12}} + 1 > 0 \quad (\text{A.13})$$

$$T_{G2} = -K'' - \frac{R_{L13} \cdot x_{L13}}{2 x_{L12}} - \bar{F}_{L32} + D_2 + \frac{1}{2} (R_{L12} + \bar{R}_{L32}) \Rightarrow \frac{\partial T_{G2}}{\partial R_{L13}} = -\frac{x_{L13}}{2 x_{L12}} < 0 \quad (\text{A.14})$$

$$\frac{\partial F.\text{objetivo}}{\partial R_{L13}} < 0 \quad (\text{A.15})$$

$$\frac{\partial T_{G1}}{\partial R_{L12}} = \frac{\partial T_{G2}}{\partial R_{L12}} \quad (\text{A.16})$$

Del conjunto anterior de ecuaciones se deriva que al aumentar las pérdidas resistivas en el circuito  $L13$ , el grupo G1 aumenta su generación en el valor de esas pérdidas más una cantidad adicional (A.13), que es justamente la que deja de generar el grupo G2 (A.14). Debido a la diferencia de costes de generación, conforme las pérdidas en el circuito  $L13$  aumentan, la función objetivo del despacho disminuye (A.15). Se ha de tener en cuenta que las pérdidas en  $L32$  son constantes al permanecer saturado el circuito, y que las variaciones de las pérdidas en  $L12$  se reparten por igual entre G1 y G2 (A.6).

Por lo tanto desde un punto de vista matemático, la disminución de la función objetivo conforme las pérdidas del circuito  $L13$  aumentan, implica que la aproximación lineal por tramos de sus pérdidas procederá a rellenar los tramos de mayor a menor pendiente, distorsionando el valor de pérdidas en este circuito.

## Detección de pérdidas resistivas ficticias

La existencia de pérdidas resistivas ficticias no es posible detectarlas antes de que éstas aparezcan. Por ese motivo en este Tesis se ha desarrollado un algoritmo que detecta los circuitos en que se producen estas pérdidas ficticias. El proceso de detección de las pérdidas ficticias se basa en el chequeo de dos situaciones que implican su existencia:

- 1° Que se utilicen tramos de ambos sentidos de la diferencia angular.

2° Que para los tramos de sentido, éstos no se usen de forma ordenada o consecutiva. Normalmente dicha situación se produce cuando se utilizan los tramos de mayor a menor pendiente (inviertiéndose el orden correcto de uso).

Aplicando este chequeo sobre la aproximación relajada con pendientes, la primera situación se comprueba calculando el producto de la suma de las variables incrementales de ambos signos de cada circuito. Dicho producto ha de ser nulo, en caso contrario se habrían producido pérdidas ficticias en la línea (A.17).

$$\left( \sum_{q=1}^{Q_k} \Delta\theta_{kq}^+ \right) \cdot \left( \sum_{q=1}^{Q_k} \Delta\theta_{kq}^- \right) = 0 \quad (\text{A.17})$$

Una vez verificado que solamente se utiliza un solo sentido de la diferencia angular para el cálculo de las pérdidas, se comprueba que sus distintos tramos se han usado en el orden adecuado, i.e. de menor a mayor distancia al origen. La comprobación de esta segunda situación se realiza multiplicando los tantos por unidad de uso de los tramos utilizados en el sentido requerido. El resultado de esta multiplicación ha de ser igual al tanto por unidad del tramo utilizado más alejado del origen. Las ecuaciones (A.18) y (A.19) muestran esta comprobación para los dos sentidos, siendo  $Q_k^*$  el tramo utilizado más lejano del origen.

$$\prod_{q=1}^{Q_k^*} \frac{\Delta\theta_{kq}^+}{\Delta\theta_{kq}} = \frac{\Delta\theta_{kQ_k^*}^+}{\Delta\theta_{kQ_k^*}} \quad (\text{A.18})$$

$$\prod_{q=1}^{Q_k^*} \frac{\Delta\theta_{kq}^-}{\Delta\theta_{kq}} = \frac{\Delta\theta_{kQ_k^*}^-}{\Delta\theta_{kQ_k^*}} \quad (\text{A.19})$$

## Eliminación de pérdidas resistivas ficticias

La eliminación de estas pérdidas en aquellos circuitos en que se producen contiene tres pasos. El primero simplemente detecta los circuitos en los que se produce este tipo de pérdidas (apartado anterior), el segundo consiste en el modelado de las pérdidas exclusivamente en aquellos circuitos problemáticos, y para lo cual se utiliza una aproximación binaria-mixta, o bien una aproximación no lineal (cosenoidal o cuadrática), y el tercero es simplemente la resolución del flujo óptimo de cargas considerando un nuevo modelado de pérdidas resistivas para algunos circuitos.

Una vez finalizados estos tres pasos anteriores se comprueba si existe algún circuito adicional con pérdidas ficticias, en cuyo caso se ha de repetir este proceso de eliminación, añadiendo nuevos circuitos problemáticos al conjunto previo.

## Apéndice B

### Cálculo de flujos postfalta por compensación.

El cálculo de flujos de transporte tras el fallo de un circuito es una parte fundamental dentro del criterio preventivo N-1 de seguridad implantado en los despachos de generación de los sistemas eléctricos (sección 2.3.2.). Para llevar a cabo dicho cálculo de flujos se utiliza un procedimiento denominado de “compensación”. Dicho procedimiento está basado en la utilización de inyecciones de potencia adicionales (compensaciones) en la red con objeto de emular el fallo de un circuito. Este procedimiento resulta suficientemente preciso en el caso de que se utilice la aproximación en corriente continua en el flujo óptimo de cargas. La gran ventaja de aplicar el cálculo por compensación consiste en obtener los flujos postfalta sin necesidad de realizar nuevamente el cálculo del flujo óptimo de cargas, ni de actualizar completamente la matriz inversa de admitancias por cada contingencia analizada.

Los flujos postfalta se obtienen utilizando *sensibilidades red-red*, que determinan la variación de la potencia circulada por un circuito con respecto a variaciones de la potencia circulada en otro circuito. Estas sensibilidades se calculan mediante elementos de la matriz inversa de admitancias original del sistema (denominada también matriz de impedancias). La ecuación (B.1) determina el valor del flujo del circuito  $k$  tras el fallo del circuito  $k'$ ,  $G_{kk'}$ . Para ello utiliza el valor del flujo prefalta,  $F_k$ , y del flujo prefalta del circuito  $k'$  fallado,  $F_{k'}$ .

$$G_{kk'} = F_k + \delta_{kk'} F_{k'} \quad (\text{B.1})$$

Siendo  $\delta_{kk'}$ , la sensibilidad del flujo por el circuito  $k$  con respecto a la variación del flujo por el circuito  $k'$  (B.2).

$$\delta_{kk'} = \frac{\partial F_k}{\partial F_{k'}} \quad (\text{B.2})$$

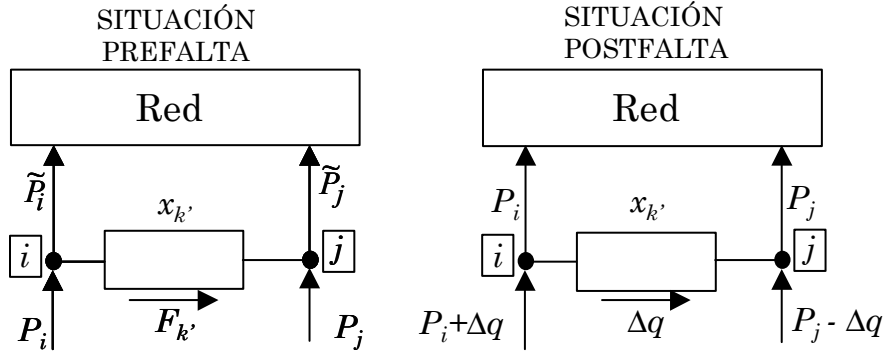


Fig.B.1. Método de compensación del fallo de un circuito.

El método de compensación se basa en determinar en primer lugar la potencia  $\Delta q$  inyectada de forma opuesta en los nudos extremos  $i, j$  del circuito  $k'$  fallado, con el fin de que la potencia final transportada a través de dicho circuito sea también  $\Delta q$ . Con ello se consigue que la potencia prefalta inyectada  $P_i, P_j$  en los nudos  $i, j$ , se inyecte directamente en la red para la situación postfalta. De esta forma se emula la situación de fallo del circuito  $k'$ , tal y como se representa en la Fig.B.1. En dicha figura se muestran las situaciones prefalta y postfalta en relación al fallo del circuito  $k'$ .

El valor de  $\Delta q$  se determina a partir de las variaciones de los ángulos de las tensiones de los nudos extremos del circuito  $k'$  como consecuencia de las inyecciones opuestas de potencia  $\Delta q$  en dichos nudos.

$$[\Delta\theta] = [Z][\Delta q] \quad (B.3)$$

$$[\Delta q] = \begin{bmatrix} 0 & \dots & \Delta q & \dots & -\Delta q & \dots & 0 \\ & & i & & j & & \end{bmatrix} \quad (B.4)$$

Para un sistema con  $N$  nudos y teniendo en cuenta que el nudo balance (“swing”) se hace coincidir con el nudo origen (“slack”) se tiene:

$[\Delta\theta]$ : Vector de incrementos angulares de nudos. Dimensión:  $[(N-1) \times 1]$ .

$[Z]$ : Matriz de impedancias del sistema. Dimensión:  $[(N-1) \times (N-1)]$ .

$[\Delta q]$ : Vector de inyecciones de potencia en los nudos. Dimensión:  $[(N-1) \times 1]$ .

Por lo tanto la variación del flujo por el circuito  $k'$ ,  $\Delta F_{k'}$ , con respecto a las inyecciones de potencia  $\Delta q$  se determina calculando los incrementos angulares de los nudos  $i$  y  $j$  (B.5):

$$\begin{aligned} \Delta\theta_i &= (Z_{ii} - Z_{ij}) \Delta q \\ \Delta\theta_j &= (Z_{ji} - Z_{jj}) \Delta q \end{aligned} \quad (B.5)$$

$$\Delta F_{k'} = \frac{\Delta\theta_i - \Delta\theta_j}{x_{ij}} = \frac{Z_{ii} - 2Z_{ij} + Z_{jj}}{x_{ij}} \Delta q \quad (\text{B.6})$$

Aplicando el método de compensación se iguala el flujo postfalta en el circuito  $k'$  (aplicando las inyecciones  $\Delta q$ ) con el valor mismo de dichas inyecciones  $\Delta q$ .

$$F_{k'}^{postfalta} = \Delta q = F_{k'}^{prefalta} + \Delta F_{k'} \quad (\text{B.7})$$

Considerando (B.6) y (B.7) se obtiene el valor de  $\Delta q$  en función del flujo prefalta existente en el circuito fallado  $k'$ , tal y como se expresa en (B.8).

$$\Delta q = \frac{F_{k'}^{prefalta}}{1 - \frac{Z_{ii} - 2Z_{ij} + Z_{jj}}{x_{ij}}} \quad (\text{B.8})$$

Conocido el valor de  $\Delta q$  y aplicando nuevamente (B.3), se obtiene el valor del incremento postfalta del flujo para cualquier circuito  $k$  con nudos extremos  $m$  y  $n$  debido a las inyecciones opuestas  $\Delta q$  en los nudos  $i$  y  $j$ , tal y como se indica en la ecuación (B.9).

$$\begin{aligned} \Delta\theta_m &= (Z_{mi} - Z_{mj}) \cdot \Delta q \\ \Delta\theta_n &= (Z_{ni} - Z_{nj}) \cdot \Delta q \\ \Delta F_k &= \frac{\Delta\theta_m - \Delta\theta_n}{x_{mn}} = \frac{(Z_{mi} - Z_{mj} - Z_{ni} + Z_{nj})}{x_{mn}} \Delta q \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

Finalmente el valor de la sensibilidad  $\delta_{kk'}$  de la ecuación (B.1) se obtiene a partir de las ecuaciones (B.8) y (B.9) resultando la expresión:

$$\delta_{kk'} = \frac{\Delta F_k}{F_{k'}^{prefalta}} = \frac{x_{ij} \cdot (Z_{mi} - Z_{mj} - Z_{ni} + Z_{nj})}{x_{mn} \cdot (x_{ij} - Z_{ii} + 2Z_{ij} - Z_{jj})} \quad (\text{B.10})$$

## Detección de circuitos puente

Los circuitos puente son aquellos cuyo fallo provoca la aparición de subredes o islas en el sistema. Su detección es importante desde el punto de vista de aplicación del criterio de seguridad preventivo N-1 de transporte, ya que si el sistema resulta inconexo la matriz de admitancias es singular, i.e. no tiene inversa, y por tanto no se puede aplicar el cálculo de flujos postfalta por compensación. El tratamiento del fallo de circuitos puente requeriría realizar un redespacho de generación para cada subsistema creado considerando aspectos de la operación tales como, las rampas de generación y la regulación secundaria de

potencia. La evaluación de fallos de circuitos puente se ha omitido en esta Tesis debido a que da lugar al estudio parcial de la componente de seguridad que le corresponde a la generación. Ello es debido a que mayoritariamente la creación de islas o subsistemas provoca desequilibrios entre generación y demanda en los subsistemas que aparecen.

La detección de circuitos puente se ha realizado mediante el uso de sus sensibilidades de generación-red que relacionan el flujo de potencia circulado por el circuito con respecto a la inyección de potencia en sus nudos extremos. Este procedimiento resulta válido cuando se utiliza el modelado en corriente continua del flujo de cargas sin tener en cuenta las pérdidas resistivas de transporte. Este procedimiento se basa en la siguiente propiedad:

*“Si en los nudos extremos de un circuito puente se aumenta la potencia inyectada en igual cantidad pero con distinto signo, la variación del flujo por dicho circuito en módulo es igual al valor del incremento de potencia aplicado a los nudos extremos.”*

En la Fig.B.2 se refleja la anterior propiedad de forma gráfica. Su demostración se puede realizar por negación: si cuando se inyectan exclusivamente en los nudos extremos del circuito puente  $k'$  incrementos de potencia iguales y de sentido opuesto, toda la inyección adicional de potencia no pasase por dicho circuito, parte de ella se tendría que compensar en alguna de las subredes que están interconectadas a través del circuito  $k'$ . Este hecho estaría en contradicción con la premisa inicial de que solamente se producen variaciones de potencia en los nudos extremos del circuito puente.

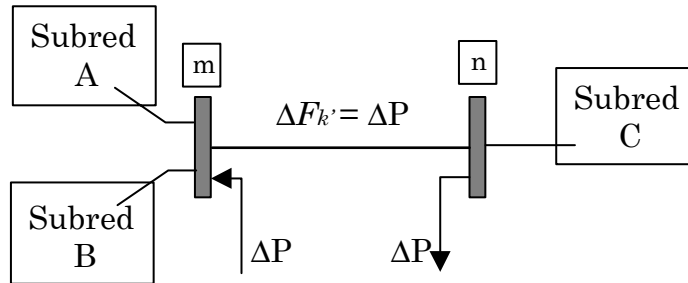


Fig.B.2. Inyección en nudos extremos de un circuito puente.

Matemáticamente esta propiedad implica la utilización de elementos de la inversa de la matriz de admitancias  $[Z]$  y el valor de la reactancia del circuito  $k'$ ,  $x_{k'}$ . El cumplimiento de la ecuación (B.11) es condición necesaria y suficiente de todo circuito puente. Mediante el uso de esta expresión se filtran circuitos puentes en la implantación del criterio de seguridad preventivo N-1.

$$\Delta\theta_i = (Z_{ii} - Z_{ij}) \cdot \Delta P$$

$$\Delta\theta_j = (Z_{ji} - Z_{jj}) \cdot \Delta P$$

$$\Delta F_{k'} = \frac{\Delta\theta_i - \Delta\theta_j}{x_{k'}} = \frac{(Z_{ii} - 2Z_{ji} + Z_{jj})}{x_{k'}} \cdot \Delta P$$

$$\text{Si } \Delta F_{k'} = \Delta P \Rightarrow \boxed{x_k - (Z_{ii} - 2Z_{ji} + Z_{jj}) = 0} \quad (\text{B.11})$$

### Actualización de la inversa de la matriz de admitancias (Fórmula de Woodbury o de Sherman-Morrison).

En este apartado contiene la demostración de la fórmula de Woodbury o de Sherman-Morrison utilizada en la sección 2.3.2. que permite actualizar la matriz inversa de admitancias  $[\tilde{Z}]$  ante cambios o indisponibilidades en la red de transporte. La utilidad de esta expresión radica en el cálculo de las sensibilidades actualizadas que se usan en el preventivo N-1 cuando la topología inicial de la red cambia debido a fallos iniciales.

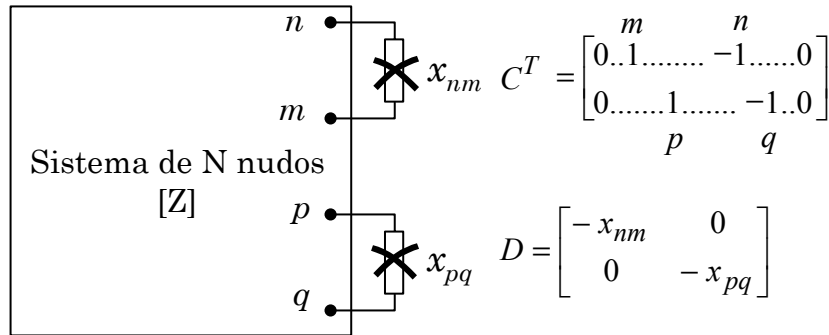


Fig.B.3. Caso ejemplo de indisponibilidad de dos circuitos.

En la Fig.B.3 se muestra un caso ejemplo con dos circuitos indisponibles en un sistema compuesto por N nudos. Los dos circuitos fallados dan lugar a una matriz de incidencias C, y a una matriz diagonal de impedancias D que se describen en dicha figura. Estas matrices auxiliares, C y D, poseen las siguientes características genéricas para un sistema con N nudos y H circuitos indisponibles.

- C: Matriz de incidencias de los circuitos fallados por sorteo. Su dimensión es de  $N-1$  filas (número de nudos del sistema menos uno) por  $H$  columnas (número circuitos fallados). Por cada columna asociada a un circuito fallado se sitúa un 1 en el nudo de cabecera del circuito, y un  $-1$  en el nudo de llegada.
- D: Matriz diagonal de dimensión  $H \times H$  con los valores negativos de las reactancias de los circuitos fallados.

A continuación se establecen los pasos de la demostración de la fórmula de actualización de Woodbury, siendo Y la matriz de admitancias del sistema con todos los circuitos disponibles, e  $\tilde{Y}$  la matriz actualizada de admitancias.

$$\tilde{Y} = Y + C \cdot D^{-1} \cdot C^T \quad (\text{B.12})$$

Ambos lados de la igualdad multiplicándolos por la izquierda por Z, y por la derecha por  $\tilde{Z}$  se tiene:



$$Z \cdot \tilde{Y} \cdot \tilde{Z} = Z \cdot Y \cdot \tilde{Z} + Z \cdot C \cdot D^{-1} \cdot C^T \cdot \tilde{Z} \quad (\text{B.13})$$

Aplicando que  $\tilde{Y} \cdot \tilde{Z} = I$ , y que  $Y \cdot Z = I$  resulta:

$$\tilde{Z} = Z - Z \cdot C \cdot D^{-1} \cdot C^T \cdot \tilde{Z} \quad (\text{B.14})$$

Multiplicando por la izquierda por  $C^T$  a ambos lados de la igualdad, y por  $D \cdot D^{-1}$  solamente al lado izquierdo se tiene:

$$D \cdot D^{-1} \cdot C^T \cdot \tilde{Z} = C^T \cdot Z - C^T \cdot Z \cdot C \cdot D^{-1} \cdot C^T \cdot \tilde{Z} \quad (\text{B.15})$$

$$(D + C^T \cdot Z \cdot C) \cdot D^{-1} \cdot C^T \cdot \tilde{Z} = C^T \cdot Z \quad (\text{B.16})$$

$$D^{-1} C^T \tilde{Z} = (D + C^T Z C)^{-1} C^T Z \quad (\text{B.17})$$

Sustituyendo este resultado en la (B.14) se llega a la fórmula de Woodbury que actualiza la inversa de admitancias a partir de la inversa de admitancias original.

$$\boxed{\tilde{Z} = Z - Z \cdot C \cdot (D + C^T \cdot Z \cdot C)^{-1} \cdot C^T \cdot Z} \quad (\text{B.18})$$

## Apéndice C

### Función de supervivencia de la capacidad fallada global.

En este apéndice se describe el procedimiento de cálculo y actualización de las funciones de supervivencia de las variables globales de entrada: *capacidad fallada de generación térmica* y *capacidad fallada de transporte*. Utilizando el modelado *convolutivo* se determinan las funciones de supervivencia mediante algoritmos que de manera analítica agrupan distribuciones individuales de probabilidad.

Concretamente para estudiar la disponibilidad de grupos y circuitos del sistema eléctrico, se convolucionan las distribuciones individuales *Bernoulli*. Las funciones de supervivencia resultantes son utilizadas posteriormente en el sorteo realizado por convolución inversa (sección 3.1.1.3.).

La notación utilizada por el modelado convolutivo es la siguiente:

$i$ : Índice del elemento añadido y simultáneamente de la iteración actual del cálculo recursivo.

$\Omega$ : Conjunto de elementos cuyo fallo es estudiado. Su cardinal es  $I$ .

$q_i$ : Probabilidad de fallo del elemento  $i$ , según distribución *Bernoulli*.

$P_i(C \geq c)$ : Probabilidad asociada a estados con capacidad fallada superior o igual a  $c$  cuando se han añadido previamente  $i$  elementos. También se simboliza como  $P_i(c)$ .

$C_i$ : Capacidad del elemento  $i$ .

Se ha de tener en cuenta que en este modelo de explotación no se contempla la posibilidad de que los fallos de grupos y circuitos sean parciales, lo cual permitiría un funcionamiento entre su mínimo técnico y un valor inferior al máximo técnico. Por lo tanto, los fallos de grupos y circuitos estudiados afectan a la capacidad total del elemento.

El cálculo analítico se inicializa con todas las  $P_i(c)$  valiendo cero. Asimismo se establece que el valor de  $P_i(c)$  para valores de  $c$  nulos o negativos es la unidad. La función de supervivencia se calcula mediante la utilización recursiva de la

ecuación (C.1) añadiendo progresivamente los elementos de generación o transporte.

$$P_i(C \geq c) = P_{i-1}(C \geq c) \cdot (1 - q_i) + P_{i-1}(C \geq c - C_i) \cdot q_i ; i: 1 \rightarrow I; i \in \Omega \quad (C.1)$$

El modelo convolutivo se ha aplicado al sistema español que contiene 75 grupos térmicos, todos ellos con una misma probabilidad de fallo del 10%, (i.e.,  $q_i = 0.1$ ). La Fig.C.1 muestra la función de supervivencia de la capacidad fallada de generación térmica partiendo de un estado del sistema con todos los grupos disponibles. Análogamente se ha hecho para la capacidad fallada global de transporte.

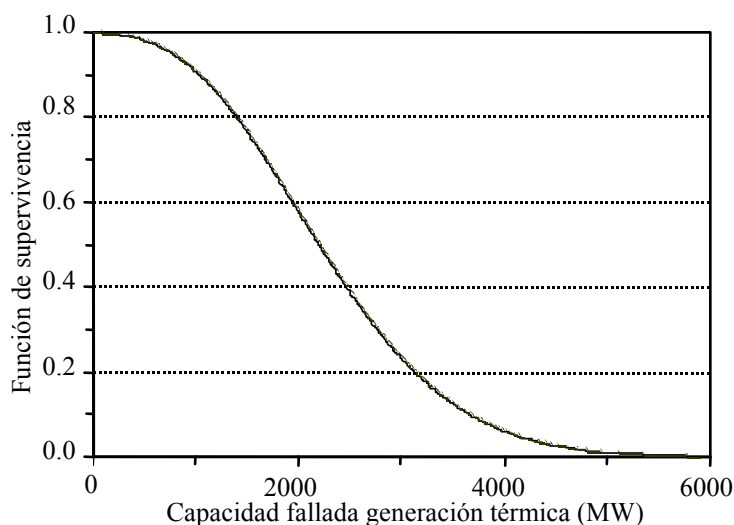


Fig.C.1. Función de supervivencia de la capacidad térmica fallada.

### Actualización de la función de supervivencia

La función de supervivencia calculada de forma convolutiva se puede actualizar conforme el conjunto de partida de elementos  $\Omega$  varía, debido por ejemplo al efecto del mantenimiento programado térmico a lo largo del alcance del modelo. La ecuación (C.2) permite actualizar recursivamente la función de supervivencia, cuando el elemento  $j$  se considera en mantenimiento (indisponibilidad programada inicialmente).

$$P_{\varnothing j}(C \geq c) = \frac{P_{Cj}(C \geq c) - P_{\varnothing j}(C \geq c - C_j) \cdot q_j}{1 - q_j} \quad (C.2)$$

Siendo:

$P_{Cj}(C \geq c)$ : Probabilidad asociada a estados con capacidad fallada superior o igual al valor  $c$  incluyendo el grupo térmico  $j$  en el conjunto.

$P_{\varnothing j}(C \geq c)$ : Probabilidad asociada a estados con capacidad fallada superior o igual al valor  $c$  excluyendo el grupo térmico  $j$  en el conjunto.

La densidad analítica de probabilidad para la variable *capacidad térmica fallada* se calcula restando valores consecutivos de la función de supervivencia. Dicha densidad de probabilidad en el caso español se representa en la Fig.C.2.

Como se aprecia en dicha figura, prácticamente hasta la mitad del rango de variación de la capacidad térmica fallada, existen irregularidades apreciables en el valor de la densidad de probabilidad. Estas irregularidades son debidas a la naturaleza discreta de las variables individuales que se agrupan dentro de una misma variable global. Asimismo el valor de estas irregularidades disminuye progresivamente conforme el valor de la capacidad térmica global fallada aumenta de valor, ya que su impacto relativo disminuye lógicamente.

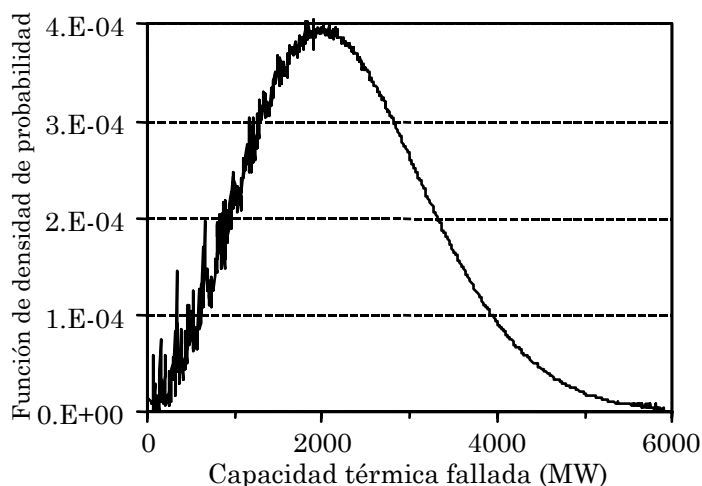


Fig.C.2. Función de densidad de probabilidad de la capacidad térmica fallada.

## Técnicas de aproximación

El cálculo recursivo de las funciones de supervivencia aplicado a sistemas con un número considerable de grupos térmicos y circuitos, lleva asociada una carga computacional importante debido al elevado número de estados posibles para la capacidad fallada global del sistema. Dicha carga computacional se puede reducir aplicando *técnicas de aproximación*, una de ellas es la *discretización* de capacidades y la otra el *truncamiento* de estados por probabilidad.

La técnica de *discretización* reduce el número de estados posibles de fallo del sistema, haciendo que la capacidad de cada elemento sea un múltiplo de una cantidad de potencia prefijada por el usuario. Por otro lado la técnica del *truncamiento* interrumpe la actualización recursiva de la función de supervivencia cuando los valores de probabilidad obtenidos se sitúan por debajo de una cota previamente fijada por el usuario.

Se ha realizado un estudio comparativo del efecto que tienen las dos técnicas anteriores sobre la precisión de la función de densidad de probabilidad correspondiente al caso español. El primer análisis realizado consiste en estudiar el impacto del valor de la discretización de la capacidad de fallo, utilizando para ello distintos valores de discretización. Tomando la cantidad de 5 MW como valor más pequeño de discretización de la potencia térmica fallada, se calcula la

función de densidad de referencia contenida en la Fig.C.2. La Fig.C.3 muestra la diferencia entre la densidad de probabilidad calculada discretizando con 5 MW y con 10 MW.

Los errores que muestra la Fig.C.3 son debidos a que discretizando con una cantidad superior, algunos de los estados que anteriormente existían, ahora no se consideran. Este hecho distorsiona levemente la precisión de la densidad de probabilidad sobre todo en las capacidades falladas de menor cuantía. Las Fig.C.4 y Fig.C.5 muestran los errores de precisión cuando se comparan la función de densidad de referencia (5 MW), con las funciones obtenidas discretizando respectivamente con 20 MW y con 30 MW.

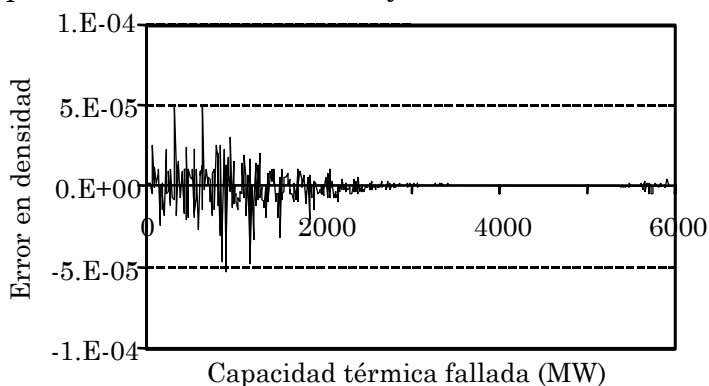


Fig.C.3. Errores de densidad de probabilidad discretizando con 10 MW.

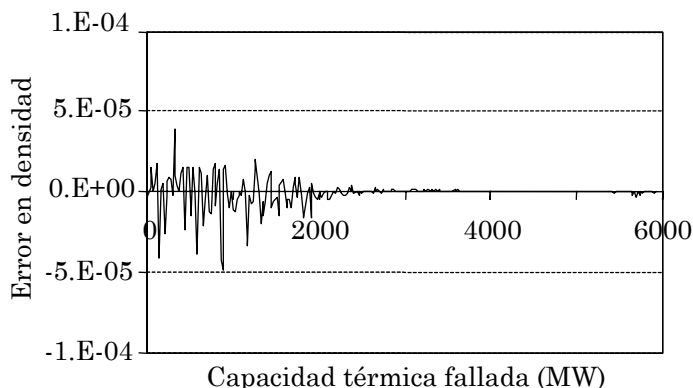


Fig.C.4. Errores de densidad de probabilidad discretizando con 20 MW.

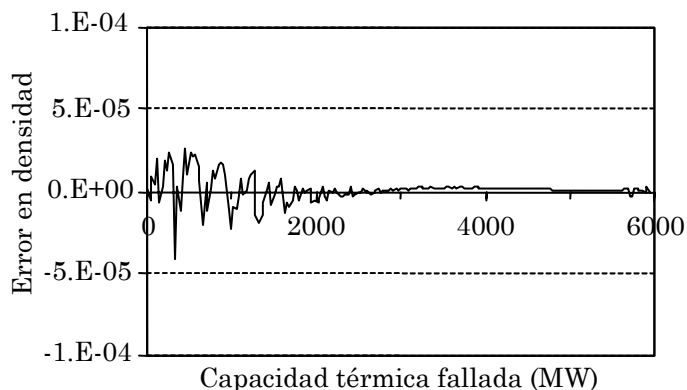


Fig.C.5. Errores de densidad de probabilidad discretizando con 30 MW.

Conforme aumenta la cantidad de potencia utilizada para discretizar se reducen los errores máximos, aunque el error para capacidades falladas superiores a 3000 MW aumenta ligeramente. En el modelo de explotación desarrollado en esta Tesis aplicándolo al caso español, se ha considerado que el valor de discretización de 30 MW para la generación térmica y de 200 MW para la capacidad de transporte, determinan funciones de supervivencia y de densidad suficientemente próximas a las que realmente posee el sistema, requiriendo una carga computacional admisible.

A modo de comparación se puede comprobar la similitud existente entre la Fig.C.2 calculada discretizando la generación térmica con 5 MW, y la Fig.C.6 con 30 MW.

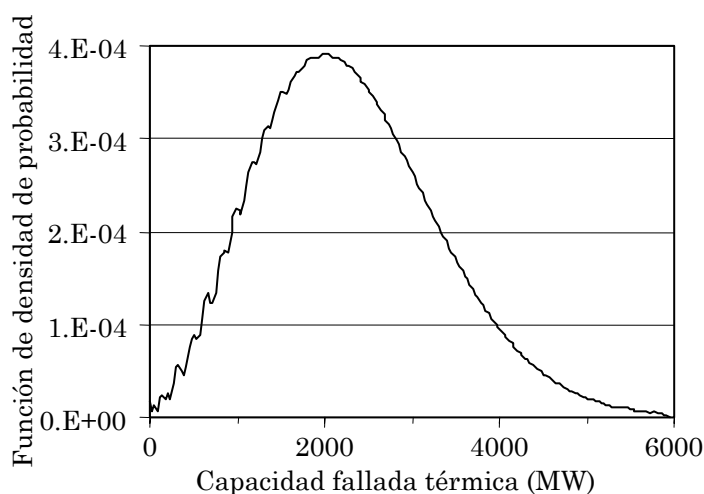


Fig.C.6. Función de densidad de probabilidad discretizando con 30 MW.

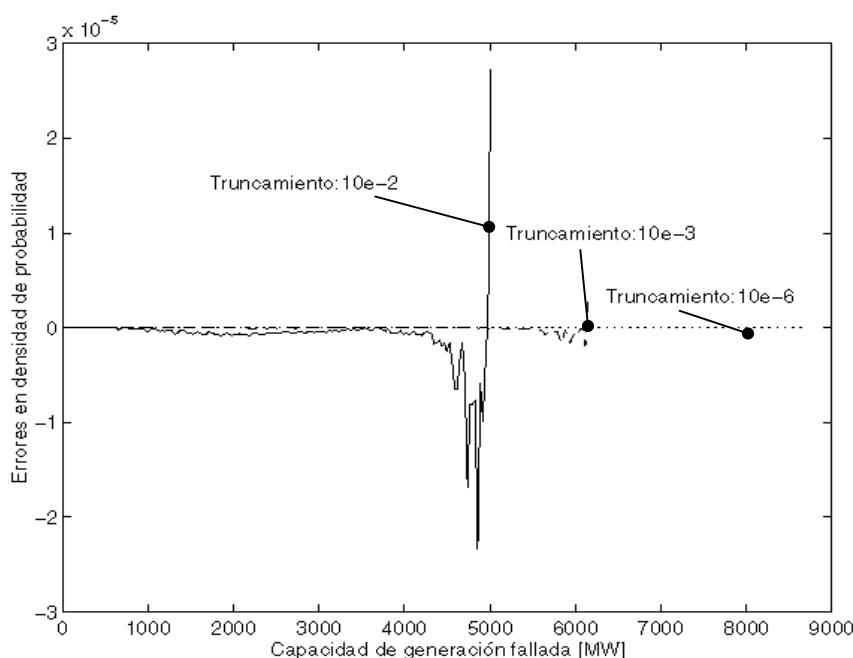


Fig.C.7. Error de precisión en densidad de probabilidad por truncamiento.

En cuanto a la técnica de *truncamiento* se ha analizado la variación de la función de densidad de la capacidad fallada térmica del sistema español usando distintos valores de truncamiento. En la Fig.C.7 se representan las diferencias entre una función de densidad de *referencia* (obtenida para un valor de truncamiento de  $10^{-12}$  y un valor de discretización de 30 MW) y otras funciones de densidad obtenidas para tres valores de truncamiento,  $10^{-6}$ ,  $10^{-3}$  y  $10^{-2}$ , con el mismo valor de discretización.

En la Fig.C.7 se aprecia que el valor de truncamiento  $10^{-2}$  (con línea *continua*) aumenta de forma drástica el error en la densidad de probabilidad del fallo térmico cuando la capacidad de fallo excede los 5000 MW. Debido a que los estados con capacidad de fallo superior a 5000 MW poseen una probabilidad acumulada no despreciable, no se aconseja el uso de este valor de truncamiento en el caso español. Sin embargo, el truncamiento usando  $10^{-3}$  (Fig.C.7 con línea *a trazos*), reduce bastante los errores de precisión, desplazándose el incremento dramático del error de precisión a capacidades falladas superiores a 6000 MW. La probabilidad acumulada de fallo superior a 6000 MW es escasa. El truncamiento usando  $10^{-6}$  (Fig.C.7 con línea de *puntos*) obtiene valores solapados con los de referencia, con lo cual no existe error de desviación alguno. Desde el punto de vista de la implantación sobre el modelo de explotación, el truncamiento con  $10^{-3}$  se ha considerado adecuado por la combinación que conlleva de precisión y carga computacional obtenida.

Análogamente a la capacidad fallada de generación térmica se ha estudiado el efecto del truncamiento para la capacidad fallada de transporte obteniéndose igualmente que el truncamiento usando  $10^{-3}$ , obtiene un adecuado compromiso entre carga computacional y precisión en la función de densidad de probabilidad.

### **Inconvenientes en sistemas de tamaño reducido.**

Para sistemas eléctricos con un número reducido de grupos o circuitos la función de supervivencia resultante tiene una forma escalonada, Fig.C.8. Este hecho va en detrimento de la precisión en la asignación de fallos individualizados de grupos o circuitos. Para mejorar su precisión se requiere que el valor de discretización para construir la función de supervivencia se reduzca con objeto de obtener en lo posible estados de fallo reales del sistema. Adicionalmente en el procedimiento de la convolución inversa se ha de reducir e incluso suprimir, el error de asignación de fallos  $\epsilon$  (paso ⑤ de la convolución inversa, sección 3.1.1.3.), todo ello con el fin de aumentar la precisión de la asignación individual de fallos.

En la Fig.C.8 se muestra el procedimiento de la transformación inversa de la capacidad fallada global para un sistema de tamaño reducido. Por otro lado el error de asignación admisible ( $2\epsilon$ ) ha de disminuir para aumentar la precisión de la asignación realizada.

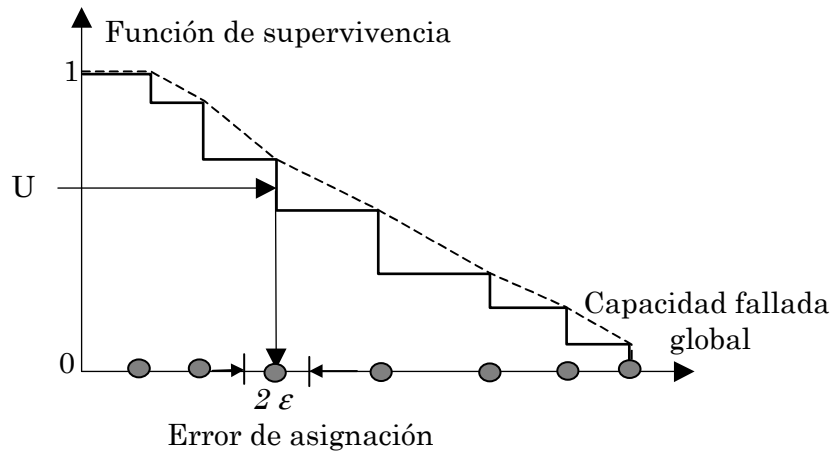


Fig.C.8. Muestreo de la función de supervivencia para un sistema de tamaño reducido.



## Apéndice D

### Estadísticos: Estimadores insesgados y extensiones.

#### D.1. La varianza muestral.

##### D.1.1. Estimador insesgado.

En este apartado del apéndice se demuestra que el estimador utilizado para la varianza de la variable  $X$  es insesgado, i.e. su valor medio coincide con la varianza real de la variable. Esta demostración está desarrollada parcialmente en [Peña, 95]. La formulación utilizada para estimar dicha varianza utiliza los momentos de primer y segundo orden para un tamaño muestral  $\varpi$  (D.1).

Para clarificar la demostración, el símbolo  $\sum_{\omega=1}^{\varpi}$  se sustituye por  $\Sigma$ , y las muestras de la variable  $X$  se notan como  $x$ .

$$\overline{Var}^{\varpi}(X) = \frac{\sum x^2}{\varpi-1} - \frac{\sum x}{\varpi-1} \frac{\sum x}{\varpi} = \frac{\sum x^2}{\varpi-1} - 2 \frac{\sum x}{\varpi-1} \frac{\sum x}{\varpi} + \frac{\sum x}{\varpi} \frac{\sum x}{\varpi-1} = \frac{\sum \left( x - \frac{\sum x}{\varpi} \right)^2}{\varpi-1} = \frac{\sum (x - \bar{X})^2}{\varpi-1} \quad (\text{D.1})$$

Se desarrolla el numerador de la ecuación anterior, y notando como  $\mu$  la media de  $X$  se tiene:

$$\sum (x - \bar{X})^2 = \sum (x - \mu + \mu - \bar{X})^2 = \sum (x - \mu)^2 + \varpi(\mu - \bar{X})^2 + 2(\mu - \bar{X}) \sum (x - \mu) = \sum (x - \mu)^2 - \varpi(\mu - \bar{X})^2 \quad (\text{D.2})$$

Despejando el valor de  $\sum (x - \mu)^2$  resulta:

$$\sum (x - \mu)^2 = \sum (x - \bar{X})^2 + \varpi (\bar{X} - \mu)^2 \quad (\text{D.3})$$

Tomando esperanza sobre ambos miembros de la igualdad anterior se obtiene (D.4), y notando la desviación típica de  $X$  como  $\sigma$ , se expresa la esperanza de la varianza muestral en función de  $\sigma^2$ .

$$\varpi \sigma^2 = \varpi E((x - \bar{X})^2) + \varpi E((\bar{X} - \mu)^2) = \varpi E((x - \bar{X})^2) + \sigma^2 \quad (\text{D.4})$$

$$E((x - \bar{X})^2) = \frac{\varpi - 1}{\varpi} \sigma^2 \quad (\text{D.5})$$

Calculando la esperanza sobre la ecuación (D.1), y aplicando la ecuación (D.5) se comprueba que el estimador utilizado para la varianza de la variable  $X$  es insesgado.

$$E(\overline{\text{Var}}^\varpi(X)) = \sigma^2 \quad (\text{D.6})$$

Esta estimación muestral de la varianza permite que su actualización pueda realizarse muestra a muestra, o bien simultáneamente un grupo de muestras. El hecho de poder actualizar varias muestras de manera simultánea no incrementa la carga computación del modelo, ni tampoco los requerimientos de memoria.

### D.1.2. Estimador alternativo.

En [Ramos, 90] se utiliza una formulación recursiva en el cálculo de la varianza muestral de  $X$ .

$$\text{Var}^\varpi(X) = \frac{1}{\varpi - 1} \left[ (\varpi - 2) \text{Var}^{\varpi-1}(X) + \frac{\varpi}{\varpi - 1} (x - \bar{X}^\varpi)^2 \right] \quad (\text{D.7})$$

Esta formulación implica los mismos requerimientos de memoria que la formulación basada en los momentos de primer y segundo orden. Sin embargo, su uso para actualizar simultáneamente  $t$  muestras no resulta adecuado por el aumento del coste computacional que supone (D.8).

$$\text{Var}^\varpi(X) = \frac{\varpi - t - 1}{\varpi - 1} \text{Var}^{\varpi-t}(X) + \frac{1}{(\varpi - 1)(\varpi - t)} \left[ \begin{aligned} & \varpi t \left( \bar{X}^\varpi \right)^2 - 2\varpi \bar{X}^\varpi \sum_{i=\varpi-t+1}^{\varpi} x_i + \\ & \left( \sum_{i=\varpi-t+1}^{\varpi} x_i \right)^2 + (\varpi - t) \sum_{i=\varpi-t+1}^{\varpi} x_i^2 \end{aligned} \right] \quad (\text{D.8})$$

### D.1.3. Cálculo distribuido de estadísticos.

Esta sección aborda el problema del cálculo analítico de un mismo estadístico utilizando distintos procesadores, donde cada uno de ellos analiza un conjunto diferente de muestras.

Como ejemplo aclaratorio en esta sección se detalla las expresiones utilizadas cuando se divide la simulación del periodo  $p$  en dos tareas con un tamaño muestral  $\varpi_a$  y  $\varpi_b$ , calculando en cada una de ellas la media y varianza asociadas. Estas expresiones se pueden generalizar perfectamente para un mayor número de tareas en la simulación.

En la Fig.D.1 se muestra como se ha dividido en dos la simulación del periodo  $p$ , indicando su tamaño muestral y estadísticos asociados, así como los estadísticos globales del agrupamiento de las divisiones.

La media muestral que agrupa las dos partes ( $a$  y  $b$ ) de la simulación del periodo se calcula sumando ambas medias, de forma ponderada con respecto al número total de muestras  $\varpi$ ,  $\varpi = \varpi_a + \varpi_b$  (D.9).

$$\bar{X}^\varpi = \frac{\varpi_a \bar{X}_a + \varpi_b \bar{X}_b}{\varpi} \tag{D.9}$$

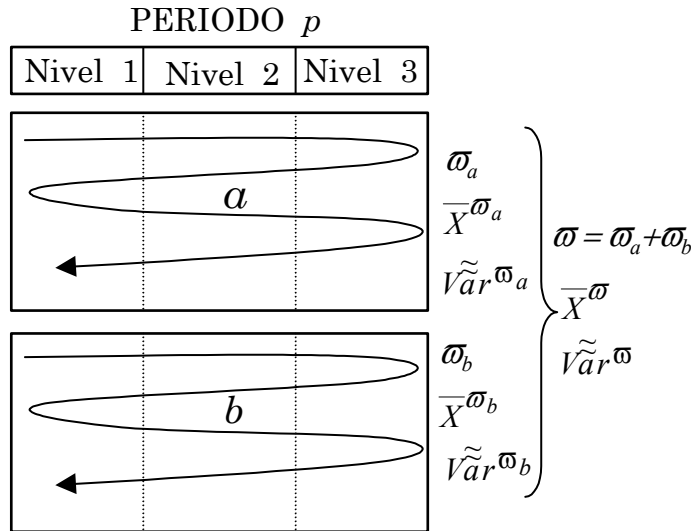


Fig.D.1. División intraperíodo de la simulación.

La varianza muestral del conjunto de muestras uniendo ambas partes, se indica en la ecuación (D.10). Cada uno de los sumandos del numerador de esta ecuación se puede calcular utilizando la media y varianza muestrales estimadas en cada parte, (D.11) y (D.12).

$$\overline{Var}^\varpi(X) = \frac{\sum_{i=1}^{\varpi_a} (x_a^i - \bar{X}^\varpi)^2 + \sum_{i=1}^{\varpi_b} (x_b^i - \bar{X}^\varpi)^2}{\varpi - 1} \tag{D.10}$$

$$\sum_{i=1}^{\varpi_a} (x_a^i - \bar{X}^{\varpi})^2 = \sum_{i=1}^{\varpi_a} (x_a^i - \bar{X}_a^{\varpi_a})^2 + \varpi_a (\bar{X}_a^{\varpi_a} - \bar{X}^{\varpi})^2 \quad (\text{D.11})$$

$$\sum_{i=1}^{\varpi_b} (x_b^i - \bar{X}^{\varpi})^2 = \sum_{i=1}^{\varpi_b} (x_b^i - \bar{X}_b^{\varpi_b})^2 + \varpi_b (\bar{X}_b^{\varpi_b} - \bar{X}^{\varpi})^2 \quad (\text{D.12})$$

Expresando la varianza muestral total de la simulación en función de los estadísticos parciales se obtiene la ecuación (D.13).

$$\overline{Var}^{\varpi}(X) = \frac{(\varpi_a - 1) \overline{Var}_a^{\varpi_a}(X) + (\varpi_b - 1) \overline{Var}_b^{\varpi_b}(X) + \varpi_a (\bar{X}_a^{\varpi_a} - \bar{X}^{\varpi})^2 + \varpi_b (\bar{X}_b^{\varpi_b} - \bar{X}^{\varpi})^2}{\varpi - 1} \quad (\text{D.13})$$

Actualmente la paralelización intraperiodo no ha sido implantada en el modelo probabilista. Conforme el número de ordenadores disponibles para llevar a cabo la simulación se incremente por encima del número de periodos, será necesario aumentar el número de tareas independientes que permite la simulación. En este caso la división intraperiodo puede ser el camino natural más adecuado para dar lugar a un aumento del número de tareas en la simulación.

## D.2. La covarianza muestral.

La covarianza muestral se utiliza para el estudio del agrupamiento de estadísticos pertenecientes a distintos niveles de un mismo periodo. En los dos apartados siguientes se demuestra que el estimador utilizado es insesgado, y se detalla la expresión utilizada por la covarianza muestral cuando se aplica la técnica de las variables de control.

### D.2.1. Estimador insesgado.

En este apartado se demuestra que el estimador de la covarianza utilizado para la agrupación de resultados por periodo es insesgado (sección 3.1.2.1.). La notación utilizada es la siguiente:

$\overline{Cov}_{xy}$ : Covarianza estimada entre variables  $X$  e  $Y$  para  $\varpi$  muestras.

$Cov_{xy}$ : Covarianza real entre las variables  $X$  e  $Y$ .

$\overline{X}$ : Media muestral de  $X$  estimada con  $\varpi$  muestras.

$\overline{Y}$ : Media muestral de  $Y$  estimada con  $\varpi$  muestras.

$\mu_x$ : Media de la variable  $X$ .

$\mu_y$ : Media de la variable  $Y$ .

En la ecuación (D.14) se muestra la equivalencia entre la formulación de la covarianza muestral con momentos de primer y segundo orden, y la formulación en función de las desviaciones a su valor medio muestral.

$$\overline{Cov}^{\varpi}_{xy} = \frac{\sum(xy)}{\varpi-1} - \frac{\sum x}{\varpi-1} \frac{\sum y}{\varpi} = \frac{\sum(xy)}{\varpi-1} - 2 \frac{\sum x}{\varpi-1} \frac{\sum y}{\varpi} + \frac{\sum x}{\varpi-1} \frac{\sum y}{\varpi} = \frac{\sum(x - \frac{\sum x}{\varpi})(y - \frac{\sum y}{\varpi})}{\varpi-1} \quad (D.14)$$

Desarrollando el producto del numerador resultante en (D.14), se obtienen una serie de sumandos contenidos en (D.15).

$$\begin{aligned} \frac{\sum(x - \bar{X})(y - \bar{Y})}{\varpi-1} &= \frac{\sum(x - \mu_x + \mu_x - \bar{X})(y - \mu_y + \mu_y - \bar{Y})}{\varpi-1} = \\ &= \frac{\sum(x - \mu_x)(y - \mu_y)}{\varpi-1} + \frac{\sum(x - \mu_x)(\mu_y - \bar{Y})}{\varpi-1} + \frac{\sum(\mu_x - \bar{X})(y - \mu_y)}{\varpi-1} + \frac{\sum(\mu_x - \bar{X})(\mu_y - \bar{Y})}{\varpi-1} \end{aligned} \quad (D.15)$$

Tomando esperanzas en (D.15), la esperanza de cada uno de los sumandos resulta:

$$E\left[\frac{\sum(x - \mu_x)(y - \mu_y)}{\varpi-1}\right] = \frac{\varpi}{\varpi-1} Cov^{\varpi}_{xy} \quad (D.16)$$

$$E\left[\frac{\sum(x - \mu_x)(\mu_y - \bar{Y})}{\varpi-1}\right] = -\frac{Cov^{\varpi}_{xy}}{\varpi-1} \quad (D.17)$$

$$E\left[\frac{\sum(\mu_x - \bar{X})(y - \mu_y)}{\varpi-1}\right] = -\frac{Cov^{\varpi}_{xy}}{\varpi-1} \quad (D.18)$$

$$E\left[\frac{\sum(\mu_x - \bar{X})(\mu_y - \bar{Y})}{\varpi-1}\right] = \frac{Cov^{\varpi}_{xy}}{\varpi-1} \quad (D.19)$$

Agrupando las esperanzas de los sumandos se completa la demostración de que el estimador utilizado de la covarianza es insesgado (sección 3.1.2.1.).

$$E\left[\overline{Cov}^{\varpi}_{xy}\right] = Cov_{xy} \quad (D.20)$$

### D.2.2. Covarianza muestral con variables de control.

La utilización de la técnica de las variables de control requiere el cálculo de dos tipos de covarianza: una es la covarianza existente entre la variable original y

la variable de control, y la otra es la covarianza entre las variables controladas dentro del periodo.

Con respecto al primer tipo de covarianza, ésta se calcula mediante una expresión análoga a la descrita en el apartado B de la sección 3.1.2.1., pero en este caso en vez variables pertenecientes a dos niveles de demanda, se trata de la variable original  $X$  y la variable de control  $Z$ . La ecuación (D.21) permite el cálculo recursivo de la covarianza muestral para cada  $t$  muestras, existiendo un total de  $\bar{\omega}$  muestras en el nivel  $n$  del periodo  $p$ .

$$\begin{aligned} \tilde{Cov}(X_{pn}^{\bar{\omega}}, Z_{pn}^{\bar{\omega}}) = & \frac{1}{\bar{\omega}-1} \left[ \overline{XZ}_{pn}^{\bar{\omega}-t} (\bar{\omega}-t) + \sum_{\omega=k-t+1}^{\bar{\omega}} (x_{pn}^{\omega} \cdot z_{pn2}^{\omega}) \right] - \\ & \frac{1}{\bar{\omega}(\bar{\omega}-1)} \left[ \overline{X}_{pn}^{\bar{\omega}-t} (\bar{\omega}-t) + \sum_{\omega=\bar{\omega}-t+1}^{\bar{\omega}} x_{pn}^{\omega} \right] \cdot \left[ \overline{Z}_{pn}^{\bar{\omega}-t} (\bar{\omega}-t) + \sum_{\omega=\bar{\omega}-t+1}^{\bar{\omega}} z_{pn}^{\omega} \right] \end{aligned} \quad (D.21)$$

Siendo  $\overline{XZ}_{pn}^{\bar{\omega}-t}$ , la media muestral para el nivel  $n$  del periodo  $p$  de las primeras  $\bar{\omega}-t$  muestras del producto de la variable original y la variable de control.

Con respecto al segundo tipo, la covarianza muestral intraperiodo para los niveles  $n1$  y  $n2$  del periodo  $p$  se expresa en función de sus medias y producto (D.22). La media del producto se ha expresado en la ecuación (D.23) en función de las variables originales, variables controladas y coeficientes de control.

$$Cov(Y_{c_{pn1}}, Y_{c_{pn2}}) = E(Y_{c_{pn1}} \cdot Y_{c_{pn2}}) - E(Y_{c_{pn1}}) \cdot E(Y_{c_{pn2}}) \quad (D.22)$$

$$\begin{aligned} E(Y_{c_{pn1}} \cdot Y_{c_{pn2}}) = & E((X_{pn1} - \beta_{pn1} \cdot (Z_{pn1} - \mu_{Zpn1})) \cdot (X_{pn2} - \beta_{pn2} \cdot (Z_{pn2} - \mu_{Zpn2}))) = \\ & E(X_{pn1} \cdot X_{pn2}) - \beta_{pn1} \cdot E(X_{pn2} \cdot Z_{pn1}) + \beta_{pn1} \cdot \mu_{Zpn1} \cdot E(X_{pn2}) - \beta_{pn2} \cdot E(X_{pn1} \cdot Z_{pn2}) \\ & + \beta_{pn2} \cdot \mu_{Zpn2} \cdot E(X_{pn1}) + \beta_{pn1} \cdot \beta_{pn2} \cdot (E(Z_{pn1} \cdot Z_{pn2}) - \mu_{Zpn1} \cdot E(Z_{pn2}) - \mu_{Zpn2} \cdot E(Z_{pn1})) \\ & + \beta_{pn1} \cdot \beta_{pn2} \cdot \mu_{Zpn1} \cdot \mu_{Zpn2} \end{aligned} \quad (D.23)$$

Por lo tanto para estimar la media del producto de las variables controladas utilizando la ecuación (D.23), se requiere la estimación de las medias de las variables originales,  $\overline{X}_{pn1}$  y  $\overline{X}_{pn2}$ , y de las variables de control,  $\overline{Z}_{pn1}$  y  $\overline{Z}_{pn2}$ .

Adicionalmente se requiere la estimación de las medias de los productos de las variables originales, de control y cruzados. El coste computacional y de almacenamiento que estas estimaciones requieren da lugar a que la estimación de la media del producto de variables controladas se realice directamente sin desglosar sus componentes.

La ecuación (D.24) contiene la expresión que actualiza recursivamente la estimación del valor medio del producto de variables controladas agrupando cada  $t$  muestras. Este valor junto con los valores medios estimados de la variable de

control y variable original para cada nivel, permiten determinar el valor de la covarianza muestral intraperiodo de la variable controlada.

$$\begin{aligned} \bar{Y}_{c_{pn1, pn2}} = \frac{1}{\omega} & \left[ \left( \bar{X}_{pn1} - \beta_{pn1} \left( \bar{Z}_{pn1} - \mu_{Zpn1} \right) \right) \cdot (\omega - t) + \sum_{\omega=\omega-t+1}^{\omega} x_{pn1}^{\omega} - \beta_{pn1} \sum_{\omega=\omega-t+1}^{\omega} z_{pn1}^{\omega} + t \beta_{pn1} \mu_{Zpn1} \right] \\ & \left[ \left( \bar{X}_{pn2} - \beta_{pn2} \left( \bar{Z}_{pn2} - \mu_{Zpn2} \right) \right) \cdot (\omega - t) + \sum_{\omega=\omega-t+1}^{\omega} x_{pn2}^{\omega} - \beta_{pn2} \sum_{\omega=\omega-t+1}^{\omega} z_{pn2}^{\omega} + t \beta_{pn2} \mu_{Zpn2} \right] \end{aligned} \quad (D.24)$$

## Bibliografía

- [Alguacil, 97] Alguacil, N., Conejo, A. y Pérez, J., "Modelo de explotación generación/red mediante técnicas de descomposición". *5ª Jornadas Hispano-Lusas de Ingeniería Eléctrica*, Salamanca, España, julio 1997.
- [Alonso, 95] Alonso, J.F. y Sáiz, A., "Metodología integrada de planificación de la red de transporte en España". *4ª Jornadas Luso-Hispanas de Ingeniería Eléctrica*, Oporto, Portugal, pgs 564-601, julio 1995.
- [Alvarez, 94] Alvarez, M. et al, " Network Planning Under Uncertainty with an Application to Hydropower Generation", *Top*, Vol. 2, No. 1, pgs. 25-58. 1994.
- [Anders, 90] Anders, G.J. et al, "Fast Monte Carlo Simulation Techniques for Power System Reliability Studies". *CIGRE* 38-205, Paris, agosto 1990.
- [Asgarpoor, 97] Asgarpoor, S., Benson, S.J. y Matthew, J.M., "Transmission Constrained Production Costing Strategy for Optimal SO<sub>2</sub> Compliance". *Electric Power Systems Research* 38, pgs. 239-244, 1997.
- [Barton, 94] Barton, R.R., "Metamodeling: a state of the art review". *IEEE Winter Simulation Conference Proceedings*, New York, pgs. 237-44, 1994.
- [Berry, 89] Berry, P.E. y Dunnett, R.M., "Contingency Constrained Economic Dispatch Algorithm for Transmission Planning". *IEE Proceedings Part C*. Vol 136, No 4, pgs. 239-244, julio 1989.
- [Bertoldi, 88] Bertoldi, O., Salvaderi, L. y Scalcino, S., "Monte Carlo Approach in Planning Studies: An Application to IEEE RTS". *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*. Vol. 3, No. 3, agosto 1988.
- [Bertoldi, 96] Bertoldi, O. y Rivoiro, A., "Fast Multiarea Economic Dispatching for Planning Applications by Accounting for Interchange Constraints and Transmission Losses". *12<sup>th</sup> Power System Computation Conference*, Dresden, Alemania, pgs. 1269-1275, agosto 1996.
- [Billinton, 89] Billinton, R. y Khan, E., "A Comparison of Existing Computer Programs for Composite System Adequacy Evaluation". *CEA Spring Meeting*, 1989.
- [Billinton, 91] Billinton, R., Allan, R. W. y Salvaderi, L., *Applied Reliability Assessment in Electric Power Systems*, IEEE Press, 1991.
- [Billinton, 97] Billinton, R. y Jonnavithula, A., "Composite system adequacy assessment using sequential Monte Carlo Simulation with variance reduction techniques". *IEE Proceedings on Generation, Transmission and Distribution*, Vol. 144, No. 1, enero 1997.
- [Bratley, 87] Bratley, P., Fox, B.L. y Schrage, L.E., *A Guide to Simulation*, Ed. Springer-Verlag, Segunda edición, 1987.
- [Breipohl, 90] Breipohl, A., Lee, F.N., Huang, J. y Feng, Q., "Sample Size Reduction in Stochastic Production Simulation". *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 5, No. 3, agosto 1990.
- [Brooke, 92] Brooke, A., Kendrick, D. y Meeraus, A., *GAMS. A User's Guide*. The Scientific Press, South San Francisco, Estados Unidos, 1992.
- [Burt, 70] Burt, J.M., Gaver, D.P. y Perlas, M., "Simple Stochastic Networks: Some Problems and Procedures". *Naval Research Logistics Quarters*, 17, pgs. 439-459, 1970.



- [CIGRE, 92] CIGRE Task Force 38-03-10 "Power System Reliability Analysis. Volume 2: Composite Power System Reliability Evaluation". *CIGRE*, 1992.
- [Conejo, 97] Conejo, A., Pérez, J., Alguacil, N. y Pérez, F., "Spot Price Computation Based on a Multi-period Optimal Power Flow". *CIGRE* 342-01, Paris, Francia, 1997.
- [CPLEX, 95] CPLEX version 4.0, *Using the CPLEX Callable Library*, CPLEX Optimization, Inc. 1995.
- [Cheng, 81] Cheng, R.C.H., "The use of antithetic control variates in computer simulations". *Proceedings of Winter Simulation Conference*. Institute of Electrical and Electronic Engineers, Atlanta, Georgia, pgs. 313-318, 1981.
- [Cheng, 84] Cheng, R.C.H., "Antithetic Variate Methods for Simulation of Processes with Peaks and Troughs". *European Journal of Operational Research*, 15, pgs. 227-236, 1984.
- [de Cuadra, 90] de Cuadra, F., *El problema general de la optimización del diseño por ordenador: aplicación de técnicas de ingeniería del conocimiento*. Tesis doctoral. Universidad Pontificia Comillas, octubre 1990.
- [de Dios, 93a] de Dios, R., Sáiz, A., Melsión, J.L. y Bassy, A., "PLAER. Strategic Transmission Network Planning". *11<sup>TH</sup> Power System Computation Conference*, agosto 1993.
- [de Dios, 93b] de Dios, R. y Sáiz, A., "Planificación estratégica de la red de transporte. Metodología PLAER". *3<sup>a</sup> Jornadas Hispano-Lusas de Ingeniería Eléctrica*. Barcelona, julio 1993.
- [Del Yerro, 78] Del Yerro Sánchez, E., *Apuntes de líneas aéreas de transporte y distribución de energía eléctrica*. E.T.S. Ingenieros Industriales de Madrid, 1978.
- [Dodu, 85] Dodu, J.C. y Merlin, A., "An Application of Linear Programming to the Planning of Large Scale Power Systems: The MEXICO Model". *5<sup>TH</sup> Power System Computation Conference Proceedings*. Artículo 22/29, setiembre 1985.
- [Dodu, 90] Dodu, J.C. et al, "Comparing Mathematical Models used at CEGB, EdF and ENEL to Assess Composite System Adequacy in the Planning Stage" *CIGRE Conference*. N° registro 38-102, agosto 1990.
- [Donohue, 95] Donohue, J.M., "The use of variance reduction techniques in the estimation of simulation metamodels". *Winter Simulation Conference Proceedings*, pgs. 194-200, 1995.
- [Dunnett, 90] Dunnett, R.M. y Macqueen, J.F., "Transmission Planning by Monte Carlo Optimization". *10<sup>TH</sup> Power System Computation Conference*, pgs 24-31, agosto 1990.
- [Dunnett, 90] Dunnett, R.M. y Macqueen, J.F., "Transmission Planning by Monte Carlo Optimization" *10<sup>th</sup> Power System Computation Conference*. pgs. 24-31, agosto 1990.
- [Elgerd, 82] Elgerd, O.I., *Electric Energy Systems Theory, An Introduction*. Editorial McGraw-Hill Book Company, 1982.
- [EPRI, 82] *Transmission Line Reference Book 345 kV and Above*. EPRI EL-2500. Segunda Edición, 1982.
- [EPRI, 88] EPRI, "Reliability Evaluation for Large-Scale Bulk Transmission. Volume 1: Comparative Evaluation, Method Development and Recommendations. Volume 2: Functional Specifications for a Production-Grade Program". *Electric Power Research Institute*. EPRI EL-5291, enero 1988.

- [Finney, 97] Finney, J.D., Othman, H.A. y Rutz, W.L., "Evaluating Transmission Congestion Constraints in System Planning". *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 12, No. 3, agosto 1997.
- [Fourer, 93] Fourer, R., Gay, D.M. y Kernighan, B.W., *AMPL: A Modeling Language for Mathematical Programming*. The Scientific Press, 1993.
- [Fourer, 95] Fourer, R. y Gay, D. M., "Expressing Special Structures in an Algebraic Modeling Language for Mathematical Programming". *ORSA Journal on Computing*, Vol. 7, No. 2, Primavera 1995.
- [Friedman, 85] Friedman, L.W. y Friedman, H.H., "Validating the simulation metamodel: some practical approaches". *Simulation*, vol.45, No. 3, pgs. 144-6, 1985.
- [Fritz, 96] Fritz W., Haubrich, H.J., Stelzner, P. y Heinz, D., "Optimal Power Flow Algorithm for Common Treatment of Generation and Grid including Generator Losses". *12<sup>th</sup> Power Systems Computation Conference*, Dresden, agosto 1996.
- [Grainger, 94] Grainger, J.J. y Stevenson, W.D., *Power System Analysis*, McGRAW-HILL, 1994.
- [Gubbala, 95] Gubbala, N. Y Singh, C., "Models and Considerations for Parallel Implementation of Monte Carlo Simulation Methods for Power System Reliability Evaluation". *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 10, No. 2, pgs. 779-787, mayo 1995.
- [Hammersley, 56] Hammersley, J. M. y Morton, K.W., "A New Monte Carlo Technique: Antithetic Variates". *Proceedings Cambridge Phil. Society*, 52, pgs. 449-475, 1956.
- [Hobbs, 95] Hobbs, B. F., "Optimization methods for electric utility resource planning". *European Journal of Operational Research* 83, pgs. 1-20, 1995.
- [Hobbs, 95] Hobbs, B.F., "Optimization methods for electric utility resource planning". *European Journal of Operational Research*, Vol. 83, pgs. 1-20, 1995.
- [Huang, 96] Huang, S.R. y Lin, Y.W., "Effectiveness of optimum stratified sampling in Monte Carlo Chronological CO<sub>2</sub> Emission Pollutants of Generation System Modeling". *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 11, No. 2, mayo 1996.
- [Hung, 93] Hung, M.S., Rom, W.O. y Warren, A.D., *Optimization with IBM OSL*, Ed. boyd & fraser, 1993.
- [Hung, 95] Hung, M.S., Rom, W.O. y Warren, A.D., *OSL Handbook*, Ed. boyd & fraser, 1995.
- [Jacobs, 95] Jacobs, J.M., "Approximating Expected Marginal Production Cost with Capacity Commitment Requirements". *IEEE/PES Winter Meeting*, New York, 1995.
- [Jiang, 95] Jiang, A. y Ertem, S., "Polynomial Loss Models for Economic Dispatch and Error Estimation". *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.10, No.3, agosto 1995.
- [Joshi, 95] Joshi, S. y Tew, J.D., "Validation and statistical analysis procedures under the common random number correlation-induction strategy for multipopulation simulation experiments". *European Journal of Operational Research* 85, pgs. 205-220, 1995.
- [Kleijnen, 75] Kleijnen, J.P.C., "Antithetic Variates, Common Random Numbers and Optimal Computer Time Allocation in Simulation". *Management Science*, 21, pgs. 1176-1185, 1975.

- [L'Ecuyer, 94] L'Ecuyer, P., "Efficiency Improvement and Variance Reduction". Informe interno del Département d'IRO, Université de Montréal, Canadá, 1994.
- [Latorre, 93] Latorre, G., "Modelos estáticos para la planificación a largo plazo de la red de transporte de energía eléctrica". *Tesis doctoral. Universidad Pontificia Comillas*, 1993.
- [Lavenberg, 77] Lavenberg, S.S., Moeller, T.L. y Sauer, C.H., "Concomitant Control Variables Applied to the Regenerative Simulation of Queueing Systems". *Operations Research*, 27, pgs. 134-160, 1979.
- [Lavenberg, 82] Lavenberg, S.S., Moeller, T.L. y Welch, R.D., "Statistical Results on Control Variables with Application to Queueing Network Simulation". *Operations Research*, 30, pgs. 182-202, 1982.
- [Law, 91] Law, A.M. y Kelton, W.D., *Simulation Modeling & Analysis*, Ed. McGraw-Hill. Second Edition, 1991.
- [Lemaître, 96] Lemaître, C. y Thomas, B., "Two Applications of Parallel Processing in Power System Computation". *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 11, No. 1, febrero 1996.
- [León, 94] León García, A., *Probability and Random Processes for Electrical Engineering*, Addison-Wesley, Segunda Edición, 1994.
- [Levi, 95] Levi, V.A., "A new mixed-integer methodology for optimal transmission expansion planning". *Electric Power Systems Research* Vol. 32, pgs. 227-238, 1995.
- [Marnay, 91] Marnay, C. y Strauss, T., "Effectiveness of Antithetic Sampling and Stratified Sampling in Monte Carlo Chronological Production Cost Modeling". *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 6, No. 2, mayo 1991.
- [Marshall, 56] Marshall, A.W., *Symposium on Monte Carlo Methods*, Ed. Wiley, 1956.
- [Martínez, 95] Martínez Córcoles, F., Martín Corrochano, V., Ramos, A. y Muñoz, L. "SEGRE: A Yearly Production Cost Model for Economic Planning". *Power-Gen 95*, mayo 1995.
- [Mello, 94] Mello, J.C.O. et al, "A Composite Reliability Evaluation Model for Large Scale Power Systems". *4<sup>TH</sup> PMAPS*, Rio de Janeiro, pgs. 239-244, setiembre 1994.
- [Mitchell, 72] Mitchell, B., "Variance Reduction by Antithetic Variates in GI/G/1 Queueing Simulations". *Operations Research*, pgs. 988-997, 1972.
- [Murtagh, 95] Murtagh, B.A. y Saunders, M.A., *MINOS 5.4 User's Guide*, Report SOL83-20R, Systems Optimization Laboratory, Standford University, febrero 1995.
- [Nelson, 90] Nelson, B.L., "Control Variate Remedies". *Operations Research*, Vol. 38, No. 6, noviembre-diciembre 1990.
- [Nielsen, 96] Nielsen, S.S. y Zenios, S.A., "Solving multistage stochastic network programs on massively parallel computers". *Mathematical Programming* Vol. 73, pgs. 227-250, 1996.
- [Oliveira, 89] Oliveira, G.C., Pereira, M.V.F. y Cunha, S.H.F., "A Technique for Reducing Computational Effort in Monte-Carlo Based Composite Reliability Evaluation". *IEEE/PES Winter Meeting*, Nueva York, enero 1989.
- [Olofsson, 95] Olofsson, M, Andersson, G. y Söder, L., "Linear Programming Based Optimal Power Flow Using Second Order Sensitivities". *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 10, No.3, agosto 1995.

- [Pamudji, 95] Pamudji, N., Kaye, R. J. y Outhred, H. R., "Network Effects in a Competitive Electricity Industry: Non Linear and Linear Nodal Auction Models". *IEEE/KTH Stockholm Power Tech Conference*, Suecia, junio 1995.
- [Peña, 95] Peña Sánchez de R., Daniel, *Estadística. Modelos y Métodos. 1. Fundamentos*, Alianza Universidad Textos, 1995.
- [Pereira, 90] Pereira, M.V.F. y Pinto, L.M.V.G., "Development of a Composite System Reliability Evaluation Program". *EPRI EL-6926*, Vol. 1 y 2, agosto 1990.
- [Pereira, 92] Pereira, M.V.F., Maceira, M.E.P., Oliveira, G.C. y Pinto, L.M.V.G., "Combining Analytical Models and Monte-Carlo Techniques in Probabilistic Power System Analysis". *Transactions on Power Systems*, Vol. 7, No. 1, febrero 1992.
- [Pinto, 90] Pinto, H.J.C.P., Pereira, M.V.F. y Teixeira, M.J., "New Parallel Algorithms for the Security-Constrained Dispatch with Post-Contingency Corrective Actions". *PSCC Conference*, Graz, Austria, agosto 1990.
- [Porretta, 87] Porretta, B. y Kiguel, D.L., "Bulk Power Reliability Evaluation. Part I: PROCOSE- A Computer Program for Probabilistic Composite Evaluation". *14 InterRAM Conference for the Electric Power Industry*. 1987.
- [Premerlani, 94] Premerlani, W., "Metamodeling". *Object Expo Europe Conference Proceedings*, p. 231-5, setiembre 1994.
- [PSR, 90] Power Systems Research, *Development of a Composite System Reliability Evaluation Program. Volume 1: Methodology and Project Results. Volume 2: Mathematical Models and Computational Aspects*. Electric Power Research Institute. EPRI EL-6926, agosto 1990.
- [Ramos, 90] Ramos, A., *Modelos de explotación a medio plazo de la generación eléctrica. Aplicaciones para el sistema español*. Universidad Politécnica de Madrid. Tesis doctoral, noviembre 1990.
- [Ramos, 94] Ramos, A. et al, *Especificación de un modelo probabilista para la simulación de la explotación generación/red a medio plazo*. Informe IIT-REE, abril 1994.
- [Ranaweera, 97] Ranaweera, D.K., Karady, G.G. y Farmer, R.G., "Economic Impact Analysis of Load Forecasting". *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 12, No. 3, agosto 1997.
- [Ray, 97] Ray, C. y Collins, P., "Transmission Capacity-Risk Management". *CIGRE Symposium Tours*, 230-09, Paris, 1997
- [Rey, 97] Rey, M., Ramos, A., Sánchez-Martín, P., Martínez Córcoles F. y Martín Corrochano, V., "Modelado de las pérdidas óhmicas de transporte en modelos de explotación generación/red a medio plazo". *5ª Jornadas Hispano-Lusas de Ingeniería Eléctrica*. Salamanca, España. pgs. 885-891, julio 1997.
- [Ringeissen, 96] Ringeissen, V., Sellier, J.L., Vialas, C. y Meyer, D., "Production Costing and Network Analysis Simulation". *12<sup>TH</sup> Power System Computation Conference*, Dresden, agosto 1996.
- [Ringlee, 94] Ringlee, R.J. et al, "Bulk Power System Reliability Criteria and Indices Trends and Future Needs". *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 9, No. 1, febrero 1994.
- [Rivier, 90] Rivier, M. et al, "JUANAC: A Model for Computation of Spot Prices in Interconnected Power Systems". *Proceedings of the 10<sup>th</sup> Power Systems Computation Conference*, Graz, Austria, pgs. 1218-1225, agosto 1990.

- [Rivier, 94] Rivier, M. et al, "An Improved Version of the Model JUANAC: Applications to Network Adequacy and Economic Studies in Large Interconnected Power Systems". *Proceedings of the 4<sup>th</sup> Probabilistic Methods Applied to Power Systems Conference, PMAPS*, setiembre, 1994.
- [Rodriguez, 95] Rodríguez, M y Sáiz, A., "Aplicación de flujos de cargas probabilísticos". *4<sup>o</sup> Jornadas Luso-Espanholas de Engenharia Electrotécnica*, Oporto, julio 1995.
- [Rubinstein,85] Rubinstein, R.Y. y Marcus, R., "Efficiency of Multivariate Control Variates in Monte Carlo Simulation". *Operations Research*, 33, pgs. 661-677, 1985.
- [Saavedra, 96] Saavedra, O.R., "Solving the security constrained optimal power flow problem in a distributed computing environment". *IEEE Proceedings of Generation, Transmission and Distribution*, Vol. 143, No. 6, pgs. 593-598, noviembre 1996.
- [Sáiz, 90] Sáiz, A. y Martín, L., "Planificación de la red de transporte en España". *1<sup>a</sup> Jornadas Hispano-Lusas de Ingeniería Eléctrica*, julio 1990.
- [Salvaderi, 88] Salvaderi, L., "Procedures, Experience and Application of Bulk Power Reliability Evaluation at ENEL, Italy". *Electrical Power and Energy Systems*. Vol. 10, No. 3, julio 1988.
- [Sánchez, 97] Sánchez-Martín, P. y Ramos, A., "Mejoras en la aplicación de técnicas de reducción de varianza a la planificación probabilista de la red de transporte a medio plazo". *5<sup>a</sup> Jornadas Hispano-Lusas de Ingeniería Eléctrica*. Salamanca, España. pgs. 837-844, julio 1997.
- [Sankarakrishnan, 95] Sankarakrishnan, A. y Billinton, R., "Sequential Monte Carlo Simulation for composite power system reliability analysis with time varying loads". *IEEE/PES Winter Meeting*, Nueva York, 1995.
- [Saraiva, 96] Saraiva J.T., Miranda, V. y Pinto, L.M.V.G., "Generation/Transmission Power System Reliability Evaluation by Monte-Carlo Simulation assuming a Fuzzy Load Description". *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 11, No. 2, mayo 1996.
- [Schweppe, 88] Schweppe, F.C., Caramanis, M.C., Tabers, R.D. y Bohn, R.E., *Spot Pricing of Electricity*, Ed. Kluwer Academic Publishers, 1988.
- [Sidhu, 95] Sidhu, T. S. y Ao, Z, "On-Line Evaluation of Capacity and Energy Losses in Power Transmission Systems by Using Artificial Neural Networks". *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 10, No. 4, octubre 95.
- [Söder, 96] Söder, L., "Estimation of reduced electrical distribution losses depending on dispersed small scale energy production". *12<sup>th</sup> Power System Computation Conference*. Dresden, agosto 19-23, 1996.
- [Stolbjerb, 94] Stolbjerb, A.D., "CONOPT-A Large-Scale GRG Code". *ORSA Journal on Computing*, Vol. 6, No. 2, pgs. 207-216, primavera 1994.
- [Tora, 97] Tora, J.L., *Transporte de la energía eléctrica*, Universidad Pontificia Comillas, 1997.
- [UNESA, 93] *Memoria estadística eléctrica*. UNESA, 1993.
- [Wen, 97] Wen, F. y Chang, C.S., "Transmission network optimal planning using the tabu search method". *Electric Power Systems Research* Vol. 42, pgs. 153-163, 1997.
- [Wijayatunga, 91] Wijayatunga, P.D. y Cory, B.J., "Sample size reduction in Monte Carlo based use-of-system costing". *IEE International Conference on Advances in Power System Control, Operation and Management*, Hong Kong, noviembre 1991.

## Bibliografía

---

- [Wood, 84] Wood, A.J. y Wollenberg, B.F., *Power Generation Operation and Control*. Editorial John Wiley & Sons, 1984.
- [Zenios, 94] Zenios, S.A., "Parallel and Supercomputing in the Practice of Management Science". *INTERFACES* Vol. 24: 5, pgs. 122-140, setiembre-octubre 1994.