

**UNIVERSIDAD PONTIFICIA COMILLAS DE MADRID**  
**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA (ICAI)**  
(Departamento de Organización Industrial)

# **GESTIÓN ENERGÉTICA ÓPTIMA DE UN CONSUMIDOR INDUSTRIAL DE VAPOR Y ELECTRICIDAD EN MERCADOS LIBERALIZADOS**

Tesis para la obtención del grado de Doctor

Director: Prof. Dr. D. Andrés Ramos Galán

Autor: Ing. D. Emilio Gómez-Villalva García



Madrid 2004

# Indice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Objeto y alcance . . . . .	2
1.2. Organización de la tesis . . . . .	4
Bibliografía . . . . .	7
<b>I Planteamiento determinista</b>	<b>9</b>
<b>2. Abastecimiento energético óptimo de consumidores industriales</b>	<b>11</b>
2.1. Introducción . . . . .	11
2.2. Problemas de abastecimiento energético óptimo . . . . .	12
2.2.1. Modelos de optimización . . . . .	12
2.2.1.1. Función objetivo . . . . .	13
2.2.1.2. Estructura del problema . . . . .	14
2.2.1.3. Horizonte . . . . .	15
2.2.1.4. Restricciones . . . . .	15
2.2.1.5. Gestión energética en mercados liberalizados . . . . .	16
2.2.1.6. Otras consideraciones . . . . .	17
2.2.2. Modelos de simulación . . . . .	17
2.3. Caldera . . . . .	18
2.3.1. Relación entre las variables de entrada y salida . . . . .	18
2.3.2. Otras consideraciones . . . . .	21
2.4. Cogeneración . . . . .	22
2.4.1. Relación entre las variables de entrada y salida . . . . .	23
2.4.2. Otras consideraciones . . . . .	27
2.5. Cartera de contratos . . . . .	27
2.5.1. Adquisición de energía eléctrica . . . . .	28
2.5.2. Venta de excedentes de energía eléctrica . . . . .	29
2.5.3. Adquisición de combustibles . . . . .	30
2.6. Conclusiones . . . . .	30
Bibliografía . . . . .	33
<b>3. Formulación del problema determinista</b>	<b>37</b>
3.1. Introducción . . . . .	37
3.2. Función objetivo . . . . .	39
3.3. Caldera . . . . .	40

3.4.	Cogeneración . . . . .	40
3.5.	Balance de energía . . . . .	42
3.5.1.	Balance de energía eléctrica . . . . .	43
3.5.2.	Balance de energía térmica . . . . .	43
3.6.	Cartera de contratos . . . . .	44
3.6.1.	Adquisición de energía eléctrica . . . . .	45
3.6.1.1.	Comunes a todos los contratos . . . . .	45
3.6.1.2.	Tipo 1: Precio fijo anual . . . . .	47
3.6.1.3.	Tipo 2: Precio fijo por periodo . . . . .	47
3.6.1.4.	Tipo 3: Precio fijo anual con bonifica- ción/penalización por volumen de consumo . . . . .	48
3.6.1.5.	Tipo 4: Precio fijo anual indexado mensualmente . . . . .	50
3.6.1.6.	Tipo 5: Precio de mercado spot . . . . .	50
3.6.1.7.	Tipo 6: Precio por diferencias del mercado spot . . . . .	50
3.6.1.8.	Tipo 7: Precio de mercado con límites de precio máximo ( <i>cap</i> ) y mínimo ( <i>floor</i> ) . . . . .	51
3.6.2.	Adquisición de combustibles y venta de excedentes de la coge- neración . . . . .	53
3.7.	Estructura y tamaño del problema . . . . .	54
3.7.1.	Variables . . . . .	54
3.7.2.	Restricciones . . . . .	56
3.7.3.	Ejemplo numérico del tamaño del problema . . . . .	57
3.8.	Conclusiones . . . . .	59
3.9.	Anexo I: Adquisición de fueloil para la caldera . . . . .	61
3.10.	Anexo II: Adquisición de gas natural para la cogeneración . . . . .	67
3.11.	Anexo III: Venta de excedentes de energía eléctrica . . . . .	73
3.12.	Anexo IV: Notación empleada . . . . .	76
	Bibliografía . . . . .	87

## II Planteamiento estocástico

89

<b>4.</b>	<b>Gestión del riesgo y contratación en mercados de energía</b>	<b>91</b>
4.1.	Introducción . . . . .	92
4.2.	Riesgo. Concepto y fuentes . . . . .	92
4.2.1.	Concepto de riesgo . . . . .	93
4.2.2.	Fuentes de riesgo . . . . .	93
4.2.2.1.	Fuentes de riesgo en consumidores industriales con cogeneración . . . . .	95
4.3.	Medidas de riesgo . . . . .	96
4.3.1.	Valor en riesgo . . . . .	98
4.3.1.1.	Medidas de riesgo derivadas del valor en riesgo . . . . .	99
4.3.2.	Otras medidas de riesgo . . . . .	100
4.4.	Contratación en mercados de energía . . . . .	101
4.4.1.	Tipos de contratos en mercados de energía . . . . .	102
4.4.2.	Contratos para consumidores industriales . . . . .	104

4.4.2.1.	Cartera de contratos propuesta . . . . .	107
4.5.	Tratamiento del riesgo en problemas de optimización estocástica . . .	110
4.5.1.	Modelos en el ámbito financiero . . . . .	110
4.5.1.1.	Media varianza . . . . .	111
4.5.1.2.	Función de utilidad . . . . .	114
4.5.1.3.	Aproximación lineal del modelo de Markowitz . . . . .	115
4.5.1.4.	Nivel de seguridad . . . . .	117
4.5.1.5.	Arrepentimiento . . . . .	118
4.5.1.6.	Valor en riesgo condicional y valor en riesgo . . . . .	119
4.5.1.6.1.	Valor en riesgo condicional . . . . .	121
4.5.1.6.2.	Valor en riesgo . . . . .	124
4.5.2.	Aplicación en mercados de energía . . . . .	125
4.6.	Optimización estocástica y riesgo para consumidores industriales . . .	128
4.6.1.	Formulación de los modelos . . . . .	128
4.6.2.	Discusión de los modelos . . . . .	132
4.7.	Conclusiones . . . . .	134
	Bibliografía . . . . .	137
<b>5.</b>	<b>Formulación del problema estocástico</b>	<b>143</b>
5.1.	Introducción . . . . .	143
5.2.	Características del modelo . . . . .	144
5.3.	Arbol de escenarios . . . . .	147
5.3.1.	Consideraciones generales . . . . .	147
5.3.2.	Estructura del árbol del problema . . . . .	148
5.4.	Estructura y tamaño del problema . . . . .	150
5.4.1.	Variables . . . . .	150
5.4.2.	Restricciones . . . . .	152
5.4.3.	Ejemplo numérico del tamaño del problema . . . . .	155
5.5.	Conclusiones . . . . .	156
5.6.	Anexo I: Modelo estocástico . . . . .	159
5.7.	Anexo II: Notación empleada . . . . .	171
	Bibliografía . . . . .	173

**III Árboles de escenarios 175**

<b>6.</b>	<b>Predicción de precios de gas natural y fueloil. Generación de escenarios</b>	<b>177</b>
6.1.	Introducción . . . . .	177
6.2.	Generación de árboles de escenarios . . . . .	179
6.3.	Formación de precios de gas natural y fueloil . . . . .	180
6.3.1.	Gas natural . . . . .	181
6.3.2.	Fueloil . . . . .	183
6.4.	Consideraciones e hipótesis previas . . . . .	183
6.5.	Descripción del algoritmo . . . . .	186

6.5.1.	Distribución de errores entre precios spot y futuros en cada periodo . . . . .	187
6.5.2.	Relación temporal de precios en periodos consecutivos . . . . .	190
6.5.3.	Determinación de la distribución del primer periodo de planificación . . . . .	192
6.5.4.	Determinación de escenarios de precios de gas natural y fueloil	194
6.6.	Formulación secuencial del algoritmo . . . . .	196
6.7.	Caso ejemplo . . . . .	197
6.7.1.	Elección de datos históricos . . . . .	198
6.7.2.	Predicción de precios. Fuentes de incertidumbre . . . . .	198
6.7.3.	Parámetros de entrada del algoritmo . . . . .	202
6.7.4.	Salidas del algoritmo . . . . .	202
6.8.	Conclusiones . . . . .	208
6.9.	Anexo I: Notación empleada . . . . .	210
	Bibliografía . . . . .	213
<b>7.</b>	<b>Predicción de precios de electricidad. Generación de escenarios</b>	<b>215</b>
7.1.	Introducción . . . . .	216
7.2.	Características de los precios de la electricidad . . . . .	216
7.3.	Modelos de previsión de precios de electricidad . . . . .	219
7.3.1.	Modelos Cuantitativos . . . . .	220
7.3.1.1.	Procesos de difusión . . . . .	220
7.3.1.1.1.	Reversión a la media . . . . .	221
7.3.1.1.2.	Estacionalidad . . . . .	222
7.3.1.1.3.	Heterocedasticidad . . . . .	223
7.3.1.1.4.	Valores extremos . . . . .	224
7.3.1.2.	Series temporales . . . . .	225
7.3.1.3.	Redes neuronales . . . . .	226
7.3.2.	Modelos Fundamentales . . . . .	227
7.4.	El precio de la electricidad en el mercado eléctrico español . . . . .	229
7.4.1.	Relación con los precios de los combustibles . . . . .	229
7.4.2.	Características . . . . .	230
7.5.	Generación de precios futuros. Formación de escenarios . . . . .	237
7.5.1.	Precios de adquisición de electricidad . . . . .	239
7.5.2.	Precios de venta de electricidad . . . . .	243
7.6.	Formulación secuencial del algoritmo . . . . .	246
7.7.	Conclusiones . . . . .	247
7.8.	Anexo I: Notación empleada . . . . .	248
	Bibliografía . . . . .	251
<b>IV</b>	<b>Aplicación de los modelos determinista y estocástico</b>	<b>255</b>
<b>8.</b>	<b>Aplicación numérica</b>	<b>257</b>
8.1.	Introducción . . . . .	257

8.2.	Datos de entrada . . . . .	259
8.2.1.	Periodos . . . . .	259
8.2.1.1.	Días tipo . . . . .	259
8.2.1.2.	Periodos en cada día tipo . . . . .	260
8.2.2.	Caldera . . . . .	262
8.2.3.	Cogeneración . . . . .	263
8.2.4.	Contratos . . . . .	263
8.2.5.	Demanda térmica . . . . .	265
8.2.6.	Demanda eléctrica . . . . .	266
8.2.7.	Precios de electricidad . . . . .	266
8.2.8.	Precios de fueloil y gas natural . . . . .	269
8.3.	Método de resolución . . . . .	272
8.4.	Problema determinista . . . . .	273
8.4.1.	Análisis de un escenario . . . . .	273
8.4.2.	Análisis de varios escenarios . . . . .	276
8.4.2.1.	Análisis de resultados . . . . .	276
8.4.2.2.	Metodología de decisión . . . . .	280
8.4.3.	Análisis de sensibilidad . . . . .	284
8.5.	Problema estocástico . . . . .	286
8.5.1.	Nivel de seguridad . . . . .	287
8.5.1.1.	Determinación de la frontera eficiente . . . . .	287
8.5.1.2.	Análisis de resultados . . . . .	288
8.5.1.3.	Comparación con el problema determinista . . . . .	291
8.5.2.	Valor en riesgo . . . . .	292
8.5.2.1.	Determinación de la frontera eficiente . . . . .	292
8.5.2.2.	Análisis de resultados . . . . .	295
8.5.3.	Consideraciones sobre el tiempo de resolución . . . . .	297
8.6.	Conclusiones . . . . .	299
8.7.	Anexo I: Parámetros del modelo . . . . .	301
	Bibliografía . . . . .	305

**V Conclusiones 307**

<b>9.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>309</b>
9.1.	Resumen y conclusiones . . . . .	309
9.2.	Aportaciones originales . . . . .	312
9.3.	Futuras líneas de investigación . . . . .	316
	Bibliografía . . . . .	321



# Indice de tablas

2.1.	Características del motor Finanzauto-Caterpillar G3612. . . . .	25
3.1.	Número de variables reales del problema determinista. . . . .	55
3.2.	Número de variables binarias del problema determinista. . . . .	56
3.3.	Número de restricciones del problema determinista para cada periodo temporal. . . . .	57
3.4.	Número de restricciones del problema determinista que ligan varios periodos temporales. . . . .	57
3.5.	Ejemplo de valores de los conjuntos del problema determinista. . . . .	58
3.6.	Ejemplo de variables y restricciones del problema determinista. . . . .	59
5.1.	Número de variables reales del problema estocástico. . . . .	152
5.2.	Número de variables binarias del problema estocástico. . . . .	153
5.3.	Número de restricciones del problema estocástico para cada periodo temporal. . . . .	154
5.4.	Número de restricciones del problema estocástico que ligan varios periodos temporales. . . . .	154
5.5.	Ejemplo de valores de los conjuntos del problema estocástico. . . . .	156
5.6.	Ejemplo de variables y restricciones del problema estocástico. . . . .	157
6.1.	Parámetros de las regresiones entre $sf^g(k-1)$ y $sf^g(k)$ . . . . .	203
6.2.	Parámetros del resto de regresiones. . . . .	203
6.3.	Momentos de las distribuciones $SF(k)$ . . . . .	203
6.4.	Términos $\phi_z \left  \frac{m_z(k) - m'_z(k)}{m_z(k)} \right $ de la medida de la desviación. . . . .	204
7.1.	Resumen modelos cuantitativos. . . . .	227
7.2.	Características mensuales de los precios horarios del mercado diario en el año 1998. . . . .	231
7.3.	Características mensuales de los precios horarios del mercado diario en el año 1999. . . . .	234
7.4.	Características mensuales de los precios horarios del mercado diario en el año 2000. . . . .	234
7.5.	Características mensuales de los precios horarios del mercado diario en el año 2001. . . . .	235
7.6.	Características mensuales de los precios horarios del mercado diario en el año 2002. . . . .	236



7.7. Peso de los componentes del precio final para consumidores cualificados y comercializadores. . . . .	240
7.8. Parámetros de las regresiones entre $p_n^g(k)$ y $v_n^g(k)$ . . . . .	246
8.1. Días tipo para el año 2003. . . . .	260
8.2. Periodos de la tarifa de acceso, garantía de potencia, pérdidas y tarifa integral según discriminación tipo 4. . . . .	261
8.3. Duración de los periodos. . . . .	262
8.4. Resultados del caso determinista para un escenario. . . . .	275
8.5. Coste de los contratos y función objetivo en el caso determinista de 15 escenarios [k€]. . . . .	277
8.6. Cantidades consumidas/vendidas en el caso determinista de 15 escenarios. . . . .	277
8.7. Parámetros de las regresiones lineales entre coste total y precios. . . . .	285
8.8. Costes de las soluciones de la frontera eficiente empleando el nivel de seguridad como medida de riesgo [k€]. . . . .	289
8.9. Valor esperado de la información perfecta [k€]. . . . .	292
8.10. Costes de las soluciones de la frontera eficiente empleando el VaR como medida de riesgo [k€]. . . . .	295
8.11. Parámetros de la cogeneración, la caldera y el balance de energía. . . . .	301
8.12. Parámetros de contratos de adquisición de energía eléctrica de tipos 1 a 5. . . . .	302
8.13. Parámetros de contratos de adquisición de energía eléctrica de tipos 6 y 7. . . . .	303
8.14. Parámetros de contratos de adquisición de fueloil. . . . .	303
8.15. Parámetros de contratos de adquisición de gas natural. . . . .	304
8.16. Parámetros de contratos de venta de energía eléctrica. . . . .	304

# Indice de figuras

2.1.	Esquema de caldera. . . . .	19
2.2.	Rendimiento de la caldera Vulcano-Sadeca modelo Omnical DDH. . .	20
2.3.	Región factible de operación de una cogeneración con turbina de vapor. . .	24
2.4.	Esquema térmico de la cogeneración con el motor Finanzauto-Caterpillar G3612. . . . .	25
3.1.	Esquema del modelo determinista. . . . .	38
3.2.	Balance de energía eléctrica. . . . .	43
3.3.	Balance de energía térmica. . . . .	44
3.4.	Relación de costes y consumos en los contratos de adquisición de energía eléctrica. . . . .	46
3.5.	Contrato de adquisición de energía eléctrica tipo 3. . . . .	48
3.6.	Contrato adquisición de energía eléctrica tipo 7. . . . .	51
3.7.	Matriz de restricciones del problema determinista. . . . .	60
3.8.	Relación de costes y consumos en los contratos de adquisición de fueloil. . .	61
3.9.	Relación de costes y consumos en los contratos de adquisición de gas natural. . . . .	67
3.10.	Relación de ingresos y energías en los contratos de venta de excedentes de energía eléctrica. . . . .	73
4.1.	Función de densidad de ingresos. VaR y CVaR. . . . .	99
4.2.	Riesgo en contratos para comercializadores y consumidores. . . . .	109
4.3.	Frontera eficiente y curvas de utilidad. . . . .	113
4.4.	Función de densidad de pérdidas. VaR y CVaR. . . . .	120
4.5.	Función de penalización. . . . .	126
5.1.	Arbol de escenarios con bifurcaciones en cada nodo. . . . .	148
5.2.	Arbol de escenarios para el problema estocástico. . . . .	149
5.3.	Matriz de restricciones del problema estocástico. . . . .	158
6.1.	Estructura del árbol de escenarios generado. . . . .	178
6.2.	Factores que influyen en el precio spot de Brent. . . . .	181
6.3.	Precios históricos spot de Brent. . . . .	184
6.4.	Formación de las v.a. $SF(k)$ a partir de datos históricos. . . . .	188
6.5.	Relación de precios entre los periodos 1 y 2. . . . .	191
6.6.	Generación de muestras de $\varepsilon(k-1)$ por el método de la Transformada Inversa. . . . .	192

6.7.	Determinación de muestras de las v.a. $SF(1)$ y $SF(2)$ . . . . .	194
6.8.	Regresión entre precios históricos de spot de Brent y gas natural. Años 1999-2002. . . . .	199
6.9.	Regresión entre precios históricos de spot de Brent y fueloil. Años 1999-2002. . . . .	199
6.10.	Precios spot y futuros de Brent para 1999. . . . .	200
6.11.	Precios spot y futuros de Brent para 2000. . . . .	200
6.12.	Precios spot y futuros de Brent para 2001. . . . .	201
6.13.	Precios spot y futuros de Brent para 2002. . . . .	201
6.14.	Valores $sf^j(k)$ generados por el algoritmo. . . . .	204
6.15.	Valores $sf^g(k)$ generados por el algoritmo. . . . .	205
6.16.	Escenarios de precios spot de Brent $s^g(k)$ . . . . .	206
6.17.	Tendencias año 2003, años históricos y previsión, y precios de futuros en 2002 para el 2003. . . . .	206
6.18.	Escenarios de precios gas natural $p_g^g(k)$ . . . . .	207
6.19.	Escenarios de precios fueloil $p_f^g(k)$ . . . . .	207
7.1.	Relación entre precios medios mensuales de gas natural y electricidad en los años 2000-2002. . . . .	230
7.2.	Precios máximos, medios, y mínimos diarios del mercado diario en los años 1998-2000. . . . .	232
7.3.	Precios máximos, medios, y mínimos diarios del mercado diario en los años 2001-2002. . . . .	233
7.4.	Media [c€/kWh] y varianza [c€/kWh] <sup>2</sup> mensual de los precios hora- rios del mercado diario de electricidad en los años 1998-2002. . . . .	236
7.5.	Precios finales máximos, medios, y mínimos diarios para consumidores cualificados en los años 2000-2002. . . . .	241
7.6.	Variables aleatorias de precios valle de días laborables del mes de mayo. . . . .	242
7.7.	Relación entre precios horarios de compra para consumidores cualifi- cados y venta de excedentes en el año 2000. . . . .	244
7.8.	Relación entre precios horarios de compra para consumidores cualifi- cados y venta de excedentes en el año 2001. . . . .	245
7.9.	Relación entre precios horarios de compra para consumidores cualifi- cados y venta de excedentes en el año 2002. . . . .	245
8.1.	Curva tipo de demanda de vapor. . . . .	265
8.2.	Curva tipo de demanda de agua caliente. . . . .	266
8.3.	Curva tipo de demanda de electricidad. . . . .	267
8.4.	Escenarios de precios de adquisición de energía eléctrica. . . . .	268
8.5.	Escenarios de precios de venta de energía eléctrica. . . . .	268
8.6.	Escenarios de precios de fueloil y gas natural (alternativa I). . . . .	270
8.7.	Escenarios de precios de fueloil y gas natural (alternativa II). . . . .	271
8.8.	Precios para el análisis determinista de un escenario. . . . .	274
8.9.	Coste medio y máximo en el análisis de 15 escenarios [k€]. . . . .	281
8.10.	Sensibilidad del coste total ante variaciones de precios. . . . .	285
8.11.	Frontera eficiente con nivel de seguridad como medida de riesgo [k€]. . . . .	288

8.12. Funciones de distribución con nivel de seguridad como medida de riesgo [k€]. . . . .	290
8.13. Funciones de distribución para la determinación de la frontera eficiente con VaR como medida de riesgo [k€]. . . . .	294
8.14. Fronteras eficientes con nivel de seguridad y VaR como medidas de riesgo [k€]. . . . .	296
8.15. Tiempo-número de escenarios para modelo neutral al riesgo. . . . .	298



# Capítulo 1

## Introducción

La liberalización de los mercados energéticos ha motivado un gran cambio en la manera de proceder de los distintos agentes involucrados. En el caso de los mercados minoristas, los consumidores han pasado de contratar su energía a precios fijos con contratos estándar, a tener la opción de negociar contratos a medida con comercializadores a precios referenciados a los de los mercados de energía.

La nueva capacidad de elección por parte de los consumidores, añadida a la dificultad de predecir los precios de la energía y la volatilidad de los mismos, complican enormemente la toma de decisiones sobre la política energética que debe seguir el consumidor.

Para posibilitar la participación activa de los consumidores industriales en este nuevo marco regulatorio, éstos necesitan herramientas de apoyo a la decisión para gestionar de forma óptima la operación de su instalación y la contratación de la energía [Kir03].

El objeto de esta tesis es suplir la carencia de modelos de programación matemática que cumplan este objetivo, para lo cual se propone un modelo determinista y otro estocástico para la obtención de decisiones óptimas a medio plazo sobre el abastecimiento energético de consumidores industriales.

Los modelos que se presentan están ideados para ser implantados y tener una aplicación efectiva en la toma de decisiones de consumidores industriales. Por ello, se ha cuidado de que todos los datos necesarios se encuentren en fuentes fácilmente accesibles. A pesar de la complejidad de los modelos, los consumidores no necesitan conocer la formulación matemática para su utilización. Únicamente tendrán que analizar los resultados obtenidos con los datos de entrada propuestos.

En este capítulo introductorio se expone el tema objeto de este trabajo. Asimismo se realiza un breve recorrido por los puntos tratados y se describe la estructura del documento.

## 1.1. Objeto y alcance

Esta tesis presenta la formulación, desarrollo y validación de herramientas para facilitar la elección a medio plazo de opciones de contratación a consumidores industriales en mercados de energía liberalizados.

La formulación de modelos de optimización que ayuden a los consumidores a realizar una gestión energética óptima es una necesidad no cubierta en el estado actual de los mercados de energía [Lew01]. Estos modelos pueden ser igualmente de gran utilidad para comercializadores ya que les permitirían realizar ofertas más sofisticadas que optimicen el coste del abastecimiento de energía de sus clientes.

Para el desarrollo de los modelos se ha considerado un consumidor industrial con demanda de energía eléctrica y térmica, ésta última en forma de vapor y agua caliente. Para abastecer estos consumos se dispone de una caldera y una planta de cogeneración. De esta forma la energía eléctrica es satisfecha por la cogeneración o la red eléctrica, y la energía térmica es cubierta por la cogeneración o la caldera. Este diseño es bastante flexible de manera que también engloba a consumidores sin cogeneración o sin demanda térmica.

Un consumidor con una instalación de estas características negocia cada año con comercializadores cuatro tipos de contratos:

- Adquisición de energía eléctrica para aquellos periodos en los que la cogeneración está parada.
- Adquisición de combustible para alimentar la caldera.
- Adquisición de combustible para alimentar la cogeneración.
- Venta de excedentes de energía eléctrica producida por la cogeneración.

Por tanto, el coste anual del abastecimiento energético del consumidor viene dado por los contratos firmados y la operación y mantenimiento de la caldera y la cogeneración.

Al tener varias ofertas de cada tipo de contratos, obtener aquéllos que hagan el coste energético mínimo es complejo. El consumidor debe conocer cómo operar la caldera y la cogeneración de forma óptima con cada alternativa de contratos, lo que deriva en un problema combinatorio de gran tamaño.

Con el propósito de dar solución a este planteamiento se presenta un modelo determinista original de optimización lineal entera mixta. Con unas demandas energéticas y unas propuestas de contratos dadas, este modelo selecciona los contratos y proporciona la operación de la planta en cada periodo del horizonte del problema que hacen mínimo el coste total de la gestión energética del consumidor.

El horizonte del problema es un año al ser ésta la duración más frecuente de los contratos entre comercializadores y consumidores industriales. Una vez firmados los contratos, el consumidor operará en el día a día su instalación de forma óptima. Con este objetivo, y fuera del alcance de esta tesis, existen disponibles diversos modelos matemáticos, entre otros [Dot97, DHR99, LJL99, IV99].

El modelo determinista formulado no contempla la incertidumbre de los precios de la energía. Para solventar este inconveniente se extiende el problema determinista a una versión estocástica. Este último obtiene decisiones únicas y óptimas de los contratos a firmar en función de las decisiones de operación de la instalación, las cuales dependen de la incertidumbre de precios.

La elección de unos contratos u otros viene determinada en gran medida por la actitud que el consumidor industrial muestre ante el riesgo derivado de la incertidumbre de precios. En general un consumidor industrial es bastante averso al riesgo. Lo más habitual es que su negocio principal no sea la gestión energética y por tanto no suele estar dispuesto a asumir sorpresas en sus facturas de energía.

Si el riesgo no se considera, y únicamente se minimiza el coste esperado como en la formulación determinista, el modelo estocástico escogerá un contrato a precio de mercado frente a otro a precio fijo si el primero es más barato, lo cual no siempre es real. Un consumidor preferirá contratar a precio fijo si la diferencia es pequeña, ya que en caso contrario se arriesga a un coste alto una vez desvelada la incertidumbre.

Para contemplar la gestión del riesgo se ha realizado un recorrido por las técnicas empleadas en optimización estocástica en mercados financieros y energéticos. A la vista de este análisis se concluye que el modelo estocástico para consumidores industriales debe tener el doble objetivo de minimizar coste esperado y riesgo. Estos objetivos son contrapuestos, de forma que el consumidor adoptará un compromiso entre ambos.

La aleatoriedad de los precios se representa mediante árboles de escenarios. Por una parte se han determinado los precios de la electricidad y por otra los de combustibles (gas natural y fueloil), ya que no existe correlación elevada entre ambos.

Dadas las particularidades de los precios de la electricidad en general y de los del mercado eléctrico español en particular, se ha optado por estimar estos precios mediante muestreo de datos pasados.

Por su parte, para hallar precios de gas natural y fueloil se ha propuesto un algoritmo basado en la determinación de precios spot de crudo Brent. Para ello el algoritmo se apoya en cotizaciones pasadas de precios spot y de futuros de Brent. Alternativamente se podría haber utilizado, por ejemplo, un modelo de serie temporal. No obstante, mediante el camino escogido se explora la conveniencia de estimar cotizaciones spot futuras apoyándose en cotizaciones de futuros.

Tanto los algoritmos de predicción de precios como los modelos de programación matemática se han desarrollado tomando como base el marco regulatorio español



debido a la disponibilidad de los datos necesarios para la validación de los mismos. Esto no implica pérdida de generalidad en el planteamiento, ya que las principales características de la liberalización de mercados energéticos son comunes en el contexto internacional.

El principal objetivo de los modelos que se presentan es determinar la política contractual y la operación de la autoproducción óptima. No obstante, éstos pueden ser también útiles para evaluar distintas configuraciones del sistema de producción de energía que ayuden a la toma de decisiones para inversiones en la instalación. Para ello bastaría ejecutar los modelos varias veces variando los parámetros de precios, demandas, caldera y cogeneración.

Los modelos determinista y estocástico son innovadores, ya que no se encuentra en la literatura acerca de la operación de la autoproducción modelos a medio plazo que incluyan formas de contratación para consumidores industriales en mercados liberalizados. Igualmente, el algoritmo de predicción de precios de combustibles para alimentar la caldera y la cogeneración es original.

## 1.2. Organización de la tesis

La tesis está estructurada en cinco partes, las tres primeras con dos capítulos cada una y las dos últimas con uno por parte. Cada capítulo contiene sus propios anexos, bibliografía y apartado de conclusiones. El contenido de los distintos capítulos se menciona a continuación.

### Parte I: Planteamiento determinista

En el *capítulo 2* se revisa el estado del arte de modelos para el abastecimiento energético de consumidores industriales, prestando especial interés a los de programación matemática. Basándose en estos modelos y en la situación energética española, se expone la propuesta de configuración y modelado de la caldera y la cogeneración.

En el *capítulo 3* se formula el modelo completo determinista que minimiza el coste total del abastecimiento de energía del consumidor industrial. Este comprende los siguientes bloques de restricciones: caldera, cogeneración, balance de energía y cartera de contratos.

### Parte II: Planteamiento estocástico

En el *capítulo 4* se analizan los contratos como instrumentos de gestión del riesgo. Igualmente se describen las técnicas de representación del riesgo en modelos de optimización estocásticos en mercados financieros y energéticos. Por último se exponen

aquellas propuestas de modelado que mejor encajan con la filosofía de percepción del riesgo por parte de consumidores industriales.

En el *capítulo 5* se plantea el modelo estocástico, el cual se apoya en el modelo determinista (*capítulo 3*) y en las propuestas de modelado del riesgo (*capítulo 4*).

### **Parte III: Árboles de escenarios**

En el *capítulo 6*, en primer lugar y a modo introductorio de la parte III, se realiza una revisión bibliográfica sobre los métodos de generación de árboles de escenarios. En el resto del capítulo se expone el algoritmo desarrollado para la predicción de precios de gas natural y fueloil y la generación de escenarios. Se indica cómo se forman estos precios, las motivaciones para proponer un algoritmo original y la formulación del mismo.

En el *capítulo 7* se describe el algoritmo desarrollado para obtener precios futuros de electricidad a medio plazo. Debido a las características del mercado español de electricidad, la propuesta se basa en el muestreo de realizaciones pasadas. Previamente a la exposición del algoritmo se presentan los métodos existentes de predicción de precios de electricidad.

### **Parte IV: Aplicación de los modelos determinista y estocástico**

En el *capítulo 8* se describen los resultados de los casos numéricos ejecutados con los modelos determinista y estocástico formulados en los capítulos 3 y 5 respectivamente. Para ello los problemas se resuelven utilizando métodos convencionales de optimización.

### **Parte V: Conclusiones**

Finalmente, en el *capítulo 9* se recopilan las conclusiones obtenidas, las aportaciones realizadas y las propuestas de futuras líneas de investigación.



# Bibliografía

- [DHR99] E. Dotzauer, K. Holmström, and H. F. Ravn. Optimal unit commitment and economic dispatch of cogeneration systems with a storage. *13<sup>th</sup> PSCC Conference. Trondheim, Norway, 1999.*
- [Dot97] E. Dotzauer. *Algorithms for Short-Term Production-Planning of Cogeneration Plants*. PhD thesis, Linköping University, S-581 83 Linköping, Sweden, 1997.
- [IV99] S.W. Illerhaus and J.F. Verstege. Optimal operation of industrial chp-based power systems in liberalized energy markets. *IEEE Power Tech '99 Conference*, BPT99-352-13, Aug 29 - Sept 2 1999.
- [Kir03] D. S. Kirschen. Demand-side view of electricity markets. *IEEE Transactions on Power Systems*, 18(2):520–527, May 2003.
- [Lew01] C. Lewiner. Business and technology trends in the global utility industries. *IEEE Power Engineering Review*, pages 7–9, December 2001.
- [LJL99] J.-B. Lee, C.-H. Jung, and S.-H. Lyu. A daily operation scheduling of cogeneration systems using fuzzy linear programming. *IEEE Power Engineering Society Summer Meeting*, 2:983–988, July 1999.



# Parte I

## Planteamiento determinista



## Capítulo 2

# Abastecimiento energético óptimo de consumidores industriales

En este capítulo se sientan las bases del modelo determinista de programación lineal entera mixta propuesto para la contratación y gestión óptima del abastecimiento energético a medio plazo de un consumidor industrial.

Con este fin, en la sección 2.2 se analizan las características de los problemas de optimización y simulación con cogeneración y/o caldera encontrados en la literatura actual. A continuación se describen las principales características de los modelos desarrollados para la caldera (sección 2.3) y cogeneración (sección 2.4), los cuales constituyen el sistema de autoproducción de energía del consumidor industrial propuesto en esta tesis.

En la sección 2.5 se presentan los tipos de contratos considerados y las posibilidades que ofrece el mercado energético español a este respecto. Finalmente, las conclusiones del capítulo se exponen en la sección 2.6.

### 2.1. Introducción

La formulación de modelos matemáticos acerca del abastecimiento energético de instalaciones industriales es muy variada, pues es función de las características de la instalación así como del objetivo que se persiga con el modelo.

En este trabajo se ha adoptado una configuración de la instalación lo más general posible que refleje la situación española actual. En este sentido, la fábrica considerada tiene una demanda térmica en forma de vapor y agua caliente y una demanda eléctrica.

La demanda de energía térmica es satisfecha a través de una caldera y/o una cogeneración. Por su parte, las necesidades de energía eléctrica son cubiertas por



una cogeneración o la red eléctrica. La cogeneración emplea como combustible gas natural y la caldera fueloil, lo que constituye el caso más habitual.

El modelo propuesto está orientado a su utilización por parte de consumidores industriales. Este optimiza conjuntamente la producción de energía de la cogeneración y de la caldera, y los contratos que los comercializadores proponen al consumidor de compra de gas natural, fueloil y electricidad, y de venta de excedentes de energía eléctrica de la cogeneración.

El sistema de abastecimiento comentado puede ser más complejo si se añaden, por ejemplo, acumuladores de energía eléctrica y/o térmica. Según la bibliografía revisada esto pudiera ser habitual en otros países aunque no en España, por lo que no se contempla esta posibilidad.

Igualmente se podría plantear un sistema de abastecimiento de energía con varias calderas y/o cogeneraciones. Esta alternativa no se considera ya que es menos común que la propuesta. Además, representar más equipos de este tipo no varía significativamente el modelado del problema, por lo que supone una extensión menor del trabajo realizado.

## 2.2. Problemas de abastecimiento energético óptimo

El aprovechamiento de la energía térmica en instalaciones de producción conjunta de calor y electricidad hace posible un rendimiento global energético muy elevado y, en definitiva, un ahorro de energía primaria y una disminución de la contaminación. Estas virtudes, unidas al impulso regulatorio, han hecho que las instalaciones de cogeneración tengan cada vez un papel más relevante dentro de las fuentes de generación de energía térmica y eléctrica.

En esta sección se realiza un recorrido por los tipos de modelos matemáticos de producción de energía térmica y eléctrica. El objetivo más común de estos trabajos es realizar una operación óptima de las fuentes de abastecimiento energético para obtener un coste mínimo satisfaciendo las demandas térmicas y eléctricas.

### 2.2.1. Modelos de optimización

Existen numerosas publicaciones de modelos de optimización sobre producción conjunta de energía térmica y eléctrica. Para su descripción se ha dividido este apartado en distintos puntos, atendiendo a las principales características de este tipo de problemas.

### 2.2.1.1. Función objetivo

El objetivo más común en estos modelos es minimizar la función que engloba los costes de la instalación. Los términos que componen estas funciones objetivo son:

- Coste del combustible asociado a los equipos de producción de energía eléctrica y/o térmica [FEDR87, PM89, MP91, MKBH91, RA94, IYM95, VC95, CH96, GHO96, Dot97, LM98, DHR99, LJL99, TL00, HL02]. Representa el principal componente del coste de operación.
- Compra-venta de electricidad [FEDR87, PM89, MP91, IYM95, VC95, CH96, LM98, LJL99, TL00]. Incluyen este término los modelos donde es factible el intercambio de energía de la cogeneración con la compañía eléctrica. Este es el caso más frecuente, frente a otros problemas donde la cogeneración trabaja en sistemas aislados como fuente principal de suministro energético.
- Venta de energía térmica excedentaria a otros consumidores [VC95, LJL99].
- Coste de mantenimiento [VC95]. Este término cobra especial importancia en instalaciones donde se requieren altos índices de fiabilidad, por lo que el coste de mano de obra, material, repuestos, etc., es elevado.
- Coste del agua [MKBH91, IYM95, TL00]. Es modelado en cogeneraciones con turbina de vapor con alto consumo de agua, al igual que en turbinas de gas con inyección de vapor. El agua empleada es tratada químicamente, lo que eleva su precio.
- Coste de almacenamiento de energía térmica [Dot97, DHR99]. Es especialmente significativo en instalaciones para calefacción (*district heating*), donde se produce energía térmica con este fin y energía eléctrica como subproducto. El coste de las pérdidas de esta energía térmica almacenada es representada mediante una función cuadrática.
- Coste de arranque y parada de equipos [Dot97, DHR99]. Son modelados con ecuaciones no lineales donde intervienen variables binarias que determinan si los equipos se encuentran operando o no.
- Coste del transporte de energía. En [HL02] se realiza un despacho económico de cogeneradores donde se contemplan costes asociados al transporte de energía por líneas eléctricas.

Frente a los modelos que minimizan la función objetivo, en [GP87, PM89, IV99] se maximiza la función de ingresos por venta de energía, descontando en ésta los costes de operación y mantenimiento de la instalación. En [MFGT97] sin embargo, se maximiza la producción de electricidad una vez satisfecha la demanda de energía térmica, sin que intervenga ningún coste en la función objetivo.

Otros trabajos [BEM89, YI95] se centran en el dimensionamiento de instalaciones de cogeneración.

Yokoyama *et al.* [YI95] determinan la capacidad de los equipos a partir de las demandas de energía, la configuración de la instalación, y los costes y rendimientos de los equipos. Para ello utilizan un método iterativo donde en cada pasada calculan la operación anual óptima de la instalación y el valor de una función de penalización. Esta función indica la cantidad de energía no suministrada o por el contrario el exceso de capacidad, lo que representa una señal para variar los parámetros de diseño.

Baughman *et al.* [BEM89] también enfocan su trabajo en el ajuste de parámetros para el diseño de la cogeneración. Para ello determinan la operación óptima y el ahorro anual durante 15 años al introducir en la instalación una cogeneración y un sistema de almacenamiento de energía térmica. Resuelven el problema varias veces modificando los parámetros de diseño para así definir la configuración óptima.

### 2.2.1.2. Estructura del problema

Los modelos de programación matemática sobre abastecimiento de energía térmica y eléctrica pueden ser clasificados de la siguiente forma:

- Programación lineal [GP87, PM89, BEM89, MKBH91, MP91, LJL99].
- Programación lineal entera mixta [VC95, IYM95, IV99]. Las variables enteras son utilizadas para determinar el funcionamiento de equipos, donde éste es modelado por funciones poligonales. Igualmente se emplean en decisiones como arranques y paradas de equipos.
- Programación no lineal [FEDR87, RA94, CH96, GHO96, Dot97, MFGT97, LM98, DHR99, TL00]. Las funciones no lineales son empleadas en el modelado de los equipos de la instalación, los costes de arranque y parada de equipos, y el coste de almacenamiento de energía térmica.
- Métodos heurísticos. Bengiamin *et al.* [Ben83] presentan un método iterativo por el cual determinan el reparto de energía eléctrica óptimo entre lo producido por una cogeneración y lo comprado a un comercializador. Mediante penalizaciones económicas ajustan el vapor generado por el cogenerador a la demanda térmica del consumidor.
- Algoritmos genéticos. Hong *et al.* [HL02] emplean esta técnica para resolver un despacho económico entre cogeneradores. Estos son modelados mediante funciones cuadráticas entre la entrada de combustible y las salidas de vapor y electricidad.

### 2.2.1.3. Horizonte

Atendiendo al horizonte del problema la clasificación es la siguiente:

- Modelos de corto plazo [GP87, PM89, MP91, MKBH91, VC95, Dot97, LM98, DHR99, LJJ99, IV99]. Comprende desde medio día a un mes, siendo lo más habitual un horizonte diario con periodos horarios, donde se determina la programación de la operación de la instalación de abastecimiento energético.
- Modelos de medio plazo [IYM95] con horizontes entre un mes y un año. Este horizonte es empleado para comparar el ahorro de unas cogeneraciones frente a otras como ayuda en el dimensionamiento de la instalación.
- Modelos de largo plazo [BEM89] de más de un año. Calculan la rentabilidad de la instalación para realizar un diseño óptimo.
- Modelos estáticos donde no interviene el tiempo [FEDR87, RA94, CH96, GHO96, MFGT97, TL00, HL02]. Son modelos no lineales donde prima la determinación de un estado concreto de las variables con un modelado más sofisticado, frente a la operación de la cogeneración en un horizonte dado.

### 2.2.1.4. Restricciones

En el modelado conjunto de la producción de energía térmica y eléctrica, las relaciones entre las variables de entrada y salida de distintos equipos se establecen mediante balances de materia y balances de energía térmica y eléctrica.

Por otra parte, existe una mayor variedad en la literatura acerca del modelado de los equipos que componen la autoproducción. En [CH96, MFGT97, LM98, TL00] se realizan análisis de regresión para ajustar la relación entre las variables de entrada y salida de los equipos a polinomios de distinto orden, reflejando así el rendimiento variable en función de la carga de calderas, turbinas, etc. Con esta misma filosofía, en [PM89, MP91, LJJ99, IV99] se tratan los equipos como cajas negras, donde sus funciones de transferencia son lineales.

Otra forma de modelado consiste en representar los equipos por sus ecuaciones termodinámicas más o menos simplificadas. Este es el caso, por ejemplo, de [GP87, MKBH91, VC95, Dot97, DHR99].

Al objeto de poder almacenar energía eléctrica y térmica, y así tener mayor flexibilidad en la gestión energética del consumidor, existen modelos que incluyen baterías eléctricas y/o acumuladores de calor [GP87, PM89, BEM89, MP91, Dot97, LM98, DHR99, LJJ99].

### 2.2.1.5. Gestión energética en mercados liberalizados

Frente a los modelos que únicamente optimizan la operación de la planta, Illerhaus *et al.* [IV99] presentan un modelo de operación a corto plazo de un productor de energía térmica y eléctrica que abastece un sistema industrial. El modelo maximiza el beneficio del productor tomando decisiones de arranque y parada de la instalación, de los contratos a firmar con los consumidores, y de la gestión del combustible. En este último caso la decisión se centra en si emplear el combustible almacenado o comprarlo.

Con una filosofía similar, en [PBG<sup>+</sup>02] se describe un modelo para la operación y contratación en el corto y medio plazo de un productor de energía térmica y eléctrica.

Respecto a estos trabajos, la principal aportación original del modelo determinista propuesto en esta tesis [GVR03] se centra en el modelado de los contratos para consumidores industriales. Los tipos de contratos que formaliza un consumidor son en general diferentes a los de un generador para adquirir los mismos bienes, ya que los volúmenes de energía o combustibles a negociar son distintos. Mientras que los cogeneradores, actuando como empresas de generación, acuden a mercados financieros donde contratan una cantidad determinada, los consumidores firman contratos con comercializadores donde la cantidad no está establecida, ésta varía en función de lo consumido. Por tanto, los derivados financieros sobre los que fundamentalmente se apoya la formulación de contratos de [IV99, PBG<sup>+</sup>02] no son aplicables a consumidores.

En esta tesis se ha considerado un número elevado de diferentes tipos de contratos de acuerdo a las posibilidades que tiene un consumidor industrial. Se han escogido formas de contratación de manera que recojan toda la franja de posible aversión al riesgo de un consumidor, tal y como se comenta en detalle en el capítulo 4, lo que representa un factor fundamental para gestionar el riesgo no considerado anteriormente.

Según se expone en el capítulo siguiente donde se formula el modelo determinista, varios de los contratos propuestos se modelan con variables binarias, lo que aumenta la riqueza y complejidad de la formulación frente a las publicaciones anteriores. Esto hace el que problema resultante sea de gran tamaño y difícil de resolver. No obstante, desde la perspectiva del consumidor, el modelo constituye una herramienta completa y potente para la evaluación de decisiones de contratación.

Finalmente, otros trabajos contemplan la adquisición y venta de energía eléctrica en mercados liberalizados, aunque no la formalización de decisiones sobre contratación. En este caso la empresa eléctrica tiene la obligación de comprar los excedentes de energía de los cogeneradores al precio spot que recibiría si generase esa energía con su parque generador [GP87, PM89, MP91, IV99].

### 2.2.1.6. Otras consideraciones

En este apartado se recogen diversas consideraciones sobre el modelado de auto-producciones en problemas de optimización no contempladas en puntos anteriores.

De forma análoga a los trabajos en mercados liberalizados, algunos autores modelan la compra y venta de energía eléctrica en mercados regulados. Bajo estas circunstancias los precios de los contratos se establecen mediante tarifas [VC95, CH96, TL00, IYM95, YI95]. En estos casos tampoco se decide sobre los contratos a firmar.

Tsay *et al.* [TL00] introducen una diferencia significativa respecto al resto de modelos de operación que consiste en la determinación de la proporción óptima de cada combustible que alimenta la cogeneración. Esto es frecuente en algunas cogeneraciones que emplean como combustible, por ejemplo, biomasa y fueloil.

Algunos modelos permiten en determinadas circunstancias el deslastre de una proporción del consumo como respuesta a la gestión de su demanda [GP87, PM89, MP91, VC95].

### 2.2.2. Modelos de simulación

Los modelos de optimización permiten un menor nivel de detalle en el modelado de los equipos que los de simulación. Sin embargo, estos últimos no son los más idóneos si se desea decidir entre un número elevado de alternativas ya que hay que evaluarlas una a una.

Witzani *et al.* [WP95] describen un modelo de simulación llamado GATE/CYCLE para el diseño de plantas de cogeneración partiendo de las curvas de carga de la planta, condiciones ambientales, coste del combustible y de la electricidad, etc. Simulan la operación de la planta de cogeneración en el horizonte deseado, con periodos que pueden oscilar entre el día y el minuto, para así determinar los costes de operación y rendimiento de la planta. La herramienta contiene una base de datos con equipos comerciales modelados en detalle que pueden formar parte de la cogeneración. Una aplicación del modelo GATE/CYCLE a turbinas de gas con inyección de vapor en la cámara de combustión es publicado por Krause *et al.* [KTS99].

Pretorius *et al.* [PD98] se centran en la programación de la operación de la cogeneración frente a distintos precios de la electricidad. Para ello, aprovechando la flexibilidad de la cogeneración, comparan el ahorro esperado que se obtiene con el precio spot frente a la tarifa.

Otro tipo de modelos de simulación donde interviene la cogeneración consiste en la planificación de la expansión de este tipo de generación [SR96]. Como extensión de los modelos de generación convencionales se determina el orden de implantación

de los grupos cogeneradores hasta cubrir la demanda térmica y eléctrica, modelada ésta con una función de probabilidad. Se trata por tanto de una expansión de la generación realizada por un único planificador del sistema eléctrico, frente a un problema de autoproducción particular que ocupa la mayor parte de la bibliografía revisada.

## 2.3. Caldera

En este apartado se realizan unas consideraciones acerca del modelado de la caldera. La formulación de ésta como parte del modelo completo de optimización se presenta en la sección 3.3 del capítulo siguiente.

La caldera considerada produce vapor de agua para alimentar las demandas térmicas de vapor y agua caliente de procesos industriales. Se utiliza como combustible fueloil. Una buena referencia sobre el funcionamiento de calderas de vapor alimentadas por fueloil se puede encontrar en [Ins88].

### 2.3.1. Relación entre las variables de entrada y salida

A continuación se efectúa el balance de materia y energía de la caldera. A partir de aquí se deduce su rendimiento y se hacen las simplificaciones necesarias para obtener un modelo lineal que relacione la cantidad de combustible empleado por la caldera con el vapor generado.

En la caldera entra fueloil, aire y agua en estado líquido y se produce vapor de agua y humos, tal y como se refleja en la figura 2.1. Por tanto, el balance de materia de la caldera es:

$$m_c + m_a = m_h \quad (2.1)$$

donde  $m_c$ ,  $m_a$  y  $m_h$  son los caudales máscicos en kg/h de combustible, aire y humos respectivamente. Si se denomina  $w_a$  a la relación entre el caudal máscico de aire y de combustible, la ecuación anterior queda en la forma:

$$m_h = m_c(1 + w_a) \quad (2.2)$$

Por su parte, el balance de energía de la caldera es:

$$m_c(h_c + w_a h_a) = m(h_2 - h_1) + m_h h_h + Q \quad (2.3)$$

siendo  $h_c$ ,  $h_a$ ,  $h_h$ ,  $h_1$  y  $h_2$  las entalpías en kcal/kg del combustible, aire, humos y entrada y salida de agua de la caldera respectivamente.

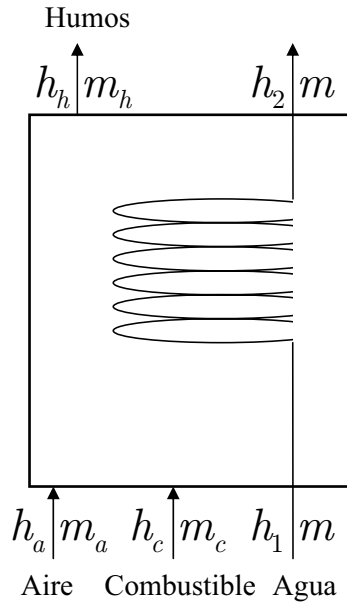


Figura 2.1: Esquema de caldera.

El segundo término de la ecuación incluye la energía útil transmitida al agua y las pérdidas tanto por humos como por el propio aislamiento de la caldera y la ineficiencia del quemador, estos dos últimos términos representados por  $Q$ .

El caudal  $m$  corresponde al agua que circula por la caldera con entalpía de entrada  $h_1$  y de salida  $h_2$ . Por tanto, el rendimiento  $\mu$  de la caldera es:

$$\mu = \frac{m(h_2 - h_1)}{m_c(h_c + w_a h_a)} \quad (2.4)$$

La energía aportada por el aire es despreciable frente a la del combustible. De manera que siendo PCI el poder calorífico inferior del combustible (aproximadamente 9600 kcal/kg en el caso del fueloil), el rendimiento de la caldera queda:

$$\mu = \frac{m(h_2 - h_1)}{m_c \text{PCI}} \quad (2.5)$$

Esta ecuación liga la cantidad de combustible aportada a la caldera  $m_c$  y la cantidad de vapor producido  $m$ . Entonces, el modelo resultante de la caldera depende de cómo se formulen el rendimiento  $\mu$  y las entalpías del agua que circula por la caldera  $h_1$  y  $h_2$ .

Lo más habitual en modelos de optimización es considerar estos parámetros constantes. Este es el caso, por ejemplo, de Lee *et al.* [LJL99] e Illerhaus *et al.* [IV99], los cuales emplean una formulación lineal de la caldera para relacionar los caudales de combustible inyectado y vapor generado. Los modelos de optimización de estos autores están orientados al corto plazo, por lo que todavía cobra más sentido realizar



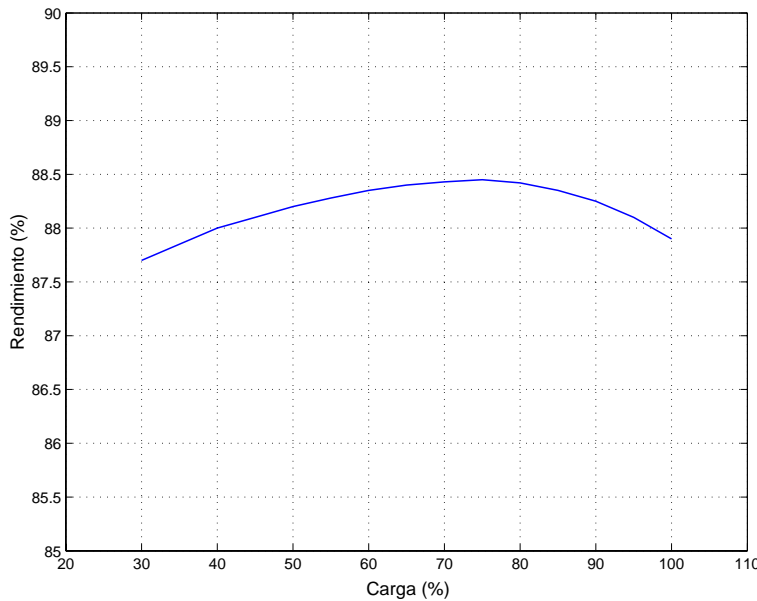


Figura 2.2: Rendimiento de la caldera Vulcano-Sadeca modelo Omnical DDH.

estas simplificaciones en el medio plazo, horizonte que corresponde al del modelo presentado en este trabajo.

En [UMS<sup>+</sup>01], Urbančič *et al.* representan la relación entre la entrada de fueloil y la salida de vapor en la caldera mediante tres modelos: lineal, poligonal, y cuadrático. Realizan un análisis de estas tres formulaciones y verifican que, aunque el modelo poligonal y el cuadrático obtienen mejores resultados, en los tres casos el error es pequeño.

Por tanto, es un modelado aceptado en optimización considerar que ni el rendimiento ni las entalpías de entrada y salida del agua varían con la carga de la caldera. No obstante, para comprobar la variación del rendimiento con la carga, se ha tomado como referencia una caldera estándar, en concreto la Vulcano-Sadeca modelo Omnical DDH alimentada por fueloil. Su rendimiento en función de la carga se encuentra en la figura 2.2. Tal y como se aprecia, su variación con la carga es insignificante, siendo el incremento máximo inferior al 1 %.

Aparte del rendimiento, las otras variables de la ecuación (2.5) que se han considerado constantes son las entalpías del agua de entrada  $h_1$  y salida  $h_2$  de la caldera. La entalpía  $h_2$  es función únicamente de la presión de salida de la caldera, ya que el vapor producido es saturado. Esta presión es la variable de referencia para el encendido y apagado del quemador, y como consecuencia es bastante estable en régimen permanente.

Respecto a la entalpía  $h_1$  del agua de entrada en la caldera, ésta es igualmente estable ya que lo habitual es que en su mayor parte el agua se alimente desde un depósito de condensados y no directamente de la red. En este último caso las variaciones de temperatura son también poco significativas.

Además, una variación grande de temperatura de entrada del agua provocaría una variación pequeña de la potencia de salida de la caldera. En efecto, sea la potencia en kcal/h de salida de la caldera  $P$ :

$$P = m(h_2 - h_1) \quad (2.6)$$

Supóngase que la caldera se encuentra operando a una carga de 2000 kg/h generando vapor saturado a 8 kg/cm<sup>2</sup>, lo que corresponde a una entalpía  $h_2 = 661,3$  kcal/kg. Si la temperatura del agua que entra a la caldera es de 45°C y se produce un decremento de un 30 %, hasta los 31°C, teniendo por tanto una variación  $\Delta h_1 = -14$  kcal/kg, la potencia  $P$  únicamente decrece en un 2 %.

Por los motivos expuestos, considerar constantes  $\mu$ ,  $h_1$  y  $h_2$  en la ecuación (2.5) para obtener un modelo sencillo de la caldera implica cometer unos errores asumibles en un modelo de optimización a corto plazo y, por tanto, a medio plazo.

Al considerar constantes las entalpías, la energía generada por la caldera es únicamente función del caudal de vapor. Así, para relacionar el consumo de combustible y la energía térmica total generada por la caldera se construye una recta de regresión entre estas variables, para lo que se emplea el rendimiento de la caldera (figura 2.2). El coeficiente de correlación de la recta resultante es superior a 0.99.

Por último, la energía térmica que genera la caldera se emplea para alimentar las distintas demandas térmicas de la fábrica. Para satisfacer los consumos a temperatura menor a la del vapor obtenido en la caldera, se emplean intercambiadores de calor entre los distintos circuitos, estando las pérdidas tanto de los intercambiadores como de las tuberías de transmisión incluidas en las demandas.

### 2.3.2. Otras consideraciones

Además de la relación entre fueloil inyectado en caldera y vapor obtenido, es necesario tener en cuenta otros factores en la operación de una caldera.

En primer lugar, toda caldera tiene unos márgenes de operación. La potencia máxima está impuesta por el tipo de caldera y el de quemador. La explicación del umbral de potencia mínima es algo más compleja. Con cargas bajas el quemador se enciende y apaga con frecuencia lo que, además de disminuir notablemente el rendimiento de la caldera, presenta varios inconvenientes. Por una parte, el  $H_2O$  y  $SO_2$  productos de la combustión se combinan resultando  $H_2SO_4$ , que al condensarse producen graves problemas de corrosión en la caldera y en la chimenea. Por otra parte, la chimenea tiene menos tiro cuanto más fría se encuentre, concentrándose la contaminación en el lugar de emisión en vez de dispersarse.

Un valor razonable de potencia mínima es de un 30 % de la máxima. Si la caldera tuviera que trabajar a cargas inferiores, lo habitual es tener dos calderas, una

trabajando en base y otra en punta.

Otros factores que a veces son considerados en el modelado de calderas en problemas de optimización a corto plazo son los gradientes de subida y bajada de carga, tiempos de parada y arranque, y costes asociados (véase por ejemplo [UMS<sup>+</sup>01]).

En un horizonte anual donde la operación óptima de la caldera tiene como fin obtener una cantidad esperada de energía para escoger un contrato de adquisición de fueloil no son relevantes los gradientes de subida o bajada de carga. Una caldera de fueloil puede operar a máxima carga entre media y una hora después de ser arrancada, tiempo despreciable en un problema anual. Además, estos tiempos asumen que la caldera se encuentra a temperatura ambiente, si bien lo normal si la cogeneración está funcionando es que ésta mantenga caliente la caldera mediante un intercambiador de calor. En este caso el tiempo para subir a máxima carga desde el arranque es aún menor.

Otro aspecto de baja relevancia en modelos de optimización y que ha sido despreciado es la tasa de fallos o indisponibilidad que tiene una caldera. Ninguna de las publicaciones revisadas considera este factor. Además, según lo consultado con consumidores industriales, las revisiones periódicas a las que se someten las calderas hacen que la tasa de fallo de estos equipos sea despreciable.

Finalmente, el consumo de fueloil supone el principal coste de explotación de la caldera, coste que es gestionado mediante contratos. Adicionalmente, la caldera tiene costes de operación y mantenimiento fijos y variables que son función de la producción. Los costes fijos hacen referencia a mantenimientos programados anuales y al coste del personal. Por su parte los costes variables comprenden el autoconsumo de electricidad de la caldera y el tratamiento de descalcificación del agua, siendo el primero despreciable frente al segundo.

## 2.4. Cogeneración

Las tecnologías de la cogeneración son muy diversas aunque su clasificación es homogénea en la literatura [Dot97, Pro98, Sal99, dF99] dependiendo del ciclo termodinámico con el que operan (Rankine para las turbinas de vapor, Brayton para las de gas y Otto o Diesel para los motores de combustión interna).

Los criterios para escoger el tipo y tamaño de cogeneración para un consumo determinado dependen de factores como el tamaño de la instalación, eficiencia, flexibilidad a cargas parciales, relación entre energía eléctrica y térmica producida, costes, etc. [Pro98, Sal99]. En España las cogeneraciones más comunes están compuestas por motores, en especial los alimentados por gas natural, y turbinas de gas. En general las turbinas de gas están indicadas para instalaciones de mayor potencia eléctrica que los motores. Una guía de las características de motores y turbinas de gas comerciales se encuentra en [Quí01] y [Ene01] respectivamente.

El modelo de cogeneración desarrollado en este trabajo corresponde a un motor alimentado por gas natural canalizado. Se ha escogido este sistema por ser el más habitual en la actualidad en España. Además, tal y como se expone en el capítulo 8 donde se presenta una aplicación numérica del modelo determinista, es el sistema de cogeneración más adecuado para la fábrica cuyas demandas se emplean como dato. La cogeneración seleccionada cubre la demanda térmica de la fábrica y genera excedentes de energía eléctrica para ser vendidos.

Para adaptar el modelo de abastecimiento energético presentado en este documento a otra cogeneración diferente a la de motor de gas, únicamente habría que sustituir las ecuaciones del motor por las del nuevo sistema, siendo válido el resto del modelo.

A continuación se describe cómo se representa una cogeneración en modelos de programación matemática, prestando especial interés en el modelado del motor de gas. La formulación matemática de la cogeneración se expone en la sección 3.4 del capítulo siguiente.

### 2.4.1. Relación entre las variables de entrada y salida

Los tipos de modelos de cogeneración que aparecen con más frecuencia en la bibliografía son los de turbina de vapor y turbina de gas. Aunque el funcionamiento de cogeneraciones con estas tecnologías es muy diferente, en general ambas se modelan mediante una región factible que liga la energía térmica y eléctrica generada, y una ecuación que relaciona el combustible consumido en función del punto de operación de la planta.

En la figura 2.3 se muestra la región factible de operación de una cogeneración empleada en [Dot97, GHO96, RA94, IYM95]. Esta cogeneración está formada por una caldera que alimenta una turbina de vapor con varias extracciones de vapor. Este tipo de cogeneración ofrece la región factible más compleja ya que la potencia eléctrica varía con el flujo de cada extracción además de con la cantidad de combustible inyectado. Esta región es función de la temperatura ambiente, y tiene unos límites de operación formados por la inyección máxima y mínima de combustible y la extracción máxima de vapor.

Para ligar el rendimiento de la cogeneración, bien con turbina de vapor o gas, al punto de operación, se emplean ecuaciones de segundo grado [Dot97, GHO96, RA94] o expresiones lineales [VC95, MKBH91, GP87, IYM95, MP91, PM89] que ligan el combustible y las energías generadas. Mientras que los modelos lineales se emplean para problemas de distinto horizonte, los modelos no lineales se implantan únicamente en problemas de corto plazo.

Urbančič *et al.* [UMS<sup>+</sup>01] modelan un motor de gas natural como sistema de cogeneración mediante dos ecuaciones, una que liga energía térmica y eléctrica de salida, y otra que relaciona combustible de entrada y energía térmica de salida.

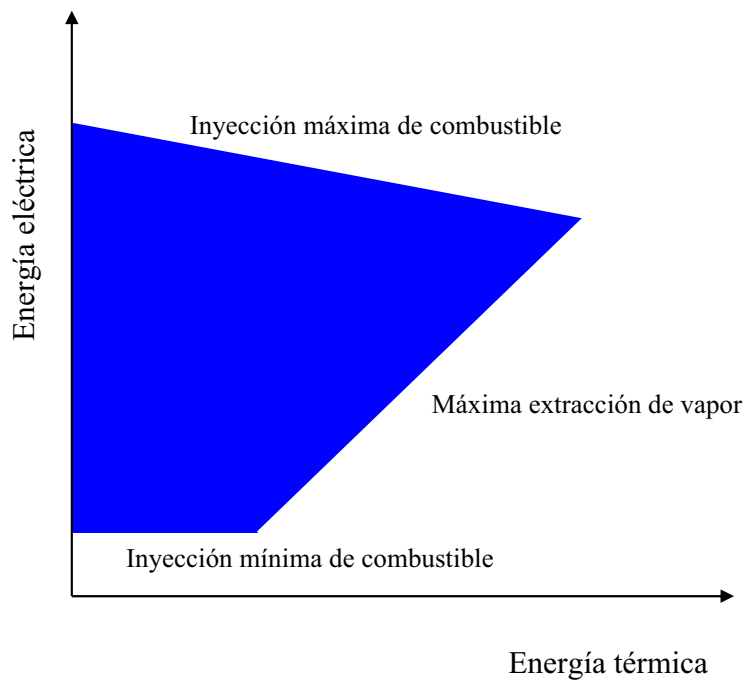


Figura 2.3: Región factible de operación de una cogeneración con turbina de vapor.

Realizan regresiones lineales entre las variables citadas con distintos niveles de carga obteniendo coeficientes de regresión superiores a 0.99.

En este trabajo se ha tomado como referencia el motor de Finanzauto-Caterpillar modelo G3612 para modelar una cogeneración con motor alimentado por gas natural. Las principales características de este motor medidas según norma ISO3046/1 ofrecidas por el fabricante se muestran en la tabla 2.1.

En la figura 2.4 se muestran los principales circuitos térmicos del motor. Las temperaturas indicadas corresponden al régimen de operación del motor a plena carga.

Los gases de escape del motor, representados en verde, accionan el turbocompresor que comprime el aire exterior (circuito en rojo) el cual es inyectado al motor. En función de la demanda de vapor de la fábrica, una parte de los gases de escape son expulsados a la atmósfera y la otra pasa a la caldera de recuperación. Esta caldera, encargada de transformar la energía térmica de los gases de escape en vapor de agua, funciona como un intercambiador de calor al no tener quemador.

Para enfriar el agua de las camisas del motor se emplea un líquido refrigerante y el postenfriador de la 1ª etapa (circuito azul). Este último equipo enfría el aire procedente del turbocompresor aportando energía térmica al circuito de refrigeración de las camisas. Mediante un intercambiador de calor se proporciona esta energía térmica en forma de agua líquida a proceso. El conjunto formado por las camisas del motor y el postenfriador de la 1ª etapa se denomina *circuito de alta temperatura* del motor.

Carga	100 %	75 %	50 %
Consumo PCI (kW)	6876	5383	3742
Potencia eléctrica(kW)	2771	2072	1371
Calor gases escape a 120°C (kW)	1589	1395	1000
Calor en agua de camisas (kW)	600	536	409
Calor postenfriador 1ª etapa (kW)	276	135	-22
Calor postenfriador 2ª etapa (kW)	300	179	131
Calor en aceite (kW)	403	302	265
Calor de radiación (kW)	232	204	173

Tabla 2.1: Características del motor Finanzauto-Caterpillar G3612.

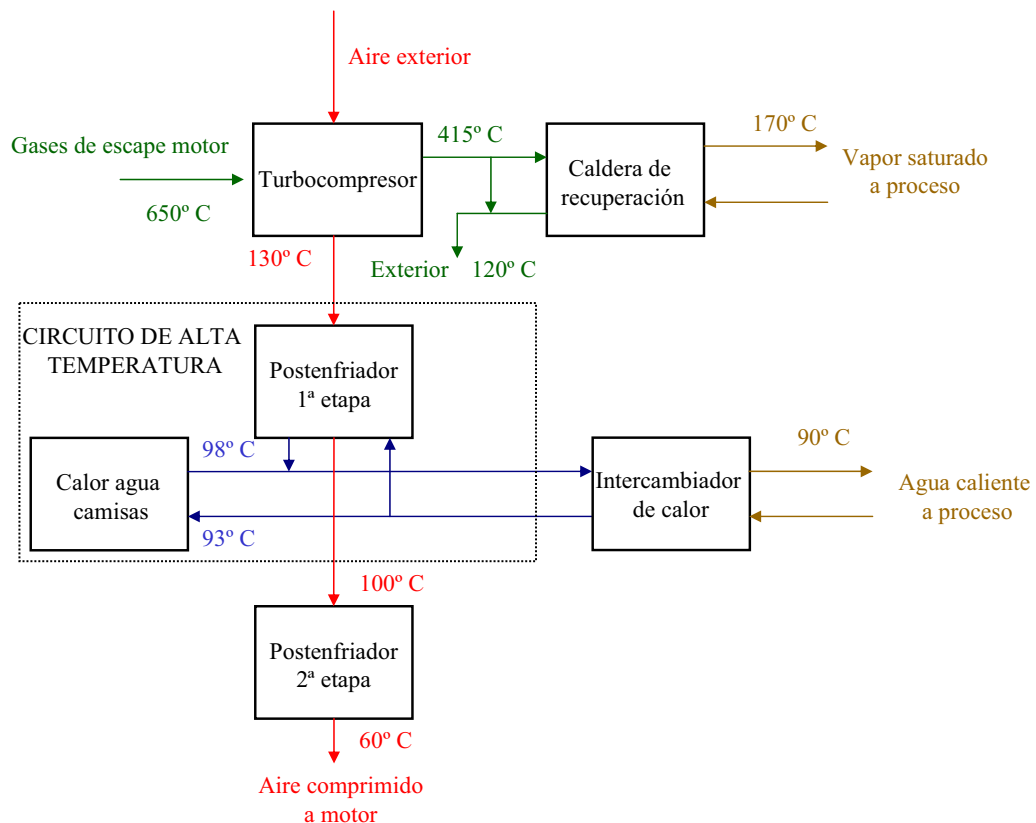


Figura 2.4: Esquema térmico de la cogeneración con el motor Finanzauto-Caterpillar G3612.

El aire comprimido de salida del postenfriador de la 1ª etapa es enfriado en una 2ª etapa antes de ser inyectado en el motor. Disminuyendo la temperatura del aire aumenta su densidad y por tanto también aumenta la cantidad de oxígeno que interviene en la combustión.

El calor proporcionado por el postenfriador de la 2ª etapa y por la refrigeración del aceite que lubrica el motor se denomina *circuito de baja temperatura* del motor. Con esta energía se puede calentar agua hasta unos 40°C. Esta temperatura suele ser baja para ser aprovechada por procesos industriales por lo que lo más habitual es no utilizarla. Finalmente, la otra fuente de calor no aprovechable es la correspondiente a la radiación del motor.

Para modelar el motor se emplea como variable de entrada el caudal de gas natural consumido. Este se calcula a partir de los datos de consumo de la tabla 2.1 y del poder calorífico inferior (PCI) del gas natural. De acuerdo a los datos del fabricante el PCI del gas natural es 35.6 MJ/m<sup>3</sup>(N) a 25°C y a una altitud inferior a 750 m. Si bien la altitud y la temperatura producen alteraciones del poder calorífico del gas y, en consecuencia, variaciones en la potencia generada, no se ha considerado este factor. Si la instalación se encuentra por ejemplo a 500 m, la variación de temperatura de 25°C a 40°C produce una disminución del poder calorífico de un 2%, según datos del fabricante, lo cual no es una variación significativa al objeto de este trabajo.

Las variables de salida del modelo son la potencia eléctrica, la potencia térmica de los gases de escape y la potencia térmica del circuito de alta temperatura que engloba el calor de agua de camisas y la 1ª etapa del postenfriador.

Se ha realizado una regresión lineal entre el consumo de gas natural y cada una de las tres variables de salida según los datos de la tabla 2.1, obteniéndose los siguientes coeficientes de correlación:

- Consumo gas natural-potencia eléctrica: 0.999.
- Consumo gas natural-potencia gases escape: 0.986.
- Consumo gas natural-potencia circuito alta temperatura: 0.998.

Aunque no se dispone de un número elevado de datos de carga del motor para realizar el análisis de regresión, estos resultados son significativos. Además, según lo comentado anteriormente, en el trabajo de otros autores [UMS<sup>+</sup>01] se obtienen unos coeficientes de correlación parecidos. Por otra parte, para realizar la regresión se emplean niveles de carga extremos (50 % y 100 %), por lo que con un mayor número de datos se obtendría una recta muy similar. Tal y como se expone en el siguiente apartado, la cogeneración no opera en régimen permanente a una carga inferior al 50 %.

### 2.4.2. Otras consideraciones

Además de la relación entre el consumo de gas y las potencias eléctrica y térmica es necesario considerar otros factores en el modelado de una cogeneración con motor de combustión interna.

En régimen transitorio un motor de gas puede trabajar a cualquier nivel de carga, si bien en régimen permanente éste está preparado para operar entre el 50 % y el 100 % de su capacidad. A niveles de carga inferiores el rendimiento se reduce notablemente. Por tanto, si un motor tiene que trabajar en régimen permanente en unos periodos a niveles inferiores al 50 % y en otros periodos en torno al 100 %, lo recomendable es tener dos motores más pequeños trabajando en niveles de carga con rendimientos altos.

En problemas de corto plazo donde intervengan turbinas de gas o vapor puede ser conveniente tener en cuenta los tiempos y costes de arranques y paradas [Dot97]. Por su parte, en un motor no es relevante el tiempo de arranque. En aproximadamente 15 minutos un motor está generando electricidad y en 30 minutos vapor. El coste del arranque se produce al activar los sistemas auxiliares del motor, siendo estos costes reducidos.

No se tiene en cuenta la indisponibilidad por fallo que pueda tener la cogeneración. Esta es despreciable debido a las revisiones periódicas a las que se someten estas instalaciones.

Finalmente, sí es necesario considerar los costes de operación y mantenimiento del motor. Los costes fijos de explotación se deben principalmente a costes de personal y seguros. Por su parte, los costes variables que se consideran son de mantenimiento a largo plazo, estimados por unidad de energía eléctrica generada, y los de consumibles que engloban el aceite del motor, filtros, etc. Se desprecian los costes de consumo propio del motor (bombas diversas, compresores, control, etc.). El consumo principal se produce en las bombas las cuales están movidas por la propia distribución del motor.

## 2.5. Cartera de contratos

Los contratos tienen por objeto comprar o vender energía o combustibles limitando el riesgo de precios altos de los mercados de energía. Tal y como se analiza en el capítulo 4, lo más habitual en modelos de optimización en mercados de energía es realizar una gestión conjunta de la producción de la instalación y de las opciones de contratación para mitigar la incertidumbre de precios.

Un caso particular de optimización de contratos es el trabajo de Tsay [TLL01] *et al.*. Estos autores emplean algoritmos genéticos para determinar los términos de capacidad asociados a diferentes periodos de la tarifa eléctrica de un consumidor.



Obtienen aquellos términos de capacidad que minimizan la factura eléctrica, realizando un compromiso entre la penalización económica si el consumo supera los términos de capacidad y el coste de contratar una capacidad determinada.

Los contratos contemplados en esta tesis están basados en la situación actual de los mercados de energía en España. A continuación se describen las opciones de contratación consideradas.

### 2.5.1. Adquisición de energía eléctrica

El mercado eléctrico español, y sin pérdida de generalidad frente a otros mercados internacionales, ofrece las siguientes posibilidades a grandes consumidores para la adquisición de energía eléctrica<sup>1</sup>:

- Acudir al mercado de producción, ofertando en un horizonte mínimo de una hora, cantidad de energía y precio al cual se está dispuesto a comprar.
- Acogerse a la tarifa eléctrica anual. A partir de enero de 2003 todos los consumidores tienen posibilidad de elegir suministrador y contrato. A pesar de ello, en la actualidad siguen vigentes las tarifas eléctricas.
- Realizar contratos con otros agentes del sector eléctrico, entre los que se encuentran:
  - Contratos bilaterales físicos entre consumidores cualificados y productores o agentes externos. Tienen una duración mínima de un año, y deberán determinar cuál de las dos partes que intervienen en el contrato vendrá obligada a satisfacer los pagos que corresponda por servicios complementarios potestativos, por peajes, por costes permanentes del sistema, por costes de seguridad y diversificación, y otros varios.
  - También podrán formalizarse contratos bilaterales financieros entre los consumidores cualificados y el resto de los agentes del mercado que, teniendo por objeto el suministro de energía eléctrica a través del mercado de producción, determinen su liquidación bien al precio del mercado o por diferencias respecto a dicho precio.

Aunque un consumidor puede firmar su contrato de suministro con diversos agentes, en la práctica lo más habitual es firmar los contratos con comercializadores, ya que estos últimos son los agentes especializados en el suministro a consumidores.

Así, un consumidor que desee acudir al mercado eléctrico lo hará en general a través de un comercializador. De esta forma evita los costes asociados a los desvíos entre la energía consumida y contratada, y a la gestión que implica acudir al mercado.

---

<sup>1</sup>Ley del Sector Eléctrico 54/1997.

En la propuesta de gestión de abastecimiento de energía de este documento, los contratos que firma el consumidor industrial corresponden a ofertas realizadas por comercializadores.

### 2.5.2. Venta de excedentes de energía eléctrica

Las opciones de venta de excedentes de energía eléctrica por parte de consumidores industriales con autoproducción acogidos al régimen especial, con un desarrollo normativo propio más favorable que el del resto de los productores, son las siguientes<sup>2</sup>:

- Transferir al sistema a través de la compañía distribuidora de electricidad su producción o excedentes de energía eléctrica, y percibir unos ingresos determinados por los siguientes conceptos:
  - Precio final horario medio del mercado de producción de energía eléctrica. Este es el precio medio que en cada hora deben abonar los adquirentes de energía por comprar en el mercado de producción y que es objeto de liquidación por el Operador del Mercado.
  - Prima por unidad de energía generada.
  - Recargo por energía reactiva aplicado sobre los dos conceptos anteriores.
- Acceder al sistema de ofertas en el mercado de producción de energía eléctrica por periodos anuales. Se obtendrá un ingreso por la energía excedentaria vendida, el cual viene determinado por los siguientes conceptos:
  - Precio horario del mercado diario de producción ponderado por volumen de energía.
  - Prima por unidad de energía generada. La misma que la correspondiente a venta de excedentes a un precio medio de adquisición de energía.
  - Garantía de potencia.
  - Servicios complementarios.
- Efectuar contratos bilaterales físicos con la compañía distribuidora de electricidad por un periodo anual, o efectuar otro tipo de contratos con el resto de los agentes del mercado con una duración a convenir.

---

<sup>2</sup>RD 2818/1998, de 23 diciembre, sobre producción de energía eléctrica por instalaciones abastecidas por recursos o fuentes renovables, residuos y cogeneración. Alternativamente, los Reales Decretos 841/2002 y 436/2004 permiten otras formas de retribución. Aunque los precios de venta de excedentes varían para los cogeneradores acogidos a estos Reales Decretos, el planteamiento y la formulación de los modelos de optimización no se ven afectados por estos cambios.

### 2.5.3. Adquisición de combustibles

El consumidor industrial del modelo propuesto consume gas natural para la cogeneración y fueloil para la caldera. De acuerdo a la legislación española actual la adquisición de ambos combustibles se realiza a través de contratos en el libre mercado, lo que implica libertad de precios y formato de los contratos.

La liberalización de precios para todos los consumidores en el mercado de gas natural, al igual que sucede en el mercado eléctrico, comenzó en enero de 2003. En la actualidad coexisten contratos en libre mercado y tarifas, siendo los precios de estas últimas una referencia para los contratos en libre mercado.

## 2.6. Conclusiones

El modelado de sistemas de abastecimiento energético con cogeneración y caldera es un tema extensamente tratado en la literatura. En este capítulo se propone una clasificación detallada de las publicaciones en este campo atendiendo al tipo y estructura del problema.

Los trabajos revisados sobre modelos de optimización están en su gran mayoría orientados a determinar la operación de la instalación en el corto plazo. Aquellos cuyo horizonte de planificación es el medio o largo plazo modelan igualmente la operación del sistema de abastecimiento de energía, aunque con el propósito de tomar decisiones de inversión.

Las únicas publicaciones que formulan un problema de optimización conjunta de contratos y operación de la instalación son [IV99, PBG<sup>+</sup>02]. Estos desarrollos están ideados para productores de energía térmica y eléctrica, por lo que los tipos de contratos que proponen varían sustancialmente respecto a los de este trabajo orientado a consumidores industriales. Además, la variedad y complejidad de los contratos presentados en esta tesis es superior a la de estas publicaciones. Por otra parte, las cogeneraciones que actúan como generadores venden toda su energía eléctrica producida. En el caso de un consumidor con cogeneración, éste puede vender la energía excedentaria y comprar energía de la red eléctrica, lo que obliga a tener dos carteras de contratos de energía eléctrica.

En este capítulo también se describen las características del modelado de la caldera y del motor de gas empleado como equipo principal de la cogeneración. Tanto la caldera como la cogeneración son representados con frecuencia en el corto plazo con modelos lineales, por lo que emplear esta formulación en el medio plazo, horizonte de los modelos de esta tesis, está justificado.

Para el caso de la cogeneración, la única referencia encontrada acerca de su modelado con motores en problemas de optimización es [UMS<sup>+</sup>01]. Frente a este trabajo, en esta tesis se incluye el modelado del circuito de alta temperatura, lo que

supone una aportación original. El motivo para representar este circuito es que, a pesar de producir menos energía térmica que los gases de escape del motor, es una fuente de calor habitualmente aprovechada por las fábricas para calentar agua.

Al objeto de validar los modelos lineales de la caldera y del motor de gas se han solicitado a fabricantes especificaciones técnicas de sus equipos. Los análisis realizados con estos datos confirman las afirmaciones realizadas por otros autores sobre el reducido error que se comete con esta representación.

Finalmente se describe el marco regulatorio español en el cual el consumidor industrial formaliza contratos de entre los ofertados por comercializadores. Estos tipos de contratos a firmar son: 1) compra de electricidad, 2) compra de fueloil para alimentar la caldera, 3) compra de gas natural para alimentar la cogeneración y 4) venta de excedentes de energía eléctrica.



# Bibliografía

- [BEM89] M. L. Baughman, N. A. Eisner, and P. S. Merrill. Optimizing combined cogeneration and thermal storage systems: an engineering economics approach. *IEEE Transactions of Power Systems*, 4(3):974–980, August 1989.
- [Ben83] N. Bengiamin. Operation of cogeneration plants with power purchase facilities. *IEEE Transactions of Power Apparatus and Systems*, 102(10):3467–3472, October 1983.
- [CH96] B.-K. Chen and C.-C. Hong. Optimum operation for a back-pressure cogeneration system under time-of-use rates. *IEEE Transactions on Power Systems*, 11(2):1074–1082, May 1996.
- [dF99] Electricité de France. La recherche et la production de l’électricité. Les techniques de cogénération, Novembre 1999.
- [DHR99] E. Dotzauer, K. Holmström, and H. F. Ravn. Optimal unit commitment and economic dispatch of cogeneration systems with a storage. *13<sup>th</sup> PSCC Conference. Trondheim, Norway*, 1999.
- [Dot97] E. Dotzauer. *Algorithms for Short-Term Production-Planning of Cogeneration Plants*. PhD thesis, Linköping University, S-581 83 Linköping, Sweden, 1997.
- [Ene01] Energía. Directorio de turbinas de gas. *Energía*, páginas 65–70, Abril 2001.
- [FEDR87] S. A. Farghal, R. M. El-Dewieny, and A. M. Riad. Optimum operation of cogeneration plants with energy purchase facilities. *IEE Proceedings*, 134(5):313–319, September 1987.
- [GHO96] T. Guo, M. I. Henwood, and M. V. Ooijen. An algorithm for combined heat and power economic dispatch. *IEEE Transactions on Power Systems*, 11(4):1778–1784, November 1996.
- [GP87] H. Ghoudjehbaklou and H. B. Puttgen. Optimization topics related to small producing facilities operating under energy spot pricing policies. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2(2):296–302, May 1987.

- [GVR03] E. Gómez-Villalva and A. Ramos. Optimal energy management of an industrial consumer in liberalized markets. *IEEE Transactions on Power Systems*, 18(2):716–723, May 2003.
- [HL02] Y. Hong and C. Li. Genetic algorithms based economic dispatch for cogeneration units considering multiplant multibuyer wheeling. *IEEE Transactions on Power Systems*, 17(1):134–140, February 2002.
- [Ins88] Instituto para la diversificación y ahorro de la energía (IDAE), Madrid. *Uso eficiente de energía en calderas y redes de fluidos*, 1988.
- [IV99] S.W. Illerhaus and J.F. Verstege. Optimal operation of industrial chp-based power systems in liberalized energy markets. *IEEE Power Tech '99 Conference*, BPT99-352-13, Aug 29 - Sept 2 1999.
- [IYM95] K. Ito, R. Yokoyama, and Y. Matsumoto. Optimal operation of cogeneration plants with steam-injected gas turbines. *Transactions of the ASME*, 117:60–66, 1995.
- [KTS99] A. Krause, G. Tsatsaronis, and M. Sauthoff. On the costs optimization of a district heating facility using a steam-injected gas turbine cycle. *Energy Conversion and Management*, 40(15–16):1617–1626, 1999.
- [LJL99] J.-B. Lee, C.-H. Jung, and S.-H. Lyu. A daily operation scheduling of cogeneration systems using fuzzy linear programming. *IEEE Power Engineering Society Summer Meeting*, 2:983–988, July 1999.
- [LM98] L. L. Lai and J. T. Ma. Multitime-interval scheduling for daily operation of a two cogeneration system with evolutionary programming. *International Journal on Electrical Power & Energy Systems*, 20(5):305–311, 1998.
- [MFGT97] D. A. Manolas, C. A. Frangopoulos, T. P. Gialamas, and D. T. Tsahalis. Operation optimization of an industrial cogeneration system by a genetic algorithm. *Energy Convers.*, 38(15–17):1925–1636, 1997.
- [MKBH91] K. Moslehi, M. Khadem, R. Bernal, and G. Hernandez. Optimization of multiplant cogeneration system operation including electric and steam networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, 6:484–489, May 1991.
- [MP91] P. R. MacGregor and H. B. Puttgen. A spot price based control mechanism for electric utility systems with small power producing facilities. *IEEE Transactions on Power Systems*, 6(2):683–690, May 1991.
- [PBG<sup>+</sup>02] D. Paravan, H. Brand, R. Golob, J. Hlouskova, S. Kossomeier, R. Madlener, S. Merše, M. Obersteiner, D. Staničić, T. Štokelj, A. Urbančič, and C. Weber. Optimization of CHP plants in a liberalised power system. *BPC Proceedings*, 2, 2002.

- [PD98] H. M. Pretorius and G. J. Delpont. Scheduling of a cogeneration system in response to real-time pricing. *The Transactions of the S.A. Institute of Electrical Engineers*, pages 48–55, June 1998.
- [PM89] H. B. Puttgen and P. R. MacGregor. Optimum scheduling procedure for cogenerating small power producing facilities. *IEEE Transactions on Power Systems*, 4(3):957–964, August 1989.
- [Pro98] Jole-Thermie Programme. *Small-scale cogeneration in non-residential buildings*. Office for the Official Publications of the European Commission, 1998.
- [Qui01] Ingeniería Química. Directorio de motores de gas para cogeneración. *Ingeniería Química*, páginas 153–166, Marzo 2001.
- [RA94] F. J. Rooijers and R. Van Amerongen. Static economic dispatch for cogeneration systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 9(3):1392–1398, August 1994.
- [Sal99] J. M. Sala. *Cogeneración. Aspectos termodinámicos, tecnológicos y económicos*. Universidad del País Vasco, 1999. Tercera edición.
- [SR96] C. Søndergren and H. F. Ravn. A method to perform probabilistic production simulation involving combined heat and power units. *IEEE Transactions on Power Systems*, 11(2):1031–1036, May 1996.
- [TL00] M.-T. Tsay and W.-M. Lin. Application of evolutionary programming to optimal operational strategy cogeneration system under time-of-use rates. *International Journal on Electrical Power & Energy Systems*, 22:367–373, 2000.
- [TLL01] M.-T. Tsay, W.-M. Lin, and J.-L. Lee. Optimal contracts decision of industrial consumers. *International Journal on Electrical Power & Energy Systems*, 23(8):795–803, November 2001.
- [UMS<sup>+</sup>01] A. Urbančič, S. Merše, D. Staničić, E. Thorin, H. Brand, and C. Weber. Report on enhanced optimisation model. Deliverable D2.1, OSCOGEN, April 2001. <http://www.oscogen.ethz.ch>.
- [VC95] B. Venkatesh and V. Chankong. Decision models for management of cogeneration plants. *IEEE Transactions on Power Systems*, 10(3):1250–1256, August 1995.
- [WP95] M. Witzani and P. Pechtl. Modelling of (cogeneration)-power plants on time-dependent power demands of the consumer. *The American Society of Mechanical Engineers*, August 1995.
- [YI95] R. Yokoyama and K. Ito. Multi-objective optimization in unit sizing of a gas turbine cogeneration plant. *IEE Proceedings*, 117:53–59, January 1995.





# Capítulo 3

## Formulación del problema determinista

Este capítulo describe la formulación matemática determinista del modelo original desarrollado para el apoyo a la gestión del abastecimiento energético de consumidores industriales [GVR03]. El planteamiento se ha concebido de acuerdo a la situación del mercado energético español, si bien éste es fácilmente adaptable a otros países.

En la sección 3.1 se exponen las características principales del modelo. A continuación se formulan las ecuaciones asociadas a: la función objetivo (sección 3.2), la caldera (sección 3.3), la cogeneración (sección 3.4), el balance de energía (sección 3.5) y la cartera de contratos (sección 3.6).

En esta última sección únicamente se presentan las restricciones asociadas a los contratos de electricidad ya que las correspondientes a los otros bienes negociados son similares. La formulación de los contratos de compra de fueloil y gas natural y venta de excedentes se exponen respectivamente en los anexos I, II y III.

Una vez descrita la formulación del problema se analiza la estructura y el tamaño del mismo en la sección 3.7. Por último, en la sección 3.8 se exponen las conclusiones del capítulo.

### 3.1. Introducción

El modelo de programación matemática lineal entera mixta planteado tiene por objeto determinar la gestión energética y contratación óptima anual de un consumidor industrial. El esquema de los diferentes bloques del problema así como de los flujos energéticos y económicos se muestran en la figura 3.1.

El consumidor industrial en cada periodo del horizonte del problema satisface

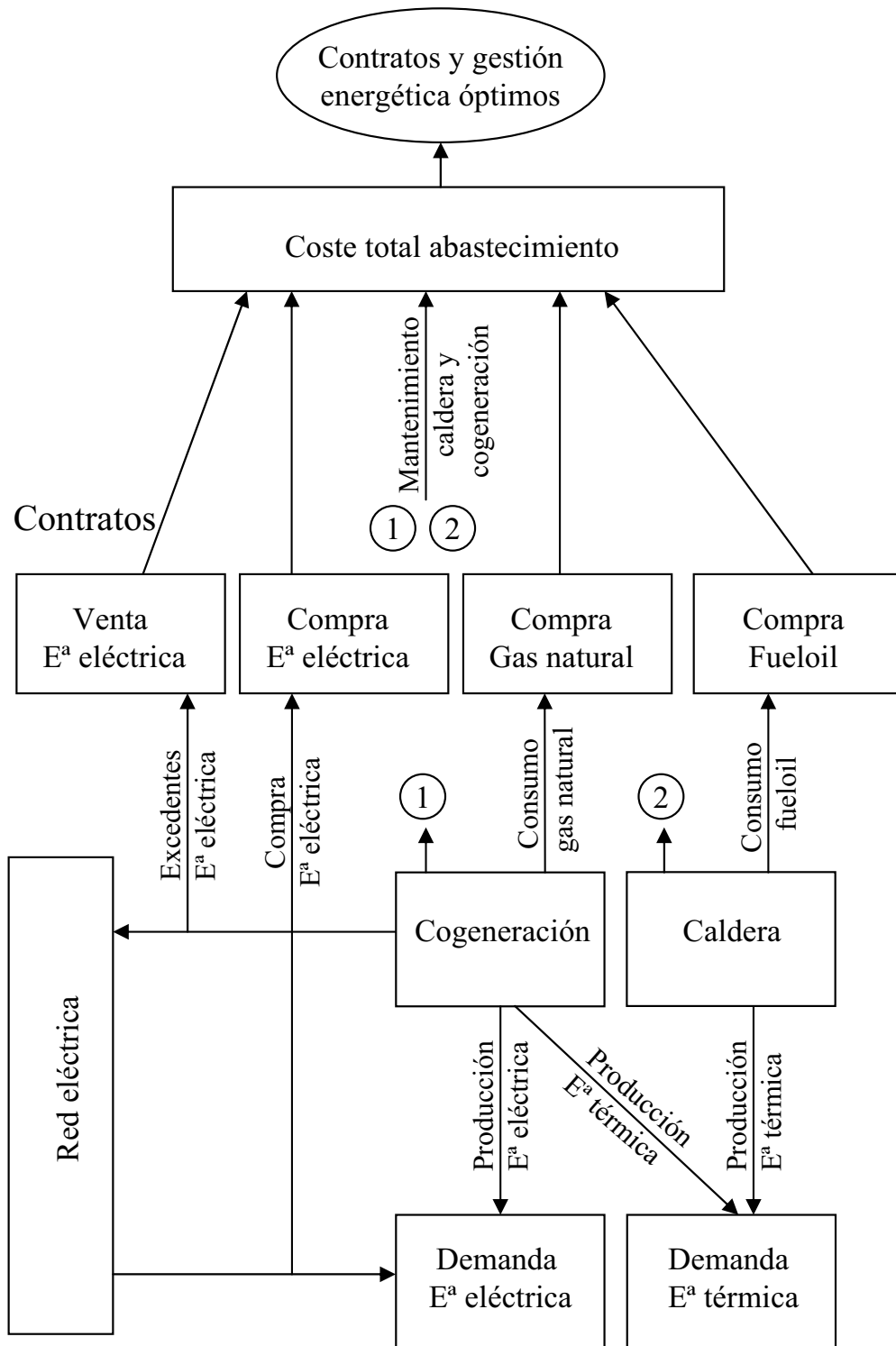


Figura 3.1: Esquema del modelo determinista.

su demanda térmica a través de una caldera alimentada con fueloil o de una cogeneración con motor de gas natural, mientras que la demanda eléctrica la cubre con la energía eléctrica producida por la cogeneración o con la importada de la red eléctrica.

La energía eléctrica excedentaria de la cogeneración es vendida. Por su parte la energía térmica sobrante es vertida a la atmósfera. Esta es la opción más común en consumidores industriales frente a la venta de energía térmica excedentaria.

El modelo determina los consumos anuales de gas natural, fueloil y electricidad, y la venta anual de energía eléctrica excedentaria. Estas cantidades son contratadas mediante las opciones propuestas por los comercializadores para cada uno de estos bienes. Los contratos son de carácter anual tal y como ocurre en el mercado español.

Por tanto, el modelo minimiza el coste de los contratos de compra de gas natural, fueloil y electricidad, y los costes de mantenimiento y operación de la cogeneración y de la caldera, y maximiza el contrato de venta de excedentes de energía eléctrica. Las restricciones del problema están asociadas a la operación de la instalación, al balance de energía del sistema de abastecimiento energético y a los formatos de los contratos de cada tipo.

Las restricciones del problema son lineales, con variables binarias que corresponden a las decisiones de contratación, el estado de la caldera y la cogeneración, el balance de energía y el formato de determinados contratos.

No se considera oportunidad de negocio con el almacenamiento de fueloil o gas natural. El gas natural es suministrado por gaseoducto y el fueloil es almacenado en un tanque con las reservas justas para el consumo a corto plazo.

Para facilitar la claridad y comprensión del problema se han omitido en las ecuaciones del modelo los factores de conversión de unidades entre las distintas variables y parámetros. Con este mismo propósito, las variables binarias se formulan con letras griegas y el resto de variables con letras minúsculas. Por su parte los parámetros se representan con letras mayúsculas a excepción de los límites de variables. Estos se referencian de la misma manera que las variables con una línea horizontal por encima o debajo dependiendo de si son límites máximos o mínimos respectivamente.

A continuación se detalla la formulación matemática completa del modelo cuya notación se encuentra en el anexo IV. En el capítulo 8 se expone una aplicación numérica del problema.

## 3.2. Función objetivo

El coste total del abastecimiento energético de la fábrica  $c_T$ , el cual se pretende minimizar, se compone de los costes de operación y mantenimiento de la caldera  $m_a$  y la cogeneración  $m_o$  (excluyendo el coste de adquisición de combustibles), y los

costes de los contratos formalizados para la adquisición de gas natural  $c_o$ , fueloil  $c_a$ , energía eléctrica  $c_e$ , y venta de excedentes de energía eléctrica de la cogeneración  $i_e$ .

$$\min c_T = c_a + m_a + c_o + m_o + c_e - i_e \quad (3.1)$$

### 3.3. Caldera

Las consideraciones generales del modelado de la caldera han sido expuestas en la sección 2.3 del capítulo anterior, mientras que la representación matemática de la misma se expone a continuación. Todas las variables y parámetros de la caldera tienen subíndice  $a$ .

El consumo de fueloil de la caldera  $f_a(k)$  en cada periodo  $k \in K$  del horizonte del problema es función de la energía térmica producida. Esta corresponde a la energía demandada en forma de vapor de agua  $v_a(k)$  y de agua líquida  $l_a(k)$ :

$$f_a(k) = A_a \gamma_a(k) + B_a (v_a(k) + l_a(k)) \quad \forall k \in K \quad (3.2)$$

siendo  $\gamma_a(k)$  el estado de la caldera 0/1 (parada/producción).

La caldera tiene unos límites máximo  $\overline{f}_a$  y mínimo  $\underline{f}_a$  de operación:

$$\underline{f}_a \gamma_a(k) \leq f_a(k) \leq \overline{f}_a \gamma_a(k) \quad \forall k \in K \quad (3.3)$$

El coste de operación y mantenimiento anual de la caldera, a excepción del consumo de combustible asociado al contrato de adquisición de fueloil que se realice, viene determinado por unos costes fijos  $C_a$  y otros variables dependientes del fueloil consumido y del parámetro  $D_a$ :

$$m_a = C_a + D_a \sum_{k \in K} D(k) f_a(k) \quad \forall k \in K \quad (3.4)$$

con  $D(k)$  la duración de cada periodo  $k$ .

### 3.4. Cogeneración

Las consideraciones generales del modelado de la cogeneración han sido expuestas en la sección 2.4 del capítulo anterior, mientras que la representación matemática de la misma se expone a continuación. Se recomienda al lector consultar las figuras 2.4 y 3.3 sobre el esquema y balance térmico de la cogeneración como apoyo a la

compresión de las ecuaciones de esta sección. Para el caso de la cogeneración, todas las variables y parámetros tienen subíndice  $o$ .

El consumo de gas natural de la cogeneración  $g_o(k)$  en cada periodo  $k$  del horizonte del problema es función de la energía eléctrica producida  $e_o(k)$ , la energía térmica producida por los gases de escape  $v_o(k)$  y la energía térmica producida por el circuito de alta temperatura  $l_o(k)$ :

$$\left. \begin{aligned} g_o(k) &= A_o \gamma_o(k) + B_o e_o(k) \\ g_o(k) &= E_o \gamma_o(k) + F_o v_o(k) \\ g_o(k) &= G_o \gamma_o(k) + H_o l_o(k) \end{aligned} \right\} \forall k \in K \quad (3.5)$$

siendo  $\gamma_o(k)$  el estado de la cogeneración 0/1 (parada/producción).

La cogeneración tiene unos límites máximo  $\overline{g}_o$  y mínimo  $\underline{g}_o$  de operación:

$$\underline{g}_o \gamma_o(k) \leq g_o(k) \leq \overline{g}_o \gamma_o(k) \quad \forall k \in K \quad (3.6)$$

La energía térmica producida por los gases de escape en la caldera de recuperación es aprovechada para el abastecimiento de las demandas térmicas en forma de vapor  $v_{ov}(k)$  y/o de agua caliente  $v_{ol}(k)$ :

$$v_o(k) - \frac{1}{R_c} (v_{ov}(k) + v_{ol}(k)) \geq 0 \quad \forall k \in K \quad (3.7)$$

con  $R_c$  el rendimiento de la caldera de recuperación. El excedente de gases de escape es vertido directamente a la atmósfera.

La energía térmica producida por el circuito de alta temperatura de refrigeración de la cogeneración, es aprovechada para el abastecimiento de la demanda térmica en forma de agua caliente  $l_{od}(k)$ :

$$l_o(k) - l_{od}(k) \geq 0 \quad \forall k \in K \quad (3.8)$$

El excedente de energía que aporta la cogeneración a través de este circuito es evacuado a través de un disipador de calor.

La energía eléctrica cogenerada  $e_o(k)$  es empleada en abastecer la demanda del consumidor industrial  $e_{od}(k)$  y/o en la venta de los excedentes vertidos a la red eléctrica  $e_{oe}(k)$ :

$$e_o(k) = e_{oe}(k) + e_{od}(k) \quad \forall k \in K \quad (3.9)$$

La Ley española establece un rendimiento mínimo y una proporción de energía eléctrica exportada máxima para instalaciones acogidas al RD 2818/1998. El rendimiento eléctrico equivalente anual  $R_e$  según Ley se calcula de la siguiente forma:

$$R_e = \frac{\text{E}^a \text{ eléctrica generada}}{\text{Consumo combustible PCI} - \text{E}^a \text{ térmica aprovechada}} \quad (3.10)$$

Según la notación del modelo, esta restricción es:

$$\begin{aligned} & \underbrace{I_o \sum_{k \in K} D(k)g_o(k)}_{\text{Consumo combustible PCI}} - \underbrace{\sum_{k \in K} D(k)(v_{ov}(k) + v_{ot}(k)) - \sum_{k \in K} D(k)l_{od}(k)}_{\text{E}^a \text{ térmica aprovechada}} - \\ & - \frac{1}{R_e} \underbrace{\sum_{k \in K} D(k)e_o(k)}_{\text{E}^a \text{ eléctrica generada}} \leq 0 \end{aligned} \quad (3.11)$$

siendo  $I_o$  el poder calorífico inferior (PCI) del gas natural.

Por su parte, la restricción que representa la proporción de energía eléctrica exportada máxima anual según el RD 2818/1998 es la siguiente:

$$Q_o \sum_{k \in K} D(k)e_o(k) - \sum_{k \in K} D(k)e_{oe}(k) \geq 0 \quad (3.12)$$

con  $Q_o$  la proporción máxima de energía eléctrica vendida permitida.

El coste de operación y mantenimiento anual de la cogeneración, a excepción del consumo de combustible asociado al contrato de adquisición de gas natural que se formalice, viene determinado por unos costes fijos  $C_o$  y otros variables dependientes de la electricidad generada y del parámetro  $D_o$ :

$$m_o = C_o + D_o \sum_{k \in K} D(k)e_o(k) \quad (3.13)$$

### 3.5. Balance de energía

Los balances eléctrico y térmico del modelo se ilustran en las figuras 3.2 y 3.3 respectivamente.

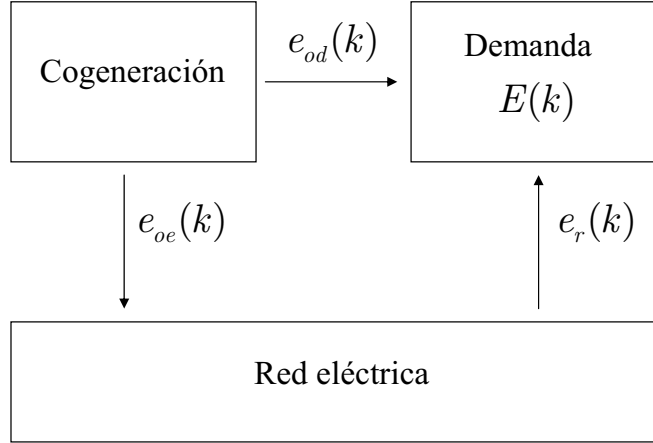


Figura 3.2: Balance de energía eléctrica.

### 3.5.1. Balance de energía eléctrica

La energía eléctrica demandada en cada periodo  $k$  por la fábrica  $E(k)$ , incluidas las pérdidas desde la generación al consumo, es satisfecha por la cogeneración  $e_{od}(k)$  o a través de la red eléctrica  $e_r(k)$ :

$$E(k) = e_{od}(k) + e_r(k) \quad \forall k \in K \quad (3.14)$$

De acuerdo al RD 2818/1998, únicamente se permite vender los excedentes de energía eléctrica no consumida por la fábrica, por lo que simultáneamente no se puede consumir energía de la red y vender excedentes. Si la demanda es satisfecha por la cogeneración en el periodo  $k$ , y por tanto se permite la venta excedentes de energía eléctrica, la variable binaria  $\theta_e(k)$  toma valor 1. De forma análoga, si la fábrica consume energía importada de la red es la variable binaria  $\theta_r(k)$  la que toma el valor 1 e impide exportar energía eléctrica. Estas restricciones se modelan como sigue:

$$\left. \begin{array}{l} \theta_e(k) + \theta_r(k) \leq 1 \\ e_{oe}(k) - \bar{e}_{oe}\theta_e(k) \leq 0 \\ e_r(k) - \bar{e}_r\theta_r(k) \leq 0 \end{array} \right\} \quad \forall k \in K \quad (3.15)$$

con  $\bar{e}_{oe}$  la energía máxima producida por la cogeneración y exportada a la red y  $\bar{e}_r$  la energía máxima demandada por la fábrica.

### 3.5.2. Balance de energía térmica

La energía térmica demandada por la fábrica en cada periodo  $k$  en forma de vapor  $T_v(k)$ , incluidas las pérdidas desde la generación al consumo, es satisfecha



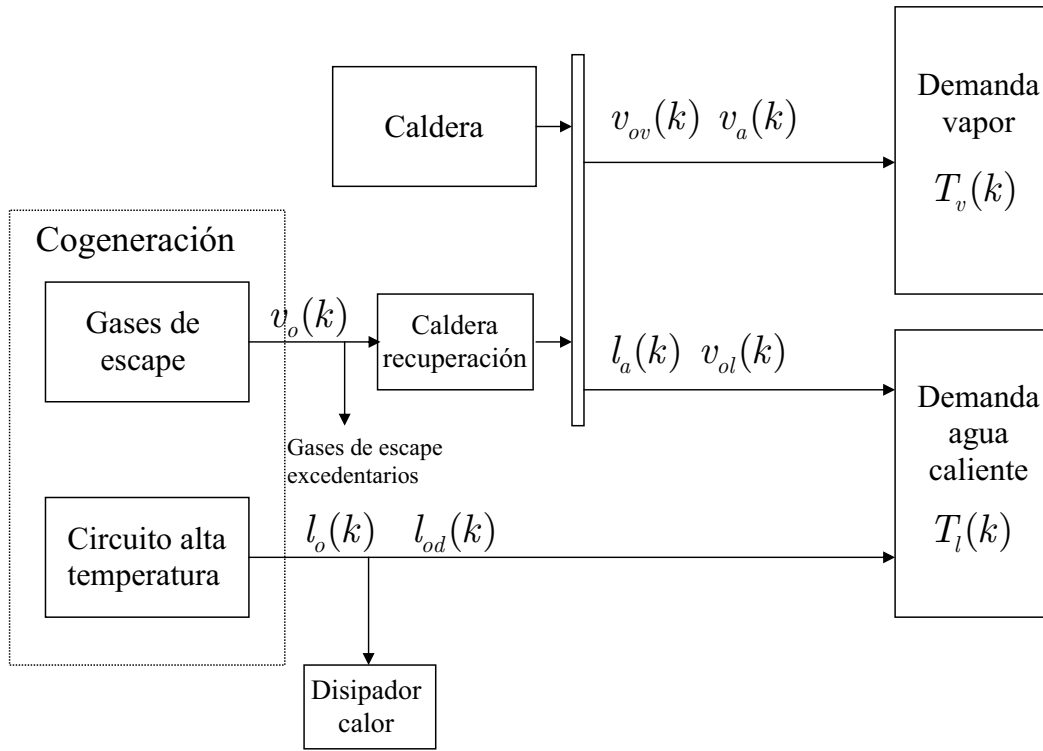


Figura 3.3: Balance de energía térmica.

por la caldera convencional  $v_a(k)$  y/o por la caldera de recuperación de los gases de escape de la cogeneración  $v_{ov}(k)$ :

$$T_v(k) = v_a(k) + v_{ov}(k) \quad \forall k \in K \quad (3.16)$$

Por su parte, la energía térmica demandada en cada periodo  $k$  en forma de agua caliente  $T_l(k)$ , incluidas las pérdidas desde la generación al consumo, es satisfecha por la caldera convencional  $l_a(k)$  y/o por la cogeneración. En este último caso, el suministro de energía se realiza a través de la recuperación de los gases de escape  $v_{ol}(k)$ , o a través de la energía aportada por el circuito de alta temperatura  $l_{od}(k)$ :

$$T_l(k) = l_a(k) + l_{od}(k) + v_{ol}(k) \quad \forall k \in K \quad (3.17)$$

### 3.6. Cartera de contratos

El consumidor industrial formaliza un único contrato de los propuestos de adquisición de energía eléctrica, venta de excedentes, y compra de combustibles para la cogeneración y la caldera. De cada bien o servicio, por ejemplo compra de energía eléctrica, se modelan varios tipos de contratos. Cada uno de estos tipos puede contener varios contratos del mismo formato, los cuales se obtienen con valores distintos

de los parámetros del tipo de contrato.

Se considera que el consumidor escoge un contrato de cada bien ya que responde a la situación más habitual del mercado de energía español. Para permitir que el modelo elija más contratos únicamente habría que relajar la restricción que impide firmar más de uno de cada bien.

Se han modelado unos contratos que son representativos de las opciones de contratación que tienen los consumidores industriales en mercados liberalizados. Evidentemente, las posibilidades son innumerables. Para incluir nuevos contratos solamente hay que añadir aquellas ecuaciones que representen a éstos, siendo el resto del modelo el mismo.

Todos los contratos se realizan a través de un comercializador, por lo que los parámetros relacionados con los precios llevan incluidos el coste de la comercialización por la gestión.

### 3.6.1. Adquisición de energía eléctrica

En un primer apartado se presentan las ecuaciones que ligán todos los contratos de adquisición de energía eléctrica. En los siguientes apartados se expone la formulación matemática de cada uno de los tipos de contratos.

#### 3.6.1.1. Comunes a todos los contratos

Este conjunto de restricciones tiene por objeto relacionar la energía y el coste de los contratos de adquisición de energía eléctrica con la energía importada de la red  $e_r(k)$  y el coste del contrato escogido  $c_e$ , el cual es minimizado en la función objetivo. En la figura 3.4 se muestra la relación de las variables de coste y volumen de energía eléctrica entre los bloques de restricciones del problema representados por cajas.

En este esquema el contrato  $n \in N_{e_i}$  de tipo  $i \in N_e$  tiene un coste  $c_{e_{i,n}}$  con una energía  $e_{r_{i,n}}(k)$  en cada periodo  $k$ . Este contrato tiene asociado una variable de decisión  $\alpha_{e_{i,n}}$ . Si  $\alpha_{e_{i,n}}$  vale 1 se permite imputar coste y energía al contrato  $n$  de tipo  $i$ . En este caso el coste  $c_{e_{i,n}}$  y la energía  $e_{r_{i,n}}(k)$  del contrato corresponden al coste de adquisición de energía eléctrica  $c_e$  y a la energía  $e_r(k)$  comprada de la red.

Cada una de las restricciones comunes a todos los contratos (caja azul en la figura 3.4) se formula a continuación.

El coste de adquisición de energía eléctrica anual  $c_e$  viene dado por el coste de formalizar el contrato óptimo de entre los propuestos  $c_{e_{i,n}}$ , con  $i \in N_e$  el tipo de contrato y  $n \in N_{e_i}$  cada contrato de tipo  $i$ :

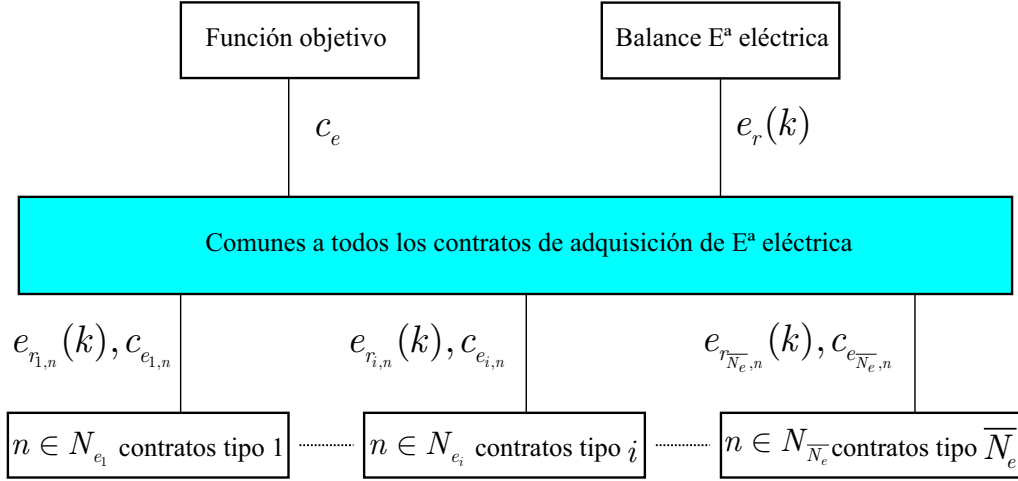


Figura 3.4: Relación de costes y consumos en los contratos de adquisición de energía eléctrica.

$$c_e = \sum_{i \in N_e} \sum_{n \in N_{e_i}} c_{e_{i,n}} \quad (3.18)$$

De todos los contratos propuestos el modelo escoge uno en el caso de consumir energía de la red, en caso contrario no se formaliza ningún contrato. Siendo  $\alpha_{e_{i,n}}$  la variable binaria de decisión asociada a la formalización del contrato  $n$  de tipo  $i$ , esta restricción es la siguiente:

$$\sum_{i \in N_e} \sum_{n \in N_{e_i}} \alpha_{e_{i,n}} \leq 1 \quad (3.19)$$

Las variables de decisión  $\alpha_{e_{i,n}}$  sobre la firma de contratos son nulas si la fábrica no consume energía de la red ( $\theta_r(k) = 0 \forall k \in K$ ):

$$\sum_{i \in N_e} \sum_{n \in N_{e_i}} \alpha_{e_{i,n}} - \sum_{k \in K} \theta_r(k) \leq 0 \quad (3.20)$$

Los casos ejecutados demuestran que esta ecuación, si bien no es necesaria, acelera la convergencia del problema.

En caso de formalizarse un contrato, la energía imputada a éste  $e_{r_{i,n}}$  no es nula y la variable de decisión  $\alpha_{e_{i,n}}$  toma valor 1:

$$\sum_{k \in K} e_{r_{i,n}}(k) - \bar{K} \alpha_{e_{i,n}} \bar{e}_r \leq 0 \quad \forall i \in N_e, \forall n \in N_{e_i} \quad (3.21)$$

con  $\bar{K}$  el número de periodos del problema y  $\bar{e}_r$  la energía eléctrica máxima con-

sumida de la red en un periodo. Los contratos no seleccionados tendrán un consumo de energía eléctrica asociado  $e_{r_{i,n}}(k)$  nulo en todos los periodos  $k$ .

La energía eléctrica  $e_r(k)$  consumida de la red en cada periodo  $k$  es igual a la energía  $e_{r_{i,n}}(k)$  imputada en el contrato  $n$  de tipo  $i$  que se formalice:

$$e_r(k) = \sum_{i \in N_e} \sum_{n \in N_{e_i}} e_{r_{i,n}}(k) \quad \forall k \in K \quad (3.22)$$

A continuación se formulan los tipos de contratos propuestos.

### 3.6.1.2. Tipo 1: Precio fijo anual

El coste  $c_{e_{1,n}}$  asociado al contrato  $n$  de tipo 1 viene dado por el consumo anual de energía eléctrica al precio  $P_{e_{1,n}}$  y por el coste fijo  $P_{e_{a_{1,n}}}$ :

$$c_{e_{1,n}} = P_{e_{a_{1,n}}} \alpha_{e_{1,n}} + P_{e_{1,n}} \sum_{k \in K} D(k) e_{r_{1,n}}(k) \quad \forall n \in N_{e_1} \quad (3.23)$$

La energía  $e_{r_{1,n}}(k)$  es distinta de cero únicamente en el caso de que el contrato  $n$  de tipo 1 sea el óptimo de los de adquisición de energía eléctrica (ver ecuaciones (3.21) y (3.22)). Lo mismo ocurre con la energía  $e_{r_{i,n}}(k)$  asociada al resto de tipos de contratos.

### 3.6.1.3. Tipo 2: Precio fijo por periodo

El número de periodos del contrato depende de la curva de carga del consumidor industrial. De acuerdo a la demanda del consumidor industrial del caso ejemplo (capítulo 8), se han representado 3 periodos: punta, llano y valle.

Por tanto, si se denomina  $i \in T_e^3$  a cada uno de estos periodos y  $j \in T_{e_i}^3$  a cada uno de los periodos del problema que pertenecen a cada  $i$ , el coste  $c_{e_{2,n}}$  asociado al contrato  $n$  de tipo 2 viene dado por el consumo de energía eléctrica  $e_{r_{2,n}}(j)$  al precio  $P_{e_{2,n,i}}$  y por el coste fijo  $P_{e_{a_{2,n}}}$ :

$$c_{e_{2,n}} = P_{e_{a_{2,n}}} \alpha_{e_{2,n}} + \sum_{i \in T_e^3} \left( P_{e_{2,n,i}} \sum_{j \in T_{e_i}^3} D(j) e_{r_{2,n}}(j) \right) \quad \forall n \in N_{e_2} \quad (3.24)$$

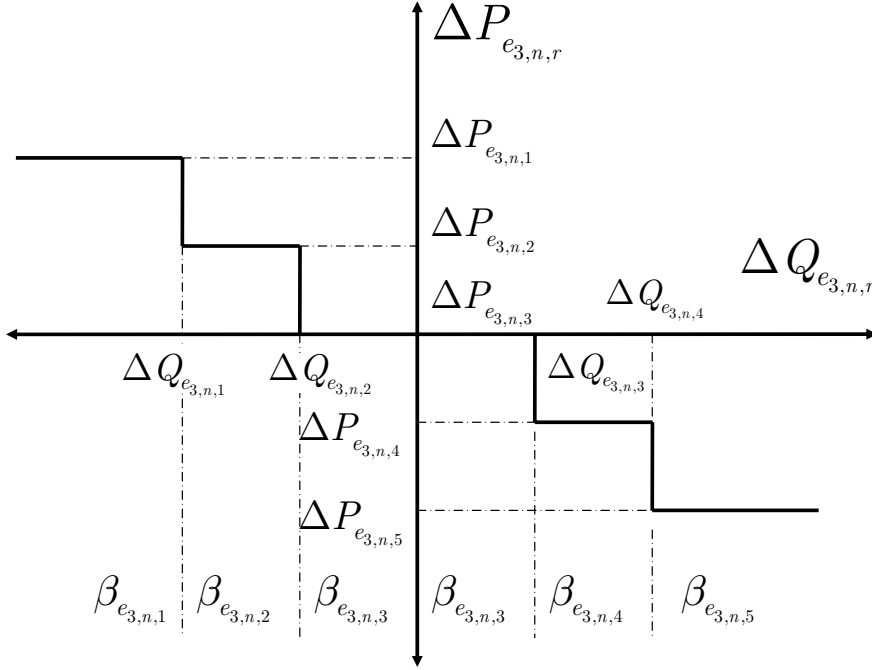


Figura 3.5: Contrato de adquisición de energía eléctrica tipo 3.

### 3.6.1.4. Tipo 3: Precio fijo anual con bonificación/penalización por volumen de consumo

El coste  $c_{e_{3,n}}$  del contrato  $n$  de tipo 3 es función del consumo anual de electricidad importado de la red a un precio que oscila, respecto al precio  $P_{e_{3,n}}$  indicado en el contrato, de acuerdo a la variación del consumo anual respecto a la cantidad  $Q_{e_{3,n}}$  acordada.

Para formular este contrato se definen  $\Delta P_{e_{3,n,r}}$  y  $\Delta Q_{e_{3,n,r}}$  como las variaciones de precio y volumen de energía en cada tramo  $r \in R_e^3$  respecto al precio  $P_{e_{3,n}}$  y la energía  $Q_{e_{3,n}}$  de referencia del contrato. El consumidor obtiene un descuento sobre el precio  $P_{e_{3,n}}$  si la energía anual consumida de la red eléctrica es superior a  $Q_{e_{3,n}}$ , y una penalización en caso contrario. Los incrementos/decrementos de precio  $\Delta P_{e_{3,n,r}}$  vienen dados por las variaciones de consumo  $\Delta Q_{e_{3,n,r}}$  según lo reflejado en la figura 3.5.

Para cada tramo  $r$  se define la variable binaria  $\beta_{e_{3,n,r}}$ , la cual vale 1 en aquel tramo en donde se encuentra la cantidad de energía consumida y 0 en el resto de tramos. La energía en cada periodo  $k$  asociada a cada tramo  $r$  es  $q_{e_{3,n,r}}(k)$ . Así, el coste del contrato es:

$$c_{e_{3,n}} = P_{e_{a_{3,n}}} \alpha_{e_{3,n}} + P_{e_{3,n}} \sum_{r \in R_e^3} \left( (1 + \Delta P_{e_{3,n,r}}) \sum_{k \in K} D(k) q_{e_{3,n,r}}(k) \right) \quad \forall n \in N_{e_3} \quad (3.25)$$

siendo  $P_{e_{a_3,n}}$  el coste fijo del contrato.

Para permitir el consumo  $q_{e_3,n,r}$  en un único tramo  $r$  se plantea la ecuación:

$$\sum_{k \in K} q_{e_3,n,r}(k) - \bar{K} \beta_{e_3,n,r} \bar{e}_r \leq 0 \quad \forall n \in N_{e_3}, \forall r \in R_e^3 \quad (3.26)$$

Al objeto de determinar en qué tramo  $r$  de variación de consumo respecto a lo fijado contractualmente se encuentra el consumo de la fábrica se formulan las restricciones:

$$\begin{aligned} \sum_{k \in K} D(k) q_{e_3,n,r}(k) - \beta_{e_3,n,r} Q_{e_3,n} (1 + \Delta Q_{e_3,n,r}) &\leq 0 \\ \forall n \in N_{e_3}, r &= \{1, \dots, \bar{R}_e^3 - 1\} \\ \sum_{k \in K} D(k) q_{e_3,n,r}(k) - \beta_{e_3,n,r} Q_{e_3,n} (1 + \Delta Q_{e_3,n,r-1}) &\geq 0 \\ \forall n \in N_{e_3}, r &= \{2, \dots, \bar{R}_e^3\} \end{aligned} \quad (3.27)$$

con  $\bar{R}_e^3$  el número de tramos considerados en el contrato  $n$ .

Mediante la primera de estas restricciones se hacen nulas las variables binarias  $\beta_{e_3,n,r}$  de los tramos  $r$  con consumos máximos  $Q_{e_3,n} (1 + \Delta Q_{e_3,n,r})$  inferiores al importado de la red. De manera análoga, con la segunda restricción las variables binarias que se anulan son las asociadas a los tramos cuyo consumo máximo  $Q_{e_3,n} (1 + \Delta Q_{e_3,n,r})$  es superior al adquirido. De esta forma únicamente la variable  $\beta_{e_3,n,r}$  correspondiente al tramo de lo consumido de la red eléctrica puede valer 1.

Si se formaliza el contrato  $n$ , la variable binaria  $\beta_{e_3,n,r}$  asociada al tramo donde se encuentra el consumo anual toma el valor 1, lo que permite imputar energía al contrato:

$$\alpha_{e_3,n} = \sum_{r \in R_e^3} \beta_{e_3,n,r} \quad \forall n \in N_{e_3} \quad (3.28)$$

Si el contrato no es escogido las variables binarias  $\beta_{e_3,n,r}$  son nulas y por tanto, según la ecuación (3.26), también lo son las variables de consumo  $q_{e_3,n,r}(k)$  en todos los tramos  $r$  y periodos  $k$ .

La energía eléctrica  $e_{r_3,n}$  imputada en el contrato es igual a la correspondiente al tramo donde se encuentra el consumo total:

$$e_{r_3,n}(k) = \sum_{r \in R_e^3} q_{e_3,n,r}(k) \quad \forall n \in N_{e_3}, \forall k \in K \quad (3.29)$$

### 3.6.1.5. Tipo 4: Precio fijo anual indexado mensualmente

El coste  $c_{e_{4,n}}$  del contrato  $n$  de tipo 4 es función de la energía adquirida de la red eléctrica  $e_{r_{4,n}}(j)$  en cada periodo  $j$  a un precio fijo anual  $P_{e_{4,n}}$  indexado al parámetro  $S_{e_{4,n,i}}$  que varía cada mes  $i$ :

$$c_{e_{4,n}} = P_{e_{a_{4,n}}} \alpha_{e_{4,n}} + P_{e_{4,n}} \sum_{i \in T^{12}} \left( S_{e_{4,n,i}} \sum_{j \in T_i^{12}} D(j) e_{r_{4,n}}(j) \right) \quad \forall n \in N_{e_4} \quad (3.30)$$

con  $P_{e_{a_{4,n}}}$  el coste fijo del contrato y  $T_i^{12}$  el conjunto de periodos del problema que pertenecen al mes  $i \in T^{12}$ .

El parámetro  $S_{e_{4,n,i}}$  puede representar conceptos como el precio de materias primas del proceso productivo de la fábrica, precio del producto final, etc.

### 3.6.1.6. Tipo 5: Precio de mercado spot

El precio del mercado spot  $P_e(k)$  hace referencia al precio medio final al que los consumidores adquieren energía en el mercado de producción en el periodo  $k$ . Por tanto, el coste  $c_{e_{5,n}}$  del contrato  $n$  de tipo 5 a este precio es función de la energía importada de la red  $e_{r_{5,n}}(k)$  y del coste fijo  $P_{e_{a_{5,n}}}$ :

$$c_{e_{5,n}} = P_{e_{a_{5,n}}} \alpha_{e_{5,n}} + \sum_{k \in K} P_e(k) D(k) e_{r_{5,n}}(k) \quad \forall n \in N_{e_5} \quad (3.31)$$

### 3.6.1.7. Tipo 6: Precio por diferencias del mercado spot

El coste  $c_{e_{6,n}}$  del contrato  $n$  de tipo 6 es función de la energía adquirida de la red  $e_{r_{6,n}}(k)$  en cada periodo  $k$ , a un precio variable que oscila de acuerdo al parámetro  $S_{e_{6,n}} \in [0, 1]$ , entre el precio del mercado de electricidad  $P_e(k)$  y el precio fijo  $P_{e_{6,n}}$ :

$$c_{e_{6,n}} = P_{e_{a_{6,n}}} \alpha_{e_{6,n}} + \sum_{k \in K} (S_{e_{6,n}} P_e(k) + (1 - S_{e_{6,n}}) P_{e_{6,n}}) D(k) e_{r_{6,n}}(k) \quad \forall n \in N_{e_6} \quad (3.32)$$

con  $P_{e_{a_{6,n}}}$  el coste fijo del contrato.

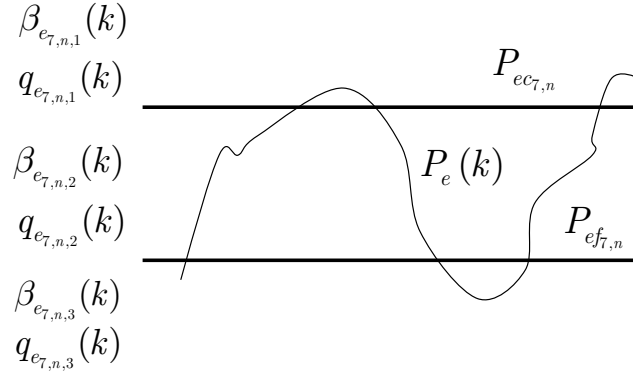


Figura 3.6: Contrato adquisición de energía eléctrica tipo 7.

### 3.6.1.8. Tipo 7: Precio de mercado con límites de precio máximo (*cap*) y mínimo (*floor*)

El coste del contrato  $n \in N_{e7}$  está compuesto por un término variable y otro fijo cuyo principal componente es la prima  $S_{e7,n}$ . Esta prima es el precio que paga el consumidor al comercializador o viceversa, según la parametrización de los precios máximo y mínimo establecidos en el contrato, por asumir el riesgo de precios del mercado altos o bajos.

El término variable del contrato viene determinado por el consumo de electricidad en cada periodo y por un precio tal que:

- Si el precio del mercado  $P_e(k)$  es superior al precio máximo  $P_{ec7,n}$  fijado en el contrato, la energía se abona a este precio máximo.
- Si el precio del mercado  $P_e(k)$  se encuentra entre los precios máximo  $P_{ec7,n}$  y mínimo  $P_{ef7,n}$  fijados en el contrato, la energía se abona al precio del mercado.
- Si el precio del mercado  $P_e(k)$  es inferior al precio mínimo  $P_{ef7,n}$  fijado en el contrato, la energía se abona a este precio mínimo.

En la figura 3.6 se muestran los posibles tramos  $r \in R_e^7$ , que corresponden a los distintos precios del contrato que varían en función de la posición relativa del precio del mercado con respecto a los precios máximo y mínimo.

Para definir los tres tramos de precios a los que se abona la energía en cada periodo se emplean las variables binarias  $\beta_{e7,n,r}(k)$ . De estas variables, aquella que represente el tramo  $r$  que corresponda al precio variable del contrato toma el valor 1, siendo nulas las de los otros dos tramos. La energía consumida en el periodo  $k$  para el tramo  $r$  se denomina  $q_{e7,n,r}(k)$ . Para cada periodo  $k$ , en aquel tramo donde  $\beta_{e7,n,r}(k)$  sea igual a 1, la variable  $q_{e7,n,r}(k)$  tiene un valor distinto de 0.

Por tanto, el coste  $c_{e7,n}$  del contrato  $n$  de tipo 7 es:



$$\begin{aligned}
c_{e_{7,n}} &= (S_{e_{7,n}} + P_{e_{a_{7,n}}})\alpha_{e_{7,n}} + P_{ec_{7,n}} \sum_{k \in K} D(k)q_{e_{7,n,1}}(k) + \\
&+ \sum_{k \in K} P_e(k)D(k)q_{e_{7,n,2}}(k) + P_{ef_{7,n}} \sum_{k \in K} D(k)q_{e_{7,n,3}}(k) \quad \forall n \in N_{e_7}
\end{aligned} \tag{3.33}$$

con  $P_{e_{a_{7,n}}}$  un término del coste fijo del contrato independiente de la prima  $S_{e_{7,n}}$ .

Únicamente en el tramo activo definido por  $\beta_{e_{7,n,r}}(k)$  se permite imputar energía al contrato mediante la variable  $q_{e_{7,n,r}}(k)$ :

$$q_{e_{7,n,r}}(k) - \beta_{e_{7,n,r}}(k)\bar{e}_r \leq 0 \quad \forall r \in R_e^7, \forall k \in K, \forall n \in N_{e_7} \tag{3.34}$$

Para determinar el tramo  $r$  activo donde se encuentra el precio del mercado respecto al máximo y el mínimo, se definen las siguientes ecuaciones:

$$\left. \begin{aligned}
P_e(k) - \beta_{e_{7,n,1}}(k)P_{ec_{7,n}} &\geq 0 \\
P_e(k)\beta_{e_{7,n,2}}(k) - P_{ec_{7,n}} &\leq 0 \\
P_e(k) - \beta_{e_{7,n,2}}(k)P_{ef_{7,n}} &\geq 0 \\
P_e(k)\beta_{e_{7,n,3}}(k) - P_{ef_{7,n}} &\leq 0
\end{aligned} \right\} \forall k \in K, \forall n \in N_{e_7} \tag{3.35}$$

Con la primera de estas restricciones la variable binaria  $\beta_{e_{7,n,1}}(k)$  se anula si el precio del mercado  $P_e(k)$  es inferior al máximo  $P_{ec_{7,n}}$ . Mediante la segunda y la tercera restricción se anulan las variables  $\beta_{e_{7,n,2}}(k)$  en los periodos con precios superiores al máximo  $P_{ec_{7,n}}$  o inferiores al mínimo  $P_{ef_{7,n}}$ . Con la última restricción las variables  $\beta_{e_{7,n,3}}(k)$  se anulan en los periodos en los que el precio del mercado  $P_e(k)$  es superior al mínimo  $P_{ef_{7,n}}$ .

En cada periodo  $k$  sólo puede haber una variable  $\beta_{e_{7,n,r}}(k)$  activa correspondiente a uno de los 3 tramos posibles:

$$\sum_{r \in R_e^7} \beta_{e_{7,n,r}}(k) \leq 1 \quad \forall k \in K, \forall n \in N_{e_7} \tag{3.36}$$

Esta ecuación complementa a la (3.35) evitando que el precio de la energía se contabilice dos veces si el precio del mercado es igual al máximo o al mínimo.

En caso de formalizarse el contrato ( $\alpha_{e_{7,n}} = 1$ ), una de las variables binarias  $\beta_{e_{7,n,r}}(k)$  es distinta de 0 en cada periodo  $k$ , lo que permite consumir energía en ese periodo al precio marcado según el tramo  $r$ :

$$\sum_{k \in K} \sum_{r \in R_e^7} \beta_{e_{7,n,r}}(k) = \bar{K}\alpha_{e_{7,n}} \quad \forall n \in N_{e_7} \tag{3.37}$$

Si el contrato no es el escogido, todas las variables  $\beta_{e_{\tau,n,r}}(k)$  son nulas y por tanto también lo es la energía  $q_{e_{\tau,n,r}}$  asociada al contrato (ver ecuación (3.34)).

La energía eléctrica imputada al contrato  $e_{r_{\tau,n}}(k)$  en cada periodo es la energía  $q_{e_{\tau,n,r}}(k)$  cuyo tramo  $r$  esté activo:

$$e_{r_{\tau,n}}(k) = \sum_{r \in R_e^{\tau}} q_{e_{\tau,n,r}}(k) \quad \forall n \in N_{e_{\tau}}, \forall k \in K \quad (3.38)$$

### 3.6.2. Adquisición de combustibles y venta de excedentes de la cogeneración

La formulación matemática de los contratos de compra de fueloil para la caldera, gas natural para la cogeneración y venta de excedentes de energía eléctrica de la cogeneración se presenta en los anexos I, II y III respectivamente. El planteamiento de estos contratos es análogo a los de adquisición de energía eléctrica, por lo que se omite su descripción en las secciones principales del capítulo. Aunque la exposición en estos anexos es similar a la realizada, los contratos de compra de fueloil y gas y de venta de excedentes se relacionan con bloques de restricciones distintos y se formulan de forma diferente a los de compra de electricidad.

Cada uno de estos anexos comienza con la presentación de las restricciones comunes a los contratos de cada bien, ecuaciones con la misma filosofía que las comentadas en el apartado 3.6.1.1 para la adquisición de electricidad. A continuación, en estos anexos se describen los modelos de los siguientes contratos:

■ Adquisición de fueloil y gas natural:

- Tipo 1: Precio de mercado con bonificación/penalización por volumen de consumo anual. Contrato análogo al tipo 3 de adquisición de energía eléctrica (apartado 3.6.1.4).
- Tipo 2: Precio de mercado con límites de precio máximo (*cap*) y mínimo (*floor*). Contrato análogo al tipo 7 de adquisición de energía eléctrica (apartado 3.6.1.8).

■ Venta de excedentes de energía eléctrica:

- Tipo 1: Precio de mercado para excedentes de cogeneración. Contrato análogo al tipo 5 de adquisición de energía eléctrica (apartado 3.6.1.6).
- Tipo 2: Precio fijo por periodos. Contrato análogo al tipo 2 de adquisición de energía eléctrica (apartado 3.6.1.3).

## 3.7. Estructura y tamaño del problema

A continuación se expone el tamaño y la estructura del problema de programación lineal entera mixta presentado.

### 3.7.1. Variables

Según lo descrito, el modelo lo forman variables reales y binarias. Las reales se emplean para las siguientes funciones:

- Función objetivo: Costes de los contratos seleccionados de cada bien, y operación y mantenimiento de la caldera y la cogeneración.
- Caldera y cogeneración: Operación en cada periodo  $k = \{1, \dots, \overline{K}\} \in K$  del horizonte de planificación.
- Balance de energía térmica y eléctrica de la instalación en cada periodo  $k$ .
- Contratos: Independientemente del bien a adquirir o vender y de los tipos modelados, cada contrato tiene asociado un coste anual y una energía o volumen de consumo en cada periodo  $k$ .<sup>1</sup> Esta energía comprada o vendida y el volumen de combustible consumido viene dado por la operación de la instalación y por los precios de los contratos.

Adicionalmente, aquellos contratos definidos por tramos tienen una variable de consumo para cada tramo en cada periodo  $k$ . Este es el caso de los contratos con bonificación o penalización por volumen de consumo (tipo 3 de adquisición de electricidad y tipo 1 de compra de combustibles) y de los contratos a precio de mercado con precios máximo y mínimo (tipo 7 de adquisición de electricidad y tipo 2 de compra de combustibles).

Por tanto, las únicas variables reales que no dependen del periodo de planificación  $k$  son las de los costes de la función objetivo y la del coste de cada contrato.

En la tabla 3.1 se muestra el número de variables reales del problema en función del tamaño de los conjuntos de datos definidos. Los subíndices  $e$ ,  $a$ ,  $o$  y  $v$  son empleados respectivamente para los contratos de compra de energía eléctrica, fueloil, gas natural y venta de excedentes de energía eléctrica. Los superíndices que referencian los conjuntos de tramos  $R$  de precios o consumo indican el tipo de contrato del bien  $e$ ,  $a$  u  $o$ . El número total de contratos de un bien, compra de fueloil por ejemplo, es  $\sum_{i \in N_a} \overline{N}_{a_i}$  siendo  $\overline{N}_{a_i}$  el número de contratos parametrizados del tipo  $i \in N_a$ .

Además del número de variables reales, esta tabla muestra entre paréntesis el número de bloques de variables. Así, por ejemplo, la caldera tiene 3 bloques que

---

<sup>1</sup>Véase, por ejemplo, la figura 3.4 para los contratos de compra de electricidad.

	Variables reales (bloques)
Función objetivo	7 (7)
Caldera	$3\bar{K}$ (3)
Cogeneración	$9\bar{K}$ (9)
Balance de energía	$\bar{K}$ (1)
Adquisición E <sup>a</sup> eléctrica	$(1 + \bar{K}) \sum_{i \in N_e} \bar{N}_{e_i} + \bar{K}(R_e^3 \bar{N}_{e_3} + R_e^7 \bar{N}_{e_7})$ (4)
Adquisición fueloil	$(1 + \bar{K}) \sum_{i \in N_a} \bar{N}_{a_i} + \bar{K}(R_a^1 \bar{N}_{a_1} + R_a^2 \bar{N}_{a_2})$ (4)
Adquisición gas natural	$(1 + \bar{K}) \sum_{i \in N_o} \bar{N}_{o_i} + \bar{K}(R_o^1 \bar{N}_{o_1} + R_o^2 \bar{N}_{o_2})$ (4)
Venta E <sup>a</sup> eléctrica	$(1 + \bar{K}) \sum_{i \in N_v} \bar{N}_{v_i}$ (2)

Tabla 3.1: Número de variables reales del problema determinista.

corresponden a las variables: (bloque 1) consumo de fueloil  $f_a(k)$ , (bloque 2) energía térmica generada para alimentar la demanda de vapor  $v_a(k)$  y (bloque 3) energía térmica generada para alimentar la demanda de agua caliente  $l_a(k)$ .

Por otra parte, las variables binarias del problema son empleadas en:

- Caldera y cogeneración: Estado (parada/producción) en cada periodo  $k$ .
- Balance de energía eléctrica: Posibilidad de exportar energía en cada periodo  $k$ .
- Contratos: Decisión de la firma de cada contrato. Adicionalmente los contratos con consumos o precios definidos por tramos<sup>2</sup> emplean variables binarias para determinar aquellos tramos que están activos.

Las únicas variables binarias que no dependen del tiempo son las asociadas a la firma de los contratos y las que determinan el tramo de consumo en los contratos de bonificación o penalización por volumen de consumo ( $N_{e_3}$ ,  $N_{a_1}$ ,  $N_{o_1}$ ). Estas últimas hacen referencia a un tramo de consumo de horizonte anual, que corresponde a la duración de la planificación.

El número de variables binarias y de bloques (éstos entre paréntesis) se muestran en la tabla 3.2. El parámetro  $\bar{T}^{12}$  hace referencia a los meses de año. En los contratos de compra de combustibles a precio de mercado con límites de precio máximo y mínimo ( $N_{a_2}$ ,  $N_{o_2}$ ) se tienen 12 periodos al cabo del año al ser los precios de fueloil y gas natural de carácter mensual.

Tal y como se aprecia en las tablas 3.1 y 3.2, el problema aumenta considerablemente en número de variables al incluir contratos con tramos de precios o volumen. Estos contratos necesitan variables binarias auxiliares y reales de consumo asociadas a cada tramo. Frente al inconveniente de su tamaño, este modelado ofrece un gran nivel de detalle y flexibilidad en la representación de los contratos.

<sup>2</sup>Tipos 3 y 7 de adquisición de energía eléctrica y tipos 1 y 2 de compra de combustibles.

	VARIABLES BINARIAS (BLOQUES)
Caldera	$\bar{K}$ (1)
Cogeneración	$\bar{K}$ (1)
Balance de energía	$2\bar{K}$ (2)
Adquisición E <sup>a</sup> eléctrica	$\sum_{i \in N_e} \bar{N}_{e_i} + R_e^3 \bar{N}_{e_3} + \bar{K} R_e^7 \bar{N}_{e_7}$ (3)
Adquisición fueloil	$\sum_{i \in N_a} \bar{N}_{a_i} + R_a^1 \bar{N}_{a_1} + T^{12} R_a^2 \bar{N}_{a_2}$ (3)
Adquisición gas natural	$\sum_{i \in N_o} \bar{N}_{o_i} + R_o^1 \bar{N}_{o_1} + T^{12} R_o^2 \bar{N}_{o_2}$ (3)
Venta E <sup>a</sup> eléctrica	$\sum_{i \in N_v} \bar{N}_{v_i}$ (1)

Tabla 3.2: Número de variables binarias del problema determinista.

### 3.7.2. Restricciones

Para describir la estructura de las restricciones del problema, éstas se han dividido en aquéllas que no ligan varios periodos temporales y las que sí lo hacen. Las primeras son:

- Caldera y cogeneración: Operación en cada periodo  $k$ .
- Balance de energía térmica y eléctrica en cada periodo  $k$ .
- Contratos: Para cada bien adquirido o vendido se tiene una restricción en cada periodo  $k$  que relaciona la energía o el consumo imputado al contrato, con la energía eléctrica importada/exportada, el fueloil quemado en la caldera o el gas natural empleado por la cogeneración (véase, por ejemplo, la restricción (3.22) para la adquisición de energía eléctrica).

Adicionalmente, los contratos definidos por tramos de consumo anual ( $N_{e_3}$ ,  $N_{a_1}$ ,  $N_{o_1}$ ) emplean una restricción en cada periodo  $k$  para relacionar el consumo de cada tramo con el del contrato. De forma análoga, los contratos de tramos por precios ( $N_{e_7}$ ,  $N_{a_2}$ ,  $N_{o_2}$ ) emplean el mismo tipo de restricción además de otras que relacionan variables binarias y reales para establecer el tramo de precios.

Estas restricciones se encuentran en la tabla 3.3 al igual que el número de bloques. Para la caldera, por ejemplo, estos 3 bloques corresponden a las ecuaciones (3.2), (3.3) y (3.4).

Por otra parte, las restricciones que ligan varios periodos (tabla 3.4) son:

- Caldera: Coste de operación y mantenimiento anual.
- Cogeneración: Coste de operación y mantenimiento anual y limitaciones de energía exportada y rendimiento impuestas por la Ley.

	Restricciones (bloques)
Caldera	$3\bar{K}$ (3)
Cogeneración	$8\bar{K}$ (8)
Balance de energía	$6\bar{K}$ (6)
Adquisición E <sup>a</sup> eléctrica	$\bar{K} + \bar{K}N_{e_3} + \bar{K}N_{e_7}(6 + \bar{R}_e^7)$ (9)
Adquisición fueloil	$\bar{K} + \bar{K}N_{a_1} + 5T^{12}N_{a_2} + \bar{K}N_{a_2}(1 + \bar{R}_a^2)$ (9)
Adquisición gas natural	$\bar{K} + \bar{K}N_{o_1} + 5T^{12}N_{o_2} + \bar{K}N_{o_2}(1 + \bar{R}_o^2)$ (9)
Venta E <sup>a</sup> eléctrica	$\bar{K}$ (1)

Tabla 3.3: Número de restricciones del problema determinista para cada periodo temporal.

	Restricciones (bloques)
Caldera	1 (1)
Cogeneración	3 (3)
Balance de energía	
Adquisición E <sup>a</sup> eléctrica	$3 + 2 \sum_{i \in N_e} \bar{N}_{e_i} + \bar{N}_{e_3}(3\bar{R}_e^3 - 1) + \bar{N}_{e_7}$ (16)
Adquisición fueloil	$3 + 2 \sum_{i \in N_a} \bar{N}_{a_i} + \bar{N}_{a_1}(3\bar{R}_a^1 - 1) + \bar{N}_{a_2}$ (11)
Adquisición gas natural	$3 + 2 \sum_{i \in N_o} \bar{N}_{o_i} + \bar{N}_{o_1}(3\bar{R}_o^1 - 1) + \bar{N}_{o_2}$ (11)
Venta E <sup>a</sup> eléctrica	$3 + 2 \sum_{i \in N_v} \bar{N}_{v_i}$ (6)

Tabla 3.4: Número de restricciones del problema determinista que ligan varios periodos temporales.

- Contratos: Coste de los contratos, límite de contratos a firmar y relación entre las variables de consumo o energía y las de decisión de los contratos.

A estas restricciones hay que añadir las correspondientes a las de los contratos definidos con tramos de consumo o precios. En el primer tipo de contratos, los periodos del horizonte de planificación se ligan mediante variables binarias y reales para determinar el consumo anual a imputar al contrato. En el segundo caso, las variables binarias de cada tramo se relacionan con la de decisión de formalización del contrato.

Los contratos que consideran tramos de consumo o elevan notablemente el tamaño y la dificultad de resolver el problema. Nótese que sin estos contratos, las restricciones que ligan varios periodos son únicamente  $16 + 2N_T$  siendo  $N_T$  el número total de contratos.

### 3.7.3. Ejemplo numérico del tamaño del problema

En este apartado se ofrece un ejemplo del número de variables y restricciones del problema para un total de 90 periodos. Se consideran 12 contratos de adquisición

Generales	$\overline{K}$ 90	$\overline{T}^{12}$ 12					
Adquisición E <sup>a</sup> Eléctrica	$\overline{N}_{e_1}$ 1	$\overline{N}_{e_2}$ 2	$\overline{N}_{e_3}/R_e^3$ 2/5	$\overline{N}_{e_4}$ 2	$\overline{N}_{e_5}$ 1	$\overline{N}_{e_6}$ 2	$\overline{N}_{e_7}/R_e^7$ 2/3
Adquisición fueloil	$\overline{N}_{a_1}/R_a^1$ 2/5	$\overline{N}_{a_2}/R_a^2$ 2/3					
Adquisición gas natural	$\overline{N}_{o_1}/R_o^1$ 2/5	$\overline{N}_{o_2}/R_o^2$ 2/3					
Venta E <sup>a</sup> eléctrica	$\overline{N}_{v_1}$ 1	$\overline{N}_{v_2}$ 2					

Tabla 3.5: Ejemplo de valores de los conjuntos del problema determinista.

de energía eléctrica, 4 de adquisición tanto de fueloil como de gas natural, y 3 de venta de excedentes de electricidad. El número de contratos de cada tipo se muestra en la tabla 3.5. Para los contratos con bonificación/penalización por consumo anual se han definido 5 tramos según la figura 3.5.

Con estos valores el número total de variables es 8687 de las cuales 1097 son binarias, y el de restricciones 5973 con 153 ligando varios periodos (tabla 3.6).

Este tamaño es orientativo y superior al del problema ya que, por ejemplo, en los contratos tipo 7 de adquisición de energía eléctrica las variables binarias que determinan el precio del contrato son conocidas una vez introducidos valores a los parámetros del modelo (ecuación (3.35)).

Según lo comentado anteriormente, los contratos que contemplan distintos tramos de consumo o precios aumentan considerablemente el tamaño del problema. Si cada uno de estos contratos ( $\overline{N}_{e_3}$ ,  $\overline{N}_{e_7}$ ,  $\overline{N}_{a_1}$ ,  $\overline{N}_{a_2}$ ,  $\overline{N}_{o_1}$ ,  $\overline{N}_{o_2}$ ) se sustituyese por cualquier otro de los modelados, el problema disminuiría en 4320 variables reales, 714 binarias, 3480 restricciones de un sólo periodo temporal y 90 restricciones que ligan varios periodos. Esto supone una disminución en torno al 60% en número de variables y restricciones respecto a lo indicado en la tabla 3.6.

Con el tamaño del problema mostrado en esta tabla, el número de coeficientes distinto de cero de la matriz de restricciones es 32875. En la figura 3.7 se muestra esta matriz, siendo los puntos azules coeficientes de variables reales y los rojos de variables binarias.

Las restricciones de esta matriz se encuentran en el mismo orden en el que se exponen en este capítulo. Por su parte las variables están ordenadas por bloques, por lo que no ofrecen información sobre la relación temporal de las mismas. Por tanto, en caso de recurrir a técnicas de descomposición para resolver el problema habría que reordenar la matriz. A pesar de ello, esta figura proporciona una buena orientación sobre el tamaño y la estructura del problema.

Variables	Reales	Binarias	Total
Función objetivo	7		7
Caldera	270	90	360
Cogeneración	810	90	900
Balance de energía	90	180	270
Adquisición E <sup>a</sup> eléctrica	2532	562	3094
Adquisición fueloil	1804	86	1890
Adquisición gas natural	1804	86	1890
Venta E <sup>a</sup> eléctrica	273	3	276
Total	7590	1097	8687

Restricciones	Ligan varios periodos		Total
	Si	No	
Caldera	1	270	271
Cogeneración	3	720	723
Balance de energía		540	540
Adquisición E <sup>a</sup> eléctrica	57	1980	2037
Adquisición fueloil	41	1110	1151
Adquisición gas natural	41	1110	1151
Venta E <sup>a</sup> eléctrica	10	90	100
Total	153	5820	5973

Tabla 3.6: Ejemplo de variables y restricciones del problema determinista.

### 3.8. Conclusiones

La reciente capacidad de elección de distintas formas de contratación del suministro energético de consumidores industriales ha puesto de manifiesto la necesidad de nuevos modelos de optimización para realizar una gestión energética eficiente.

Según se comentó en el capítulo anterior, los modelos acerca de la operación de instalaciones de consumidores industriales son numerosos. Sin embargo, éstos no están ideados para tomar decisiones de contratación. Con el fin de cubrir esta necesidad, en este capítulo se plantea un modelo original de programación lineal entera mixta determinista [GVR03].

Este modelo obtiene el coste mínimo del abastecimiento energético anual, para lo cual determina los contratos y la operación de la instalación óptimos. Anualmente el consumidor firma un contrato de cada uno de los siguientes tipos: 1) compra de electricidad, 2) compra de fueloil para la caldera, 3) compra de gas natural para la cogeneración y 4) venta de excedentes de electricidad de la cogeneración.

La complejidad de los contratos modelados y la variedad de los mismos son una



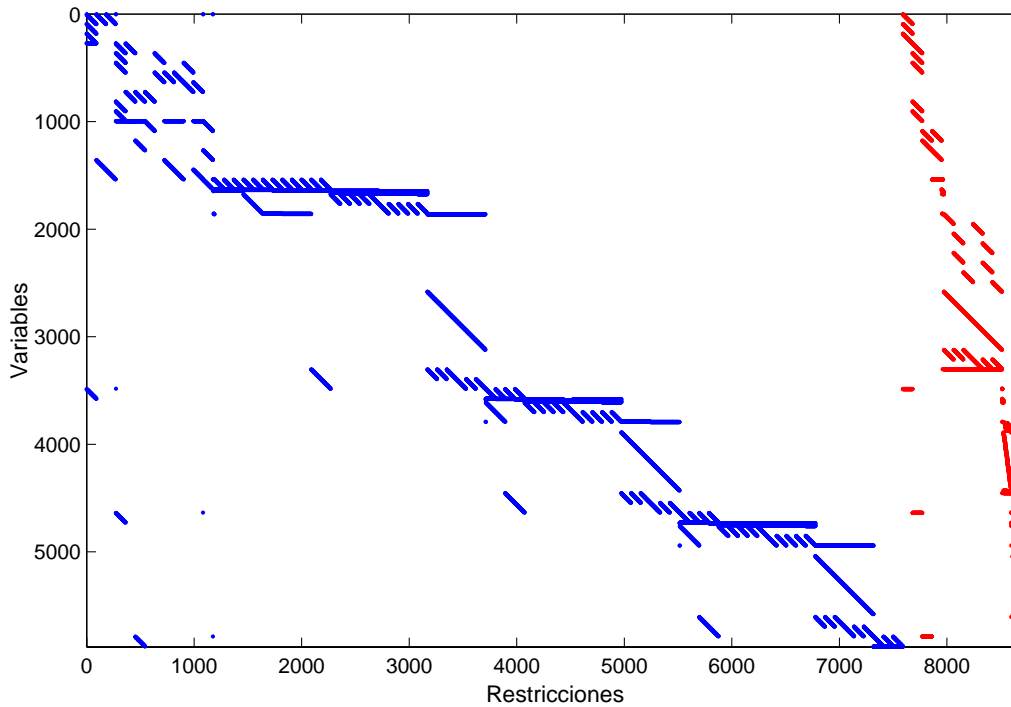


Figura 3.7: Matriz de restricciones del problema determinista.

aportación de esta tesis. Se ha representado un conjunto de contratos que, como se verá en detalle en el capítulo siguiente, recoge el abanico de la posible actitud ante el riesgo de un consumidor industrial.

Los contratos más complejos, definidos por tramos de consumo o precios, aumentan significativamente el tamaño y la dificultad de resolución del problema. Estos contienen variables binarias para definir los tramos además de incluir restricciones que ligan distintos periodos del problema.

La formulación del problema se ha dividido en los siguientes grupos de restricciones: 1) operación de la caldera, 2) operación de la cogeneración, 3) balance de energía térmica y eléctrica, y 4) cartera de contratos.

Aunque la formulación es de aplicación en otros mercados energéticos, ésta se ha adaptado al caso español. En concreto, para representar las imposiciones impuestas por la Ley a cogeneraciones acogidas al régimen especial, se han propuesto unas restricciones que: imposibiliten al consumidor vender excedentes y comprar energía de la red simultáneamente, limiten la cantidad de energía exportada en función de la producción, e impongan un rendimiento mínimo de la cogeneración.

El planteamiento realizado de bloques de restricciones y de variables que relacionan unos bloques con otros es muy flexible a la hora de modificar el modelo. De esta forma la cogeneración o la caldera se pueden sustituir por otras sin variar el resto del problema. Asimismo añadir o quitar tipos de contratos es igualmente sencillo.

### 3.9. Anexo I: Adquisición de fueloil para la caldera

En un primer apartado se presentan las ecuaciones que ligan todos los contratos de adquisición de fueloil. En los siguientes se expone la formulación matemática de cada uno de los tipos de contratos.

#### 3.9.1. Comunes a todos los contratos

Este conjunto de restricciones tiene por objeto relacionar el consumo y el coste de los contratos de adquisición de fueloil con el consumo de la caldera  $f_a(k)$  y el coste del contrato escogido  $c_a$ , el cual es minimizado en la función objetivo. En la figura 3.8 se muestra la relación de las variables de coste y volumen de consumo de fueloil entre los bloques de restricciones del problema representados por cajas.

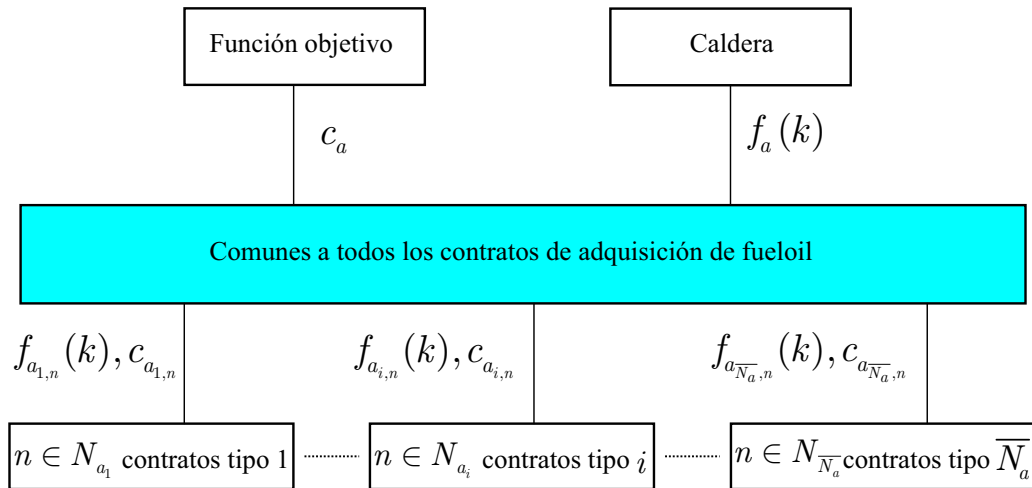


Figura 3.8: Relación de costes y consumos en los contratos de adquisición de fueloil.

En este esquema el contrato  $n \in N_{a_i}$  de tipo  $i \in N_a$  tiene un coste  $c_{a_i,n}$  con un consumo de fueloil  $f_{a_i,n}(k)$  en cada periodo  $k$ . Este contrato tiene asociado una variable de decisión  $\alpha_{a_i,n}$ . Si  $\alpha_{a_i,n}$  vale 1 se permite imputar coste y consumo al contrato  $n$  de tipo  $i$ . En este caso el coste  $c_{a_i,n}$  y el consumo  $f_{a_i,n}(k)$  del contrato corresponden al coste de adquisición de fueloil  $c_a$  y al consumo  $f_a(k)$  de la caldera.

Cada una de las restricciones comunes a todos los contratos (caja azul en la figura 3.8) se formula a continuación.

El coste de adquisición anual de fueloil  $c_a$  viene dado por el coste de formalizar el contrato óptimo de entre los propuestos  $c_{a_i,n}$ , con  $i \in N_a$  el tipo de contrato y  $n \in N_{a_i}$  cada contrato de tipo  $i$ :

$$c_a = \sum_{i \in N_a} \sum_{n \in N_{a_i}} c_{a_i, n} \quad (3.39)$$

De todos los contratos propuestos el modelo escoge uno en el caso de consumir fueloil, en caso contrario no se formaliza ningún contrato. Siendo  $\alpha_{a_i, n}$  la variable binaria de decisión asociada a la formalización del contrato  $n$  de tipo  $i$ , esta restricción es la siguiente:

$$\sum_{i \in N_a} \sum_{n \in N_{a_i}} \alpha_{a_i, n} \leq 1 \quad (3.40)$$

Las variables de decisión  $\alpha_{a_i, n}$  sobre la firma de contratos son nulas si la caldera está parada ( $\gamma_a(k) = 0 \forall k \in K$ ):

$$\sum_{i \in N_a} \sum_{n \in N_{a_i}} \alpha_{a_i, n} - \sum_{k \in K} \gamma_a(k) \leq 0 \quad (3.41)$$

Los casos ejecutados demuestran que esta ecuación, si bien no es necesaria, acelera la convergencia del problema.

En caso de formalizarse un contrato, el consumo de fueloil imputado a éste  $f_{a_i, n}$  no es nulo y la variable de decisión  $\alpha_{a_i, n}$  toma valor 1:

$$\sum_{k \in K} f_{a_i, n}(k) - \bar{K} \alpha_{a_i, n} \bar{f}_a \leq 0 \quad \forall i \in N_a, \forall n \in N_{a_i} \quad (3.42)$$

con  $\bar{K}$  el número de periodos del problema y  $\bar{f}_a$  el consumo máximo de fueloil en la caldera en un periodo. Los contratos no seleccionados tendrán un consumo de fueloil asociado  $f_{a_i, n}(k)$  nulo en todos los periodos  $k$ .

El consumo de fueloil  $f_a(k)$  en la caldera en cada periodo  $k$  es igual al consumo  $f_{a_i, n}(k)$  imputado en el contrato  $n$  de tipo  $i$  que se formalice:

$$f_a(k) = \sum_{i \in N_a} \sum_{n \in N_{a_i}} f_{a_i, n}(k) \quad \forall k \in K \quad (3.43)$$

A continuación se formulan los tipos de contratos propuestos.

### 3.9.2. Tipo 1: Precio de mercado con bonificación/penalización por volumen de consumo anual

Este contrato es análogo a los de tipo 3 de adquisición de energía eléctrica (apartado 3.6.1.4), aunque para la compra de fueloil la bonificación/penalización por consumo se realiza respecto al precio del mercado. Este se define como  $P_f(i)$ , y corresponde a un precio de referencia para cada mes  $i$  al cual los consumidores industriales adquieren fueloil.

El coste  $c_{a_1,n}$  del contrato  $n \in N_{a_i}$  de tipo 1 viene dado por el consumo anual de fueloil a un precio que oscila respecto al del mercado  $P_f(i)$  en función de la variación del consumo anual respecto a la cantidad  $Q_{a_1,n}$  acordada.

Para formular este contrato se definen  $\Delta P_{f_1,n,r}$  y  $\Delta Q_{a_1,n,r}$  como las variaciones de precio y volumen de fueloil en cada tramo  $r \in R_a^1$  respecto al precio  $P_f(i)$  y cantidad  $Q_{a_1,n}$  de referencia del contrato. El consumidor obtiene un descuento sobre el precio del mercado si el volumen de fueloil consumido es superior a  $Q_{a_1,n}$  y una penalización en caso contrario. Los incrementos/decrementos de precio  $\Delta P_{f_1,n,r}$  vienen dados por las variaciones de consumo  $\Delta Q_{a_1,n,r}$  análogamente a lo reflejado en la figura 3.5 para el contrato tipo 3 de adquisición de energía eléctrica.

Para cada tramo  $r$  se define la variable binaria  $\beta_{a_1,n,r}$ , la cual vale 1 en aquel tramo en donde se encuentra la cantidad de fueloil consumido y 0 en el resto de tramos. El consumo de combustible en cada periodo  $k/j$  asociado a cada tramo  $r$  es  $q_{a_1,n,r}(k)/q_{a_1,n,r}(j)$ . Así, el coste del contrato es:

$$c_{a_1,n} = \sum_{r \in R_a^1} \left( (1 + \Delta P_{f_1,n,r}) \sum_{i \in T^{12}} \left( P_f(i) \sum_{j \in T_i^{12}} D(j) q_{a_1,n,r}(j) \right) \right) \quad \forall n \in N_{a_1} \quad (3.44)$$

donde  $T_i^{12}$  es el conjunto de periodos del problema que pertenecen al mes  $i \in T^{12}$ .

Para permitir el consumo  $q_{a_1,n,r}$  en un único tramo  $r$  se plantea la ecuación:

$$\sum_{k \in K} q_{a_1,n,r}(k) - \bar{K} \beta_{a_1,n,r} \bar{f}_a \leq 0 \quad \forall n \in N_{a_1}, \forall r \in R_a^1 \quad (3.45)$$

Al objeto de determinar en qué tramo  $r$  de variación de consumo respecto a lo fijado contractualmente se encuentra el consumo de la caldera se formulan las restricciones:

$$\begin{aligned}
& \sum_{k \in K} D(k) q_{a_1, n, r}(k) - \beta_{a_1, n, r} Q_{a_1, n} (1 + \Delta Q_{a_1, n, r}) \leq 0 \\
& \forall n \in N_{a_1}, r = \{1, \dots, \overline{R}_a^1 - 1\} \\
& \sum_{k \in K} D(k) q_{a_1, n, r}(k) - \beta_{a_1, n, r} Q_{a_1, n} (1 + \Delta Q_{a_1, n, r-1}) \geq 0 \\
& \forall n \in N_{a_1}, r = \{2, \dots, \overline{R}_a^1\}
\end{aligned} \tag{3.46}$$

con  $\overline{R}_a^1$  el número de tramos considerados en el contrato  $n$ .

Mediante la primera de estas restricciones se hacen nulas las variables binarias  $\beta_{a_1, n, r}$  de los tramos  $r$  con consumos máximos  $Q_{a_1, n} (1 + \Delta Q_{a_1, n, r})$  inferiores al de la caldera. De manera análoga, con la segunda restricción las variables binarias que se anulan son las asociadas a los tramos cuyo consumo máximo  $Q_{a_1, n} (1 + \Delta Q_{a_1, n, r})$  es superior al de la caldera. De esta forma únicamente la variable  $\beta_{a_1, n, r}$  correspondiente al tramo de consumo de la caldera puede valer 1.

Si se formaliza el contrato  $n$ , la variable binaria  $\beta_{a_1, n, r}$  asociada al tramo donde se encuentra el consumo anual toma el valor 1, lo que permite imputar consumo al contrato:

$$\alpha_{a_1, n} = \sum_{r \in R_a^1} \beta_{a_1, n, r} \quad \forall n \in N_{a_1} \tag{3.47}$$

Si el contrato no es escogido, las variables binarias  $\beta_{a_1, n, r}$  son nulas y por tanto, según la ecuación (3.45), también lo son las variables de consumo  $q_{a_1, n, r}(k)$  en todos los tramos  $r$  y periodos  $k$ .

El consumo de fueloil  $f_{a_1, n}$  imputado en el contrato es igual al correspondiente al tramo donde se encuentra el consumo total:

$$f_{a_1, n}(k) = \sum_{r \in R_a^1} q_{a_1, n, r}(k) \quad \forall n \in N_{a_1}, \forall k \in K \tag{3.48}$$

### 3.9.3. Tipo 2: Precio de mercado con límites de precio máximo (*cap*) y mínimo (*floor*)

Este tipo de contrato es análogo al tipo 7 de adquisición de energía eléctrica (apartado 3.6.1.8).

El coste del contrato  $n \in N_{a_2}$  está compuesto por un término variable y otro fijo. El término fijo es la prima  $S_{a_2, n}$  que corresponde al precio que paga el consumidor al comercializador o viceversa, según la parametrización de los precios máximo y

mínimo establecidos en el contrato, por asumir el riesgo de precios altos o bajos del mercado.

El término variable del contrato viene determinado por el consumo de fueloil en cada mes  $i \in T^{12}$  y por un precio tal que:

- Si el precio del mercado  $P_f(i)$  es superior al precio máximo  $P_{fc_{2,n}}$  fijado en el contrato, el fueloil se abona a este precio máximo.
- Si el precio del mercado  $P_f(i)$  se encuentra entre los precios máximo  $P_{fc_{2,n}}$  y mínimo  $P_{ff_{2,n}}$  fijados en el contrato, el fueloil se abona al precio del mercado.
- Si el precio del mercado  $P_f(i)$  es inferior al precio mínimo  $P_{ff_{2,n}}$  fijado en el contrato, el fueloil se abona a este precio mínimo.

Cada uno de los tramos  $r \in R_a^2$  corresponde a los distintos precios del contrato, los cuales varían en función de la posición relativa del precio del mercado con respecto a los precios máximo y mínimo. Estos tramos se muestran en la figura 3.6 para la formulación de contratos de adquisición de energía eléctrica de tipo 7.

Para definir los tres tramos de precios a los que se abona el consumo de fueloil en cada mes  $i$  se emplean las variables binarias  $\beta_{a_{2,n,r}}(i)$ . De estas variables, aquella que represente el tramo  $r$  que corresponda al precio variable del contrato toma el valor 1, siendo nulas las de los otros dos tramos. El fueloil consumido en el periodo  $k$  para el tramo  $r$  se denomina  $q_{a_{2,n,r}}(k)$ . En los periodos  $k$  del mes  $i$ , esto es  $k \in T_i^{12}$ , las variables  $q_{a_{2,n,r}}(k)$  tienen un valor distinto de 0 en aquellos tramos donde  $\beta_{a_{2,n,r}}(i)$  sea igual a 1.

Por tanto, el coste  $c_{a_{2,n}}$  del contrato  $n$  de tipo 2 es:

$$c_{a_{2,n}} = \alpha_{a_{2,n}} S_{a_{2,n}} + P_{fc_{2,n}} \sum_{k \in K} D(k) q_{a_{2,n,1}}(k) + \sum_{i \in T^{12}} \left( P_f(i) \sum_{j \in T_i^{12}} D(j) q_{a_{2,n,2}}(j) \right) + P_{ff_{2,n}} \sum_{k \in K} D(k) q_{a_{2,n,3}}(k) \quad \forall n \in N_{a_2} \quad (3.49)$$

Únicamente en el tramo activo en el mes  $i$  definido por  $\beta_{a_{2,n,r}}(i)$  se permite imputar consumo de fueloil al contrato mediante la variable  $q_{a_{2,n,r}}(j)$  asociada a los periodos  $j$  que pertenecen al mes  $i$ :

$$q_{a_{2,n,r}}(j) - \beta_{a_{2,n,r}}(i) \bar{f}_a \leq 0 \quad \forall r \in R_a^2, \forall i \in T^{12}, \forall j \in T_i^{12}, \forall n \in N_{a_2} \quad (3.50)$$

Para determinar el tramo  $r$  activo donde se encuentra el precio del mercado respecto al máximo y el mínimo, se definen las siguientes ecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} P_f(i) - \beta_{a_2,n,1}(i)P_{fc_2,n} \geq 0 \\ P_f(i)\beta_{a_2,n,2}(i) - P_{fc_2,n} \leq 0 \\ P_f(i) - \beta_{a_2,n,2}(i)P_{ff_2,n} \geq 0 \\ P_f(i)\beta_{a_2,n,3}(i) - P_{ff_2,n} \leq 0 \end{array} \right\} \forall i \in T^{12}, \forall n \in N_{a_2} \quad (3.51)$$

Con la primera de estas restricciones la variable binaria  $\beta_{a_2,n,1}(i)$  se anula si el precio del mercado  $P_f(i)$  es inferior al máximo  $P_{fc_2,n}$ . Mediante la segunda y la tercera restricción se anulan las variables  $\beta_{a_2,n,2}(i)$  en los meses con precios superiores al máximo  $P_{fc_2,n}$  o inferiores al mínimo  $P_{ff_2,n}$ . Con la última restricción las variables  $\beta_{a_2,n,3}(i)$  se anulan en los meses en los que el precio del mercado  $P_f(i)$  es superior al mínimo  $P_{ff_2,n}$ .

En cada mes  $i$  sólo puede haber una variable  $\beta_{a_2,n,r}(i)$  activa correspondiente a uno de los 3 tramos posibles:

$$\sum_{r \in R_a^2} \beta_{a_2,n,r}(i) \leq 1 \quad \forall i \in T^{12}, \forall n \in N_{a_2} \quad (3.52)$$

Esta ecuación complementa a la (3.51) evitando que el precio de lo consumido se contabilice dos veces si el precio del mercado es igual al máximo o al mínimo.

En caso de formalizarse el contrato ( $\alpha_{a_2,n} = 1$ ), una de las variables binarias  $\beta_{a_2,n,r}(i)$  es distinta de 0 en cada mes  $i$ , lo que permite consumir fueloil en ese mes al precio marcado según el tramo  $r$ :

$$\sum_{i \in T^{12}} \sum_{r \in R_a^2} \beta_{a_2,n,r}(i) = \overline{T^{12}} \alpha_{a_2,n} \quad \forall n \in N_{a_2} \quad (3.53)$$

con  $i = \{1, \dots, \overline{T^{12}}\}$ .

Si el contrato no es el escogido, todas las variables  $\beta_{a_2,n,r}(i)$  son nulas y por tanto también lo es el consumo de fueloil  $q_{a_2,n,r}$  asociado al contrato (ver ecuación (3.50)).

El fueloil imputado al contrato  $f_{a_2,n}(k)$  en cada periodo es el consumo  $q_{a_2,n,r}(k)$  cuyo tramo  $r$  esté activo:

$$f_{a_2,n}(k) = \sum_{r \in R_a^2} q_{a_2,n,r}(k) \quad \forall n \in N_{a_2}, \forall k \in K \quad (3.54)$$

### 3.10. Anexo II: Adquisición de gas natural para la cogeneración

En un primer apartado se presentan las ecuaciones que ligan todos los contratos de adquisición de gas. En los siguientes se expone la formulación matemática de cada uno de los tipos de contratos.

#### 3.10.1. Comunes a todos los contratos

Este conjunto de restricciones tiene por objeto relacionar el consumo y el coste de los contratos de adquisición de gas natural con el consumo de la cogeneración  $g_o(k)$  y el coste del contrato escogido  $c_o$ , el cual es minimizado en la función objetivo. En la figura 3.9 se muestra la relación de las variables de coste y volumen de consumo de gas entre los bloques de restricciones del problema representados por cajas.

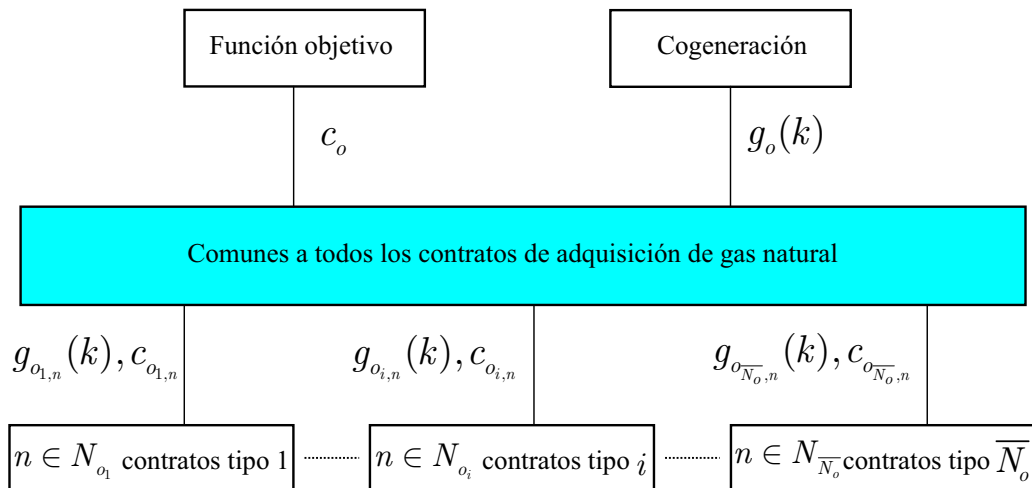


Figura 3.9: Relación de costes y consumos en los contratos de adquisición de gas natural.

En este esquema el contrato  $n \in N_{o_i}$  de tipo  $i \in N_o$  tiene un coste  $c_{o_{i,n}}$  con un consumo de gas  $g_{o_{i,n}}(k)$  en cada periodo  $k$ . Este contrato tiene asociado una variable de decisión  $\alpha_{o_{i,n}}$ . Si  $\alpha_{o_{i,n}}$  vale 1 se permite imputar coste y consumo al contrato  $n$  de tipo  $i$ . En este caso el coste  $c_{o_{i,n}}$  y el consumo  $g_{o_{i,n}}(k)$  del contrato corresponden al coste de adquisición de gas  $c_o$  y al consumo  $g_o(k)$  de la cogeneración.

Cada una de las restricciones comunes a todos los contratos (caja azul en la figura 3.9) se formula a continuación.

El coste de adquisición anual de gas natural  $c_o$  viene dado por el coste de formalizar el contrato óptimo de entre los propuestos  $c_{o_{i,n}}$ , con  $i \in N_o$  el tipo de contrato y  $n \in N_{o_i}$  cada contrato de tipo  $i$ :



$$c_o = \sum_{i \in N_o} \sum_{n \in N_{o_i}} c_{o_i, n} \quad (3.55)$$

De todos los contratos propuestos el modelo escoge uno en el caso de consumir gas natural, en caso contrario no se formaliza ningún contrato. Siendo  $\alpha_{o_i, n}$  la variable binaria de decisión asociada a la formalización del contrato  $n$  de tipo  $i$ , esta restricción es la siguiente:

$$\sum_{i \in N_o} \sum_{n \in N_{o_i}} \alpha_{o_i, n} \leq 1 \quad (3.56)$$

Las variables de decisión  $\alpha_{o_i, n}$  sobre la firma de contratos son nulas si la cogeneración está parada ( $\gamma_o(k) = 0 \forall k \in K$ ):

$$\sum_{i \in N_o} \sum_{n \in N_{o_i}} \alpha_{o_i, n} - \sum_{k \in K} \gamma_o(k) \leq 0 \quad (3.57)$$

Los casos ejecutados demuestran que esta ecuación, si bien no es necesaria, acelera la convergencia del problema.

En caso de formalizarse un contrato, el consumo de gas natural imputado a éste  $g_{o_i, n}$  no es nulo y la variable de decisión  $\alpha_{o_i, n}$  toma valor 1:

$$\sum_{k \in K} g_{o_i, n}(k) - \bar{K} \alpha_{o_i, n} \bar{g}_o \leq 0 \quad \forall i \in N_o, \forall n \in N_{o_i} \quad (3.58)$$

con  $\bar{K}$  el número de periodos del problema y  $\bar{g}_o$  el consumo máximo de gas natural en la cogeneración en un periodo. Los contratos no seleccionados tendrán un consumo de gas natural asociado  $g_{o_i, n}(k)$  nulo en todos los periodos  $k$ .

El consumo de gas natural  $g_o(k)$  en la cogeneración en cada periodo  $k$  es igual al consumo  $g_{o_i, n}(k)$  imputado en el contrato  $n$  de tipo  $i$  que se formalice:

$$g_o(k) = \sum_{i \in N_o} \sum_{n \in N_{o_i}} g_{o_i, n}(k) \quad \forall k \in K \quad (3.59)$$

A continuación se formulan los tipos de contratos propuestos.

### 3.10.2. Tipo 1: Precio de mercado con bonificación/penalización por volumen de consumo anual

Este contrato es análogo a los de tipo 3 de adquisición de energía eléctrica (apartado 3.6.1.4), aunque para la compra de gas natural la bonificación/penalización por consumo se realiza respecto al precio del mercado. Este se define como  $P_g(i)$ , y corresponde a un precio de referencia para cada mes  $i$  al cual los consumidores industriales adquieren gas.

El coste  $c_{o_1,n}$  del contrato  $n \in N_{o_i}$  de tipo 1 viene dado por el consumo anual de gas a un precio que oscila respecto al del mercado  $P_g(i)$  en función de la variación del consumo anual respecto a la cantidad  $Q_{o_1,n}$  acordada.

Para formular este contrato se definen  $\Delta P_{g_{1,n,r}}$  y  $\Delta Q_{o_1,n,r}$  como las variaciones de precio y volumen de gas en cada tramo  $r \in R_o^1$  respecto al precio  $P_g(i)$  y cantidad  $Q_{o_1,n}$  de referencia del contrato. El consumidor obtiene un descuento sobre el precio del mercado si el volumen de gas consumido es superior a  $Q_{o_1,n}$  y una penalización en caso contrario. Los incrementos/decrementos de precio  $\Delta P_{g_{1,n,r}}$  vienen dados por las variaciones de consumo  $\Delta Q_{o_1,n,r}$  análogamente a lo reflejado en la figura 3.5 para el contrato tipo 3 de adquisición de energía eléctrica.

Para cada tramo  $r$  se define la variable binaria  $\beta_{o_1,n,r}$ , la cual vale 1 en aquel tramo en donde se encuentra la cantidad de gas consumido y 0 en el resto de tramos. El consumo de combustible en cada periodo  $k/j$  asociado a cada tramo  $r$  es  $q_{o_1,n,r}(k)/q_{o_1,n,r}(j)$ . Así, el coste del contrato es:

$$c_{o_1,n} = P_{g_{o_1,n}} \alpha_{o_1,n} + J_o \sum_{r \in R_o^1} \left( (1 + \Delta P_{g_{1,n,r}}) \sum_{i \in T^{12}} \left( P_g(i) \sum_{j \in T_i^{12}} D(j) q_{o_1,n,r}(j) \right) \right) \quad \forall n \in N_{o_1} \quad (3.60)$$

donde  $J_o$  es el poder calorífico superior del gas natural,  $P_{g_{o_1,n}}$  el coste fijo del contrato y  $T_i^{12}$  el conjunto de periodos del problema que pertenecen al mes  $i \in T^{12}$ .

Para permitir el consumo  $q_{o_1,n,r}$  en un único tramo  $r$  se plantea la ecuación:

$$\sum_{k \in K} q_{o_1,n,r}(k) - \bar{K} \beta_{o_1,n,r} \bar{g}_o \leq 0 \quad \forall n \in N_{o_1}, \forall r \in R_o^1 \quad (3.61)$$

Al objeto de determinar en qué tramo  $r$  de variación de consumo respecto a lo fijado contractualmente se encuentra el consumo de la cogeneración se formulan las restricciones:

$$\begin{aligned}
& \sum_{k \in K} D(k) q_{o_1, n, r}(k) - \beta_{o_1, n, r} Q_{o_1, n} (1 + \Delta Q_{o_1, n, r}) \leq 0 \\
& \forall n \in N_{o_1}, r = \{1, \dots, \overline{R}_o^1 - 1\} \\
& \sum_{k \in K} D(k) q_{o_1, n, r}(k) - \beta_{o_1, n, r} Q_{o_1, n} (1 + \Delta Q_{o_1, n, r-1}) \geq 0 \\
& \forall n \in N_{o_1}, r = \{2, \dots, \overline{R}_o^1\}
\end{aligned} \tag{3.62}$$

con  $\overline{R}_o^1$  el número de tramos considerados en el contrato  $n$ .

Mediante la primera de estas restricciones se hacen nulas las variables binarias  $\beta_{o_1, n, r}$  de los tramos  $r$  con consumos máximos  $Q_{o_1, n} (1 + \Delta Q_{o_1, n, r})$  inferiores al de la cogeneración. De manera análoga, con la segunda restricción las variables binarias que se anulan son las asociadas a los tramos cuyo consumo máximo  $Q_{o_1, n} (1 + \Delta Q_{o_1, n, r})$  es superior al de la cogeneración. De esta forma únicamente la variable  $\beta_{o_1, n, r}$  correspondiente al tramo de consumo de la cogeneración puede valer 1.

Si se formaliza el contrato  $n$ , la variable binaria  $\beta_{o_1, n, r}$  asociada al tramo donde se encuentra el consumo anual toma el valor 1, lo que permite imputar consumo al contrato:

$$\alpha_{o_1, n} = \sum_{r \in R_o^1} \beta_{o_1, n, r} \quad \forall n \in N_{o_1} \tag{3.63}$$

Si el contrato no es escogido las variables binarias  $\beta_{o_1, n, r}$  son nulas y por tanto, según la ecuación (3.61), también lo son las variables de consumo  $q_{o_1, n, r}(k)$  en todos los tramos  $r$  y periodos  $k$ .

El consumo de gas natural  $g_{o_1, n}$  imputado en el contrato es igual al correspondiente al tramo donde se encuentra el consumo total:

$$g_{o_1, n}(k) = \sum_{r \in R_o^1} q_{o_1, n, r}(k) \quad \forall n \in N_{o_1}, \forall k \in K \tag{3.64}$$

### 3.10.3. Tipo 2: Precio de mercado con límites de precio máximo (*cap*) y mínimo (*floor*)

Este tipo de contrato es análogo al tipo 7 de adquisición de energía eléctrica (apartado 3.6.1.8).

El coste del contrato  $n \in N_{o_2}$  está compuesto por un término variable y otro fijo cuya principal componente es la prima  $S_{o_2, n}$ . Esta prima es el precio que paga el consumidor al comercializador o viceversa, según la parametrización de los precios

máximo y mínimo establecidos en el contrato, por asumir el riesgo de precios altos o bajos del mercado.

El término variable del contrato viene determinado por el consumo de gas natural en cada mes  $i \in T^{12}$  y por un precio tal que:

- Si el precio del mercado  $P_g(i)$  es superior al precio máximo  $P_{gc2,n}$  fijado en el contrato, el gas natural se abona a este precio máximo.
- Si el precio del mercado  $P_g(i)$  se encuentra entre los precios máximo  $P_{gc2,n}$  y mínimo  $P_{gf2,n}$  fijados en el contrato, el gas se abona al precio del mercado.
- Si el precio del mercado  $P_g(i)$  es inferior al precio mínimo  $P_{gf2,n}$  fijado en el contrato, el gas natural se abona a este precio mínimo.

Cada uno de los tramos  $r \in R_o^2$  corresponde a los distintos precios del contrato, los cuales varían en función de la posición relativa del precio del mercado con respecto a los precios máximo y mínimo. Estos tramos se muestran en la figura 3.6 para la formulación de contratos de adquisición de energía eléctrica de tipo 7.

Para definir los tres tramos de precios a los que se abona el consumo de gas en cada mes  $i$  se emplean las variables binarias  $\beta_{o2,n,r}(i)$ . De estas variables, aquélla que represente el tramo  $r$  que corresponda al precio variable del contrato toma el valor 1, siendo nulas las de los otros dos tramos. El gas consumido en el periodo  $k$  para el tramo  $r$  se denomina  $q_{o2,n,r}(k)$ . En los periodos  $k$  del mes  $i$ , esto es  $k \in T_i^{12}$ , las variables  $q_{o2,n,r}(k)$  tienen un valor distinto de 0 en aquellos tramos donde  $\beta_{o2,n,r}(i)$  sea igual a 1.

Por tanto, el coste  $c_{o2,n}$  del contrato  $n$  de tipo 2 es:

$$c_{o2,n} = \alpha_{o2,n}(S_{o2,n} + P_{go2,n}) + J_o \left( P_{gc2,n} \sum_{k \in K} D(k)q_{o2,n,1}(k) + \right. \\ \left. + \sum_{i \in T^{12}} \left( P_g(i) \sum_{j \in T_i^{12}} D(j)q_{o2,n,2}(j) \right) + P_{gf2,n} \sum_{k \in K} D(k)q_{o2,n,3}(k) \right) \quad \forall n \in N_{o2} \quad (3.65)$$

con  $J_o$  el poder calorífico superior del gas natural y  $P_{go2,n}$  un término de coste fijo del contrato.

Únicamente en el tramo activo en el mes  $i$  definido por  $\beta_{o2,n,r}(i)$  se permite imputar consumo de gas al contrato mediante la variable  $q_{o2,n,r}(j)$  asociada a los periodos  $j$  que pertenecen al mes  $i$ :

$$q_{o2,n,r}(j) - \beta_{o2,n,r}(i)\overline{g}_o \leq 0 \quad \forall r \in R_o^2, \forall i \in T^{12}, \forall j \in T_i^{12}, \forall n \in N_{o2} \quad (3.66)$$

Para determinar el tramo  $r$  activo donde se encuentra el precio del mercado respecto al máximo y el mínimo, se definen las siguientes ecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} P_g(i) - \beta_{o_2,n,1}(i)P_{gc_2,n} \geq 0 \\ P_g(i)\beta_{o_2,n,2}(i) - P_{gc_2,n} \leq 0 \\ P_g(i) - \beta_{o_2,n,2}(i)P_{gf_2,n} \geq 0 \\ P_g(i)\beta_{o_2,n,3}(i) - P_{gf_2,n} \leq 0 \end{array} \right\} \forall i \in T^{12}, \forall n \in N_{o_2} \quad (3.67)$$

Con la primera de estas restricciones la variable binaria  $\beta_{o_2,n,1}(i)$  se anula si el precio del mercado  $P_g(i)$  es inferior al máximo  $P_{gc_2,n}$ . Mediante la segunda y la tercera restricción se anulan las variables  $\beta_{o_2,n,2}(i)$  en los meses con precios superiores al máximo  $P_{gc_2,n}$  o inferiores al mínimo  $P_{gf_2,n}$ . Con la última restricción las variables  $\beta_{o_2,n,3}(i)$  se anulan en los meses en los que el precio del mercado  $P_g(i)$  es superior al mínimo  $P_{gf_2,n}$ .

En cada mes  $i$  sólo puede haber una variable  $\beta_{o_2,n,r}(i)$  activa correspondiente a uno de los 3 tramos posibles:

$$\sum_{r \in R_o^2} \beta_{o_2,n,r}(i) \leq 1 \quad \forall i \in T^{12}, \forall n \in N_{o_2} \quad (3.68)$$

Esta ecuación complementa a la (3.67) evitando que el precio de lo consumido se contabilice dos veces si el precio del mercado es igual al máximo o al mínimo.

En caso de formalizarse el contrato ( $\alpha_{o_2,n} = 1$ ), una de las variables binarias  $\beta_{o_2,n,r}(i)$  es distinta de 0 en cada mes  $i$ , lo que permite consumir gas en ese mes al precio marcado según el tramo  $r$ :

$$\sum_{i \in T^{12}} \sum_{r \in R_o^2} \beta_{o_2,n,r}(i) = \overline{T^{12}} \alpha_{o_2,n} \quad \forall n \in N_{o_2} \quad (3.69)$$

con  $i = \{1, \dots, \overline{T^{12}}\}$ .

Si el contrato no es el escogido, todas las variables  $\beta_{o_2,n,r}(i)$  son nulas y por tanto también lo es el consumo de gas  $q_{o_2,n,r}$  asociado al contrato (ver ecuación (3.66)).

El gas imputado al contrato  $g_{o_2,n}(k)$  en cada periodo es el consumo  $q_{o_2,n,r}(k)$  cuyo tramo  $r$  esté activo:

$$g_{o_2,n}(k) = \sum_{r \in R_o^2} q_{o_2,n,r}(k) \quad \forall n \in N_{o_2}, \forall k \in K \quad (3.70)$$

### 3.11. Anexo III: Venta de excedentes de energía eléctrica

En un primer apartado se presentan las ecuaciones que ligan todos los contratos de venta de excedentes de energía eléctrica. En los siguientes se expone la formulación matemática de cada uno de los tipos de contratos.

#### 3.11.1. Comunes a todos los contratos

Este conjunto de restricciones tiene por objeto relacionar el ingreso y la energía de los contratos de venta de excedentes con la energía de la cogeneración exportada a la red  $e_{oe}(k)$  y el ingreso del contrato escogido  $i_e$ , el cual es maximizado en la función objetivo. En la figura 3.10 se muestra la relación de las variables de ingreso y energía eléctrica vendida entre los bloques de restricciones del problema representados por cajas.

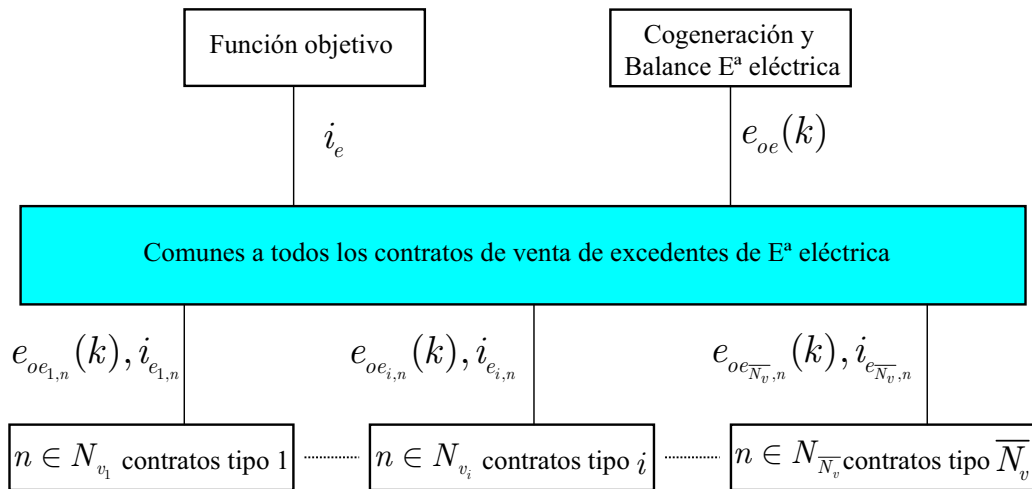


Figura 3.10: Relación de ingresos y energías en los contratos de venta de excedentes de energía eléctrica.

En este esquema el contrato  $n \in N_{v_i}$  de tipo  $i \in N_v$  tiene un ingreso  $i_{e_{i,n}}$  con una energía eléctrica vendida  $e_{oe_{i,n}}(k)$  en cada periodo  $k$ . Este contrato tiene asociado una variable de decisión  $\alpha_{v_{i,n}}$ . Si  $\alpha_{v_{i,n}}$  vale 1 se permite imputar ingreso y energía al contrato  $n$  de tipo  $i$ . En este caso el ingreso  $i_{e_{i,n}}$  y la energía  $e_{oe_{i,n}}(k)$  del contrato corresponden al ingreso por venta de energía eléctrica  $i_e$  y a la energía  $e_{oe}(k)$  exportada.

Cada una de las restricciones comunes a todos los contratos (caja azul en la figura 3.10) se formula a continuación.

El ingreso por venta de energía eléctrica  $i_e$  viene dado por el ingreso de formalizar el contrato óptimo de entre los propuestos  $i_{e_{i,n}}$ , con  $i \in N_v$  el tipo de contrato y

$n \in N_{v_i}$  cada contrato de tipo  $i$ :

$$i_e = \sum_{i \in N_v} \sum_{n \in N_{v_i}} i_{e_{i,n}} \quad (3.71)$$

De todos los contratos propuestos el modelo escoge uno en el caso de vender excedentes, en caso contrario no se formaliza ningún contrato. Siendo  $\alpha_{v_{i,n}}$  la variable binaria de decisión asociada a la formalización del contrato  $n$  de tipo  $i$ , esta restricción es la siguiente:

$$\sum_{i \in N_v} \sum_{n \in N_{v_i}} \alpha_{v_{i,n}} \leq 1 \quad (3.72)$$

Las variables de decisión  $\alpha_{v_{i,n}}$  sobre la firma de contratos son nulas si no se exporta energía eléctrica ( $\theta_e(k) = 0 \forall k \in K$ ):

$$\sum_{i \in N_v} \sum_{n \in N_{v_i}} \alpha_{v_{i,n}} - \sum_{k \in K} \theta_e(k) \leq 0 \quad (3.73)$$

Los casos ejecutados demuestran que esta ecuación, si bien no es necesaria, acelera la convergencia del problema.

En caso de formalizarse un contrato, la energía vendida imputada a éste  $e_{oe_{i,n}}$  no es nula y la variable de decisión  $\alpha_{v_{i,n}}$  toma valor 1:

$$\sum_{k \in K} e_{oe_{i,n}}(k) - \bar{K} \alpha_{v_{i,n}} \bar{e}_{oe} \leq 0 \quad \forall i \in N_v, \forall n \in N_{v_i} \quad (3.74)$$

con  $\bar{K}$  el número de periodos del problema y  $\bar{e}_{oe}$  la energía máxima exportada en un periodo. Los contratos no seleccionados tendrán una energía asociada  $e_{oe_{i,n}}(k)$  nula en todos los periodos  $k$ .

La energía eléctrica generada por la cogeneración y exportada  $e_{oe}(k)$  en cada periodo  $k$  es igual a la energía  $e_{oe_{i,n}}(k)$  imputada en el contrato  $n$  de tipo  $i$  que se formalice:

$$e_{oe}(k) = \sum_{i \in N_v} \sum_{n \in N_{v_i}} e_{oe_{i,n}}(k) \quad \forall k \in K \quad (3.75)$$

A continuación se formulan los tipos de contratos propuestos.

### 3.11.2. Tipo 1: Precio de mercado para excedentes de cogeneración

El ingreso  $i_{e1,n}$  en el contrato  $n$  de tipo 1 viene dado por la energía exportada a la red eléctrica  $e_{oe1,n}(k)$  en cada periodo al precio de venta del mercado  $V_e(k)$  según el RD2818/1998:

$$i_{e1,n} = \sum_{k \in K} V_e(k) D(k) e_{oe1,n}(k) \quad \forall n \in N_{v1} \quad (3.76)$$

### 3.11.3. Tipo 2: Precio fijo por periodos

Se han escogido 3 precios por periodos al igual que en los contratos de este tipo de adquisición de energía eléctrica. Estos precios son  $V_{e2,n,i}$ , con  $i \in T_e^3$  y  $T_{e_i}^3$  el conjunto de periodos  $j$  del problema con precio de venta  $V_{e2,n,i}$ .

Así, el ingreso  $i_{e2,n}$  en el contrato  $n$  de tipo 2 viene dado por la energía exportada a la red eléctrica  $e_{oe2,n}(j)$  en cada periodo al precio de venta  $V_{e2,n,i}$ :

$$i_{e2,n} = \sum_{i \in T_e^3} \left( V_{e2,n,i} \sum_{j \in T_{e_i}^3} D(j) e_{oe2,n}(j) \right) \quad \forall n \in N_{v2} \quad (3.77)$$

Los precios de venta de excedentes, tanto los fijos  $V_{e2,n,i}$  como los del mercado  $V_e(k)$ , incluyen la prima asociada a instalaciones acogidas al régimen especial.



## 3.12. Anexo IV: Notación empleada

En el presente anexo se recopila la notación empleada en la formulación del problema determinista.

### 3.12.1. Conjuntos e índices

- $k/j$ : Índice de periodos.
- $i$ : Índice de conjuntos.
- $n$ : Índice de contratos.
- $r$ : Índice de tramos.
- $K$ : Conjunto de periodos  $(1, 2, \dots, \overline{K})$  del horizonte del problema.
- $N_e$ : Conjunto de los tipos de contratos de adquisición de energía eléctrica  $(\bigcup_i \{N_{e_i}\})$ .
- $N_{e_i}$ : Conjunto de contratos de adquisición de energía eléctrica de tipo  $i$   $(1, 2, \dots, \overline{N_{e_i}})$ .
- $N_a$ : Conjunto de los tipos de contratos de adquisición de combustible para la caldera  $(\bigcup_i \{N_{a_i}\})$ .
- $N_{a_i}$ : Conjunto de contratos de combustible para la caldera de tipo  $i$   $(1, 2, \dots, \overline{N_{a_i}})$ .
- $N_o$ : Conjunto de los tipos de contratos de adquisición de combustible para la cogeneración  $(\bigcup_i \{N_{o_i}\})$ .
- $N_{o_i}$ : Conjunto de contratos de combustible para la cogeneración de tipo  $i$   $(1, 2, \dots, \overline{N_{o_i}})$ .
- $N_v$ : Conjunto de los tipos de contratos de venta de excedentes de energía eléctrica de la cogeneración  $(\bigcup_i \{N_{v_i}\})$ .
- $N_{v_i}$ : Conjunto de contratos de venta de excedentes de energía eléctrica de la cogeneración de tipo  $i$   $(1, 2, \dots, \overline{N_{v_i}})$ .
- $T_e^3$ : Conjunto de los 3 periodos para el contrato a precio por periodo de compra de electricidad  $(\bigcup_i \{T_{e_i}^3\})$ .
- $T_{e_i}^3$ : Conjunto de los periodos del horizonte del problema correspondientes a cada periodo  $i \in T_e^3$ .
- $T^{12}$ : Conjunto de los 12 periodos  $(1, 2, \dots, \overline{T^{12}})$  correspondiente a los meses del año  $(\bigcup_i \{T_i^{12}\})$ .

- $T_i^{12}$ : Conjunto de los periodos del modelo correspondientes a cada periodo  $i$  que representa cada mes del año.
- $R_e^3$ : Conjunto de índices de tramos  $(1,2,\dots,\overline{R_e^3})$  de los contratos tipo 3 de adquisición de energía eléctrica.
- $R_e^7$ : Conjunto de índices de tramos de los contratos tipo 7 de adquisición de energía eléctrica.
- $R_a^1$ : Conjunto de índices de tramos  $(1,2,\dots,\overline{R_a^1})$  de los contratos tipo 1 de adquisición de combustible para la caldera.
- $R_a^2$ : Conjunto de índices de tramos de los contratos tipo 2 de adquisición de combustible para la caldera.
- $R_o^1$ : Conjunto de índices de tramos  $(1,2,\dots,\overline{R_o^1})$  de los contratos tipo 1 de adquisición de combustible para la cogeneración.
- $R_o^2$ : Conjunto de índices de tramos de los contratos tipo 2 de adquisición de combustible para la cogeneración.

### 3.12.2. Constantes y parámetros

#### 3.12.2.1. Generales

- $T_v(k)$ : Demanda térmica (incluidas pérdidas) del consumidor industrial en forma de vapor de agua en el periodo  $k$  [MWh/h].
- $T_l(k)$ : Demanda térmica (incluidas pérdidas) del consumidor industrial en forma de agua líquida en el periodo  $k$  [MWh/h].
- $E(k)$ : Demanda eléctrica (incluidas pérdidas) del consumidor industrial en el periodo  $k$  [MWh/h].
- $P_f(i)$ : Precio de mercado del fueloil en el periodo  $i \in T^{12}$  [c€/kg].
- $P_g(i)$ : Precio de mercado del gas natural en el periodo  $i \in T^{12}$  [c€/th].
- $P_e(k)$ : Precio de mercado de la electricidad en el periodo  $k$  [c€/kWh].
- $V_e(k)$ : Precio de mercado de venta de electricidad según RD 2818/1998 en el periodo  $k$  [c€/kWh].
- $D(k)$ : Duración de cada periodo  $k$  [h].

### 3.12.2.2. Caldera

- $A_a$ : Constante de diseño de producción de la caldera [t/h].
- $B_a$ : Constante de diseño de producción de la caldera [t/MWh].
- $C_a$ : Término fijo de los costes de explotación (operación y mantenimiento) de la caldera [k€].
- $D_a$ : Constante que relaciona el término variable de los costes de explotación (a excepción del coste del consumo de fueloil que es imputado mediante un contrato) con la producción de energía térmica de la caldera [k€/t].
- $\overline{f_a}$ : Consumo máximo de fueloil en la caldera [t/h].
- $\underline{f_a}$ : Consumo mínimo de fueloil en la caldera [t/h].

### 3.12.2.3. Cogeneración

- $A_o$ : Constante de diseño de producción eléctrica de la cogeneración [ $\text{km}^3(\text{N})/\text{h}$ ].
- $B_o$ : Constante de diseño de producción eléctrica de la cogeneración [ $\text{km}^3(\text{N})/\text{MWh}$ ].
- $E_o$ : Constante de diseño de producción de gases de escape de la cogeneración [ $\text{km}^3(\text{N})/\text{h}$ ].
- $F_o$ : Constante de diseño de producción de gases de escape de la cogeneración [ $\text{km}^3(\text{N})/\text{MWh}$ ].
- $G_o$ : Constante de diseño de producción de calor en el circuito de refrigeración de alta temperatura de la cogeneración [ $\text{km}^3(\text{N})/\text{h}$ ].
- $H_o$ : Constante de diseño de producción de calor en el circuito de refrigeración de alta temperatura de la cogeneración [ $\text{km}^3(\text{N})/\text{MWh}$ ].
- $C_o$ : Término fijo de los costes de explotación (operación y mantenimiento) de la cogeneración [k€].
- $D_o$ : Constante que relaciona el término variable de los costes de explotación (a excepción del coste del consumo de gas natural que es imputado mediante un contrato) con la producción de la cogeneración [k€/MWh].
- $R_c$ : Rendimiento de la caldera de recuperación de gases de escape de la cogeneración.
- $R_e$ : Rendimiento eléctrico equivalente de los cogeneradores según el RD 2818/1998.
- $Q_o$ : Proporción máxima de energía eléctrica vendida por la cogeneración permitida por el RD 2818/1998.

- $I_o$ : Poder calorífico inferior del gas natural empleado en la cogeneración [MWh/km<sup>3</sup>(N)].
- $J_o$ : Poder calorífico superior del gas natural a efectos de cálculo de precios [th/km<sup>3</sup>(N)].
- $\overline{e_{oe}}$ : Producción eléctrica máxima de la cogeneración exportada a la red [MWh/h].
- $\overline{g_o}$ : Consumo máximo de gas natural por la cogeneración [km<sup>3</sup>(N)/h].
- $\underline{g_o}$ : Consumo mínimo de gas natural por la cogeneración [km<sup>3</sup>(N)/h].

#### 3.12.2.4. Balance de Energía

- $\overline{e_r}$ : Energía eléctrica máxima importada de la red [MWh/h].

#### 3.12.2.5. Contratos de adquisición de energía eléctrica

##### Tipo 1: Precio fijo anual

- $P_{e1,n}$ : Precio fijo anual del contrato  $n$  de tipo 1 [c€/kWh].
- $P_{ea1,n}$ : Término constante del contrato  $n$  de tipo 1 [k€]. Este parámetro, análogo al de los otros tipos de contratos de compra de electricidad, en caso de emplearse puede corresponder al término de potencia de la tarifa de acceso a redes.

##### Tipo 2: Precio fijo por periodo

- $P_{e2,n,i}$ : Precio fijo para el periodo  $i$  del contrato  $n$  de tipo 2 [c€/kWh].
- $P_{ea2,n}$ : Término constante del contrato  $n$  de tipo 2 [k€].

##### Tipo 3: Precio fijo anual con bonificación/penalización por volumen de consumo

- $P_{e3,n}$ : Precio anual del contrato  $n$  de tipo 3 para un consumo  $Q_{e3,n}$  [c€/kWh].
- $Q_{e3,n}$ : Consumo anual del contrato  $n$  de tipo 3 [MWh].
- $\Delta P_{e3,n,r}$ : Tanto por uno de incremento de precio respecto a  $P_{e3,n}$  para el tramo  $r$  del contrato  $n$  de tipo 3.

- $\Delta Q_{e_{3,n},r}$ : Tanto por uno de incremento de consumo respecto a  $Q_{e_{3,n}}$  para el tramo  $r$  del contrato  $n$  de tipo 3.
- $P_{e_{a_{3,n}}}$ : Término constante del contrato  $n$  de tipo 3 [k€].

#### Tipo 4: Precio fijo anual indexado mensualmente

- $P_{e_{4,n}}$ : Precio fijo base anual del contrato  $n$  de tipo 4 [c€/kWh].
- $S_{e_{4,n},i}$ : Índice al cual está indexado el precio del contrato  $n$  de tipo 4 en el mes  $i$ . Puede representar precios de materias primas, productos finales, etc.
- $P_{e_{a_{4,n}}}$ : Término constante del contrato  $n$  de tipo 4 [k€].

#### Tipo 5: Precio de mercado spot

- $P_{e_{a_{5,n}}}$ : Término constante del contrato  $n$  de tipo 5 [k€].

#### Tipo 6: Precio por diferencias del mercado spot

- $P_{e_{6,n}}$ : Precio de referencia del contrato  $n$  de tipo 6 [c€/kWh].
- $S_{e_{6,n}}$ : Tanto por uno de reparto del coste entre el precio del mercado y  $P_{e_{6,n}}$  para el contrato  $n$  de tipo 6.
- $P_{e_{a_{6,n}}}$ : Término constante del contrato  $n$  de tipo 6 [k€].

#### Tipo 7: Precio de mercado con límites de precio máximo (*cap*) y mínimo (*floor*)

- $S_{e_{7,n}}$ : Prima por ejecutar el contrato  $n$  de tipo 7 [k€].
- $P_{ec_{7,n}}$ : Precio máximo del contrato  $n$  de tipo 7 [c€/kWh].
- $P_{ef_{7,n}}$ : Precio mínimo del contrato  $n$  de tipo 7 [c€/kWh].
- $P_{e_{a_{7,n}}}$ : Término constante del contrato  $n$  de tipo 7 [k€].

### 3.12.2.6. Adquisición de combustible para la caldera

**Tipo 1: Precio de mercado con bonificación/penalización por volumen de consumo anual**

- $Q_{a1,n}$ : Consumo anual de fueloil del contrato  $n$  de tipo 1 [t].
- $\Delta P_{f1,n,r}$ : Tanto por uno de incremento de coste del contrato para el tramo  $r$  del contrato  $n$  de tipo 1.
- $\Delta Q_{a1,n,r}$ : Tanto por uno de incremento de consumo respecto a  $Q_{a1,n}$  para el tramo  $r$  del contrato  $n$  de tipo 1.

**Tipo 2: Precio de mercado con límites de precio máximo (*cap*) y mínimo (*floor*)**

- $S_{a2,n}$ : Prima por ejecutar el contrato  $n$  de tipo 2 [k€].
- $P_{fc2,n}$ : Precio máximo del contrato  $n$  de tipo 2 [c€/kg].
- $P_{ff2,n}$ : Precio mínimo del contrato  $n$  de tipo 2 [c€/kg].

### 3.12.2.7. Adquisición de combustible para la cogeneración

**Tipo 1: Precio de mercado con bonificación/penalización por volumen de consumo anual**

- $Q_{o1,n}$ : Consumo anual de gas natural del contrato  $n$  de tipo 1 [km<sup>3</sup>(N)].
- $\Delta P_{g1,n,r}$ : Tanto por uno de incremento de coste del contrato para el tramo  $r$  del contrato  $n$  de tipo 1.
- $\Delta Q_{o1,n,r}$ : Tanto por uno de incremento de consumo respecto a  $Q_{o1,n}$  para el tramo  $r$  del contrato  $n$  de tipo 1.
- $P_{go1,n}$ : Término fijo del contrato  $n$  de tipo 1 [k€].

**Tipo 2: Precio de mercado con límites de precio máximo (*cap*) y mínimo (*floor*)**

- $S_{o2,n}$ : Prima por ejecutar el contrato  $n$  de tipo 2 [k€].
- $P_{gc2,n}$ : Precio máximo del contrato  $n$  de tipo 2 [c€/th].
- $P_{gf2,n}$ : Precio mínimo del contrato  $n$  de tipo 2 [c€/th].
- $P_{go2,n}$ : Término fijo del contrato  $n$  de tipo 2 [k€].

### 3.12.2.8. Venta de excedentes de energía eléctrica

#### Tipo 2: Precio fijo por periodo

- $V_{e_2,n,i}$ : Precio fijo de venta de electricidad para el periodo  $i$  del contrato  $n$  de tipo 2 [c€/kWh].

### 3.12.3. Variables

#### 3.12.3.1. Función objetivo

- $c_T$ : Coste total del abastecimiento energético [k€].
- $c_a$ : Coste del contrato escogido para la adquisición de fueloil para la caldera [k€].
- $m_a$ : Coste de operación y mantenimiento de la caldera, a excepción del coste asociado al consumo de fueloil que es imputado a un contrato [k€].
- $c_o$ : Coste del contrato escogido para la adquisición de gas natural para la cogeneración [k€].
- $m_o$ : Coste de operación y mantenimiento de la cogeneración, a excepción del coste asociado al consumo de gas natural que es imputado a un contrato [k€].
- $c_e$ : Coste del contrato escogido para la adquisición de energía eléctrica [k€].
- $i_e$ : Ingreso del contrato escogido para la venta de excedentes de energía eléctrica [k€].

#### 3.12.3.2. Caldera

- $f_a(k)$ : Fueloil consumido por la caldera en el periodo  $k$  [t/h].
- $v_a(k)$ : Energía térmica producida por la caldera para satisfacer la demanda de vapor de agua en el periodo  $k$  [MWh/h].
- $l_a(k)$ : Energía térmica producida por la caldera para satisfacer la demanda de agua caliente en el periodo  $k$  [MWh/h].
- $\gamma_a(k)$ : Estado de la caldera, 0/1 (parada/producción).

**3.12.3.3. Cogeneración**

- $e_o(k)$ : Producción eléctrica de la cogeneración en el periodo  $k$  [MWh/h].
- $e_{oe}(k)$ : Producción eléctrica de la cogeneración exportada a la red en el periodo  $k$  [MWh/h].
- $e_{od}(k)$ : Producción eléctrica de la cogeneración consumida por la fábrica en el periodo  $k$  [MWh/h].
- $v_o(k)$ : Energía térmica en forma de gases de escape producida por la cogeneración en el periodo  $k$  [MWh/h].
- $v_{ov}(k)$ : Energía térmica producida por la recuperación de los gases de escape de la cogeneración y consumida en forma de vapor de agua en el periodo  $k$  [MWh/h].
- $v_{ol}(k)$ : Energía térmica producida por la recuperación de los gases de escape de la cogeneración y consumida en forma de agua caliente en el periodo  $k$  [MWh/h].
- $l_o(k)$ : Energía térmica producida por el circuito de refrigeración de alta temperatura de la cogeneración en el periodo  $k$  [MWh/h].
- $l_{od}(k)$ : Energía térmica producida por el circuito de refrigeración de alta temperatura de la cogeneración y consumida en forma de agua caliente en el periodo  $k$  [MWh/h].
- $g_o(k)$ : Gas natural consumido por la cogeneración en el periodo  $k$  [km<sup>3</sup>(N)/h].
- $\gamma_o(k)$ : Estado de la cogeneración, 0/1 (parada/producción).

**3.12.3.4. Balance de Energía**

- $e_r(k)$ : Energía eléctrica importada de la red en el periodo  $k$  [MWh/h].
- $\theta_e(k)$ : Existencia de energía eléctrica exportada a la red en el periodo  $k$ , 0/1 (no energía exportada / si energía exportada).
- $\theta_r(k)$ : Existencia de energía eléctrica consumida procedente de la red en el periodo  $k$ , 0/1 (no energía importada / si energía importada).

**3.12.3.5. Contratos de adquisición de energía eléctrica****Comunes a todos los contratos**

- $c_{e_i,n}$ : Coste del contrato  $n$  de tipo  $i$  [k€].



- $\alpha_{e_{i,n}}$ : Decisión de formalizar o no (1/0) el contrato  $n$  de tipo  $i$ .
- $e_{r_{i,n}}(k)$ : Energía eléctrica consumida importada de la red eléctrica en el contrato  $n$  de tipo  $i$  en el periodo  $k$ . Su valor será nulo excepto para el contrato que se formalice [MWh/h].

**Tipo 3: Precio fijo anual con bonificación/penalización por volumen de consumo**

- $\beta_{e_{3,n,r}}$ : Variable binaria que indica si el volumen de energía eléctrica importada de la red se encuentra en el tramo  $r$  del contrato  $n$  de tipo 3.
- $q_{e_{3,n,r}}(k)$ : Energía eléctrica importada de la red en el tramo  $r$  del contrato  $n$  de tipo 3 en el periodo  $k$  [MWh/h].

**Tipo 7: Precio de mercado con límites de precio máximo (*cap*) y mínimo (*floor*)**

- $\beta_{e_{7,n,r}}(k)$ : Variable binaria que indica si el precio del mercado se encuentra en el tramo  $r$  del contrato  $n$  de tipo 7 en el periodo  $k$ .
- $q_{e_{7,n,r}}(k)$ : Energía eléctrica importada de la red en el tramo  $r$  del contrato  $n$  de tipo 7 en el periodo  $k$  [MWh/h].

**3.12.3.6. Contratos de adquisición de combustible para la caldera**

**Comunes a todos los contratos**

- $c_{a_{i,n}}$ : Coste del contrato  $n$  de tipo  $i$  [k€].
- $\alpha_{a_{i,n}}$ : Decisión de formalizar o no (1/0) el contrato  $n$  de tipo  $i$ .
- $f_{a_{i,n}}(k)$ : Consumo de fueloil en el contrato  $n$  de tipo  $i$  en el periodo  $k$ . Su valor será nulo excepto para el contrato que se formalice [t/h].

**Tipo 1: Precio de mercado con bonificación/penalización por volumen de consumo anual**

- $\beta_{a_{1,n,r}}$ : Variable binaria que indica si el volumen de consumo de fueloil se encuentra en el tramo  $r$  del contrato  $n$  de tipo 1.
- $q_{a_{1,n,r}}(k)$ : Consumo de fueloil en el tramo  $r$  del contrato  $n$  de tipo 1 en el periodo  $k$  [t/h].

**Tipo 2: Precio de mercado con límites de precio máximo (*cap*) y mínimo (*floor*)**

- $\beta_{a_{2,n,r}}(i)$ : Variable binaria que indica si el precio del mercado se encuentra en el tramo  $r$  del contrato  $n$  de tipo 2 en cada periodo  $i \in T^{12}$ .
- $q_{a_{2,n,r}}(k)$ : Fueloil consumido en el tramo  $r$  del contrato  $n$  de tipo 2 en el periodo  $k$  [t/h].

**3.12.3.7. Contratos de adquisición de combustible para la cogeneración**

**Comunes a todos los contratos**

- $c_{o_{i,n}}$ : Coste del contrato  $n$  de tipo  $i$  [k€].
- $\alpha_{o_{i,n}}$ : Decisión de formalizar o no (1/0) el contrato  $n$  de tipo  $i$ .
- $g_{o_{i,n}}(k)$ : Consumo de gas natural en el contrato  $n$  de tipo  $i$  en el periodo  $k$ . Su valor será nulo excepto para el contrato que se formalice [ $\text{km}^3(\text{N})/\text{h}$ ].

**Tipo 1: Precio de mercado con bonificación/penalización por volumen de consumo anual**

- $\beta_{o_{1,n,r}}$ : Variable binaria que indica si el volumen de consumo de gas natural se encuentra en el tramo  $r$  del contrato  $n$  de tipo 1.
- $q_{o_{1,n,r}}(k)$ : Consumo de gas natural en el tramo  $r$  del contrato  $n$  de tipo 1 en el periodo  $k$  [ $\text{km}^3(\text{N})/\text{h}$ ].

**Tipo 2: Precio de mercado con límites de precio máximo (*cap*) y mínimo (*floor*)**

- $\beta_{o_{2,n,r}}(i)$ : Variable binaria que indica si el precio del mercado se encuentra en el tramo  $r$  del contrato  $n$  de tipo 2 en cada periodo  $i \in T^{12}$ .
- $q_{o_{2,n,r}}(k)$ : Gas natural consumido en el tramo  $r$  del contrato  $n$  de tipo 2 en el periodo  $k$  [ $\text{km}^3(\text{N})/\text{h}$ ].

### 3.12.3.8. Venta de excedentes de energía eléctrica

#### Comunes a todos los contratos

- $i_{e_i,n}$ : Ingreso del contrato  $n$  de tipo  $i$  [k€].
- $\alpha_{v_i,n}$ : Decisión de formalizar o no (1/0) el contrato  $n$  de tipo  $i$ .
- $e_{oe_i,n}(k)$ : Energía eléctrica excedentaria exportada a la red en el contrato  $n$  de tipo  $i$  en el periodo  $k$ . Su valor será nulo excepto para el contrato que se formalice [MWh/h].

# Bibliografía

- [GVR03] E. Gómez-Villalva and A. Ramos. Optimal energy management of an industrial consumer in liberalized markets. *IEEE Transactions on Power Systems*, 18(2):716–723, May 2003.



## Parte II

# Planteamiento estocástico



# Capítulo 4

## Gestión del riesgo y contratación en mercados de energía

Un consumidor industrial que desee hacer una gestión energética óptima de su abastecimiento de energía térmica y eléctrica se ve afectado por la incertidumbre en los precios de la energía y, por tanto, debe tenerla en cuenta [BTW<sup>+</sup>01].

En este capítulo se analizan las formas de gestionar el riesgo factibles para un consumidor industrial. Con este objetivo, en la sección 4.2 se define formalmente el concepto de riesgo y su formulación matemática. A continuación, en la sección 4.3 se exponen las medidas de riesgo más comunes y, particularmente, las que se aplican a problemas de simulación.

En la sección 4.4 se hace un recorrido por las diferentes posibilidades de contratación en mercados de energía, y de forma especial se analizan las que conciernen a consumidores industriales. Si bien en el capítulo 3, donde se presenta el modelo de optimización determinista, se han expuesto los contratos modelados en esta tesis, en este capítulo se hace hincapié en los contratos como herramienta de gestión del riesgo.

En la sección 4.5 se describen los modelos de riesgo en problemas de optimización estocástica en mercados financieros y eléctricos. Entre las opciones existentes, en la sección 4.6 se presentan las que son aplicables al modelo propuesto dada la estructura y el tamaño del mismo, se discuten las que mejor encajan con la filosofía de gestión del riesgo de un consumidor industrial, y se proponen dos medidas de riesgo para incluir en la versión estocástica del modelo determinista del capítulo 3.

Por último, en la sección 4.7 se exponen las conclusiones obtenidas del capítulo.



## 4.1. Introducción

Los modelos de programación estocástica son de aplicación en campos muy diversos. Estos suponen una técnica muy potente para la toma de decisiones, ya que permiten la representación de la incertidumbre de los parámetros del problema [KW95, BL97, JDv02]. Por contra, el modelado de la incertidumbre presenta el inconveniente de elevar exponencialmente el tamaño del problema, lo que en determinadas circunstancias compromete la viabilidad de su resolución.

Con el propósito de formular un problema que evalúe el riesgo en la toma de decisiones de consumidores industriales, en esta tesis se recurre a la programación matemática estocástica.

Cualquier decisión que entrañe incertidumbre requiere un compromiso entre el resultado esperado y el riesgo que se asume. Los mercados energéticos no son una excepción. Los agentes en estos mercados procuran obtener un beneficio máximo y un riesgo mínimo y, por tanto, sus decisiones se basan en un compromiso entre riesgo y beneficio. De la misma manera, un consumidor industrial pretende minimizar su coste esperado de abastecimiento energético asumiendo un riesgo mínimo. En el medio plazo, este compromiso coste-riesgo en su abastecimiento energético lo realiza mediante la gestión de contratos de suministro de energía.

Por medio de la programación estocástica, un consumidor industrial puede seleccionar una cartera de contratos que haga mínimo su coste esperado de abastecimiento energético. No obstante, con esta técnica el consumidor corre el riesgo de obtener unos costes altos una vez que la incertidumbre sea desvelada. Además, minimizando el coste esperado escogería por ejemplo un contrato a precio spot (o de mercado) frente a uno a precio fijo si el primero fuera ligeramente más barato, lo cual no refleja lo que realmente haría un consumidor.

Por tanto, si se quiere considerar el riesgo y obtener un compromiso entre éste y el coste esperado, no es posible elegir una solución del problema basándose únicamente en un criterio, como la minimización del coste esperado. Para tener en cuenta el riesgo explícitamente es necesario recurrir a otras técnicas que consideren varios criterios en la toma de decisiones, como es el caso de la programación estocástica multiobjetivo [JDv02]. De esta forma, el consumidor industrial obtiene una cartera de contratos con un coste esperado mayor que el que obtendría minimizando únicamente el coste esperado aunque limita el riesgo de costes altos.

## 4.2. Riesgo. Concepto y fuentes

En este apartado se define el riesgo y sus fuentes en mercados energéticos. Asimismo, se analizan las fuentes de riesgo para consumidores industriales con cogeneración.

### 4.2.1. Concepto de riesgo

En líneas generales, el riesgo se asocia con la falta de certeza en un resultado económico. Esta incertidumbre lleva a los agentes del mercado a buscar formas de gestionar el riesgo al que están expuestos. Mediante esta gestión, éstos ajustan su política de decisión a la situación del mercado actual y futura prevista al objeto de evitar unos resultados económicos no deseados.

La actitud hacia el riesgo varía según el agente y sus objetivos. Esta diferente actitud hace que el agente mida y juzgue el riesgo de una manera u otra. De forma general, se pueden presentar tres actitudes: especular, ser neutral, o tener aversión al riesgo. Cada una de estas posturas concibe el riesgo como algo bueno, indiferente o malo respectivamente.

En efecto, un jugador especula para conseguir su propósito, mientras que una persona con recursos limitados lo normal es que evite el riesgo. En un mercado energético, la actitud más común de los agentes es la aversión al riesgo, y éste es el caso igualmente de los consumidores de energía. Para éstos su negocio principal no suele ser la compraventa de energía y por tanto el riesgo que están dispuestos a correr en el coste de su abastecimiento energético es pequeño.

Por medio de la optimización estocástica y teniendo por objetivo minimizar el coste energético esperado, un consumidor industrial asume una actitud neutral al riesgo al no valorar posibles escenarios de coste altos. Por tanto, para representar la aversión al riesgo que éstos tienen son necesarias otras medidas, las cuales se exponen en este capítulo.

### 4.2.2. Fuentes de riesgo

La gestión del riesgo para cualquier tipo de agente tiene fundamentalmente tres fases [ea01]. En la primera se identifican las causas de la incertidumbre. En una segunda fase se cuantifican las pérdidas máximas esperadas por medio de herramientas matemáticas. Finalmente, una vez medido el riesgo al que se expone el agente, en una tercera fase se determina la estrategia y las acciones a seguir.

La primera fase, identificación de las fuentes de incertidumbre, es necesaria de cara a incluir en los modelos los factores de riesgo más significativos de acuerdo al problema tratado. Una clasificación de los riesgos más relevantes en mercados energéticos es la siguiente [IEE99, Cro99, ea01, Tsc99]:

- Riesgo de precio: Debido a las fluctuaciones de los precios en los mercados. Es el más común en todos los mercados y el tipo de riesgo más estudiado.
- Riesgo de tipos: Derivado de las fluctuaciones de los tipos de interés y cambio de divisas.

- Riesgo de crédito: Debido a que una de las partes de un contrato no cumpla con sus obligaciones financieras.
- Riesgo de liquidez: Producido por la imposibilidad de una empresa de financiar un compromiso adquirido. Puede ser considerado como un caso particular del riesgo de crédito.
- Riesgo regulatorio: Derivado de los cambios regulatorios. En un riesgo considerable dada la juventud de los mercados de energía.
- Riesgo medioambiental: Derivado de posibles penalizaciones por contaminación.
- Riesgo de operación: Debido a errores que se cometen al operar o gestionar los activos de una empresa.
- Riesgo de modelado: A pesar de no ser un riesgo a identificar a priori para la gestión del riesgo como el resto de los expuestos, es un riesgo igualmente importante. Es necesario conocer los límites de los modelos matemáticos y saber interpretar sus resultados. Estos hay que considerarlos únicamente como un elemento más de valoración en la toma de decisiones.

Las dos primeras fuentes de riesgo, de precio y tipos, se denomina frecuentemente *riesgo de mercado* ya que depende de las fluctuaciones de las variables de los mercados financieros y energéticos. El riesgo de mercado es el más estudiado y tratado en los modelos matemáticos que realizan una gestión del riesgo. En el modelo que se propone en esta tesis, es igualmente el modelado de este riesgo el que se aborda.

Tschoegl [Tsc99] da un enfoque diferente a la gestión del riesgo. Según este autor las principales debacles financieras son debidas a fallos en la gestión y no a la mala suerte o complejidad del riesgo. Muchas veces se tiende a ocultar un fallo en vez de comunicarlo, lo que hace el desastre peor. Para controlar este riesgo propone lo siguiente: “Primera regla de los agujeros: Cuando estés en uno, para de cavar”. Este enfoque, aunque puede ser útil para conocer los riesgos a los que se expone una empresa, está evidentemente fuera del alcance de los modelos que evalúan el riesgo.

Las fuentes de riesgo son diferentes según el agente. Así por ejemplo, un comercializador de gas y electricidad [Den00] considera como factores de riesgo el número de clientes que puedan cambiar de suministrador, el precio del mercado, la demanda de sus clientes o la operación por fallos de la red eléctrica. Sin embargo, probablemente no tendrá riesgo de crédito si su número de clientes es elevado.

También las fuentes de riesgo varían según el horizonte en el que éste es medido. Denton [DPMS03], para el caso de la generación eléctrica, los clasifica en tres horizontes:

1. Corto plazo (menos de un mes): Riesgo de operación de las centrales de generación.

2. Medio plazo (entre un mes y un año): En este horizonte la operación pasa a un segundo plano siendo el más relevante el riesgo de mercado, el cual es gestionado por medio de contratos.
3. Largo plazo (más de un año): Los principales riesgos son los regulatorios y los de cambio de tecnología.

#### 4.2.2.1. Fuentes de riesgo en consumidores industriales con cogeneración

Al igual que sucede con el resto de los agentes, los consumidores industriales con cogeneración tienen sus propias fuentes de riesgo. En [BTW<sup>+</sup>01] se reflejan los resultados de unas encuestas realizadas a cogeneradores en Europa operando en el nuevo marco liberalizado, en donde éstos valoran las fuentes de incertidumbre en su negocio. Estos cogeneradores no tienen por objeto suministrar energía térmica y eléctrica a un sólo consumidor industrial, sino que funcionan como empresas generadoras de energía térmica y eléctrica con un número determinado de clientes. Básicamente, los factores de riesgo de estos agentes se pueden clasificar en tres grupos:

1. Riesgo de precio debido a las fluctuaciones de los precios de la electricidad y de los combustibles.
2. Riesgo de cantidad o volumen, el cual se debe a su vez a dos causas:
  - a) Riesgo de operación por fallos en los sistemas de producción de energía o en los sistemas de transporte.
  - b) Riesgo por fluctuaciones de demanda térmica y eléctrica. Estas últimas estrechamente ligadas a factores como la temperatura, estacionalidad u hora del día.
3. Otros riesgos: Riesgo de crédito y regulatorio.

Esta clasificación se adapta igualmente a las fuentes de riesgo de un consumidor industrial con cogeneración y caldera como fuente de abastecimiento energético, que corresponde al modelo propuesto en esta tesis.

El riesgo de operación está ligado a la parada del proceso productivo del consumidor bien por un fallo de su fábrica, red eléctrica, cogeneración o caldera. Un fallo en alguno de estos sistemas se repara en un plazo de horas, por lo que es un factor de riesgo relevante a corto plazo, no en el medio plazo donde se evalúa el consumo total en un año para escoger contratos con esa duración.

El riesgo de crédito, aunque existente, es muy pequeño. Como consumidor no corre el riesgo de impagos al ser éste quien debe abonar sus facturas por consumo de energía. Como vendedor de excedentes de energía eléctrica de la cogeneración corre el riesgo de no cobrar sus ventas. No obstante, en la práctica, este riesgo es reducido

en España al firmarse contratos de venta de energía con grandes empresas eléctricas solventes.

Por su parte, el riesgo de volumen por consumos de energía térmica y eléctrica en un consumidor industrial no es significativo comparado con el riesgo de precios. Frente a los consumos en otros sectores, la demanda industrial es en general muy estable. Por tanto, la contribución de las variaciones de consumo al coste anual de los contratos es despreciable frente a la de las fluctuaciones de precios de electricidad, gas natural y fueloil.

Por todo ello, los únicos parámetros del modelo determinista del capítulo 3 que se consideran sujetos a incertidumbre en el problema estocástico son los precios de electricidad y combustibles.

### 4.3. Medidas de riesgo

En este apartado se exponen las técnicas más usuales para medir el riesgo en problemas de simulación. Aquéllas con aplicación o específicamente concebidas para la optimización se discuten en la sección 4.5, ya que son las consideradas para el planteamiento del problema estocástico.

Al igual que sucede con las fuentes de riesgo, las medidas de riesgo dependen del agente. La idónea es aquella que mejor represente la percepción del agente ante la incertidumbre. De este modo, mientras que algunos agentes prefieren por ejemplo centrarse únicamente en el mejor-peor posible resultado, a otros les puede interesar obtener una dispersión mínima del mismo.

Independientemente de la técnica utilizada, el primer paso para medir el riesgo consiste en estimar una *función de probabilidad* de coste-beneficio que represente la incertidumbre que desea gestionar el agente.

Las medidas de riesgo tienen su origen en los mercados financieros. En estos mercados, la función de probabilidad sobre la que se calcula el riesgo es tradicionalmente una cartera de instrumentos financieros. Para calcular esta función de ingresos de una cartera se recurre a modelos que describen el comportamiento de los factores de riesgo (principalmente precios), la estructura de la cartera y la valoración de la misma. En concreto, los métodos tradicionales de cálculo se basan en [LS96, Li99, Abk00]:

- **Modelos basados en hipótesis de normalidad de la función de ingresos**

Suponen que el logaritmo de las variables normalizadas de interés se distribuyen normalmente. Estas variables se comportan de acuerdo a procesos estocásticos con reversión a la media. Una vez estimadas las covarianzas que

representan el proceso, se emplea el método de Monte Carlo para determinar las realizaciones de la función de ingresos.

Una alternativa a emplear el método de Monte Carlo la ofrecen los métodos paramétricos. Estos se basan en realizar una aproximación lineal de la función de precios de cada instrumento financiero de forma que obtienen directamente una función analítica de una medida de riesgo concreta. Mediante los métodos paramétricos se determina una medida del riesgo en un tiempo menor que realizando simulaciones de Monte Carlo, si bien este último método es más preciso.

■ **Modelos basados en distribuciones empíricas de la función de ingresos**

La principal crítica a los modelos con hipótesis de normalidad es que las colas de la distribución real de ingresos pueden ser mayores que las de una distribución normal. Una solución a este problema es buscar otras distribuciones con mayor cola que representen la función de ingresos. Este es un tema de investigación actual en mercados financieros en el cual todavía no hay un consenso general.

Alternativamente, la solución pasa por construir distribuciones empíricas basadas en datos históricos que sean aplicables al periodo en el cual se quiere analizar el riesgo.

En el mercado eléctrico, cuando intervienen activos como en el caso de la generación, se debe considerar conjuntamente la producción de energía y la cartera de contratos. De esta forma, agregando ambos conceptos, se reduce el riesgo de gestionar por separado generación y contratos y se obtiene una función de probabilidad que refleja los ingresos reales del negocio. Además, construir una función que englobe únicamente instrumentos financieros puede llevar a la empresa a tomar decisiones de cobertura errónea. En [DD01, Dor01] se propone la siguiente función de ingresos de una empresa generadora:

$$i_T = i_s - c_p + i_f \quad (4.1)$$

con  $i_T$  el ingreso total,  $i_s$  el ingreso por ventas en el mercado spot,  $c_p$  el coste de producción del parque generador e  $i_f$  el ingreso generado por la cartera de instrumentos financieros. Esta función de ingresos formada por variables aleatorias contempla la variabilidad de la demanda, de las curvas de producción de los grupos en función de su antigüedad, y de los fallos de los grupos. Recoge también contratos financieros de combustibles para los grupos y precios de electricidad. Por tanto, esta función refleja el riesgo del precio de los mercados, fiabilidad y operación de los grupos.

Por medio de simulaciones de Monte Carlo, en [DD01, Dor01] se estima la función de probabilidad de ingresos en un periodo de análisis anual. Los instrumentos

financieros se liquidan mensualmente en función de los precios de los mercados spot y a plazo los cuales son simulados mediante procesos estocásticos. Al construirse la función de ingresos mediante simulación no se toman decisiones de cambio de posiciones en los contratos financieros. Es por ello que para determinar el riesgo con otra alternativa de cartera financiera es necesario realizar de nuevo la simulación con la posición deseada. Como se discute más adelante, este inconveniente se solventa aplicando técnicas de optimización.

Análogamente a lo que sucede con una empresa generadora, un consumidor industrial con cogeneración y caldera debe considerar conjuntamente la producción de energía y la cartera de contratos para la gestión de su riesgo. En concreto, la ecuación aleatoria propuesta en este trabajo sobre la que se mide el riesgo de abastecimiento energético está compuesta por los siguientes valores:

$$c_T^g = c_a^g + m_a^g + c_o^g + m_o^g + c_e^g - i_e^g \quad (4.2)$$

con  $c_T^g$  el coste total del abastecimiento energético asociado a cada escenario  $g$ ,  $c_a^g$ ,  $c_o^g$ ,  $c_e^g$  el coste asociado a los contratos de compra de fueloil para la caldera, gas natural para la cogeneración y electricidad,  $i_e^g$  los ingresos por venta de excedentes de energía eléctrica y  $m_a^g, m_o^g$  los costes de operación de la caldera y la cogeneración respectivamente.

Una vez construida la función de probabilidad que incluye las fuentes de riesgo del agente, el riesgo se mide de acuerdo a las técnicas expuestas a continuación.

### 4.3.1. Valor en riesgo

El valor en riesgo (VaR) es sin duda la medida estrella en la gestión del riesgo de carteras financieras, y son numerosos los autores que hablan de ella (véase, por ejemplo, [Ale96, Li99, Abk00, LS96, JDv02]). Fue ideada a mediados de los 90 por el grupo de gestión de riesgos del banco de inversión J.P. Morgan [Ale96, Li99] y desde entonces ha constituido un punto de referencia en la medida del riesgo para empresas e instituciones financieras.

La clave del éxito del VaR es la sencillez de su interpretación. La medida del VaR responde a la pregunta: ¿Cuál es la máxima pérdida esperada de la cartera de valores con un nivel de confianza y en un horizonte dado en condiciones normales del mercado?. Matemáticamente, si  $X$  es la distribución de ingresos de la cartera, el  $\text{VaR}_\alpha$  para el nivel de confianza  $1 - \alpha$  se define como:

$$P\{X \leq \text{VaR}_\alpha\} = \alpha \quad (4.3)$$

Por tanto, el  $\text{VaR}_\alpha$  es el valor límite por debajo del cual se producirán ingresos únicamente con probabilidad  $\alpha$ . En otras palabras, las pérdidas de la cartera serán

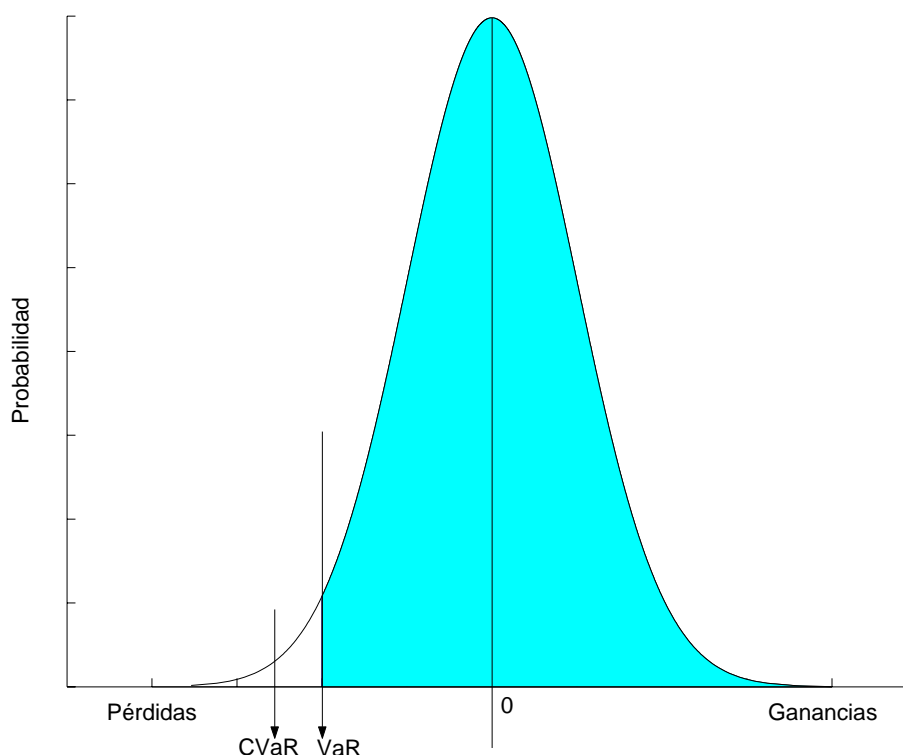


Figura 4.1: Función de densidad de ingresos. VaR y CVaR.

inferiores al  $\text{VaR}_\alpha$  con probabilidad  $1 - \alpha$ , o el  $(1 - \alpha)100\%$  de las veces las pérdidas serán menores que el  $\text{VaR}_\alpha$ . Este concepto se refleja en la figura 4.1 para una distribución de ingresos  $N(0,1)$  y nivel de confianza de 0.95 (percentil del 5%).

El nivel de confianza depende de la percepción del riesgo del agente. Valores típicos y de referencia en el mundo financiero son los empleados por Bankers Trust del 99% ( $\alpha = 0.01$ ), J. P. Morgan del 95% o Citibank del 95.4% [JDv02].

#### 4.3.1.1. Medidas de riesgo derivadas del valor en riesgo

El VaR presenta el inconveniente de no medir pérdidas más allá de este valor. Para solventar este problema surge otra medida del riesgo denominada valor en riesgo condicional (CVaR) [DLL03, GP00, LMU02, Ury00]. El CVaR mide el valor esperado de pérdidas potenciales inferiores al VaR. En la figura 4.1 se representa el CVaR con un nivel de confianza del 95%, que corresponde a las pérdidas esperadas por debajo del VaR con igual nivel de confianza.

Otras medidas menos habituales en el mundo financiero, con la misma filosofía que la del VaR, miden pérdidas máximas o ingresos mínimos con diferentes funciones de probabilidad sobre las que se mide el riesgo. Este es el caso del flujo de carga en riesgo (CFaR) o ingresos en riesgo (EaR) [DLL03].

El EaR es la medida más empleada en las empresas de energía, ya que el riesgo



no se mide exclusivamente sobre una función de valores financieros como en el caso del VaR. En la generación eléctrica [DD01, Dor01], el EaR considera una función que incluye la operación de las centrales y la gestión financiera en el mercado de energía (ver ecuación (4.1)). Por su parte, en comercialización, la función de probabilidad sobre la que se calcula el EaR puede incluir términos como la energía no suministrada o el riesgo de incumplimiento de contratos [NS00b].<sup>1</sup>

Las medidas de riesgo comentadas son las más frecuentes. En la actualidad hay más de 80 productos comerciales que calculan el VaR y otras medidas derivadas [CHI99]. Riskmetrics [Ale96, LS96] de J.P. Morgan fue la herramienta pionera para el cálculo de riesgos en mercados financieros. Posteriormente, han surgido otros productos especializados en mercados energéticos, como es el caso de Contract Evaluator de EPRI [Ele00] o AcuRisk [e-A00].

### 4.3.2. Otras medidas de riesgo

Otras medidas que caracterizan la dispersión de la función de probabilidad de interés son [IEE99]:

- Varianza: En la medida más empleada en modelos de optimización.
- Desviaciones absolutas respecto a la media: Esta medida hace menos énfasis en los valores lejanos a la media que en la caso de la varianza, ya que esta última evalúa al cuadrado los valores de la distribución frente a las penalizaciones lineales de la desviación absoluta.
- Desviaciones absolutas respecto a un valor: Frente a las medidas anteriores, ésta se centra únicamente en un segmento de la distribución de riesgo. Puede ser de utilidad para aquellos agentes que sólo estén interesados en conocer valores de la función de ingresos respecto a un objetivo.
- Máxima pérdida o mínimo beneficio: Se centran en los valores extremos de la distribución y por tanto ofrecen una visión reducida de la función de probabilidad.
- Arrepentimiento: Miden la distribución de interés respecto a una referencia.

---

<sup>1</sup>Dada que la diferencia entre el VaR y el EaR es únicamente la función de probabilidad sobre la que se realiza la medida del riesgo y no la técnica aplicada, en este tesis se adopta el término más general de VaR para medir riesgos de operación y contratación de consumidores industriales.

## 4.4. Contratación en mercados de energía

La apertura de los mercados energéticos ha posibilitado a los agentes formalizar contratos bilaterales, tanto físicos como financieros. Estos contratos han sido heredados y adaptados de los tradicionalmente empleados en los mercados financieros, dado que estos últimos mercados cuentan con una trayectoria más larga de funcionamiento.

En este nuevo marco de competencia, las carteras de contratos son la forma de limitar el riesgo derivado de la incertidumbre del precio de la energía. Por medio de instrumentos financieros un agente adquiere un compromiso entre resultado económico y riesgo. Según la actitud de los agentes ante el riesgo (cobertura, neutral o especulación), éstos distribuyen el riesgo entre los participantes del mercado como respuesta a los cambios de los precios. En este sentido, una frase acertada que resume el concepto de actitud al riesgo es la siguiente: “El riesgo de un agente es la oportunidad de otro” [IEE99].

Adicionalmente a gestionar el riesgo mediante el reparto del mismo entre los agentes, existe otra modalidad basada en la dispersión del riesgo [FGM<sup>+</sup>]. Mediante este sistema un agente financiero adquiere contratos de diversa índole que dependen de parámetros económicos incorrelados a cambio de una prima. Si su cartera es suficientemente amplia, lo que pueda perder en unos contratos se ve compensado en otros. Este es el caso, por ejemplo, de los agentes de seguros. Esta forma de gestión del riesgo en mercados energéticos es reciente y está fuera del alcance de este análisis.

Dentro de los mercados de energía, los mercados financieros eléctricos han sido los últimos en aparecer. Estos últimos tienen la peculiaridad de tener unas variaciones de precios más altas que las existentes en mercados de gas y petróleo debido, fundamentalmente, a la no almacenabilidad de la energía eléctrica [Adm02]. Aunque básicamente los instrumentos financieros son los mismos en todos los mercados energéticos, la particularidad de los precios de la electricidad ha provocado el desarrollo de herramientas de valoración de contratos específicas para estos precios [JB99, Col02, Bha02].

En esta sección se describen las principales formas de contratación en mercados de energía y, concretamente, las aplicables a consumidores industriales. Se han tomado como referencia distintas regulaciones de mercados eléctricos [HS96], aunque lo descrito es aplicable a otros mercados de energía ya que no se entra en la valoración de instrumentos financieros. Particularmente, se han revisado las modalidades de contratos en los mercados eléctricos de España [Cru99], Inglaterra y Gales [Gre96], Noruega [Fle00], Australia [MM98] y Brasil [FGM<sup>+</sup>]. Aunque la forma de los contratos no varía sustancialmente de un país a otro, sí es significativa la mayor variedad de los mismos que posibilita la convivencia de mercados spot y financieros, tal y como ocurre en el caso de Inglaterra y Gales o Noruega.

### 4.4.1. Tipos de contratos en mercados de energía

Los contratos que se firman en los mercados de energía son físicos o financieros. Mientras que en los físicos se realiza un intercambio de energía como consecuencia de la liquidación de los mismos, en los contratos financieros no suele haber entrega de energía al ser su liquidación en la mayoría de los casos financiera. En concreto, en la generación eléctrica la gestión del riesgo normalmente se realiza a largo plazo mediante contratos físicos, donde se establece precio y cantidad de entrega, y a corto plazo mediante la gestión de contratos en los mercados spot y financiero [FGM<sup>+</sup>].

Los instrumentos financieros más empleados son denominados derivados financieros, nombre que reciben al estar el precio de los contratos “derivado” del precio del activo que se negocia. Estos se exponen a continuación (véase, entre otros, [ea01, Adm02, Cro99, FGM<sup>+</sup>, CTF, ea99, JB99]).

#### Contratos de futuros (*future*)

En un contrato de futuros una parte acuerda entregarle a la otra en una fecha futura y a un precio acordado previamente un determinado activo.

Son contratos estandarizados que se negocian a través de un mercado de futuros. Estos mercados presentan la ventaja, en el caso de ser líquidos, de que el riesgo de crédito es mínimo al existir muchos agentes gestionando su riesgo con el mismo producto financiero.

Normalmente los futuros se liquidan antes del día de entrega establecido, a un precio igual a la diferencia entre el precio acordado del futuro y el precio spot del mercado el día de la liquidación.

#### Contratos a plazo (*forward*)

Un contrato a plazo determina la entrega de un activo en una fecha futura a un precio y en un sitio acordado. En el momento de la entrega, la diferencia entre los precios spot y el acordado representa el beneficio para una de las partes y la pérdida para la otra.

Los contratos a plazo son a medida entre las dos partes y por lo tanto no se negocian en mercados financieros. Estos contratos no se pueden liquidar en cualquier momento como en el caso de los futuros. Para modificar o liquidar el contrato con antelación a la fecha de entrega debe de hacerse por mutuo acuerdo de las dos partes.

#### Contratos de opciones (*option*)

Este tipo de contrato da al comprador el derecho de comprar (*call*) o vender (*put*) el activo en una fecha futura a un precio acordado a cambio de un precio

contractual. Difieren de los contratos anteriores en que el comprador de una opción no tiene la obligación de liquidar el contrato. Al igual que los contratos de futuros, las opciones son contratos estándar que se negocian en mercados financieros. Existe multitud de tipos de opciones, los más comunes son:

- Opción americana: Puede ser ejercido el derecho adquirido de compra o venta en cualquier momento durante la vida de la opción.
- Opción europea: Únicamente puede ser ejercida en la fecha de vencimiento del contrato.
- Opción asiática: El precio al que se liquida el activo depende del valor medio de éste durante toda o parte de la vida de la opción. Es una de las opciones más empleadas en mercados energéticos.
- Opción *swing*: Permite al comprador de esta opción variar el volumen del activo adquirido dentro de unos límites predeterminados.

### **Contratos de permutas financieras (*swaps*)**

La permuta financiera es el contrato financiero más novedoso. Consiste en el acuerdo entre dos partes para intercambiar unos flujos de caja generados por diferentes activos. Son contratos que no se negocian en mercados y no llevan consigo intercambio de un bien físico entre comprador y vendedor.

Las permutas más comunes son las de tipo de interés. En esta modalidad, el interés variable es intercambiado por un interés fijo. De esta forma, las dos empresas que firman la permuta tienen el tipo de interés que les interesa (fijo o variable) aprovechándose del tipo de interés al que tiene acceso la otra empresa. En el caso, por ejemplo, de una empresa que quiera cambiar (permutar) los ingresos variables de una cartera de acciones por el ingreso de un interés fijo de un bono del mismo valor, mediante una permuta financiera evita los costes de compra de bonos, mientras que la otra empresa evita la compra de las acciones. Además, este contrato permite conservar la cartera y los bonos a cada uno de los propietarios.

### **Contratos por diferencias (*contract for differences, CFD*)**

Son contratos donde al final de cada periodo determinado una parte paga o recibe de la otra la diferencia entre el precio negociado y aquél de referencia del contrato. Los pagos suelen ser de carácter diario o mensual.

Tanto estos contratos como las permutas y los contratos a plazo son contratos privados negociados fuera de un mercado (*over the counter, OTC*) frente a los futuros y las opciones que son negociados en mercados organizados.

Si bien los contratos expuestos son los más comunes existen otros derivados financieros, entre los que se encuentran los contratos derivados del tiempo (*weather derivatives*). Estos ofrecen una cobertura de volumen por el riesgo de cambio de temperatura. Los pagos y cobros en este contrato se realizan en función de la temperatura real respecto a una referencia [Cro99].

Igualmente, los derivados pueden combinarse con otros derivados dando lugar a nuevos tipos de contratos, como es el caso de las opciones sobre futuros [Hul98].

Finalmente, otros contratos en fase de investigación ligan precios de diferentes mercados para realizar la cobertura de precios. Hsu *et al.* [HQ98] presentan un tipo de opción llamada *spark spread*, que relaciona los precios de los mercados de gas natural  $P_g$  (\$/BTU) y electricidad  $P_e$  (\$/kWh). El generador ejerce la opción *spark spread* vendiendo electricidad al precio  $P_e$  y comprando gas natural al precio  $P_g$  cuando el cociente de precios  $P_e/P_g$  es superior a su consumo específico de combustible, expresado este último en BTU/kWh. Determinan un mercado spot del precio del consumo específico de combustible ( $P_e/P_g$ ), en el cual se permitirían las transacciones de este tipo de opción.

#### 4.4.2. Contratos para consumidores industriales

Tradicionalmente los consumidores industriales han firmado contratos de suministro energético a un precio fijo. La capacidad de elección en la contratación, adquirida por la liberalización de los mercados, ha impulsado la propuesta por parte de los comercializadores de nuevas formas de contratación más flexibles [Dou94].

Estos nuevos contratos permiten a los consumidores obtener mejores precios a cambio de compartir el riesgo del mercado con el comercializador. Para obtener una reducción de precio del suministro energético, y no un incremento, los consumidores deben hacer una gestión adecuada de su riesgo utilizando las nuevas formas de contratación, una tarea novedosa que requiere herramientas matemáticas específicas como la presentada en esta tesis [GVR03].

Las líneas de investigación acerca de los nuevos tipos de contratos en mercados minoristas constituyen básicamente la adaptación de los contratos financieros en mercados mayoristas (comentados en el apartado anterior) a la estructura y las necesidades de los consumidores. Una referencia sobre el uso de contratos a plazo como instrumentos financieros para consumidores es la dada por Kaye *et al.* [KOB90]. Estos autores realizan consideraciones acerca de los precios que deben tener estos contratos y cuál debe ser la posición del consumidor para maximizar su beneficio cuando el consumo de energía se realiza con contratos spot y a plazo.

Por su parte, Gedra *et al.* [GV93] proponen un tipo de contrato que permite a un generador no satisfacer una cantidad de energía demandada por un consumidor a cambio de que éste reciba una remuneración económica por parte del generador. Este contrato que denominan *callable forward*, está formado a su vez por otros dos

contratos. El primero de ellos, es un contrato a plazo adquirido por el consumidor por el cual el generador le garantiza una cantidad de energía en una fecha de entrega establecida. Por otra parte, un contrato de opción de compra es vendido por el consumidor al generador por el que se le concede a este último el derecho de comprar la misma cantidad de energía firmada en el primer contrato al precio de ejercicio de la opción. De esta manera, el consumidor que adquiere un contrato *callable forward* recibe en la fecha de entrega la energía estipulada en el contrato, o bien el precio de ejercicio de la opción en el caso de que ésta haya sido ejercida por el generador.

En [Ged94], Gedra extiende la idea del contrato *callable forward* al contrato *puttable forward* formado por un contrato a plazo y una opción de venta de energía.

En esta misma línea, Oren [Ore99] presenta otro instrumento financiero llamado opción *double call*. Esta opción tiene la particularidad de contar con dos fechas de vencimiento y distinto precio de ejercicio para cada fecha. Este contrato, junto con otro a plazo, ofrece al consumidor la posibilidad de restringir su suministro voluntariamente asegurándose un precio fijo de la electricidad.

Actualmente los contratos entre consumidores industriales y comercializadores se realizan a medida. No obstante, la mayoría de ellos pertenece a algunos de los formatos más habituales que se exponen a continuación [MM98, Ric02, Kir03, HS96].

### **Contratos a precio fijo**

Es el más simple y antiguo. El comercializador ofrece una cantidad ilimitada de energía a cualquier hora a un precio fijo, y asume el riesgo de volumen y precio. En contrapartida, el precio del contrato contiene una prima alta por encima del precio esperado del mercado de electricidad. Así, el comercializador se cubre frente a posibles precios altos de la electricidad y el consumidor asume un riesgo nulo.

Este contrato se adapta a consumidores con una gran aversión al riesgo o con un consumo de energía tan pequeño que no les merece la pena plantearse otra alternativa. Es el contrato por defecto que se ofrece a pequeños consumidores.

### **Contratos con discriminación horaria**

En esta modalidad el precio es fijo en cada bloque temporal definido en el contrato. Parte del riesgo se desplaza del comercializador al consumidor ya que este último tiene el incentivo de consumir en los periodos en los que el precio de la energía es menor. Por tanto, el precio por encima del esperado del mercado al que se firma el contrato es menor que en el caso anterior. Los consumidores que puedan adaptar su perfil de carga a este tipo de contratos saldrán beneficiados frente al contrato anterior.

Las discriminaciones horarias más comunes son de dos periodos (día y noche), tres periodos (punta, llano y valle) y seis periodos (los correspondientes a la tarifa

de acceso a redes).

### Contratos interrumpibles

Los contratos con precio fijo (total o por periodos) exponen al comercializador a un gran riesgo durante periodos con precios del mercado spot elevados. Para gestionar este riesgo, al comercializador le interesa reducir la energía que proporciona en esos periodos. Con este fin, éstos ofrecen contratos por el cual los consumidores reducen su consumo a petición del comercializador durante periodos cortos de tiempo. A veces se proporciona una compensación por parte del comercializador por el número de cortes. Este contrato es más barato que los anteriores.

### Contratos ligados al precio del mercado

En este tipo de contratos el precio que paga el consumidor está ligado al precio spot del mercado. Las variedades más comunes de este contrato son:

#### Contrato a precio spot

El precio del contrato varía con cada hora, lo que supone un gran riesgo para el consumidor. El comercializador se limita a traspasar los precios del mercado cobrando una prima pequeña por su gestión y asume un riesgo de precio nulo.

Es el tipo de contrato más barato para el consumidor y puede ser adecuado para aquéllos que tengan una gran capacidad de gestionar su consumo.

#### Contratos a precio spot con precio máximo (*cap*) y/o mínimo (*floor*)

Mediante este contrato el consumidor, comercializador o ambos limitan el riesgo del precio del mercado. Con un precio máximo (*cap*) pactado, el consumidor paga la energía a ese precio en el caso de que el precio spot sea superior al precio máximo. A cambio el comercializador recibe una prima por asumir el riesgo de precios spot altos.

De forma análoga, el comercializador limita el riesgo de precios spot bajos añadiendo al contrato un precio mínimo (*floor*). Este será el precio mínimo al que el comercializador cobre la energía independientemente del precio spot.

Para cubrir el riesgo de ambos agentes se añade al contrato tanto un precio máximo como mínimo (*collar*).

### Contratos por diferencias

Es un contrato a un precio de referencia que se liquida respecto al mercado, de forma que las desviaciones respecto al precio spot, y en consecuencia el riesgo, se reparten entre comercializador y consumidor.

El contrato se puede firmar por volumen indefinido o por una cantidad fija. En este último caso la diferencia respecto a lo consumido tendría que ser gestionado por otro contrato.

El precio y la cantidad de energía acordada en cada uno de los contratos mencionados puede obtenerse igualmente mediante la composición de instrumentos financieros. Por ejemplo, un contrato a precio fijo es equivalente a una cartera de opciones de compra con volumen ilimitado que adquiere el consumidor, un contrato con discriminación horaria es análogo al anterior con precio de las opciones diferentes por bloques, o un contrato a precio de mercado con precio máximo (*cap*) y mínimo (*floor*) es equivalente a un contrato a precio de mercado con opciones de compra al precio máximo adquiridas por el consumidor y al precio mínimo adquiridas por el comercializador.

A pesar de la equivalencia entre instrumentos financieros y contratos de suministro de energía, es poco realista que un consumidor acceda a mercados financieros ya que sería muy caro gestionar los contratos hora a hora para el volumen de energía que consume. Por tanto, la gestión del riesgo la realizan mediante contratos firmados con un comercializador.

#### 4.4.2.1. Cartera de contratos propuesta

Un consumidor industrial con fuente de abastecimiento energético propio necesita firmar contratos para cada tipo de bien que compre o venda. En el caso concreto del modelo propuesto en este documento, un consumidor industrial con cogeneración y caldera alimentada con gas natural y fueloil respectivamente, firmará contratos de adquisición de gas natural, fueloil y electricidad, y de venta de excedentes de energía eléctrica producida por la cogeneración.

Los contratos formulados en este trabajo recogen una gama extensa de formatos de acuerdo a la situación energética actual, tanto española como a nivel internacional. Estos sirven de referencia para comprobar el funcionamiento de los modelos de gestión de energía desarrollados. No obstante, incluir nuevos modelos de contratos en los problemas determinista (capítulo 3) y estocástico (capítulo 5) es una tarea sencilla.

Cada tipo de contrato planteado puede a su vez contener varios contratos. Los tipos de contratos que se modelan en esta tesis son:



### **Contratos de adquisición de energía eléctrica**

- Tipo 1: Precio fijo anual.
- Tipo 2: Precio fijo por periodo. Se proponen tres periodos, típicamente punta, llano y valle. No obstante, el número de periodos dependerá de la curva de carga del consumidor.
- Tipo 3: Precio fijo anual con bonificación/penalización por volumen de consumo anual.
- Tipo 4: Precio fijo anual indexado mensualmente a una variable de interés. Esta variable está asociada al negocio del consumidor y puede representar, por ejemplo, costes de la materia prima de un proceso de producción.
- Tipo 5: Precio spot.
- Tipo 6: Precio por diferencias del mercado spot.
- Tipo 7: Precio spot con límites de precio máximo y mínimo.

### **Contratos de adquisición de fueloil**

- Tipo 1: Precio spot con bonificación/penalización por volumen de consumo anual.
- Tipo 2: Precio spot con límites de precio máximo y mínimo.

### **Contratos de adquisición de gas natural**

- Tipo 1: Precio spot con bonificación/penalización por volumen de consumo anual.
- Tipo 2: Precio spot con límites de precio máximo y mínimo.

### **Contratos de venta de excedentes de energía eléctrica**

- Tipo 1: Precio de mercado para excedentes de cogeneradores.
- Tipo 2: Precio fijo por periodo. Se consideran, al igual que con el contrato tipo 2 de adquisición de energía eléctrica, 3 periodos.

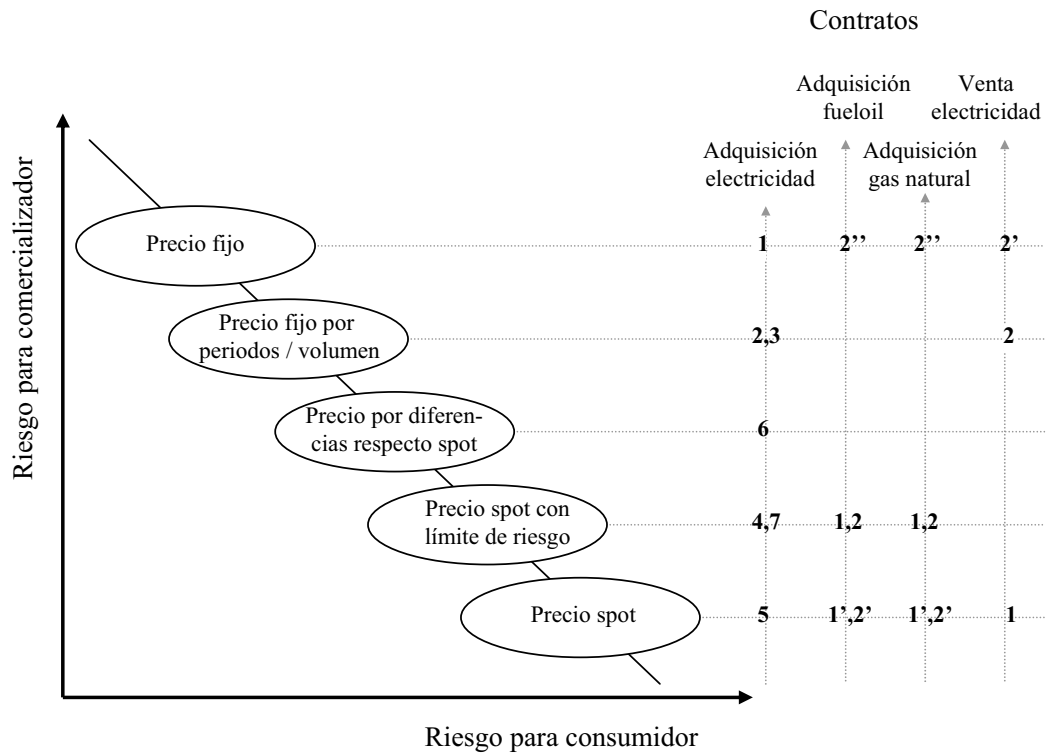


Figura 4.2: Riesgo en contratos para comercializadores y consumidores.

En España los formatos de contratos de adquisición de energía eléctrica son los más variados, de ahí que se hayan formulado más tipos de contratos para negociar este bien. Aunque alguno de estos tipos no son habituales para la compraventa del resto de bienes, la adaptación de los contratos modelados de compra de electricidad para la compra de fueloil o de gas natural, o para la venta de excedentes, es inmediata.

El consumidor industrial con cogeneración gestionará su riesgo por medio de los contratos propuestos y de la operación de la cogeneración y la caldera. Los contratos mencionados varían en exposición al riesgo del consumidor desde aquéllos que son a precio fijo, y por tanto tienen una incertidumbre nula, a aquéllos al precio spot del mercado y con la mayor incertidumbre.

En la figura 4.2 se han representado estos tipos de contratos en función del riesgo que entrañan para consumidores y comercializadores.

Los tipos de contratos 1 y 2 de adquisición de fueloil y de gas natural limitan el riesgo del mercado spot. Mientras que el primer tipo cubre el riesgo de volumen, el segundo cubre la incertidumbre del precio. Estos contratos pueden ser parametrizados al objeto de obtener otros contratos. Así, si al contrato con bonificación/penalización por consumo de precio de volumen (tipo 1) se le establece un margen de consumo amplio donde no varíe el precio, el contrato se convierte en otro a precio de mercado (tipo 1'). De igual forma, si los límites máximo y mínimo del contrato tipo 2 son superiores e inferiores respectivamente al spot, este contrato es equivalente a un

contrato a precio spot (tipo 2'). Si por el contrario los precios máximo y mínimo se igualan, el contrato se convierte en uno a precio fijo (tipo 2'').

Con el contrato de venta de excedentes por periodos (tipo 2) ocurre algo equivalente. Si los precios del contrato son iguales en cada periodo, el contrato resultante es a precio fijo (tipo 2').

De esta forma se obtiene un abanico de contratos que cubre el riesgo de precios (figura 4.2) de cara a ofrecer al consumidor flexibilidad a la hora de adoptar un compromiso entre riesgo y coste esperado.

## 4.5. Tratamiento del riesgo en problemas de optimización estocástica

Existen varias aproximaciones para el análisis matemático del riesgo. En el ámbito de la programación lineal, el análisis paramétrico y de sensibilidad proporcionan variaciones en la función objetivo modificando sus coeficientes o relajando restricciones. Aunque la programación lineal permite el modelado detallado de las restricciones, es limitada en cuanto a la gestión del riesgo al ser poco flexible en el tratamiento de la incertidumbre.

Por su parte, las técnicas de simulación son herramientas potentes para la gestión del riesgo aunque no permiten modelar las restricciones del problema. Como consecuencia, no toman decisiones en función de los posibles resultados.

La optimización estocástica tiene las ventajas de la simulación y la programación determinista. Representa la metodología más completa de análisis de la decisión al ser flexible en el modelado y proporcionar las mejores soluciones en vez de dar un rango de posibles soluciones. Un análisis de las ventajas de la optimización estocástica frente a otras técnicas para el análisis del riesgo es dado en [And95, NS00a].

En páginas anteriores se ha definido el riesgo y sus diferentes medidas, las modalidades de contratación más comunes y la propuesta de cartera de contratos para el modelo desarrollado en este trabajo. El propósito de esta sección es combinar gestión del riesgo y contratos en problemas de optimización estocástica. Para ello se hace un recorrido por las técnicas de modelado del riesgo en este tipo de problemas y su aplicación en mercados de energía.

### 4.5.1. Modelos en el ámbito financiero

Al igual que sucede con los instrumentos financieros, la mayoría de los modelos matemáticos de tratamiento del riesgo fueron planteados por primera vez en mercados financieros, dada la antigüedad de éstos frente a los mercados energéticos.

En el ámbito financiero, los modelos de optimización estocástica con análisis de riesgo se basan en escoger aquella cartera de contratos que obtenga el compromiso deseado por el inversor entre el resultado económico esperado y el riesgo que conlleva la posición determinada. Los más significativos se exponen a continuación.

#### 4.5.1.1. Media varianza

Este es el modelo pionero que ha supuesto una referencia para el desarrollo posterior de otras técnicas de tratamiento del riesgo. Fue ideado por Markowitz [Mar52] en 1952, el cual obtuvo el premio Nobel por sus trabajos sobre la gestión de carteras financieras.

Se basa en la afirmación de que la información relevante para un inversor de cara a elegir su cartera es el beneficio esperado y la varianza del beneficio. Así, tomando la varianza como medida del riesgo, la mejor cartera es aquélla que maximiza el beneficio esperado y minimiza la varianza del beneficio. En un problema de un único periodo su formulación es la siguiente.

Sea  $I$  un conjunto de índices de valores con  $i = 1, \dots, \bar{I}$  e  $y_i$  la variable aleatoria que representa el beneficio del valor  $i$ . Con esta notación el beneficio esperado de cada valor  $i$  es:

$$\mu_i = E[y_i] \quad \forall i \in I \quad (4.4)$$

y su varianza:

$$\sigma_i^2 = E[(y_i - \mu_i)^2] \quad \forall i \in I \quad (4.5)$$

La covarianza entre  $y_i$  e  $y_j$  es:

$$\sigma_{ij} = E[(y_i - \mu_i)(y_j - \mu_j)] \quad (4.6)$$

Las variables de decisión del problema vienen dadas por el vector  $x \in R^{\bar{I}}$ , donde  $x_i$  es la fracción de la cantidad total a invertir que se asigna al valor  $i$  de la cartera. La inversión está restringida por la imposibilidad de vender valores y la obligación de invertir todo el capital. Por tanto, un inversor que desee obtener un nivel de beneficio  $S$  con un riesgo mínimo formulará el problema:

$$\begin{aligned}
& \min_{x \in \mathbb{R}^I} \sum_{i,j \in I} x_i \sigma_{ij} x_j \\
& \text{s.a.} \\
& \sum_{i \in I} x_i \mu_i \geq S \\
& \sum_{i \in I} x_i = 1 \\
& x_i \geq 0 \quad \forall i \in I
\end{aligned} \tag{4.7}$$

De igual forma, el problema de maximizar el beneficio asumiendo un límite de riesgo  $\alpha$  es:

$$\begin{aligned}
& \max_{x \in \mathbb{R}^I} \sum_{i \in I} x_i \mu_i \\
& \text{s.a.} \\
& \sum_{i,j \in I} x_i \sigma_{ij} x_j \leq \alpha \\
& \sum_{i \in I} x_i = 1 \\
& x_i \geq 0 \quad \forall i \in I
\end{aligned} \tag{4.8}$$

Las propuestas anteriores son equivalentes a:

$$\begin{aligned}
& \max_{x \in \mathbb{R}^I} \sum_{i \in I} x_i \mu_i - \lambda \sum_{i,j \in I} x_i \sigma_{ij} x_j \\
& \text{s.a.} \\
& \sum_{i \in I} x_i = 1 \\
& x_i \geq 0 \quad \forall i \in I
\end{aligned} \tag{4.9}$$

Esta última es la formulación del modelo media varianza más empleada. El problema resultante es de programación cuadrática con incertidumbre en los coeficientes de la función objetivo. Es también paramétrico, siendo  $\lambda$  el parámetro denominado aversión al riesgo que representa el compromiso entre el riesgo (varianza) y beneficio.

El modelo media varianza asume que, de todas las carteras con un nivel de riesgo, los inversores elegirán aquella con un valor esperado máximo. De igual forma, de entre todas las carteras con un beneficio esperado, los inversores escogerán aquella de menor riesgo (varianza).

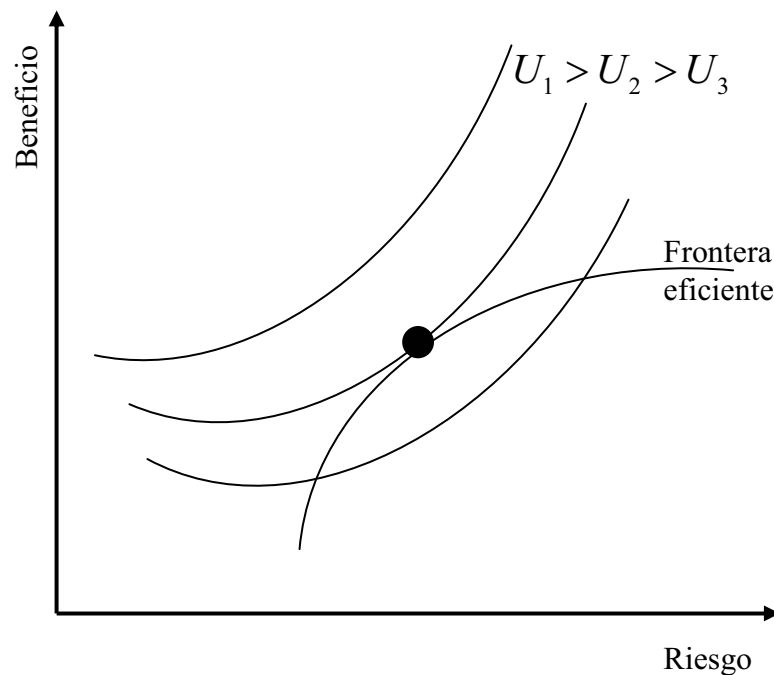


Figura 4.3: Frontera eficiente y curvas de utilidad.

La relación entre beneficio esperado y varianza del beneficio se denomina frontera riesgo-beneficio. En términos generales esta curva se denomina frontera eficiente (ver figura 4.3) y representa la relación entre el valor esperado de un resultado y una medida del riesgo. Esta se calcula variando el parámetro que relaciona ambos conceptos,  $\lambda$  en éste caso. De acuerdo a esta teoría, un inversor escogerá una cartera en esta curva, recurriendo a otros criterios para elegir una entre las posibles carteras.

Se ha escrito mucho acerca de qué criterio escoger (ver, por ejemplo, [MS, Sau97]) para determinar el parámetro de aversión al riesgo, alguno de éstos son:

- Dibujar la frontera eficiente y presentarla al inversor para que elija un punto aceptable. Idealmente este punto es donde la frontera eficiente y la *función de utilidad* son tangentes (figura 4.3).

En efecto, *utilidad* en teoría económica hace referencia al grado de satisfacción o bienestar que resulta de una actividad económica, de una posesión de bienes o de un consumo de bienes. En el caso de un inversor que debe decidir qué cartera escoger, cada pareja de valores beneficio esperado y varianza tendrá un valor de *utilidad* para el inversor. Todas aquellas carteras con igual utilidad forman las curvas isoutilidad.

La *utilidad* de la cartera crece al desplazarse las curvas hacia puntos de mayor beneficio y menor riesgo. La estrategia de inversión óptima es aquella que maximiza su *utilidad*, lo cual se consigue cuando la *curva de utilidad* es tangente a la frontera eficiente.

- Tomar un vector de soluciones observadas del problema y, variando el paráme-

tro de aversión al riesgo, comparar las soluciones obtenidas del modelo con las soluciones observadas, escogiendo como parámetro aquél cuyas soluciones calculadas y observadas sean menores.

El uso de la varianza como medida de riesgo en el modelo de Markowitz asume que el inversor ve la variabilidad como indeseable. Normalmente, a los inversores les interesa más, como medida de riesgo, la probabilidad de incurrir en unas determinadas pérdidas. Bajo la hipótesis de que el beneficio se distribuya según una normal, la probabilidad de tener un nivel de pérdidas aumenta, para una media constante, con la varianza de la distribución, y por lo tanto la varianza supone una medida apropiada del riesgo aunque no mida directamente la probabilidad de obtener pérdidas altas. Para distribuciones asimétricas, no está tan claro que la varianza sea una medida apropiada del riesgo. Esto ha llevado a que se formulen diversas medidas del riesgo, las cuales típicamente utilizan unas medidas más directas del potencial de pérdidas. Por ejemplo, el mismo Markowitz empleó la desviación típica de beneficios negativos como medida alternativa del riesgo.

#### 4.5.1.2. Función de utilidad

Una forma alternativa de modelar el riesgo a la propuesta por Markowitz se basa en la toma de decisiones mediante la función de utilidad esperada. El problema de maximizar media y minimizar varianza de Markowitz es equivalente a maximizar la función esperada de utilidad cuando las variables aleatorias del beneficio de los valores de la cartera se distribuyen según una normal y la función de utilidad es exponencial [MS].

Continuando con el problema anterior, y discretizando las variables aleatorias del beneficio de cada valor en cada uno de los posibles estados  $\omega \in \Omega$ , el beneficio  $z^\omega$  de la cartera en cada estado es:

$$z^\omega = \sum_{i \in I} x_i y_i^\omega \quad \forall \omega \in \Omega \quad (4.10)$$

En la propuesta de Lambert [LM85], La función de utilidad  $U$  es exponencial y de la forma:

$$U = z^\alpha \quad (4.11)$$

Al beneficio de la cartera en cada estado  $\omega$  le corresponde una utilidad que depende del parámetro  $\alpha$ . Para los inversores con aversión al riesgo  $\alpha$  es inferior a 1. Para aquéllos neutrales al riesgo  $\alpha$  toma el valor 1, con lo que maximizar la función de utilidad es equivalente a maximizar el beneficio esperado. Considerando todos los estados  $\omega \in \Omega$  con la misma probabilidad, la formulación del modelo completo es la siguiente:

$$\begin{aligned}
& \max_{x \in \mathbb{R}^I} \sum_{\omega \in \Omega} U(z^\omega) \\
& \text{s.a.} \\
& z^\omega = \sum_{i \in I} x_i y_i^\omega \quad \forall \omega \in \Omega \\
& \sum_{i \in I} x_i = 1 \\
& x_i \geq 0 \quad \forall i \in I
\end{aligned} \tag{4.12}$$

Con este planteamiento se consigue un modelado del riesgo empleando la función de utilidad explícitamente. No obstante, el principal inconveniente del problema radica en la dificultad de su resolución si éste es de gran tamaño dada la no linealidad de la función objetivo.

#### 4.5.1.3. Aproximación lineal del modelo de Markowitz

Los modelos con medida de riesgo lineal no tienen una relación directa con la función teórica de utilidad como el caso del modelo media varianza de Markowitz [MS]. Sin embargo, resolver un problema cuadrático limita el tamaño del mismo, por lo que frecuentemente es necesario recurrir a medidas lineales del riesgo.

Habitualmente en vez de emplear la varianza como medida de riesgo, se emplea la desviación típica al tener ésta las mismas unidades que la función de beneficio. Una linealización ofrecida por Hazell [Haz71] consiste en utilizar como medida de riesgo la desviación absoluta total. Continuando con el problema anterior, la desviación absoluta para cada estado  $\omega \in \Omega$  con  $\omega = \{1, \dots, \bar{\Omega}\}$  es:

$$D^\omega = \left| \sum_{i \in I} (y_i^\omega - \mu_i) x_i \right| \quad \forall \omega \in \Omega \tag{4.13}$$

con  $\mu_i$  el beneficio esperado de cada valor  $i$  (ecuación (4.5)),  $y_i^\omega$  el beneficio del valor  $i$  para el estado  $\omega$ ,  $x_i$  la variable de inversión en el valor  $i$  y todos los estados con la misma probabilidad. Por tanto, el modelo de la ecuación (4.9) empleando como medida de riesgo la desviación absoluta total queda de la forma:



$$\begin{aligned}
& \max_{x \in \mathbb{R}^I, D \in \mathbb{R}^{\bar{\Omega}}} \sum_{i \in I} x_i \mu_i - \chi \sum_{\omega \in \Omega} D^\omega \\
& \text{s.a.} \\
& D^\omega = \left| \sum_{i \in I} (y_i^\omega - \mu_i) x_i \right| \quad \forall \omega \in \Omega \\
& \sum_{i \in I} x_i = 1 \\
& x_i \geq 0 \quad \forall i \in I
\end{aligned} \tag{4.14}$$

donde  $\chi$  es el parámetro de aversión al riesgo. Este parámetro es distinto al  $\lambda$  empleado en el modelo media-varianza ya que las medidas del riesgo son diferentes. Resolviendo el problema para distintos valores de  $\chi$  se obtendrá la frontera eficiente entre el beneficio esperado y la desviación absoluta total.

Este problema, aunque no es lineal, es fácilmente linealizable introduciendo las variables  $d^{\omega^+}$  y  $d^{\omega^-}$  para recoger las desviaciones positivas y negativas respectivamente de la variable  $D^\omega$ . Así, la desviación absoluta total (DAT) es:

$$\text{DAT} = \sum_{\omega \in \Omega} D^\omega = \sum_{\omega \in \Omega} \left| \sum_{i \in I} (y_i^\omega - \mu_i) x_i \right| = \sum_{\omega \in \Omega} (d^{\omega^+} + d^{\omega^-}) \tag{4.15}$$

con

$$\sum_{i \in I} (y_i^\omega - \mu_i) x_i - d^{\omega^+} + d^{\omega^-} = 0 \quad \forall \omega \in \Omega \tag{4.16}$$

y el problema de la ecuación (4.14) queda de la forma:

$$\begin{aligned}
& \max_{x \in \mathbb{R}^I, d^+, d^- \in \mathbb{R}^{\bar{\Omega}}} \sum_{i \in I} x_i \mu_i - \chi \sum_{\omega \in \Omega} (d^{\omega^+} + d^{\omega^-}) \\
& \text{s.a.} \\
& \sum_{i \in I} (y_i^\omega - \mu_i) x_i - d^{\omega^+} + d^{\omega^-} = 0 \quad \forall \omega \in \Omega \\
& \sum_{i \in I} x_i = 1 \\
& x_i \geq 0 \quad \forall i \in I \\
& d^{\omega^+}, d^{\omega^-} \geq 0 \quad \forall \omega \in \Omega
\end{aligned} \tag{4.17}$$

Si se formula el modelo considerando solamente desviaciones negativas de la media e ignorando las desviaciones positivas, se tiene:

$$\begin{aligned}
& \max_{x \in \mathbb{R}^I, d^- \in \mathbb{R}^{\bar{\Omega}}} \sum_{i \in I} x_i \mu_i - \psi \sum_{\omega \in \Omega} d^{\omega^-} \\
& \text{s.a.} \\
& \sum_{i \in I} (y_i^\omega - \mu_i) x_i + d^{\omega^-} \geq 0 \quad \forall \omega \in \Omega \\
& \sum_{i \in I} x_i = 1 \\
& x_i \geq 0 \quad \forall i \in I \\
& d^{\omega^-} \geq 0 \quad \forall \omega \in \Omega
\end{aligned} \tag{4.18}$$

Al tomar las desviaciones desde la media, la solución de este problema es equivalente al de la minimización de la desviación absoluta total con  $\psi = 2\chi$  debido a la simetría de las desviaciones. Este es el modelo más común utilizado frente al anterior, al eliminar todas las variables  $d^{\omega^+}$ .

Hazell [Haz71] prueba que la desviación típica ( $\sigma$ ) de una distribución normal puede ser estimada a través de la desviación absoluta total (DAT) o de la desviación negativa total (DNT) con la siguiente expresión:

$$\sigma \approx \sqrt{\frac{\pi}{2N(N-1)}} DAT = \sqrt{\frac{2\pi}{N(N-1)}} DNT \tag{4.19}$$

con  $N$  el tamaño de la población.

La mayoría de las aplicaciones utilizan aproximaciones lineales de la desviación típica como medida del riesgo. De esta forma, y considerando que las distribuciones son normales, mediante el parámetro de aversión al riesgo es posible asignar un nivel de confianza a la función objetivo. Por ejemplo, con los planteamientos anteriores, un parámetro de aversión al riesgo igual a 1 indica que se maximiza el beneficio que ocurre una desviación típica por debajo de la media, beneficio que se alcanza con un 0.84 de probabilidad<sup>2</sup>.

Para determinar el parámetro de aversión al riesgo en un modelo lineal se utilizan los mismos métodos que en un modelo que emplea la varianza como medida de riesgo.

#### 4.5.1.4. Nivel de seguridad

Roy [Roy52] realiza una propuesta distinta para el tratamiento de la incertidumbre. Asume que el inversor escogerá aquella cartera con un beneficio esperado máximo siempre y cuando se asegure un beneficio mínimo independientemente de

---

<sup>2</sup>Si la variable aleatoria  $X$  se distribuye según una  $N(\mu, \sigma^2)$ , entonces  $P[X \leq \mu - \sigma] = 1 - 0.84$ .

los posibles estados  $\omega$  de la variable aleatoria del beneficio  $y_i^\omega$ . Esto último se formula introduciendo en el problema la restricción:

$$\sum_{i \in I} x_i y_i^\omega \geq S \quad \forall \omega \in \Omega \quad (4.20)$$

donde  $S$  es el nivel de seguridad que impone un beneficio mínimo. Por tanto, la formulación del problema completo es:

$$\begin{aligned} & \max_{x \in \mathbb{R}^I} \sum_{i \in I} x_i \mu_i \\ & \text{s.a.} \\ & \sum_{i \in I} x_i y_i^\omega \geq S \quad \forall \omega \in \Omega \\ & \sum_{i \in I} x_i = 1 \\ & x_i \geq 0 \quad \forall i \in I \end{aligned} \quad (4.21)$$

El parámetro que representa el compromiso riesgo-beneficio esperado es el nivel de seguridad del beneficio  $S$ . Al aumentar  $S$ , el inversor obtendrá una cartera más diversificada con menor beneficio esperado y menor riesgo.

#### 4.5.1.5. Arrepentimiento

Habitualmente los agentes financieros evalúan el resultado de su cartera de valores respecto a una cartera de referencia. Esta medida es lo que se denomina *arrepentimiento*, de forma que no se mide el beneficio esperado de la cartera sino cuánto se desvía respecto a la de referencia. Esta es una manera de considerar la tendencia de los participantes en el mercado y obtener el rendimiento de la inversión respecto al mercado.

Matemáticamente el arrepentimiento  $A(\cdot, \cdot)$  es función de dos variables, la cartera a determinar y la de referencia. Esta función admite muchas de las definiciones tradicionales de riesgo, como desviación típica o desviación absoluta total [Sau97].

Continuando con la formulación de los apartados anteriores, se denomina  $z^\omega$  al beneficio de la cartera a estimar (ecuación (4.10)) en cada estado  $\omega \in \Omega$  y  $\tau^\omega$  al beneficio de la cartera de referencia para esos mismo estados. Por tanto, determinar aquella cartera con un arrepentimiento esperado  $E[A(z^\omega, \tau^\omega)]$  mínimo y un nivel de inversión  $C$  corresponde a la formulación:

$$\begin{aligned}
& \min_{x \in \mathbb{R}^I} E[A(z^w, \tau^\omega)] \\
& \text{s.a.} \\
& \sum_{i \in I} x_i \leq C \\
& x_i \geq 0 \quad \forall i \in I
\end{aligned} \tag{4.22}$$

Variando la inversión  $C$  se obtiene la frontera eficiente entre el arrepentimiento (medida de riesgo) y la inversión. A mayor inversión se obtendrá un arrepentimiento menor.

#### 4.5.1.6. Valor en riesgo condicional y valor en riesgo

El interés de optimizar carteras de contratos empleando el VaR o el CVaR está basado en que éstas son las medidas de riesgo más empleadas. A los inversores que habitualmente emplean estas medidas para calcular el riesgo de su inversión les interesa tener herramientas que no sólo evalúen el VaR o el CVaR de su cartera, sino que sean capaces de escoger carteras óptimas con estos criterios de riesgo.

El modelado del CVaR, y especialmente el del VaR, es un tema de actualidad en investigación operativa. Esto se debe a que son conceptos recientes y a la dificultad de optimizar el VaR frente a otras medidas de riesgo.

Al igual que utilizando como medida de riesgo la varianza, con el VaR y el CVaR es posible construir fronteras eficientes. En [GP00, KPU01, RU00] se realiza un análisis de resultados de fronteras para las tres medidas de riesgo. La frontera eficiente difiere para cada medida de riesgo aunque cuánto es esta diferencia depende del problema concreto a tratar.

Las virtudes del VaR frente a la varianza como medida de riesgo radican en ser una medida simple y fácilmente interpretable, medir el riesgo de pérdidas máximas frente a la varianza que mide riesgo a ambos lados del valor medio de la distribución, y ofrecer un nivel de confianza del resultado para distribuciones que no sean normales.

Por su parte, el CVaR mantiene las mismas ventajas respecto a la varianza que el VaR y además da información de valores por encima del VaR y puede optimizarse con programación lineal, algo que no es posible con el VaR. Aunque estas razones lleven a pensar que es preferible optimizar carteras con CVaR en vez de con VaR, contar con herramientas que optimicen esta última medida es importante ya que las instituciones financieras demandan a las empresas que controlen su VaR.

Tal como se expuso en la sección 4.3.1, el VaR es una estimación de la máxima pérdida potencial para un nivel de confianza en un periodo dado. Si el VaR se mide

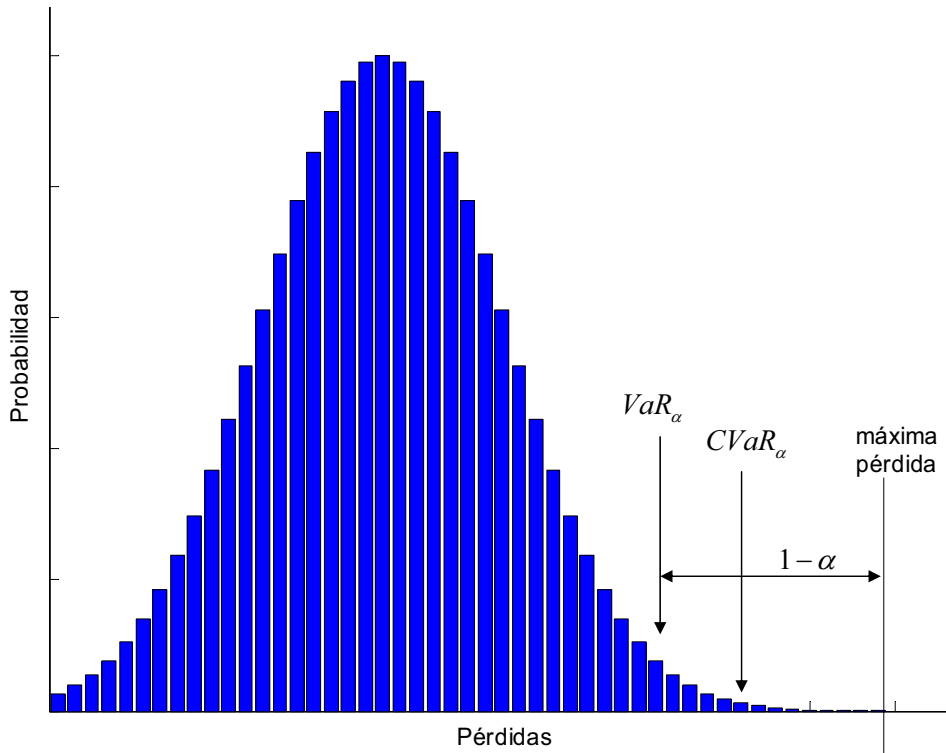


Figura 4.4: Función de densidad de pérdidas. VaR y CVaR.

sobre una distribución de beneficio (figura 4.1), este valor se encuentra por debajo de la media, mientras que si se calcula en una distribución de pérdidas el VaR está por encima de la media.

La exposición que se realiza a continuación se basa en una distribución de pérdidas en vez de beneficio como en los apartados anteriores. De esta forma la formulación que se presenta es directamente aplicable a la función de distribución de costes de un consumidor industrial.

Por tanto, el CVaR es el valor de pérdidas esperadas por encima del VaR, o la media ponderada entre la pérdida máxima y el VaR para distribuciones discretas. En otras palabras, el CVaR es el valor medio del  $(1 - \alpha)100\%$  de las mayores pérdidas (ver figura 4.4 para una distribución discreta).

Para plantear el problema se define la función de pérdidas  $z = f(x, y)$ , con  $x \in R^n$  el vector de variables de decisión asociado a la cartera,  $y \in R^m$  el vector de parámetros aleatorios que afecta a las pérdidas y  $X$  el conjunto de restricciones del problema. Se tiene entonces que  $f : R^n \times R^m \rightarrow R$ , y la función de distribución  $\Psi$  de las pérdidas  $z$  es:

$$\Psi(x, \zeta) = P\{z \leq \zeta\} \quad (4.23)$$

Esta función  $\Psi(x, \zeta)$  proporciona para cada vector de decisiones  $x$  la probabilidad

de que la función de pérdidas  $z$  no exceda el umbral  $\zeta$ . Con esta definición, el VaR es:

$$\zeta_\alpha(x) = \min\{\zeta \in R : \Psi(x, \zeta) \geq \alpha\} \quad (4.24)$$

siendo  $\zeta$  el VaR para un nivel de confianza  $\alpha$  y un vector de decisiones  $x$  dado. Si  $p(y)$  es la función de densidad del vector  $y$ , el CVaR viene dado por la expresión:

$$\phi_\alpha(x) = \frac{1}{1 - \alpha} \int_{f(x,y) \geq \zeta_\alpha(x)} f(x,y)p(y)dy \quad (4.25)$$

que corresponde a las pérdidas esperadas de la función  $z = f(x, y)$  para valores superiores a  $\zeta_\alpha(x)$ .

En [KPU01, LMU02, RU00] se realiza un análisis de las funciones VaR (ecuación (4.24)) y CVaR (ecuación (4.25)). Mientras que el VaR es una función no convexa con múltiples mínimos locales y por tanto difícil de optimizar, el CVaR es una función convexa, lo que permite construir algoritmos eficientes para implementarlo en problemas de optimización. A continuación se expone cómo se formulan los problemas de optimización con cada una de estas medidas, comenzando por el CVaR sobre el que se apoyan algunos modelos de resolución del VaR.

#### 4.5.1.6.1. Valor en riesgo condicional

Para determinar el CVaR se recurre a una función convexa  $F_\alpha(x, \zeta)$  equivalente. En [KPU01, LMU02, RU00] se prueba que el CVaR es el mínimo de esta función  $F_\alpha(x, \zeta)$ , esto es:

$$\phi_\alpha(x) = \min_{\zeta \in R} F_\alpha(x, \zeta) \quad (4.26)$$

siendo

$$F_\alpha(x, \zeta) = \zeta + \frac{1}{1 - \alpha} \int_{y \in R^m} [f(x, y) - \zeta]^+ p(y) dy \quad (4.27)$$

con

$$[f(x, y) - \zeta]^+ = \max\{0, f(x, y) - \zeta\} \quad (4.28)$$

La función  $F_\alpha(x, \zeta)$  es convexa si lo es la función de pérdidas  $f(x, y)$ . Si la función de densidad  $p(y)$  se discretiza en  $\omega \in \Omega$  estados, todos ellos con igual probabilidad, se obtienen los vectores  $y^1, \dots, y^\omega, \dots, y^{\bar{\Omega}}$ , y la función  $F_\alpha(x, \zeta)$  puede ser escrita como:

$$F_\alpha(x, \zeta) = \zeta + \frac{1}{1-\alpha} \frac{1}{\bar{\Omega}} \sum_{\omega \in \Omega} [f(x, y^\omega) - \zeta]^+ \quad (4.29)$$

Por tanto, en el caso de que el inversor tenga por objetivo obtener un CVaR mínimo, por las ecuaciones (4.26) y (4.29), este problema es equivalente a:

$$\min_{x \in R^n} \phi_\alpha(x) = \min_{x \in R^n, \zeta \in R} F_\alpha(x, \zeta) = \zeta + \frac{1}{1-\alpha} \frac{1}{\bar{\Omega}} \sum_{\omega \in \Omega} [f(x, y^\omega) - \zeta]^+ \quad (4.30)$$

Si la función  $f(x, y^\omega)$  es lineal el problema se reduce a programación lineal, ya que la función  $[f(x, y^\omega) - \zeta]^+$  es fácilmente linealizable. Para ello se introducen las variables auxiliares positivas  $r^\omega$ , que son penalizadas en la función objetivo, y las restricciones:

$$r^\omega \geq f(x, y^\omega) - \zeta \quad \forall \omega \in \Omega \quad (4.31)$$

Finalmente, el problema de optimización lineal que minimiza el CVaR de la función de pérdidas  $z$  para un nivel de confianza  $\alpha$  manteniendo un valor máximo de pérdidas esperadas  $C$  es el siguiente:

$$\min_{x \in R^n, \zeta \in R, r \in R^{\bar{\Omega}}} \zeta + \frac{1}{1-\alpha} \frac{1}{\bar{\Omega}} \sum_{\omega \in \Omega} r^\omega$$

s.a.

$$x \in X \quad (4.32)$$

$$E[f(x, y)] \leq C$$

$$r^\omega \geq f(x, y^\omega) - \zeta \quad \forall \omega \in \Omega$$

$$r^\omega \geq 0 \quad \forall \omega \in \Omega$$

En este problema el valor de la función objetivo es directamente el CVaR, mientras que  $\zeta$  es el VaR para el CVaR mínimo. Al limitar el CVaR se limita el VaR de la función de pérdidas al ser este último valor menor que el CVaR.

Análogamente es posible minimizar las pérdidas esperadas estableciendo límites del CVaR para varios niveles de confianza. Así es posible dar forma a la distribución de pérdidas, lo que permite un estudio del riesgo muy potente y flexible. La formulación del problema con dos límites del CVaR,  $C_\alpha$  y  $C_\gamma$ , con niveles de confianza  $\alpha$  y  $\gamma$  respectivamente es:

$$\begin{aligned}
& \min_{x \in R^n} E[f(x, y)] \\
& \text{s.a.} \\
& x \in X \\
& \phi_\alpha(x) \leq C_\alpha \\
& \phi_\gamma(x) \leq C_\gamma
\end{aligned} \tag{4.33}$$

Las últimas dos restricciones, correspondientes al CVaR, pueden ser reemplazadas por:

$$\begin{aligned}
& F_\alpha(x, \zeta_1) \leq C_\alpha \\
& F_\gamma(x, \zeta_2) \leq C_\gamma
\end{aligned} \tag{4.34}$$

En efecto, si estas restricciones se cumplen también lo hacen las anteriores ya que según la ecuación (4.26):

$$\begin{aligned}
\phi_\alpha(x) &= \min_{\zeta_1 \in R} F_\alpha(x, \zeta_1) \\
\phi_\gamma(x) &= \min_{\zeta_2 \in R} F_\gamma(x, \zeta_2)
\end{aligned} \tag{4.35}$$

Por tanto se asegura que el CVaR está limitado por los valores  $C_\alpha$  y  $C_\gamma$ . Es más, si las restricciones anteriores están activas, por ejemplo la 1, entonces  $F_\alpha(x^*, \zeta_1^*) = C_\alpha$  y el valor óptimo  $\zeta_1^*$  es el VaR para el nivel de confianza  $\alpha$  [Ury00].

Por último, tal y como se ha indicado en la ecuación (4.31), cada restricción de la ecuación (4.34),  $F_\alpha(x, \zeta_1) \leq C_\alpha$  por ejemplo, se puede formular en un problema lineal de la forma:

$$\begin{aligned}
& \zeta_1 + \frac{1}{1-\alpha} \frac{1}{|\Omega|} \sum_{\omega \in \Omega} r^\omega \leq C_\alpha \\
& r^\omega \geq f(x, y^\omega) - \zeta_1 \quad \forall \omega \in \Omega \\
& r^\omega \geq 0 \quad \forall \omega \in \Omega
\end{aligned} \tag{4.36}$$

siendo  $r^\omega$  la variable auxiliar para cada estado  $\omega \in \Omega$ . Si  $s^\omega$  es la variable auxiliar asociada a la restricción  $F_\gamma(x, \zeta_2) \leq C_\gamma$  y  $f(x, y)$  es una función lineal, el problema de programación lineal de la ecuación (4.33) es:



$$\begin{aligned}
& \min_{x \in R^n, \zeta \in R, r, s \in R^{\bar{\Omega}}} E[f(x, y)] \\
& \text{s.a.} \\
& x \in X \\
& \zeta_1 + \frac{1}{1 - \alpha} \frac{1}{\bar{\Omega}} \sum_{\omega \in \Omega} r^\omega \leq C_\alpha \\
& r^\omega \geq f(x, y^\omega) - \zeta_1 \quad \forall \omega \in \Omega \\
& \zeta_2 + \frac{1}{1 - \gamma} \frac{1}{\bar{\Omega}} \sum_{\omega \in \Omega} s^\omega \leq C_\gamma \\
& s^\omega \geq f(x, y^\omega) - \zeta_2 \quad \forall \omega \in \Omega \\
& r^\omega, s^\omega \geq 0 \quad \forall \omega \in \Omega
\end{aligned} \tag{4.37}$$

#### 4.5.1.6.2. Valor en riesgo

Los problemas de varianza y CVaR pueden resolverse con programación cuadrática y programación lineal respectivamente. Por su parte, tal y como se ha comentado anteriormente, la función VaR no es convexa ni diferenciable en sus mínimos locales, por lo que no se puede calcular directamente con programación lineal.

Una solución pasa por resolver el problema mediante programación entera mixta, sin embargo, dado que en el caso de carteras financieras se suelen evaluar decenas de miles de escenarios, ésta técnica puede implicar un consumo excesivo de tiempo [LMU02].

En el caso de que al inversor le interese minimizar el valor esperado de la función de pérdidas limitando el VaR a un valor máximo  $C$ , el problema se formula como sigue:

$$\begin{aligned}
& \min_{x \in R^n} E[f(x, y)] \\
& \text{s.a.} \\
& x \in X \\
& \zeta_\alpha(x) \leq C
\end{aligned} \tag{4.38}$$

Suponiendo que el vector de incertidumbres  $y$  está formado por distribuciones discretas con un total de  $\bar{\Omega}$  estados, limitar el VaR (ver ecuación (4.24)) a un valor máximo  $C$  con nivel de confianza  $\alpha$  es equivalente a que  $\alpha\bar{\Omega}$  valores de la función de pérdidas  $f(x, y)$  tengan un valor inferior a  $C$ . Por tanto el problema anterior se puede formular:

$$\begin{aligned}
& \min_{x \in \mathbb{R}^n} E[f(x, y)] \\
& \text{s.a.} \\
& x \in X \\
& f(x, y^\omega) \leq C \quad \text{con } \omega = 1, \dots, \alpha\bar{\Omega}
\end{aligned} \tag{4.39}$$

Si la última restricción es satisfecha por todos los escenarios  $\omega$ , entonces el valor  $\max_{\omega \in \Omega} f(x, y^\omega)$  es el VaR con nivel de confianza 1 y el problema es simplemente programación lineal. No obstante, si se quieren satisfacer  $\alpha\bar{\Omega}$  restricciones, el problema radica en qué restricciones activar para determinar el VaR con la probabilidad deseada. Para resolver este problema Gaivoronski *et al.* [GP99] proponen un método heurístico por el cual van introduciendo restricciones y resolviendo los problemas de programación lineal resultantes hasta introducir las  $\alpha\bar{\Omega}$  restricciones deseadas.

Si la formulación del problema consiste en obtener un VaR mínimo restringiendo el valor de las pérdidas a un valor  $C$ , esto es:

$$\begin{aligned}
& \min_{x \in \mathbb{R}^n} \zeta_\alpha(x) \\
& \text{s.a.} \\
& x \in X \\
& E[f(x, y)] \leq C
\end{aligned} \tag{4.40}$$

los mismos autores [GP00] desarrollan un procedimiento heurístico para filtrar la función VaR y eliminar sus comportamientos locales. Este método, junto con técnicas de optimización convencionales, es el empleado para determinar la solución del problema.

Finalmente, Larsen *et al.* [LMU02] presentan dos algoritmos heurísticos para resolver el mismo problema. Ambos se basan en resolver en primer lugar el problema lineal del CVaR (ecuación (4.32)), y sistemáticamente reducir el VaR resolviendo una serie de problemas CVaR que se obtienen al ir descartando escenarios de pérdidas altas.

#### 4.5.2. Aplicación en mercados de energía

El trabajo realizado sobre el tratamiento del riesgo en modelos de optimización en mercados financieros es más extenso que el propuesto en mercados de energía. No obstante, y tomando como referencia el mercado eléctrico, el tratamiento del riesgo ha sido aplicado en varias actividades, principalmente en el negocio de generación.

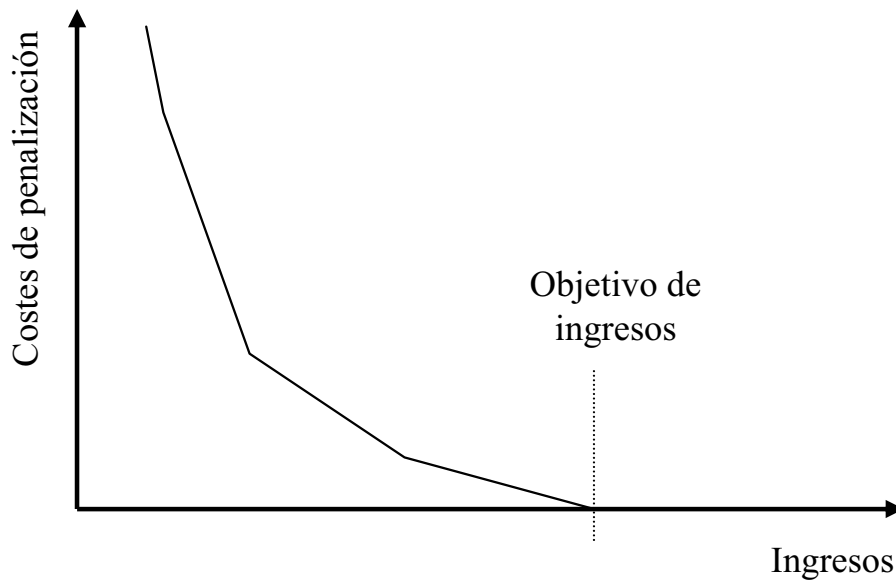


Figura 4.5: Función de penalización.

Mientras que en los problemas financieros intervienen únicamente las carteras de contratos para la toma de decisiones óptima, en el sector de la energía lo habitual es realizar una gestión del riesgo mediante la operación de los activos y la cartera de contratos conjuntamente.

En este sentido Fleten *et al.* [FWZ97] formulan un modelo en el que interviene la gestión de una cartera de contratos para generadores hidráulicos en un mercado eléctrico liberalizado donde operan mercados de contratos a plazo y futuros. Su trabajo se centra en la coordinación de los recursos en la forma de reservas hidráulicas con recursos financieros sobre la electricidad, al objeto de mitigar el riesgo asociado a las fluctuaciones de las aportaciones hidráulicas y de los precios de la energía eléctrica. Para ello integran a la programación hidráulica convencional una cartera de contratos, resultando un modelo de programación estocástica multietapa que busca maximizar el beneficio del productor. En su tesis doctoral [Fle00], Fleten presenta el modelo de optimización estocástica formulado en [FWZ97] aplicado al mercado eléctrico escandinavo. El modelo incluye aversión al riesgo, y decisiones sobre contratos de compraventa de energía y sobre la operación de la producción.

Para modelar el riesgo este autor realiza una propuesta original que consiste en marcar un determinado objetivo de ingresos para cada periodo de operación (operación de centrales eléctricas y contratos). Si este objetivo no se alcanza, es penalizado mediante una función lineal de costes (figura 4.5) en la función objetivo. Mediante esta forma de definir el riesgo formula implícitamente la *función de utilidad* de ingresos del generador, la cual es representada por la función de costes de penalización.

Otro trabajo [GEMG] basado en el de Fleten analiza si la aversión al riesgo debe tomarse como el potencial de posibles pérdidas y cuál es la postura que adopta una compañía de generación hidráulica frente al riesgo. Finalmente, Mo *et al.* [MGG01]

extienden el modelo anterior incluyendo un tipo de contrato que denominan factor de carga (*load factor*). Este es un contrato financiero entre dos partes donde se fija precio y energía y potencia máxima en un periodo.

Mientras que Fleten propone un método original para mercados de energía, otros autores utilizan algunas de las técnicas expuestas en el apartado anterior gestionando en la mayoría de los casos contratos y recursos simultáneamente:

- **Función de utilidad:** En [CTF] se maximiza una función de utilidad lineal de beneficio de generadores eléctricos obteniendo la operación de centrales y los contratos óptimos.
- **Media varianza:** Con el mismo propósito que en el caso anterior Bjorgan *et al.* [BLL99] minimizan la varianza de la distribución de beneficios restringiendo a un nivel mínimo el beneficio esperado. Para elegir el parámetro de aversión al riesgo utilizan la función de utilidad de beneficio del parque generador.
- **Aproximación lineal del modelo media varianza:** Ng *et al.* [NS00a] emplean la desviación absoluta como medida de riesgo. El problema consiste en maximizar el beneficio de una comercializadora sujeto a satisfacer la demanda y su política de deslastre de carga en función de los precios del mercado. Las variables de decisión son las asociadas a los contratos de futuros y opciones, y a la compra en el mercado spot.
- **Valor en riesgo condicional:** Unger [Ung02], en su tesis doctoral, propone un modelo para obtener los ingresos esperados máximos de una empresa de generación. Para ello considera la operación del parque generador y los contratos que puede formalizar para vender la energía. El riesgo lo limita mediante la medida lineal CVaR.
- **Arrepentimiento:** Marín *et al.* [MS01] utilizan esta técnica para determinar la inversión óptima en generación a largo plazo, no para determinar la gestión de activos y el riesgo como en los trabajos mencionados anteriormente. Su objetivo es minimizar el coste de inversión y operación de las centrales y el riesgo asociado. Este último lo modelan con una función no lineal del coste que depende de la diferencia entre lo generado en cada periodo y la demanda existente. De esta forma el riesgo es penalizado en la función objetivo cuando lo generado es inferior a la demanda, y por tanto existe energía no suministrada. Los picos de energía suponen una mayor cantidad de energía no servida y en consecuencia un mayor arrepentimiento.

Emplean como restricción del problema un nivel de producción de electricidad mínima en cada periodo, aunque ésta no cubre la demanda. Con esta restricción y minimizando los costes se llega a un compromiso entre el beneficio esperado de las plantas a construir y la calidad del servicio.

## 4.6. Optimización estocástica y riesgo para consumidores industriales

Esta sección aborda el planteamiento original del modelado del riesgo en problemas de optimización estocástica para consumidores industriales de acuerdo a las técnicas expuestas.

En una primera parte se presenta la formulación matemática de los distintos modelos. En la segunda parte del apartado se discute qué planteamientos son los más adecuados de acuerdo a la percepción del riesgo de los consumidores, así como qué modelos han sido implantados.

### 4.6.1. Formulación de los modelos

En la bibliografía revisada no existen modelos para consumidores industriales que gestionen el riesgo. En el campo de la cogeneración, Paravan *et al.* [PBG<sup>+</sup>02] presentan un modelo de programación estocástica para la optimización conjunta de contratos y operación. En su trabajo, Paravan *et al.* no realizan una gestión del riesgo ya que maximizan el beneficio esperado, así que el modelo es neutral al riesgo.

A continuación se plantean las alternativas de gestión del riesgo. Para ello, continuando con la nomenclatura del capítulo 3, se define la función de probabilidad del coste total del abastecimiento de energía  $c_T \in R^{\overline{G}}$  como:

$$c_T = f(\alpha, e_r, g_o, f_a, e_{oe}) \quad (4.41)$$

El coste total es función del vector de variables de decisión  $\alpha$  que corresponde a los contratos a firmar, y de los vectores de variables aleatorias que determinan la energía asociada a los costes de operación de la instalación y a cada tipo de contrato, esto es, consumo de energía eléctrica  $e_r$ , consumo de gas natural para la cogeneración  $g_o$ , consumo de fueloil para la caldera  $f_a$  y energía eléctrica excedentaria vendida  $e_{oe}$ .

La función de costes  $c_T$  es una distribución discreta, siendo cada muestra  $c_T^g$ , con  $g = \{1, \dots, \overline{G}\} \in E$ , el coste de cada escenario del problema (ecuación (4.2)). Por tanto, si cada escenario tiene una probabilidad de ocurrencia  $p^g$ , el coste esperado  $E[c_T]$  de  $c_T$  es:

$$E[c_T] = \sum_{g \in E} p^g c_T^g \quad (4.42)$$

y la varianza  $\sigma^2$  de la distribución es:

$$\sigma^2 = E \left[ \sum_{g \in E} (c_T^g - E[c_T])^2 \right] \quad (4.43)$$

Con esta notación, y denominando  $X$  al conjunto de restricciones del problema, los posibles modelos de gestión del riesgo son:

### Modelo 1. Media varianza

Según la ecuación (4.7) el problema se puede formular:

$$\begin{aligned} & \min_{c_T \in R^G} \sigma^2 \\ \text{s.a.} & \\ & c_T \in X \\ & E[c_T] \leq S \end{aligned} \quad (4.44)$$

con  $S$  el máximo coste esperado permitido. Alternativamente, tal y como se ha comentado, se puede emplear como medida de riesgo la desviación típica  $\sigma$ .

### Modelo 2. Aproximaciones lineales del modelo media varianza

El modelo de desviación absoluta total es equivalente al modelo de desviaciones positivas respecto a la media ((ecuación (4.18) para desviaciones negativas):

$$\begin{aligned} & \min_{c_T, c_T^+ \in R^G} \sum_{g \in E} p^g c_T^{g+} \\ \text{s.a.} & \\ & c_T \in X \\ & E[c_T] \leq S \\ & c_T^{g+} \geq c_T^g - E[c_T] \quad \forall g \in E \\ & c_T^{g+} \geq 0 \quad \forall g \in E \end{aligned} \quad (4.45)$$

con  $c_T^{g+}$  las variables que representan las desviaciones positivas.

### Modelo 3. Coste de referencia

Este modelo original se basa en el anterior, aunque penaliza costes respecto a un valor de referencia  $R$  en vez de respecto a la media. Su formulación es la siguiente:

$$\begin{aligned}
& \min_{c_T, c_T^+ \in R^{\bar{G}}} \sum_{g \in E} p^g c_T^{g+} \\
& \text{s.a.} \\
& c_T \in X \\
& E[c_T] \leq S \\
& c_T^{g+} \geq c_T^g - R \quad \forall g \in E \\
& c_T^{g+} \geq 0 \quad \forall g \in E
\end{aligned} \tag{4.46}$$

Este planteamiento propuesto en esta tesis es parecido al formulado por Fleten [Fle00] comentado en la sección 4.5.2. Únicamente se penalizan aquellos costes superiores a un objetivo  $R$ , siendo el modelo neutral al riesgo para costes inferiores a este valor. Mientras que Fleten penaliza ingresos por debajo de un objetivo con una función poligonal de costes (figura 4.5), en este modelo propuesto la penalización se realiza proporcionalmente a la diferencia del coste de cada escenario con el objetivo ( $c_T^g - R$ ).

#### Modelo 4. Función de utilidad

Según la ecuación (4.12) el problema se puede formular:

$$\begin{aligned}
& \max_{c_T \in R^{\bar{G}}} U(c_T) \\
& \text{s.a.} \\
& c_T \in X
\end{aligned} \tag{4.47}$$

con  $U$  la función de utilidad del coste de abastecimiento.

#### Modelo 5. Nivel de seguridad

Según la ecuación (4.21) el problema se puede formular:

$$\begin{aligned}
& \min_{c_T \in R^{\bar{G}}} E[c_T] \\
& \text{s.a.} \\
& c_T \in X \\
& c_T^g \leq S \quad \forall g \in E
\end{aligned} \tag{4.48}$$

Mediante la segunda restricción se asegura que el coste de cualquier escenario es como máximo  $S$ .

**Modelo 6. Arrepentimiento**

Según la ecuación (4.22) el problema se puede formular:

$$\begin{aligned}
 & \min_{c_T \in R^{\mathcal{G}}} E[A(c_T, \tau)] \\
 & \text{s.a.} \\
 & c_T \in X \\
 & E[c_T] \leq S
 \end{aligned} \tag{4.49}$$

siendo  $S$  el parámetro de aversión al riesgo, y  $A(c_T, \tau)$  una función lineal del arrepentimiento entre los costes de abastecimiento  $c_T$  y una función de referencia  $\tau$ . Al disminuir el límite del coste esperado  $S$  se obtendrá un mayor arrepentimiento esperado.

**Modelo 7. Valor en riesgo**

Dada la imposibilidad de incluir el VaR en problemas lineales, se propone la siguiente formulación empleando variables binarias [Lem00]:

$$\begin{aligned}
 & \min_{c_T \in R^{\mathcal{G}}, \delta \in B^{\mathcal{G}}, \zeta \in R} \zeta \\
 & \text{s.a.}
 \end{aligned} \tag{4.50}$$

$$\begin{aligned}
 & c_T \in X \\
 & E[c_T] \leq S \\
 & c_T^g \leq \zeta + M\delta^g \quad \forall g \in E
 \end{aligned} \tag{4.50a}$$

$$\sum_{g \in E} p^g \delta^g \leq 1 - \alpha \tag{4.50b}$$

con  $B$  el conjunto de números binarios,  $\zeta$  el VaR para un nivel de confianza  $\alpha$ ,  $M$  una constante con valor superior al mayor  $c_T^g$ , y  $\delta^g$  las variables binarias auxiliares.

Así, con un  $\alpha 100\%$  de probabilidad el coste total de abastecimiento será menor o igual que el  $\zeta$  obtenido, que corresponde al VaR con nivel de confianza  $\alpha$ .

Matemáticamente, mediante la restricción (4.50b) se limita el número de variables  $\delta^g$  que pueden valer 1 al número de escenarios con coste superior al VaR. Por su parte, con la ecuación (4.50a) las variables binarias  $\delta^g$  con coste superior al VaR toman valor 1, estableciéndose el VaR en aquel escenario de mayor coste cuya variable binaria asociada  $\delta^g$  toma valor nulo.

Al objeto de que sea factible plantear un modelo VaR con variables binarias, es necesario que el VaR se encuentre en la función objetivo para forzarlo a que sea



mínimo. Por tanto, no es posible formular el problema de minimización de coste esperado sujeto a un límite de VaR con variables binarias, debido a que en este caso el VaR está únicamente acotado.

Para resolver este último problema (sin variables binarias en el modelado del VaR), habría que recurrir a un método iterativo que incluya restricciones asociadas al VaR de forma heurística, según lo comentado en 4.5.1.6.2. Esta opción es impensable con el problema con variables binarias presentado en esta tesis ya que la resolución de cada iteración sería excesivamente lenta.

Otra alternativa de formulación con variables binarias sería incluir en la función objetivo el coste esperado y el VaR ponderados con el parámetro de aversión al riesgo. Aunque matemáticamente sería correcto con el planteamiento de variables binarias realizado, se ha descartado esta opción por no tener la función objetivo ninguna interpretación física.

### Modelo 8. Valor en riesgo condicional

Según la ecuación (4.32) el problema se puede formular:

$$\begin{aligned}
 & \min_{c_T, r \in \mathbb{R}^G, \zeta \in \mathbb{R}} \quad \zeta + \frac{1}{1 - \alpha} \sum_{g \in E} p^g r^g \\
 & \text{s.a.} \\
 & c_T \in X \\
 & E[c_T] \leq S \\
 & r^g \geq c_T^g - \zeta \quad \forall g \in E \\
 & r^g \geq 0 \quad \forall g \in E
 \end{aligned} \tag{4.51}$$

siendo  $r^g$  las variables auxiliares del problema y el CVaR la función objetivo.

### 4.6.2. Discusión de los modelos

A continuación se procede a la discusión de los planteamientos estocásticos del apartado anterior.

En los modelos 1, 2, 3, 7 y 8 la función objetivo es la medida de riesgo, y el coste esperado se limita a un valor máximo mediante una restricción. Estos mismos modelos se pueden formular minimizando el coste esperado e imponiendo un límite a la función de riesgo. Esta variante de la optimización multiobjetivo que consiste en minimizar un objetivo (coste esperado o riesgo) y limitar el otro mediante una restricción se denomina *método de las  $\varepsilon$ -restricciones* [Mar67].

Alternativamente, estos modelos se pueden plantear ponderando mediante un parámetro de aversión al riesgo el coste esperado y la medida de riesgo en la función objetivo, lo que corresponde al *método de las ponderaciones* [Zad63] de la programación multiobjetivo.

Se ha optado por utilizar como parámetro el máximo coste esperado permitido ya que, en general, es una medida más intuitiva que un parámetro de aversión al riesgo en la función objetivo o un límite de una medida de riesgo.

Para escoger una representación del riesgo para un consumidor industrial hay que considerar fundamentalmente dos aspectos: el modelo de optimización estocástica en el cual va ser incluido el riesgo y la percepción del riesgo de los consumidores industriales.

El modelo de optimización planteado en este trabajo es lineal con variables binarias y continuas, por lo que no es posible emplear como medida de riesgo un método no lineal como el de media varianza (Modelo 1). Por otra parte, el modelo determinista es de gran tamaño, así que el número de escenarios que se representa es pequeño. Esto hace que no tenga sentido estudiar valores medios por encima del VaR, esto es, la cola de la distribución de costes, de manera que también se ha descartado el CVaR como medida de riesgo (Modelo 8). Para escoger entre el resto de formulaciones (Modelos 2-7), se ha recurrido a buscar una medida que sea representativa y fácilmente interpretable por consumidores industriales.

En primer lugar se ha optado por descartar los modelos de función de utilidad (Modelo 4) y arrepentimiento (Modelo 6). El primero de ellos implica construir una función que convierta costes en utilidad, lo que puede suponer una medida más subjetiva que otras para muchos consumidores a la hora de reflejar su aversión al riesgo. Por su parte, el arrepentimiento no tiene sentido para un consumidor. Se asume que éste percibe el riesgo como el potencial de tener costes altos y, en principio, no tiene una función de costes de referencia.

Igualmente se ha descartado la medida de riesgo de desviaciones positivas respecto al valor medio (Modelo 2), ya que penaliza costes cercanos a la media y un consumidor no percibe como riesgo estos valores. Además, la función de costes no tiene por qué ser normal, por lo que no se puede aproximar la desviación absoluta a la desviación típica (ecuación (4.19)) para darle una interpretación a la medida de riesgo.

El modelo propuesto de coste de referencia (Modelo 3) sí penaliza únicamente costes altos, aunque presenta el inconveniente de tener que dar un valor al coste de referencia. Para algunos consumidores este valor puede ser complicado de parametrizar. Por otra parte, una medida de riesgo que sea la suma de la diferencia de costes entre un coste de referencia y el de cada escenario es menos intuitiva que un nivel de confianza, medida de riesgo ofrecida en los modelos restantes, VaR y nivel de seguridad.

Ambos modelos, VaR (Modelo 7) y nivel de seguridad (Modelo 5), son los que se

han escogido para ser implantados en el problema estocástico. Mediante el análisis numérico del capítulo 8 se evalúan ambas alternativas para comprobar las ventajas e inconvenientes de cada una.

La medida del VaR es más flexible que el modelo de nivel de seguridad ya que no se centra únicamente en penalizar el escenario de mayor coste. Además, en el caso de que el nivel de confianza sea 1 y se limite el coste esperado, el problema del VaR es equivalente a obtener el mínimo coste del escenario de mayor valor, por lo que se limita el escenario de mayor coste a su mínimo valor posible, que es precisamente la filosofía del modelo de nivel de seguridad.

Como aspecto negativo, el modelo VaR contiene variables binarias que pueden complicar la resolución del problema. Mediante aplicaciones numéricas se comprobará si este inconveniente es significativo, ya que el número de variables binarias a introducir, una por escenario, es reducido frente a las existentes.

Con estos dos modelos, variando el parámetro de aversión al riesgo se obtendrá la frontera eficiente entre el coste esperado y la medida de riesgo.

## 4.7. Conclusiones

En este capítulo se ha analizado la forma de considerar el riesgo para el modelo de optimización estocástica propuesto en esta tesis.

En la gestión energética a medio plazo de consumidores industriales los riesgos de operación, crédito o regulatorios son secundarios, pasando a un primer plano los asociados al precio y al volumen de los contratos a formalizar.

El riesgo de volumen de una fábrica es, en general, reducido comparado con el de precios. Las fábricas suelen tener curvas de demanda bastante estables en función de la producción, por lo que el problema estocástico únicamente considera el riesgo de precios.

La gestión de la incertidumbre de precios se realiza fundamentalmente mediante contratos. En los mercados mayoristas de energía éstos se suelen negociar a través de mercados financieros, mientras que en los minoristas los consumidores formalizan contratos bilaterales principalmente con comercializadores.

Para escoger entre las opciones de contratación mediante modelos de optimización estocástica, el decisor adopta un compromiso entre el riesgo y el resultado esperado de la variable aleatoria de interés. Dado que el ámbito pionero de aplicación de estos modelos es el financiero, se ha realizado una revisión profunda y una clasificación de las diferentes formulaciones encontradas en la literatura.

Asimismo, se ha realizado un trabajo análogo con los modelos de riesgo en mercados eléctricos. Las propuestas en este campo se apoyan básicamente en las empleadas

en los mercados financieros. No obstante, existe alguna formulación específicamente concebida para el sector eléctrico [Fle00].

La principal diferencia encontrada entre modelos financieros y energéticos no son las medidas de riesgo usadas, sino la función de probabilidad sobre la que se realiza la gestión del riesgo. Mientras que en los mercados financieros se evalúan carteras de contratos, en los energéticos se gestionan conjuntamente contratos y operación de instalaciones. Esto último es lo que sucede igualmente en el caso de consumidores industriales con abastecimiento propio de energía.

Para consumidores industriales se han planteado 8 posibles modelos de gestión de riesgo. Entre estas propuestas se han escogido para el planteamiento estocástico los modelos VaR y nivel de seguridad. Estos modelos evalúan el potencial de obtener pérdidas altas, lo que obedece a la percepción del riesgo por parte de consumidores.

Con el modelo VaR el decisor asegura un valor máximo de coste de abastecimiento igual al VaR con un nivel de confianza preestablecido y con un coste esperado que no supera un límite que impone. Este problema se ha planteado empleando variables binarias. El tener un problema determinista con variables binarias permite adoptar una formulación estocástica con este tipo de variables.

Respecto al anterior, el modelo nivel de seguridad es menos flexible aunque tiene las ventajas de ser más sencillo y no necesitar variables binarias. Este limita el coste máximo de los escenarios a un valor denominado nivel de seguridad.

Mientras que en los modelos financieros es habitual emplear como medidas de riesgo el nivel de seguridad y el VaR, no se conoce la existencia de modelos en el sector eléctrico que optimicen estas medidas, lo que hace este trabajo novedoso.

A pesar de considerar los modelos VaR y nivel de seguridad los más adecuados, un consumidor industrial pudiera escoger otra medida de riesgo. Una vez que se han formulado los planteamientos estocásticos, implantar cualquier medida lineal es inmediato. Una alternativa a los modelos VaR y nivel de seguridad es, por ejemplo, el modelo de coste de referencia. Esta propuesta realizada en esta tesis es la adaptación del modelo de Fleten a consumidores industriales. Mediante el modelo de coste de referencia únicamente se penalizan valores superiores a una referencia, la cual representa un umbral a partir de la cual el consumidor industrial considera el riesgo.



# Bibliografía

- [Abk00] P. A. Abken. An empirical evaluation of value at risk by scenario simulation. Technical report, Comptroller of the currency, March 2000. <http://www.gloriamundi.org>.
- [Adm02] Energy Information Administration. Derivatives and risk management in the petroleum, natural gas and electricity industries. Technical report, U.S. Department of Energy, October 2002. <http://www.eia.doe.gov/oiaf/servicerpt/derivative/pdf/preface.pdf>.
- [Ale96] C. Alexander. Evaluating the use of Riskmetrics as a risk measurement tool for your operation: what are its advantages and limitations? Technical report, University of Sussex and Algorithms Inc., 1996. <http://www.gloriamundi.org/picsresources/carm.pdf>.
- [And95] C. J. Andrews. Evaluating risk management strategies in resource planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, 10(1):420–426, February 1995.
- [Bha02] K. Bhanot. Value of an option to purchase electric power – the case of uncertain consumption. *Energy Economics*, 24:121–137, 2002.
- [BL97] J. R. Birge and F. Louveaux. *Introduction to stochastic programming*. Springer Verlag, 1997.
- [BLL99] R. Bjorgan, C.-C. Liu, and J. Lawrrée. Financial risk management in a competitive electricity market. *IEEE Transactions on Power Systems*, 14(4):1285–1291, November 1999.
- [BTW<sup>+</sup>01] H. Brand, E. Thorin, C. Weber, J. Hlouskova, S. Kossmeier, M. Obersteiner, and A. Scnabl. Methodology to identify the relevant uncertainties. Deliverable d3.1, OSCOGEN, October 2001. <http://www.oscogen.ethz.ch>.
- [CHI99] P. Christoffersen, J. Hahn, and A. Inoue. Testing, comparing and combining value at risk measures. 99-44, The Wharton School, October 1999. <http://www.ideas.uqam.ca/ideas/data/woppennin.htm>.

- [Col02] R. A. Collins. The economics of electricity hedging and a proposed modification for the futures contract for electricity. *IEEE Transactions on Power Systems*, 17(1):100–107, February 2002.
- [Cro99] M. Crookes. *Risk factors in power contracts*. Risk Books, 1999.
- [Cru99] J. Cruz. *La liberalización de los servicios públicos y el sector eléctrico. Modelos y análisis de la Ley 54/1997*. Bufete López Rodo. Marcial Pons, 1999.
- [CTF] Brazil CIGRÉ Task Force 38-05-09. Contracts and financial instruments: new tools for risk management in competitive power systems. *CIGRÉ Session 2000*, 38-202.
- [DD01] G. Dorris and A. Dunn. Portfolio optimization: technology and techniques. *Energy and Power Risk Management*, June 2001.
- [Den00] M. J. Denton. A risky business. *Energy power and risk management*, April 2000.
- [DLL03] R. Dahlgren, Chen-Ching Liu, and J. Lawarrée. Risk assessment in energy trading. *IEEE Transactions on Power Systems*, 18(2):503–511, May 2003.
- [Dor01] G. Dorris. Modern energy risk management. *Energy and Power risk*, February 2001.
- [Dou94] J. Douglas. Buying and selling power in the age of competition. *IEEE Power Engineering Review*, pages 12–15, October 1994.
- [DPMS03] M. Denton, A. Palmer, R. Masiello, and P. Skantze. Managing market risk in energy. *IEEE Transactions on Power Systems*, 18(2):494–502, May 2003.
- [e-A00] e-Acumen. *AcuRisk: The industry leading solution for energy risk analysis and portfolio enhancement*, 2000. <http://www.e-acumen.com>.
- [ea99] C. Alexander et al. *Managing energy price risk*. Risk Books, 1999. Second Edition.
- [ea01] D. Reichelt et al. Portfolio and risk management. *Electra*, 199:55–63, December 2001.
- [Ele00] Electric Power Research Institute. *Contract Evaluator. Product Brief*, December 2000. <http://www.epri.com>.
- [FGM<sup>+</sup>] X. V. Filho, B. G. Gorenstin, A. G. Melo, E. Mesquita, J. C. Mello, and M. V. Pereira. Future trends on financial risk strategies in the power sector market. *CIGRÉ Session 2000*, 38-201.

- [Fle00] S.-E. Fleten. *Portfolio management emphasizing electricity market applications. A stochastic programming approach*. PhD thesis, Norwegian University of Science and Technology, N-7491 Trondheim, Norway, January 2000.
- [FWZ97] S.-E. Fleten, S. W. Wallace, and W. T. Ziemba. Portfolio management in a deregulated hydropower based electricity market. *Hydropower 97, Balkema, Rotterdam, Trondheim, Norway*, pages 197–204, January 1997.
- [Ged94] T. W. Gedra. Optional forward contracts for electric power markets. *IEEE Transactions on Power Systems*, 9(4):1766–1773, November 1994.
- [GEMG] A. Grundt, O. B. Eliassen, B. Mo, and A. Gjelsvik. Risk management by simultaneous optimization of hydro resources and financial instruments. *CIGRÉ Session 2000*, 38-205.
- [GP99] A. A. Gaivoronski and G. Pflug. Finding optimal portfolios with constraints on value at risk. Technical report, Norwegian University of Science and Technology Management, January 1999. <http://www.gloriamundi.org/picsresources/stockholm1.pdf>.
- [GP00] A. A. Gaivoronski and G. Pflug. Value at risk in portfolio optimization: properties and computational approach. Technical report, Norwegian University of Science and Technology Management, July 2000. <http://www.gloriamundi.org/picsresources/ggp1.pdf>.
- [Gre96] R. Green. The electricity contract market. *Department of Applied Economics and Fitzwilliam College, Cambridge*, 1996.
- [GV93] T. W. Gedra and P. P. Varaiya. Markets and pricing for interruptible electric power. *IEEE Transactions on Power Systems*, 8(1):122–128, February 1993.
- [GVR03] E. Gómez-Villalva and A. Ramos. Optimal energy management of an industrial consumer in liberalized markets. *IEEE Transactions on Power Systems*, 18(2):716–723, May 2003.
- [Haz71] P. B. Hazell. A linear alternative to quadratic and semivariance programming for farm planning under uncertainty. *American Journal of Agricultural Economics*, 53:53–62, 1971.
- [HQ98] M. C. W. Hsu and N. T. Quan. Spark spread options. Linking spot and futures markets for gas and electricity. *Public Utilities Fortnightly*, March 1998.
- [HS96] S. Hunt and G. Shuttleworth. *Competition and Choice in Electricity*. John Wiley & Sons, 1996.
- [Hul98] J. C. Hull. *Introducción a los mercados de futuros y opciones*. Prentice Hall, 1998.



- [IEE99] IEEE, Power Engineering Society. *Risk Assessment and Financial Management*, TP-137-0 edition, Summer Meeting, July 1999.
- [JB99] B. Johnson and G. Barz. *Energy Modelling and the Management of Uncertainty*. Risk Books, 1999.
- [JDv02] J. Hurt J. Dupačová and J. Štěpán. *Stochastic modeling in economics and finance*. Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [Kir03] D. S. Kirschen. Demand-side view of electricity markets. *IEEE Transactions on Power Systems*, 18(2):520–527, May 2003.
- [KOB90] R. J. Kaye, H. R. Outhred, and C. H. Bannister. Forward contracts for the operation of an electric industry under spot pricing. *IEEE Transactions on Power Systems*, 5(1):46–52, February 1990.
- [KPU01] P. Krokhmal, J. Palmquist, and S. Uryasev. Portfolio optimization with conditional value-at-risk objective and constraints. Technical report, University of Florida, September 2001. <http://www.ise.ufl.edu/uryasev.htm>.
- [KW95] P. Kale and S. T. Wallace. *Stochastic programming*. John Wiley & Sons, 1995.
- [Lem00] J. Lemming. Multi-period asset management using value-at-risk measures. Technical report, Technical University of Denmark, October 2000. <http://www.imm.dtu.dk/~jale/>.
- [Li99] D. X. Li. Value at risk on the volatility skewness and kurtosis. *RiskMetrics Group*, March 4 1999. <http://www.riskmetrics.com>.
- [LM85] D. Lambert and B.A McCarl. Risk modeling using direct solution of nonlinear approximations of the utility function. *American Journal of Agricultural economics*, 67:846–852, 1985.
- [LMU02] N. Larsen, H. Mausser, and S. Uryasev. Algorithms for optimization of value-at-risk. *Financial Engineering, e-Commerce and Supply Chain*, Kluwer Academic Publishers, 17:129–157, 2002. <http://www.ise.ufl.edu/uryasev/VaR-minimization.pdf>.
- [LS96] J. Longerstaey and M. Spencer. Riskmetrics. Technical report, J.P. Morgan and Reuters, December 1996. <http://www.jpmmorgan.com/RiskManagement/RiskMetrics>.
- [Mar52] H. M. Markowitz. Portfolio selection. *Journal of Finance*, 7(1):77–91, 1952.
- [Mar67] J. A. Marglin. Public investment criteria. Technical report, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1967.

- [MGG01] B. Mo, A. Gjelsvik, and A. Grundt. Integrated risk management of hydro power scheduling and contract management. *IEEE Transactions on Power Systems*, 16(2):216–221, May 2001.
- [MM98] G. Michalik and W. Mielczarski. Contracts for electrical energy. *International Journal of Energy, Environment and Economics*, 7(4):383–393, 1998.
- [MS] B. A. McCarl and T. H. Spreen. *Applied Mathematical Programming Using Algebraic Systems*. <http://ageco.tamu.edu/faculty/mccarl/regbook.htm>.
- [MS01] A. Marín and J. Salmerón. A risk function for the stochastic modeling of electric capacity expansion. *Naval Research Logistics*, 48:662–683, 2001.
- [NS00a] K. Ñg and G. B. Sheblé. Risk management and assessment tools for an ESCO operation. *International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, Madeira (Portugal)*, September 25-28, 2000.
- [NS00b] K. Ñg and G. B. Sheblé. Value at risk for an ESCO operation. *International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, Madeira (Portugal)*, September 25-28 2000.
- [Ore99] S. S. Oren. Combining financial double call options with real options for early curtailment of electricity service. *Proceedings of the 32nd Annual Hawaii International Conference on Systems Sciences*, January 1999.
- [PBG<sup>+</sup>02] D. Paravan, H. Brand, R. Golob, J. Hlouskova, S. Kossomeier, R. Madlener, S. Merše, M. Obersteiner, D. Staničić, T. Štokelj, A. Urbančič, and C. Weber. Optimization of CHP plants in a liberalised power system. *BPC Proceedings*, 2, 2002.
- [Ric02] R. Richter. Pricing designs in retail electricity: How to get out of price wars and get into profitability. *Electric Light and Power*, pages 27–28, August 2002.
- [Roy52] A. D. Roy. Safety-first and the holding of assets. *Econometrica*, 20:431–449, 1952.
- [RU00] R. R. Rockafellar and S. Uryasev. Optimization of conditional value-at-risk. *Journal of Risk*, 2(3):21–41, 2000. <http://www.ise.ufl.edu/uryasev/CVaR1-J0R.pdf>.
- [Sau97] D. Saunders. Applications of optimization to mathematical finance. Department of Mathematics, University of Toronto, 1997. <http://www-risklab.erin.utoronto.ca/DaveSaundersThesis.pdf>.
- [Tsc99] A. E. Tschoegl. The key to risk management: Management. 99-42, The Wharton School, 1999. <http://fic.wharton.upenn.edu/fic/papers/99/9942.pdf>.

- [Ung02] G. Unger. *Hedging strategy and electricity contract engineering*. PhD thesis, Swiss Federal Institute of Technology, Zurich, 2002. [http://www.ifor.math.ethz.ch/publications/diss\\_unger](http://www.ifor.math.ethz.ch/publications/diss_unger).
- [Ury00] S. Uryasev. Conditional value-at-risk: optimization algorithms and applications. *Financial Engineering News*, 14, February 2000. <http://www.ise.ufl.edu/rmfe/pub-portf.htm>.
- [Zad63] L. A. Zadeh. Optimality and non-scalar-valued performance criteria. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 8:49–60, 1963.

# Capítulo 5

## Formulación del problema estocástico

En este capítulo se expone la formulación original del problema de optimización estocástica como soporte a la decisión de la contratación y la operación energética a medio plazo de un consumidor industrial. Este planteamiento se apoya en el modelo determinista presentado en el capítulo 3.

Se presentan tres versiones del problema, la primera neutral al riesgo y las otras dos con capacidad de gestionar el riesgo. En estos últimos casos se emplean los modelos de nivel de seguridad y valor en riesgo (VaR) de acuerdo a lo concluido en el capítulo anterior.

La incertidumbre se representa mediante un árbol con un número finito de escenarios, de forma que el modelo estocástico se convierte en uno determinista de gran tamaño.

La estructura de la exposición es la siguiente. En las secciones 5.2 y 5.3 se presentan respectivamente las características del modelo estocástico y del árbol de escenarios empleado. La estructura y el tamaño del problema se describen en la sección 5.4. Las conclusiones del capítulo se incluyen en la sección 5.5. Finalmente, en el anexo I se muestra el planteamiento completo del modelo y en el anexo II la notación empleada adicional a la formulada para el problema determinista.

### 5.1. Introducción

Los mercados energéticos están sujetos a volatilidad alta en sus precios y, por tanto, para tomar decisiones realistas son necesarias herramientas de optimización matemática que evalúen esta incertidumbre.

Mientras que en mercados mayoristas financieros y energéticos son comunes estas

herramientas, en los mercados minoristas en los que opera un consumidor industrial no sucede lo mismo. La causa de esta carencia puede deberse a la juventud de los mercados energéticos minoristas y al escaso volumen económico de las transacciones frente a los mercados mayoristas. Es probablemente por ello por lo que en la literatura revisada no se han encontrado modelos de optimización estocástica como herramienta de apoyo a la decisión en la contratación de consumidores industriales.

Con respecto a problemas donde intervienen cogeneraciones, Paravan *et al.* [PBG<sup>+</sup>02] proponen un modelo de programación estocástica donde se gestiona conjuntamente contratos y cogeneración. El cogenerador actúa como agente generador de energía térmica y eléctrica, de forma que tanto el planteamiento como los contratos son de diferente naturaleza al modelo aquí presentado. En su trabajo, Paravan *et al.* contemplan la incertidumbre de precios y demanda mediante un árbol de escenarios, y optimizan el valor esperado del beneficio sin realizar explícitamente una gestión del riesgo.

Por tanto, el problema expuesto en este capítulo es original al considerar la toma de decisiones de consumidores industriales bajo incertidumbre. Igualmente, emplear los modelos de nivel de seguridad y VaR como medida de riesgo supone una aportación ya que, aunque son empleados en el ámbito financiero [Roy52, GP99, LMU02], no se conoce su aplicación en problemas de optimización estocástica en el sector de la energía.

## 5.2. Características del modelo

En esta sección se recogen las principales características del problema estocástico. Este se basa en el modelo determinista del capítulo 3 y en las formulaciones del riesgo del apartado 4.6 del capítulo anterior.

La determinación bajo incertidumbre de la contratación y la operación de la instalación se realiza mediante un modelo estocástico *bietapa*.

En una primera etapa se escogen los contratos a firmar de cada bien. Estas son decisiones *aquí y ahora* (*here-and-now*) ya que se toman bajo futuro incierto. Es lo que se denomina *no anticipatividad*.

En la segunda etapa se determinan las decisiones *espera y ve* (*wait-and-see*). Estas corresponden a la producción de la caldera y la cogeneración en cada periodo del horizonte del problema en función de los contratos escogidos y de los parámetros estocásticos del modelo. Es lo que se denomina *adaptabilidad*, debido a que las decisiones se toman una vez desvelada la incertidumbre.

Los parámetros considerados estocásticos son los precios de la electricidad y de los combustibles, mientras que las demandas eléctrica y térmica son deterministas. La volatilidad de las demandas es mucho menor que la de los precios y por tanto su peso en el coste de los contratos puede ser despreciado. Los consumos de una

fábrica son en general predecibles con un error pequeño ya que los regímenes de consumo son habitualmente cíclicos y muy similares en cada ciclo dependiendo de las máquinas en funcionamiento.

El coste total del abastecimiento energético se representa mediante la función discreta de probabilidad  $c_T \in R^{\bar{G}}$ , siendo  $\bar{G}$  el número total de escenarios. Cada valor  $c_T^g$  de esta distribución, con  $g \in E$  el índice de escenarios, está compuesto por los siguientes términos:

$$c_T^g = c_a^g + m_a^g + c_o^g + m_o^g + c_e^g - i_e^g \quad \forall g \in E \quad (5.1)$$

En esta ecuación  $c_e^g$ ,  $c_a^g$ ,  $c_o^g$ ,  $i_e^g$  son los costes para cada escenario de los contratos de adquisición de energía eléctrica, fueloil para la caldera, gas natural para la cogeneración y venta de excedentes de energía eléctrica respectivamente. Estos costes dependen de las variables de decisión de los contratos, únicas para todos los escenarios, y de los consumos o la venta de bienes determinados en función de los precios de cada escenario.

Por su parte, los costes de mantenimiento de la caldera  $m_a^g$  y de la cogeneración  $m_o^g$  vienen dados por lo generado por la instalación en cada periodo una vez desvelada la incertidumbre de precios.

Denominando  $p^g$  a la probabilidad de ocurrencia de cada escenario, el coste total esperado  $E[c_T]$  es:

$$E[c_T] = \sum_{g \in E} p^g c_T^g \quad (5.2)$$

Las restricciones  $X$  del problema, al igual que en el caso determinista, tienen las siguientes funciones:

- Determinar el arranque/parada y el despacho económico de la caldera y la cogeneración.
- Satisfacer el balance térmico y eléctrico de la fábrica.
- Evaluar la cantidad y el precio asociados a los contratos.

Las tres versiones originales planteadas del problema estocástico, cuya formulación completa se encuentra en el anexo I, se exponen a continuación en forma compacta:

### Neutral al riesgo

Este modelo minimiza el coste total esperado  $E[c_T]$  del abastecimiento energético del consumidor industrial. Por tanto, no penaliza escenarios de costes altos y no gestiona el riesgo. Su formulación es:

$$\begin{aligned} \min_{c_T \in R^G} \quad & E[c_T] \\ \text{s.a.} \quad & \\ & c_T \in X \end{aligned} \tag{5.3}$$

### Nivel de seguridad

Incluyendo en el modelo anterior una cota  $S_{ns}$  al coste total de cada escenario, el consumidor se asegura de no incurrir en costes altos. De acuerdo al Modelo 5 de la sección 4.6.1 la formulación es:

$$\begin{aligned} \min_{c_T \in R^G} \quad & E[c_T] \\ \text{s.a.} \quad & \\ & c_T \in X \\ & c_T^g \leq S_{ns} \quad \forall g \in E \end{aligned} \tag{5.4}$$

### Valor en riesgo

Denominando  $z$  al VaR para un nivel de confianza dado, el modelo es el siguiente:

$$\begin{aligned} \min_{c_T \in R^G, z \in R} \quad & z \\ \text{s.a.} \quad & \\ & c_T \in X \\ & c_T, z \in Y \\ & E[c_T] \leq S_{VaR} \end{aligned} \tag{5.5}$$

Las restricciones  $Y$  corresponden a las ecuaciones (5.10) y (5.11) del anexo I. Estas determinan el escenario que corresponde al VaR para el nivel de confianza deseado, según lo explicado en el apartado 4.6.1. Mediante el parámetro  $S_{VaR}$  se limita el coste total esperado.

Los dos últimos planteamientos son denominados en la literatura de optimización estocástica *multiobjetivo paramétricos*. Obtienen un compromiso entre los objetivos de minimizar el coste total esperado y la medida de riesgo (nivel de seguridad o VaR) mediante la variación de los parámetros de aversión al riesgo  $S_{ns}$  o  $S_{VaR}$ .

## 5.3. Arbol de escenarios

En la primera parte de esta sección se describen las bases de los árboles de escenarios. A continuación, se expone la estructura de árbol propuesta para el problema estocástico presentado.

Los métodos empleados para obtener los árboles constituyen el objeto de la parte III de la tesis.

### 5.3.1. Consideraciones generales

La forma natural y explícita de representar la no anticipatividad y adaptabilidad de las decisiones es mediante un árbol de probabilidad. Con anterioridad al primer periodo temporal del alcance del problema (raíz del árbol), el planificador debe tomar la decisión de contratación con la incertidumbre futura de los precios sin desvelar. En los periodos siguientes se toman las distintas decisiones de operación basándose en los contratos realizados en la raíz del árbol y en los precios de cada estado.

El árbol de probabilidad o escenarios constituye una representación discreta de los posibles estados o nodos  $\omega \in \Omega$  del árbol que pueden tomar las variables aleatorias del modelo en cada periodo  $k \in K$  del alcance del problema.

Cualquier camino o trayectoria que va desde la raíz del árbol hasta las hojas es lo que se define como escenario. Aquéllos que comparten una misma información hasta una cierta etapa también comparten esas ramas del árbol.

La probabilidad de transición de un nodo a otro se representa por  $p^\omega$ , mientras que  $p^g$  es la probabilidad de ocurrencia del escenario  $g$ . Existe una correspondencia unívoca entre cada uno de los nodos del árbol de escenarios y su predecesor, de forma que si  $E_g$  es el conjunto de nodos  $\omega$  que pertenecen al escenario  $g$ , ambas probabilidades están ligadas por la expresión:

$$p^g = \prod_{\omega \in E_g} p^\omega \quad (5.6)$$

Cada nodo puede ramificarse un número indefinido de veces, aunque normalmente estas ramificaciones son reducidas ya que elevan considerablemente el tamaño de



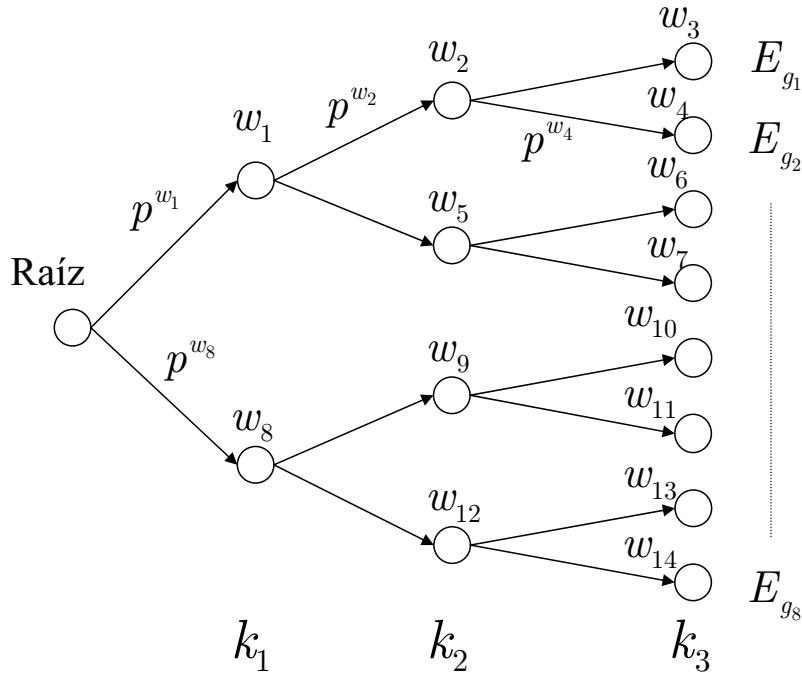


Figura 5.1: Árbol de escenarios con bifurcaciones en cada nodo.

los problemas.

Una de las estructuras más habituales de árbol es aquella con bifurcaciones en cada nodo. En la figura 5.1 se representa un árbol de este tipo formado por ocho escenarios  $E = \{E_{g_1}, \dots, E_{g_8}\}$ , tres periodos  $K = \{k_1, k_2, k_3\}$  y catorce nodos  $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_{14}\}$ . El segundo escenario, por ejemplo, está compuesto por los nodos  $E_{g_2} = \{\omega_1, \omega_2, \omega_4\}$  y tiene una probabilidad de ocurrencia  $p_{g_2} = p_{\omega_1} \times p_{\omega_2} \times p_{\omega_4}$ .

Adicionalmente, para recorrer el árbol se define el conjunto  $\Omega_k$  de nodos  $\omega$  que pertenece al periodo  $k$ . Así, el conjunto de nodos del primer periodo es  $\Omega_1 = \{\omega_1, \omega_8\}$ .

### 5.3.2. Estructura del árbol del problema

La estructura del árbol de probabilidad del modelo viene determinada por la incertidumbre y por la relación temporal de los precios de compraventa de electricidad y de compra de los combustibles gas natural y fueloil.

Los precios empleados de los combustibles son medios mensuales al ser éstos los de referencia más habituales en contratos entre comercializadores y consumidores industriales en el mercado español. Por tanto, estos precios mantienen una relación temporal entre meses consecutivos a lo largo del año de planificación.

Con los precios de compraventa de electricidad no sucede lo mismo. Estos pueden oscilar entre una frecuencia horaria y anual en función del tipo de contrato. Dado que el precio de la electricidad es estacional, se ha optado por formar grupos de

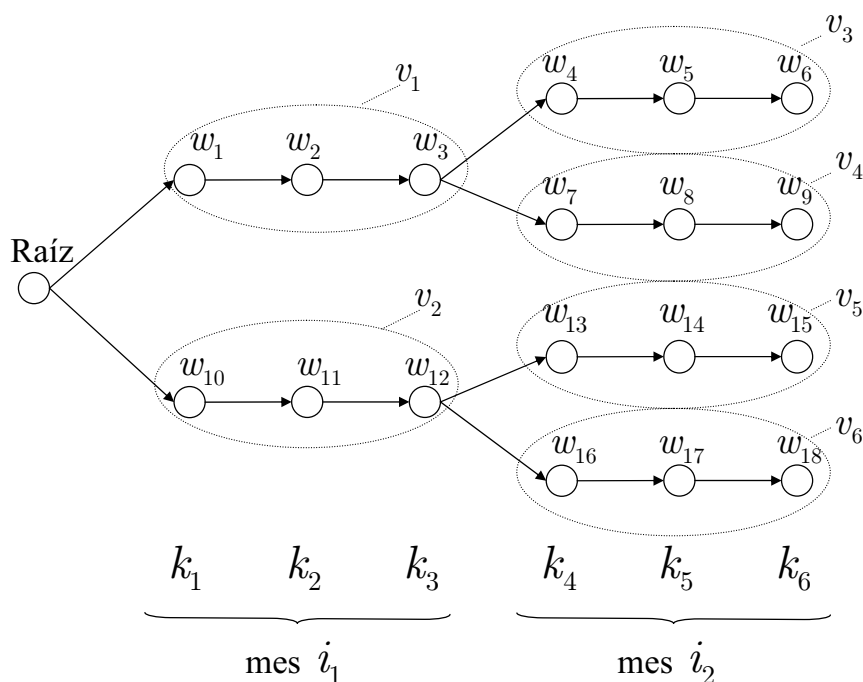


Figura 5.2: Arbol de escenarios para el problema estocástico.

precios horarios en cada mes según esta característica (ver capítulo 7 acerca de la formación de escenarios de precios de electricidad). Esta medida es razonable ya que, por una parte se representan los distintos niveles de precios, y por otra se reduce el número de periodos del problema. Además, no tendría sentido considerar precios horarios en un horizonte anual ya que no es posible predecirlos a tan largo plazo.

Para implementar esta relación temporal de precios se plantea un árbol donde no son posibles las ramificaciones de nodos en periodos que pertenecen a un mismo mes. De esta forma, la probabilidad de tránsito entre nodos consecutivos de un escenario dentro del mismo mes es 1. Mediante esta solución se solventa la falta de relación temporal de precios de electricidad entre periodos dentro de un mismo mes.

Esta estructura del árbol es más restrictiva que la comentada en el apartado anterior. No obstante, es bastante flexible ya que admite un número configurable de ramificaciones intermensuales y de nodos en cada mes.

En la figura 5.2 se muestra un árbol de estas características. Por motivos de claridad en la exposición, el árbol lo componen dos meses en vez de los doce del año. El primer mes  $i_1$  está formado por los periodos  $\{k_1, k_2, k_3\}$  y el segundo mes  $i_2$  por los restantes periodos.

Para hacer referencia a los precios de los combustibles y variables asociadas se define el conjunto  $V$  de estados mensuales  $v$  del problema. En el árbol de la figura 5.2 este conjunto es  $V = \{v_1, \dots, v_6\}$ .

Cada mes  $i$  del año contiene un número de estados mensuales  $v$  definidos me-

diante el conjunto  $V_i$ . Así, en el árbol del ejemplo,  $V_{i_1} = \{v_1, v_2\}$  y  $V_{i_2} = \{v_3, \dots, v_6\}$ .

Por tanto, para cada estado mensual  $v$  de cada mes  $i$  se tiene un precio de fueloil  $P_f^v(i)$  y otro de gas natural  $P_g^v(i)$ . De forma análoga, en cada nodo  $\omega$  de cada periodo  $k$  existe un precio de compra  $P_e^\omega(k)$  y otro de venta  $V_e^\omega(k)$  de electricidad.

Incluir estados mensuales  $v$  en la estructura del árbol hace necesario nuevos conjuntos para recorrer el árbol. Análogamente a los conjuntos  $\Omega_k$  y  $E_g$  para relacionar los nodos  $\omega$  con los periodos  $k$  y los escenarios  $g$  respectivamente, se definen los conjuntos  $\Omega_v$  y  $E'_g$ . El primero hace referencia a los nodos  $\omega$  del estado mensual  $v$  y el segundo a los estados mensuales  $v$  del escenario  $g$ . Continuando con el ejemplo de la figura 5.2, el conjunto de nodos para el primer estado mensual es  $\Omega_{v_1} = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$ , y los estados mensuales del primer escenario son  $E'_{g_1} = \{v_1, v_3\}$ .

La definición de los conjuntos e índices relacionados con el árbol de escenarios se encuentra en el anexo II.

## 5.4. Estructura y tamaño del problema

Al igual que en la sección 3.7 para el modelo determinista, en este apartado se presenta la estructura y el tamaño del problema.

Las variables y las restricciones se describen según su relación con el árbol de probabilidad, no desde la perspectiva de la funcionalidad como se realiza en la sección 3.7, ya que ésta es la misma en ambos planteamientos. Por tanto, la clasificación de las variables y las restricciones obedece a si éstas son independientes al árbol o si hacen referencia a un nodo  $\omega$ , a un estado mensual  $v$ , o a un escenario  $g$ .

De las tres versiones del problema estocástico, se ha tomado como referencia para la exposición el modelo que gestiona el riesgo mediante el VaR. Este únicamente cambia respecto a los otros dos en la función objetivo y las restricciones relacionadas con el riesgo, por lo que el tamaño de los tres problemas es muy similar.

### 5.4.1. Variables

A continuación se muestra la clasificación de las variables reales atendiendo a la estructura y el tamaño del árbol de escenarios. Entre paréntesis se indican las variables a las que hacen referencia (ver anexo IV del capítulo 3 para la descripción de las mismas en su versión determinista). Así, estas variables son:

- Independientes del árbol:
  - Valor en riesgo ( $z$ ).
- Asociadas a cada nodo  $\omega$  del árbol:

- Operación de la instalación:
  - Operación de la caldera ( $f_a^\omega(k)$ ,  $v_a^\omega(k)$ ,  $l_a^\omega(k)$ ).
  - Operación de la cogeneración ( $g_o^\omega(k)$ ,  $e_o^\omega(k)$ ,  $e_{oe}^\omega(k)$ ,  $e_{od}^\omega(k)$ ,  $v_o^\omega(k)$ ,  $v_{ov}^\omega(k)$ ,  $v_{ol}^\omega(k)$ ,  $l_o^\omega(k)$ ,  $l_{od}^\omega(k)$ ).
  - Energía importada de la red eléctrica ( $e_r^\omega(k)$ ).
- Contratos:
  - Cantidad de energía o combustible asociada a los contratos de cada bien ( $e_{r,i,n}^\omega(k)$ ,  $f_{a,i,n}^\omega(k)$ ,  $g_{o,i,n}^\omega(k)$ ,  $e_{oe,i,n}^\omega(k)$ ).
  - Tramos de consumo en los contratos con bonificación o penalización por volumen de consumo anual ( $q_{e3,n,r}^\omega(k)$ ,  $q_{a1,n,r}^\omega(k)$ ,  $q_{o1,n,r}^\omega(k)$ ).
  - Tramos de consumo en los contratos con límites de precio máximo y mínimo ( $q_{e7,n,r}^\omega(k)$ ,  $q_{a2,n,r}^\omega(k)$ ,  $q_{o2,n,r}^\omega(k)$ ).
- Asociadas a cada escenario  $g$  del árbol:
  - Operación de la instalación:
    - Coste de operación y mantenimiento de la caldera ( $m_a^g$ ).
    - Coste de operación y mantenimiento de la cogeneración ( $m_o^g$ ).
  - Contratos:
    - Coste o ingreso del contrato seleccionado de cada bien ( $c_e^g$ ,  $c_a^g$ ,  $c_o^g$ ,  $i_e^g$ ).
    - Coste o ingreso de los contratos propuestos de cada bien ( $c_{e,i,n}^g$ ,  $c_{a,i,n}^g$ ,  $c_{o,i,n}^g$ ,  $i_{e,i,n}^g$ ).

En la tabla 5.1 se muestra el número de variables reales y de bloques del problema según el tamaño de los conjuntos de datos definidos. Las variables se agrupan según sus funciones. Se recuerda al lector que los subíndices  $e$ ,  $a$ ,  $o$  y  $v$  son empleados respectivamente para los contratos de compra de energía eléctrica, fueloil y gas natural, y de venta de excedentes de energía eléctrica. Los superíndices que referencian los conjuntos de tramos  $R$  de precios o consumo indican el tipo de contrato del bien  $e$ ,  $a$  u  $o$ . Los conjuntos de contratos se denotan con la letra  $N$  y el subíndice correspondiente al bien negociado y al tipo de contrato. Las líneas horizontales sobre un conjunto indican el número máximo de elementos que contienen.

Por otra parte, la clasificación de las variables binarias de acuerdo a la estructura del árbol es:

- Independientes del árbol:
  - Decisiones de contratación de cada bien ( $\alpha_{e,i,n}$ ,  $\alpha_{a,i,n}$ ,  $\alpha_{o,i,n}$ ,  $\alpha_{v,i,n}$ ).
- Asociadas a cada nodo  $\omega$  del árbol:
  - Operación de la instalación:

	Variables reales (bloques)
Función objetivo	1 (1)
Riesgo	$6\overline{G}$ (6)
Caldera	$3\overline{\Omega}$ (3)
Cogeneración	$9\overline{\Omega}$ (9)
Balance de energía	$\overline{\Omega}$ (1)
Adquisición E <sup>a</sup> eléctrica	$(\overline{G} + \overline{\Omega}) \sum_{i \in N_e} \overline{N}_{e_i} + \overline{\Omega} (R_e^3 \overline{N}_{e_3} + R_e^7 \overline{N}_{e_7})$ (4)
Adquisición fueloil	$(\overline{G} + \overline{\Omega}) \sum_{i \in N_a} \overline{N}_{a_i} + \overline{\Omega} (R_a^1 \overline{N}_{a_1} + R_a^2 \overline{N}_{a_2})$ (4)
Adquisición gas natural	$(\overline{G} + \overline{\Omega}) \sum_{i \in N_o} \overline{N}_{o_i} + \overline{\Omega} (R_o^1 \overline{N}_{o_1} + R_o^2 \overline{N}_{o_2})$ (4)
Venta E <sup>a</sup> eléctrica	$(\overline{G} + \overline{\Omega}) \sum_{i \in N_v} \overline{N}_{v_i}$ (2)

Tabla 5.1: Número de variables reales del problema estocástico.

- Estado de la caldera: parada o producción ( $\gamma_a^\omega(k)$ ).
- Estado de la cogeneración: parada o producción ( $\gamma_o^\omega(k)$ ).
- Balance de energía eléctrica ( $\theta_e^\omega(k)$ ,  $\theta_r^\omega(k)$ ).
- Contratos:
  - Tramos de precios en los contratos de adquisición de energía eléctrica con límites de precio máximo y mínimo ( $\beta_{e_{\tau,n,r}}^\omega(k)$ ).
- Asociadas a cada estado mensual  $v$  del árbol:
  - Tramos de precios en los contratos de adquisición de fueloil y gas natural con límites de precio máximo y mínimo ( $\beta_{a_{2,n,r}}^v(i)$ ,  $\beta_{o_{2,n,r}}^v(i)$ ).
- Asociadas a cada escenario  $g$  del árbol:
  - Contratos:
    - Tramos de consumo en los contratos con bonificación o penalización por volumen de consumo anual ( $\beta_{e_{3,n,r}}^g$ ,  $\beta_{a_{1,n,r}}^g$ ,  $\beta_{o_{1,n,r}}^g$ ).
  - Otras:
    - Determinación del VaR ( $\delta^g$ ).

El número total de variables binarias y de bloques se indican en la tabla 5.2. Tanto esta tabla como la anterior muestra que el número de variables depende fundamentalmente de la estructura del árbol de probabilidad, la cual establece la cantidad de nodos y escenarios para un número  $\overline{K}$  de periodos del problema.

### 5.4.2. Restricciones

La descripción de las restricciones se divide en dos grupos. El primero corresponde a las que no ligan periodos temporales  $k$  y hacen referencia a un único nodo  $\omega$

	Variables binarias (bloques)
Riesgo	$\overline{G}$ (1)
Caldera	$\overline{\Omega}$ (1)
Cogeneración	$\overline{\Omega}$ (1)
Balace de energía	$2\overline{\Omega}$ (2)
Adquisición E <sup>a</sup> eléctrica	$\sum_{i \in N_e} \overline{N_{e_i}} + \overline{GR_e^3 N_{e_3}} + \overline{\Omega R_e^7 N_{e_7}}$ (3)
Adquisición fueloil	$\sum_{i \in N_a} \overline{N_{a_i}} + \overline{GR_a^1 N_{a_1}} + \overline{VR_a^2 N_{a_2}}$ (3)
Adquisición gas natural	$\sum_{i \in N_o} \overline{N_{o_i}} + \overline{GR_o^1 N_{o_1}} + \overline{VR_o^2 N_{o_2}}$ (3)
Venta E <sup>a</sup> eléctrica	$\sum_{i \in N_v} \overline{N_{v_i}}$ (1)

Tabla 5.2: Número de variables binarias del problema estocástico.

del árbol. En el segundo grupo se encuentran las restricciones que relacionan varios periodos temporales, bien asociando variables de todos los periodos, de un escenario  $g$  o de un estado mensual  $v$ .

Las restricciones para cada nodo  $\omega$  del árbol se exponen a continuación. Entre paréntesis se mencionan las ecuaciones del anexo I a las que hacen referencia.

■ Operación de la instalación:

- Operación de la caldera ((5.13), (5.14)).
- Operación de la cogeneración ((5.16)-(5.20)).
- Balance de energía térmica y eléctrica ((5.24)-(5.27)).

■ Contratos:

- Relación entre la cantidad imputada a cada contrato y los consumos de electricidad, fueloil, gas natural o la venta de energía eléctrica ((5.31), (5.53), (5.70), (5.87)).
- Determinación de los tramos de precios y consumo en los contratos con bonificación o penalización por consumo y en aquéllos con límites de precio máximo y mínimo ((5.40), (5.45)-(5.47), (5.49), (5.60), (5.63), (5.66), (5.77), (5.80), (5.83)).

En la tabla 5.3 se muestra, según su funcionalidad, el número de restricciones y de bloques asociados a un solo nodo del árbol.

De igual forma, las restricciones que ligán varios periodos temporales se muestran en la tabla 5.4. Según su relación con el árbol de escenarios, estas restricciones son las que:

- Relacionan variables de todo el árbol:

	Restricciones (bloques)
Riesgo	
Caldera	$3\bar{\Omega}$ (3)
Cogeneración	$8\bar{\Omega}$ (8)
Balance de energía	$6\bar{\Omega}$ (6)
Adquisición E <sup>a</sup> eléctrica	$\bar{\Omega} + \bar{\Omega}N_{e_3} + \bar{\Omega}N_{e_7}(6 + R_e^7)$ (9)
Adquisición fueloil	$\bar{\Omega} + \bar{\Omega}N_{a_1} + 5VN_{a_2} + \bar{\Omega}N_{a_2}(1 + R_a^2)$ (9)
Adquisición gas natural	$\bar{\Omega} + \bar{\Omega}N_{o_1} + 5VN_{o_2} + \bar{\Omega}N_{o_2}(1 + R_o^2)$ (9)
Venta E <sup>a</sup> eléctrica	$\bar{\Omega}$ (1)

Tabla 5.3: Número de restricciones del problema estocástico para cada periodo temporal.

	Restricciones (bloques)
Riesgo	$2 + \bar{G}$ (3)
Caldera	$\bar{G}$ (1)
Cogeneración	$3\bar{G}$ (3)
Balance de energía	
Adquisición E <sup>a</sup> eléctrica	$2 + \bar{G} + (1 + \bar{G}) \sum_{i \in N_e} N_{e_i} + \bar{G}N_{e_3}(3R_e^3 - 1) + \bar{N}_{e_7}$ (16)
Adquisición fueloil	$2 + \bar{G} + (1 + \bar{G}) \sum_{i \in N_a} N_{a_i} + \bar{G}N_{a_1}(3R_a^1 - 1) + \bar{N}_{a_2}$ (11)
Adquisición gas natural	$2 + \bar{G} + (1 + \bar{G}) \sum_{i \in N_o} N_{o_i} + \bar{G}N_{o_1}(3R_o^1 - 1) + \bar{N}_{o_2}$ (11)
Venta E <sup>a</sup> eléctrica	$2 + \bar{G} + (1 + \bar{G}) \sum_{i \in N_v} N_{v_i}$ (6)

Tabla 5.4: Número de restricciones del problema estocástico que ligan varios periodos temporales.

- Riesgo:
  - Determinación del VaR ((5.11)).
  - Límite del coste esperado ((5.12)).
- Contratos:
  - Relación entre los contratos a firmar y los consumos asociados ((5.29), (5.30), (5.32), (5.51), (5.52), (5.54), (5.68), (5.69), (5.71), (5.85), (5.86), (5.88)).
  - Relación entre las variables binarias de tramos y las de decisión de los contratos con límites de precio máximo y mínimo ((5.48), (5.65), (5.82)).
- Relacionan variables de un estado mensual  $v$ :

- Contratos:
  - Determinación de los tramos de precios en los contratos de adquisición de fueloil y gas natural con límites de precio máximo y mínimo ((5.62), (5.64), (5.79), (5.81)).
- Relacionan variables de un escenario  $g$ :
  - Riesgo:
    - Determinación del VaR ((5.10)).
  - Operación de la instalación:
    - Coste de operación y mantenimiento de la caldera ((5.15)).
    - Coste de operación y mantenimiento de la cogeneración, y límites de rendimiento y energía vendida ((5.21)-(5.23)).
  - Contratos:
    - Relación entre los costes de los contratos de cada bien, y entre costes y cantidades consumidas de cada contrato ((5.28), (5.33)-(5.35), (5.41)-(5.44), (5.50), (5.55), (5.61), (5.67), (5.72), (5.78), (5.84), (5.89), (5.90)).
    - Determinación del tramo de consumo en los contratos con bonificación o penalización por volumen de consumo ((5.36)-(5.39), (5.56)-(5.59), (5.73)-(5.76)).

### 5.4.3. Ejemplo numérico del tamaño del problema

En esta sección se muestra un ejemplo numérico del tamaño del problema estocástico.

El número de datos utilizado de cada conjunto se encuentra en la tabla 5.5. Los contratos y los periodos son los mismos que en el ejemplo del caso determinista (sección 3.7). Se consideran 15 escenarios, en donde cada nodo pertenece a un único escenario. De esta forma se tiene un número razonable de nodos ya que el problema determinista es de gran tamaño y contiene variables binarias. Con esta estructura de árbol el número de nodos es  $\bar{\Omega} = \bar{K} \times \bar{G}$  y el de estados mensuales  $\bar{V} = \bar{T}^{12} \times \bar{G}$ .

Con estos valores se tienen 129984 variables, de las cuales 16148 son binarias, y 87729 restricciones, siendo 1779 las que ligan varios periodos (tabla 5.6). Al igual que en el caso determinista, este tamaño es orientativo y superior al del problema ya que algunas variables son determinadas una vez conocidos los datos de entrada.

Con este tamaño del problema, el número de coeficientes distinto de cero de la matriz de restricciones es 491926. En la figura 5.3 se muestra esta matriz, siendo los puntos azules coeficientes de variables reales y los rojos de variables binarias.



Las restricciones de esta matriz se encuentran en el mismo orden en el que se presentan en el anexo I. En esta figura las variables están ordenadas por bloques, por lo que habría que reordenar la matriz si se recurre a técnicas de descomposición para resolver el problema. No obstante, esta figura proporciona una buena orientación del tamaño del modelo.

Esta matriz es básicamente la misma que la del caso determinista (figura 3.7) salvando el tamaño del problema. Aparte de las variables y restricciones creadas debido al árbol de escenarios, únicamente se han añadido en el problema estocástico las correspondientes a las de la medida del riesgo.

El tamaño del modelo crece prácticamente de forma lineal con el número de escenarios  $\bar{G}$ . No obstante, según se muestra en el caso ejemplo del capítulo 8, el tiempo de resolución del problema no se comporta linealmente respecto al número de escenarios.

Generales	$\bar{K}$ 90	$\bar{T}^{12}$ 12	$\bar{G}$ 15	$\bar{\Omega}$ 1350	$\bar{V}$ 180		
Adquisición E <sup>a</sup> Eléctrica	$\bar{N}_{e_1}$ 1	$\bar{N}_{e_2}$ 2	$\bar{N}_{e_3}/\bar{R}_e^3$ 2/5	$\bar{N}_{e_4}$ 2	$\bar{N}_{e_5}$ 1	$\bar{N}_{e_6}$ 2	$\bar{N}_{e_7}/\bar{R}_e^7$ 2/3
Adquisición fueloil	$\bar{N}_{a_1}/\bar{R}_a^1$ 2/5	$\bar{N}_{a_2}/\bar{R}_a^2$ 2/3					
Adquisición gas natural	$\bar{N}_{o_1}/\bar{R}_o^1$ 2/5	$\bar{N}_{o_2}/\bar{R}_o^2$ 2/3					
Venta E <sup>a</sup> eléctrica	$\bar{N}_{v_1}$ 1	$\bar{N}_{v_2}$ 2					

Tabla 5.5: Ejemplo de valores de los conjuntos del problema estocástico.

## 5.5. Conclusiones

En este capítulo se ha presentado la formulación original de modelos de optimización estocástica para la gestión combinada de la contratación y la operación de la instalación de un consumidor industrial. Hasta la fecha, estos son los únicos modelos de programación estocástica de los que se tiene constancia orientados a la gestión energética de consumidores en mercados minoristas.

Se proponen tres modelos, uno neutral al riesgo y otros dos que tienen presente el riesgo a través de las medidas denominadas nivel de seguridad y valor en riesgo (VaR). Mediante estos últimos modelos el decisor obtendrá un compromiso entre coste esperado y riesgo a asumir.

Los parámetros estocásticos considerados son los precios del fueloil, del gas natural y de la electricidad. Para incluir la incertidumbre de los parámetros en el modelo

Variables	Reales	Binarias	Total
Función objetivo	1		1
Riesgo	90	15	105
Caldera	4050	1350	5400
Cogeneración	12150	1350	13500
Balance de energía	1350	2700	4050
Adquisición E <sup>a</sup> eléctrica	37980	8262	46242
Adquisición fueloil	27060	1234	28294
Adquisición gas natural	27060	1234	28294
Venta E <sup>a</sup> eléctrica	4095	3	4098
Total	113836	16148	129984

Restricciones	Ligan varios periodos		Total
	Si	No	
Riesgo	17		17
Caldera	15	4050	4065
Cogeneración	45	10800	10845
Balance de energía		8100	8100
Adquisición E <sup>a</sup> eléctrica	631	28350	28981
Adquisición fueloil	503	16650	17153
Adquisición gas natural	503	16650	17153
Venta E <sup>a</sup> eléctrica	65	1350	1415
Total	1779	85950	87729

Tabla 5.6: Ejemplo de variables y restricciones del problema estocástico.

se recurre a un árbol de escenarios. Dado que los precios horarios de electricidad se agrupan de forma que no mantienen una relación temporal en todos los periodos del problema, se ha propuesto una estructura de árbol en la que sea compatible combinar estos precios con los de los combustibles.

El problema resultante es de gran tamaño e incluye un número elevado de variables binarias, siendo las ecuaciones y las variables asociadas a los contratos con tramos de precios y consumo las que más peso tienen en el tamaño del problema.

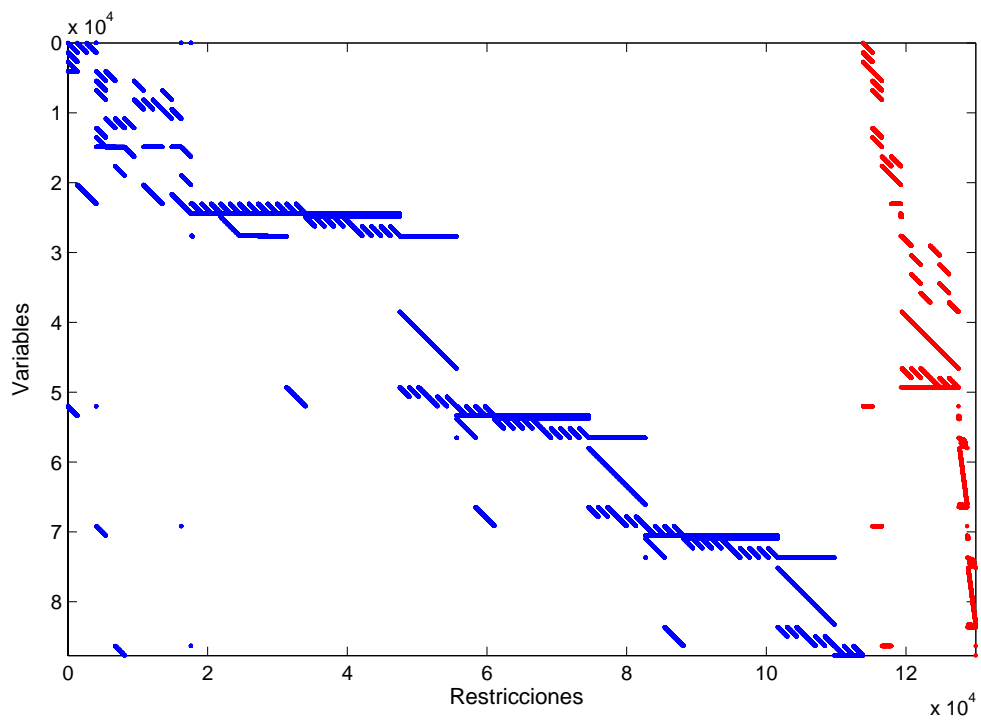


Figura 5.3: Matriz de restricciones del problema estocástico.

## 5.6. Anexo I: Modelo estocástico

En este anexo se presenta la formulación propuesta del problema estocástico completo. La descripción detallada de las ecuaciones en su versión determinista se encuentra en el capítulo 3, por lo que se omite en este apartado.

Los valores que dependen del árbol tienen superíndice  $\omega$ ,  $v$  o  $g$  en función de si hacen referencia a un nodo, a un estado mensual o a un escenario, respectivamente.

### 5.6.1. Función objetivo

Se formulan dos funciones objetivo: coste total esperado (5.7) para los modelos neutral al riesgo y aquel que utiliza el nivel de seguridad como medida de riesgo, y valor en riesgo (VaR) (5.8) para el modelo que emplea esta medida para gestionar la incertidumbre:

$$\min E[c_T] = \sum_{g \in E} p^g (c_a^g + m_a^g + c_o^g + m_o^g + c_e^g - i_e^g) \quad (5.7)$$

$$\min z \quad (5.8)$$

### 5.6.2. Medidas de riesgo

#### 5.6.2.1. Nivel de seguridad

Limitación del coste asociado a cada escenario (5.9):

$$\underbrace{c_a^g + m_a^g + c_o^g + m_o^g + c_e^g - i_e^g}_{c_T^g} \leq S_{ns} \quad \forall g \in E \quad (5.9)$$

#### 5.6.2.2. Valor en riesgo

Determinación de los escenarios con coste superior al VaR con el nivel de confianza deseado (5.10)-(5.11) y límite del valor esperado (5.12), en el caso de tener como función objetivo la minimización del VaR :

$$\underbrace{c_a^g + m_a^g + c_o^g + m_o^g + c_e^g - i_e^g}_{c_T^g} \leq z + M\delta^g \quad \forall g \in E \quad (5.10)$$

$$\sum_{g \in E} p^g \delta^g \leq 1 - N_c \quad (5.11)$$

$$\underbrace{\sum_{g \in E} p^g (c_a^g + m_a^g + c_o^g + m_o^g + c_e^g - i_e^g)}_{E[c_T]} \leq S_{VaR} \quad (5.12)$$

### 5.6.3. Caldera

Operación (5.13), límites de operación (5.14), y coste de operación y mantenimiento (5.15):

$$f_a^\omega(k) = A_a \gamma_a^\omega(k) + B_a (v_a^\omega(k) + l_a^\omega(k)) \quad \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega_k \quad (5.13)$$

$$\underline{f}_a \gamma_a^\omega(k) \leq f_a^\omega(k) \leq \overline{f}_a \gamma_a^\omega(k) \quad \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega_k \quad (5.14)$$

$$m_a^g = C_a + D_a \sum_{k \in K} \left( D(k) \sum_{\omega \in (\Omega_k \cap E_g)} f_a^\omega(k) \right) \quad \forall g \in E \quad (5.15)$$

### 5.6.4. Cogeneración

Operación (5.16), límites de operación (5.17), relación entre la energía térmica producida y la consumida (5.18)-(5.19), relación entre la energía eléctrica generada y la consumida y/o vendida (5.20), limitaciones del régimen especial (RD 2818/1998) (5.21)-(5.22), y coste de operación y mantenimiento (5.23):

$$\left. \begin{aligned} g_o^\omega(k) &= A_o \gamma_o^\omega(k) + B_o e_o^\omega(k) \\ g_o^\omega(k) &= E_o \gamma_o^\omega(k) + F_o v_o^\omega(k) \\ g_o^\omega(k) &= G_o \gamma_o^\omega(k) + H_o l_o^\omega(k) \end{aligned} \right\} \quad \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega \quad (5.16)$$

$$\underline{g}_o \gamma_o^\omega(k) \leq g_o^\omega(k) \leq \overline{g}_o \gamma_o^\omega(k) \quad \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega_k \quad (5.17)$$

$$v_o^\omega(k) - \frac{1}{R_c} (v_{ov}^\omega(k) + v_{ol}^\omega(k)) \geq 0 \quad \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega_k \quad (5.18)$$

$$l_o^\omega(k) - l_{od}^\omega(k) \geq 0 \quad \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega_k \quad (5.19)$$

$$e_o^\omega(k) = e_{oe}^\omega(k) + e_{od}^\omega(k) \quad \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega_k \quad (5.20)$$

$$\begin{aligned} & I_o \sum_{k \in K} \left( D(k) \sum_{\omega \in (\Omega_k \cap E_g)} g_o^\omega(k) \right) - \sum_{k \in K} \left( D(k) \sum_{\omega \in (\Omega_k \cap E_g)} (v_{ov}^\omega(k) + v_{ol}^\omega(k)) \right) - \\ & - \sum_{k \in K} \left( D(k) \sum_{\omega \in (\Omega_k \cap E_g)} l_{od}^\omega(k) \right) - \frac{1}{R_e} \sum_{k \in K} \left( D(k) \sum_{\omega \in (\Omega_k \cap E_g)} e_o^\omega(k) \right) \leq 0 \quad (5.21) \\ & \forall g \in E \end{aligned}$$

$$Q_o \sum_{k \in K} \left( D(k) \sum_{\omega \in (\Omega_k \cap E_g)} e_o^\omega(k) \right) - \sum_{k \in K} \left( D(k) \sum_{\omega \in (\Omega_k \cap E_g)} e_{oe}^\omega(k) \right) \geq 0 \quad \forall g \in E \quad (5.22)$$

$$m_o^g = C_o + D_o \sum_{k \in K} \left( D(k) \sum_{\omega \in (\Omega_k \cap E_g)} e_o^\omega(k) \right) \quad \forall g \in E \quad (5.23)$$

### 5.6.5. Balance de Energía

Balance de energía eléctrica (5.24), prohibición de venta de excedentes de energía eléctrica y de compra de energía de la red simultáneamente (5.25), y balance de energía térmica (5.26)-(5.27):

$$E(k) = e_{od}^\omega(k) + e_r^\omega(k) \quad \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega_k \quad (5.24)$$

$$\left. \begin{aligned} \theta_e^\omega(k) + \theta_r^\omega(k) &\leq 1 \\ e_{oe}^\omega(k) - \bar{e}_{oe} \theta_e^\omega(k) &\leq 0 \\ e_r^\omega(k) - \bar{e}_r \theta_r^\omega(k) &\leq 0 \end{aligned} \right\} \quad \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega_k \quad (5.25)$$

$$T_v(k) = v_a^\omega(k) + v_{ov}^\omega(k) \quad \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega_k \quad (5.26)$$

$$T_l(k) = l_a^\omega(k) + l_{od}^\omega(k) + v_{ol}^\omega(k) \quad \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega_k \quad (5.27)$$

### 5.6.6. Contratos

Unicamente se describen las ecuaciones asociadas a los contratos de adquisición de energía eléctrica. Estas son similares al del resto de los bienes negociados. Para una explicación detallada, en su versión determinista, de las restricciones de los contratos de adquisición de fueloil, gas natural o venta de excedentes, véanse respectivamente los anexos I, II y III del capítulo 3.

#### 5.6.6.1. Adquisición de energía eléctrica

##### Comunes a todos los contratos

Coste de los contratos (5.28), límite de contratos a firmar (5.29), prohibición de firmar un contrato si no se consume energía de la red eléctrica (5.30) y (5.32), y asignación del consumo de energía eléctrica de la red a la asociada a los contratos (5.31):

$$c_e^g = \sum_{i \in N_e} \sum_{n \in N_{e_i}} c_{e_i,n}^g \quad \forall g \in E \quad (5.28)$$

$$\sum_{i \in N_e} \sum_{n \in N_{e_i}} \alpha_{e_i,n} \leq 1 \quad (5.29)$$

$$\sum_{i \in N_e} \sum_{n \in N_{e_i}} \alpha_{e_i,n} - \sum_{k \in K} \sum_{\omega \in \Omega_k} \theta_r^\omega(k) \leq 0 \quad (5.30)$$

$$e_r^\omega(k) = \sum_{i \in N_e} \sum_{n \in N_{e_i}} e_{r_i,n}^\omega(k) \quad \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega_k \quad (5.31)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{\omega \in \Omega_k} e_{r_i,n}^\omega(k) - \bar{\Omega} \alpha_{e_i,n} \bar{e}_r \leq 0 \quad \forall i \in N_e, \forall n \in N_{e_i} \quad (5.32)$$

##### Tipo 1: Precio fijo anual

Coste del contrato (5.33):

$$c_{e_1,n}^g = P_{e_{a_1,n}} \alpha_{e_1,n} + P_{e_1,n} \sum_{k \in K} \left( D(k) \sum_{\omega \in (\Omega_k \cap E_g)} e_{r_1,n}^\omega(k) \right) \quad \forall n \in N_{e_1}, \forall g \in E \quad (5.33)$$

**Tipo 2: Precio fijo por periodo**

Coste del contrato (5.34):

$$c_{e_2,n}^g = P_{e_{a_2,n}} \alpha_{e_2,n} + \sum_{i \in T_e^3} \left( P_{e_2,n,i} \sum_{j \in T_{e_i}^3} \left( D(j) \sum_{\omega \in (\Omega_j \cap E_g)} e_{r_2,n}^\omega(j) \right) \right) \quad (5.34)$$

$$\forall n \in N_{e_2}, \forall g \in E$$

**Tipo 3: Precio fijo anual con bonificación/penalización por volumen de consumo**

Coste del contrato (5.35), determinación del tramo de consumo (5.36)-(5.38), activación de los tramos de consumo si el contrato es seleccionado (5.39), y asignación del consumo del contrato a un tramo (5.40):

$$c_{e_3,n}^g = P_{e_{a_3,n}} \alpha_{e_3,n} + P_{e_3,n} \sum_{r \in R_e^3} \left( (1 + \Delta P_{e_3,n,r}) \sum_{k \in K} D(k) \left( \sum_{\omega \in (\Omega_k \cap E_g)} q_{e_3,n,r}^\omega(k) \right) \right) \quad (5.35)$$

$$\forall n \in N_{e_3}, \forall g \in E$$

$$\sum_{k \in K} D(k) \left( \sum_{\omega \in (\Omega_k \cap E_g)} q_{e_3,n,r}^\omega(k) \right) - \beta_{e_3,n,r}^g Q_{e_3,n} (1 + \Delta Q_{e_3,n,r}) \leq 0 \quad (5.36)$$

$$\forall n \in N_{e_3}, r = \{1, \dots, \overline{R_e^3} - 1\}, \forall g \in E$$

$$\sum_{k \in K} D(k) \left( \sum_{\omega \in (\Omega_k \cap E_g)} q_{e_3,n,r}^\omega(k) \right) - \beta_{e_3,n,r}^g Q_{e_3,n} (1 + \Delta Q_{e_3,n,r-1}) \geq 0 \quad (5.37)$$

$$\forall n \in N_{e_3}, r = \{2, \dots, \overline{R_e^3}\}, \forall g \in E$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{\omega \in (\Omega_k \cap E_g)} q_{e_3,n,r}^\omega(k) - \overline{K} \beta_{e_3,n,r}^g \overline{e}_r \leq 0 \quad \forall n \in N_{e_3}, \forall r \in R_e^3, \forall g \in E \quad (5.38)$$

$$\alpha_{e_3,n} = \sum_{r \in R_e^3} \beta_{e_3,n,r}^g \quad \forall n \in N_{e_3}, \forall g \in E \quad (5.39)$$

$$e_{r_3,n}^\omega(k) = \sum_{r \in R_e^3} q_{e_3,n,r}^\omega(k) \quad \forall n \in N_{e_3}, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega_k \quad (5.40)$$



**Tipo 4: Precio fijo anual indexado mensualmente**

Coste del contrato (5.41):

$$c_{e_4,n}^g = P_{e_{a_4,n}} \alpha_{e_4,n} + P_{e_4,n} \sum_{i \in T^{12}} \left( S_{e_4,n,i} \sum_{j \in T_i^{12}} \left( D(j) \sum_{\omega \in (\Omega_j \cap E_g)} e_{r_{4,n}}^\omega(j) \right) \right) \quad (5.41)$$

$$\forall n \in N_{e_4}, \forall g \in E$$

**Tipo 5: Precio de mercado spot**

Coste del contrato (5.42):

$$c_{e_5,n}^g = P_{e_{a_5,n}} \alpha_{e_5,n} + \sum_{k \in K} \left( D(k) \sum_{\omega \in (\Omega_k \cap E_g)} P_e^\omega(k) e_{r_{5,n}}^\omega(k) \right) \quad \forall n \in N_{e_5}, \forall g \in E \quad (5.42)$$

**Tipo 6: Precio por diferencias del mercado spot**

Coste del contrato (5.43):

$$c_{e_6,n}^g = P_{e_{a_6,n}} \alpha_{e_6,n} + \sum_{k \in K} D(k) \left( \sum_{\omega \in (\Omega_k \cap E_g)} (S_{e_6,n} P_e^\omega(k) + (1 - S_{e_6,n}) P_{e_6,n}) e_{r_{6,n}}^\omega(k) \right) \quad (5.43)$$

$$\forall n \in N_{e_6}, \forall g \in E$$

**Tipo 7: Precio de mercado con límites de precio máximo (*cap*) y mínimo (*floor*)**

Coste del contrato (5.44), determinación de los tramos de precios (5.45)-(5.47), activación de los tramos de precios si el contrato es seleccionado (5.48), y asignación del consumo del contrato en función de los tramos de precios (5.49):

$$\begin{aligned}
c_{e7,n}^g &= (S_{e7,n} + P_{ea7,n})\alpha_{e7,n} + P_{ec7,n} \sum_{k \in K} \left( D(k) \sum_{\omega \in (\Omega_k \cap E_g)} q_{e7,n,1}^\omega(k) \right) + \\
&+ \sum_{k \in K} \left( D(k) \sum_{\omega \in (\Omega_k \cap E_g)} P_e^\omega(k) q_{e7,n,2}^\omega(k) \right) + \\
&+ P_{ef7,n} \sum_{k \in K} \left( D(k) \sum_{\omega \in (\Omega_k \cap E_g)} q_{e7,n,3}^\omega(k) \right) \quad \forall n \in N_{e7}, \forall g \in E
\end{aligned} \tag{5.44}$$

$$\left. \begin{aligned}
P_e^\omega(k) - \beta_{e7,n,1}^\omega(k) P_{ec7,n} &\geq 0 \\
P_e^\omega(k) \beta_{e7,n,2}^\omega(k) - P_{ec7,n} &\leq 0 \\
P_e^\omega(k) - \beta_{e7,n,2}^\omega(k) P_{ef7,n} &\geq 0 \\
P_e^\omega(k) \beta_{e7,n,3}^\omega(k) - P_{ef7,n} &\leq 0
\end{aligned} \right\} \quad \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega_k, \forall n \in N_{e7} \tag{5.45}$$

$$q_{e7,n,r}^\omega(k) - \beta_{e7,n,r}^\omega(k) \bar{e}_r \leq 0 \quad \forall r \in R_e^7, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega_k, \forall n \in N_{e7} \tag{5.46}$$

$$\sum_{r \in R_e^7} \beta_{e7,n,r}^\omega(k) \leq 1 \quad \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega_k, \forall n \in N_{e7} \tag{5.47}$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{\omega \in \Omega_k} \sum_{r \in R_e^7} \beta_{e7,n,r}^\omega(k) = \alpha_{e7,n} \bar{\Omega} \quad \forall n \in N_{e7} \tag{5.48}$$

$$c_{r7,n}^\omega(k) = \sum_{r \in R_e^7} q_{e7,n,r}^\omega(k) \quad \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega_k, \forall n \in N_{e7} \tag{5.49}$$

### 5.6.6.2. Adquisición de fueloil para la caldera

Comunes a todos los contratos

$$c_a^g = \sum_{i \in N_a} \sum_{n \in N_{a_i}} c_{a_i,n}^g \quad \forall g \in E \tag{5.50}$$

$$\sum_{i \in N_a} \sum_{n \in N_{a_i}} \alpha_{a_i,n} \leq 1 \tag{5.51}$$

$$\sum_{i \in N_a} \sum_{n \in N_{a_i}} \alpha_{a_i, n} - \sum_{k \in K} \sum_{\omega \in \Omega_k} \gamma_a^\omega(k) \leq 0 \quad (5.52)$$

$$f_a^\omega(k) = \sum_{i \in N_a} \sum_{n \in N_{a_i}} f_{a_i, n}^\omega(k) \quad \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega_k \quad (5.53)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{\omega \in \Omega_k} f_{a_i, n}^\omega(k) - \bar{\Omega} \alpha_{a_i, n} \bar{f}_a \leq 0 \quad \forall i \in N_a, \forall n \in N_{a_i} \quad (5.54)$$

**Tipo 1: Precio de mercado con bonificación/penalización por volumen de consumo anual**

$$c_{a_1, n}^g = \sum_{r \in R_a^1} \left( (1 + \Delta P_{f_1, n, r}) \sum_{i \in T^{12}} \sum_{v \in (V_i \cap E'_g)} \left( P_f^v(i) \sum_{j \in T_i^{12}} \sum_{\omega \in (\Omega_j \cap \Omega_v)} D(j) q_{a_1, n, r}^\omega(j) \right) \right) \quad (5.55)$$

$\forall n \in N_{a_1}, \forall g \in E$

$$\sum_{k \in K} D(k) \left( \sum_{\omega \in (\Omega_k \cap E_g)} q_{a_1, n, r}^\omega(k) \right) - \beta_{a_1, n, r}^g Q_{a_1, n} (1 + \Delta Q_{a_1, n, r}) \leq 0 \quad (5.56)$$

$\forall n \in N_{a_1}, r = \{1, \dots, \bar{R}_a^1 - 1\}, \forall g \in E$

$$\sum_{k \in K} D(k) \left( \sum_{\omega \in (\Omega_k \cap E_g)} q_{a_1, n, r}^\omega(k) \right) - \beta_{a_1, n, r}^g Q_{a_1, n} (1 + \Delta Q_{a_1, n, r-1}) \geq 0 \quad (5.57)$$

$\forall n \in N_{a_1}, r = \{2, \dots, \bar{R}_a^1\}, \forall g \in E$

$$\sum_{k \in K} \sum_{\omega \in (\Omega_k \cap E_g)} q_{a_1, n, r}^\omega(k) - \bar{K} \beta_{a_1, n, r}^g \bar{f}_a \leq 0 \quad \forall n \in N_{a_1}, \forall r \in R_a^1, \forall g \in E \quad (5.58)$$

$$\alpha_{a_1, n} = \sum_{r \in R_a^1} \beta_{a_1, n, r}^g \quad \forall n \in N_{a_1}, \forall g \in E \quad (5.59)$$

$$f_{a_1, n}^\omega(k) = \sum_{r \in R_a^1} q_{a_1, n, r}^\omega(k) \quad \forall n \in N_{a_1}, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega_k \quad (5.60)$$

**Tipo 2: Precio de mercado con límites de precio máximo (*cap*) y mínimo (*floor*)**

$$\begin{aligned}
c_{a_2,n}^g &= \alpha_{a_2,n} S_{a_2,n} + P_{fc_{2,n}} \sum_{k \in K} \left( D(k) \sum_{\omega \in (\Omega_k \cap E_g)} q_{a_2,n,1}^\omega(k) \right) + \\
&+ \sum_{i \in T^{12}} \sum_{v \in (V_i \cap E'_g)} \left( P_f^v(i) \sum_{j \in T_i^{12}} \sum_{\omega \in (\Omega_j \cap \Omega_v)} D(j) q_{a_2,n,2}^\omega(j) \right) + \\
P_{ff_{2,n}} &\sum_{k \in K} \left( D(k) \sum_{\omega \in (\Omega_k \cap E_g)} q_{a_2,n,3}^\omega(k) \right) \quad \forall n \in N_{a_2}, \forall g \in E
\end{aligned} \tag{5.61}$$

$$\left. \begin{aligned}
P_f^v(i) - \beta_{a_2,n,1}^v(i) P_{fc_{2,n}} &\geq 0 \\
P_f^v(i) \beta_{a_2,n,2}^v(i) - P_{fc_{2,n}} &\leq 0 \\
P_f^v(i) - \beta_{a_2,n,2}^v(i) P_{ff_{2,n}} &\geq 0 \\
P_f^v(i) \beta_{a_2,n,3}^v(i) - P_{ff_{2,n}} &\leq 0
\end{aligned} \right\} \quad \forall i \in T^{12}, \forall v \in V_i, \forall n \in N_{a_2} \tag{5.62}$$

$$\begin{aligned}
q_{a_2,n,r}^\omega(j) - \beta_{a_2,n,r}^v(i) \bar{f}_a &\leq 0 \\
\forall r \in R_a^2, \forall i \in T^{12}, \forall j \in T_i^{12}, \forall v \in V_i, \forall \omega \in (\Omega_v \cap \Omega_j), \forall n \in N_{a_2}
\end{aligned} \tag{5.63}$$

$$\sum_{r \in R_a^2} \beta_{a_2,n,r}^v(i) \leq 1 \quad \forall i \in T^{12}, \forall v \in V_i, \forall n \in N_{a_2} \tag{5.64}$$

$$\sum_{i \in T^{12}} \sum_{v \in V_i} \sum_{r \in R_a^2} \beta_{a_2,n,r}^v(i) = \alpha_{a_2,n} \bar{V} \quad \forall n \in N_{a_2} \tag{5.65}$$

$$f_{a_2,n}^\omega(k) = \sum_{r \in R_a^2} q_{a_2,n,r}^\omega(k) \quad \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega_k, \forall n \in N_{a_2} \tag{5.66}$$

### 5.6.6.3. Adquisición de gas natural para la cogeneración

Comunes a todos los contratos

$$c_o^g = \sum_{i \in N_o} \sum_{n \in N_{o_i}} c_{o_i,n}^g \quad \forall g \in E \tag{5.67}$$

$$\sum_{i \in N_o} \sum_{n \in N_{o_i}} \alpha_{o_i,n} \leq 1 \tag{5.68}$$

$$\sum_{i \in N_o} \sum_{n \in N_{o_i}} \alpha_{o_i, n} - \sum_{k \in K} \sum_{\omega \in \Omega_k} \gamma_o^\omega(k) \leq 0 \quad (5.69)$$

$$g_o^\omega(k) = \sum_{i \in N_o} \sum_{n \in N_{o_i}} g_{o_i, n}^\omega(k) \quad \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega_k \quad (5.70)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{\omega \in \Omega_k} g_{o_i, n}^\omega(k) - \bar{\Omega} \alpha_{o_i, n} \bar{g}_o \leq 0 \quad \forall i \in N_o, \forall n \in N_{o_i} \quad (5.71)$$

**Tipo 1: Precio de mercado con bonificación/penalización por volumen de consumo anual**

$$c_{o_1, n}^g = P_{g_{o_1, n}} \alpha_{o_1, n} + J_o \sum_{r \in R_o^1} \left( (1 + \Delta P_{g_{o_1, n, r}}) \sum_{i \in T^{12}} \sum_{v \in (V_i \cap E'_g)} \left( P_g^v(i) \right. \right. \\ \left. \left. \sum_{j \in T_i^{12}} \sum_{\omega \in (\Omega_j \cap \Omega_v)} D(j) q_{o_1, n, r}^\omega(j) \right) \right) \quad \forall n \in N_{o_1}, \forall g \in E \quad (5.72)$$

$$\sum_{k \in K} D(k) \left( \sum_{\omega \in (\Omega_k \cap E_g)} q_{o_1, n, r}^\omega(k) \right) - \beta_{o_1, n, r}^g Q_{o_1, n} (1 + \Delta Q_{o_1, n, r}) \leq 0 \quad (5.73) \\ \forall n \in N_{o_1}, r = \{1, \dots, \bar{R}_o^1 - 1\}, \forall g \in E$$

$$\sum_{k \in K} D(k) \left( \sum_{\omega \in (\Omega_k \cap E_g)} q_{o_1, n, r}^\omega(k) \right) - \beta_{o_1, n, r}^g Q_{o_1, n} (1 + \Delta Q_{o_1, n, r-1}) \geq 0 \quad (5.74) \\ \forall n \in N_{o_1}, \forall r = \{2, \dots, \bar{R}_o^1\}, \forall g \in E$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{\omega \in (\Omega_k \cap E_g)} q_{o_1, n, r}^\omega(k) - \bar{K} \beta_{o_1, n, r}^g \bar{g}_o \leq 0 \quad \forall n \in N_{o_1}, \forall r \in R_o^1, \forall g \in E \quad (5.75)$$

$$\alpha_{o_1, n} = \sum_{r \in R_o^1} \beta_{o_1, n, r}^g \quad \forall n \in N_{o_1}, \forall g \in E \quad (5.76)$$

$$g_{o_1, n}^\omega(k) = \sum_{r \in R_o^1} q_{o_1, n, r}^\omega(k) \quad \forall n \in N_{o_1}, \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega_k \quad (5.77)$$

**Tipo 2: Precio de mercado con límites de precio máximo (*cap*) y mínimo (*floor*)**

$$\begin{aligned}
c_{o_2,n}^g &= \alpha_{o_2,n}(S_{o_2,n} + P_{g_{o_2,n}}) + J_o \left( P_{g_{c_2,n}} \sum_{k \in K} \left( D(k) \sum_{\omega \in (\Omega_k \cap E_g)} q_{o_2,n,1}^\omega(k) \right) + \right. \\
&+ \sum_{i \in T^{12}} \sum_{v \in (V_i \cap E'_g)} \left( P_g^v(i) \sum_{j \in T_i^{12}} \sum_{\omega \in (\Omega_j \cap \Omega_v)} D(j) q_{o_2,n,2}^\omega(j) \right) + \\
&\left. + P_{g_{f_2,n}} \sum_{k \in K} \left( D(k) \sum_{\omega \in (\Omega_k \cap E_g)} q_{o_2,n,3}^\omega(k) \right) \right) \quad \forall n \in N_{o_2}, \forall g \in E
\end{aligned} \tag{5.78}$$

$$\left. \begin{aligned}
P_g^v(i) - \beta_{o_2,n,1}^v(i) P_{g_{c_2,n}} &\geq 0 \\
P_g^v(i) \beta_{o_2,n,2}^v(i) - P_{g_{c_2,n}} &\leq 0 \\
P_g^v(i) - \beta_{o_2,n,2}^v(i) P_{g_{f_2,n}} &\geq 0 \\
P_g^v(i) \beta_{o_2,n,3}^v(i) - P_{g_{f_2,n}} &\leq 0
\end{aligned} \right\} \quad \forall i \in T^{12}, \forall v \in V_i, \forall n \in N_{o_2} \tag{5.79}$$

$$\begin{aligned}
q_{o_2,n,r}^\omega(j) - \beta_{o_2,n,r}^v(i) \bar{g}_o &\leq 0 \\
\forall r \in R_o^2, \forall i \in T^{12}, \forall j \in T_i^{12}, \forall v \in V_i, \forall \omega \in (\Omega_v \cap \Omega_j), \forall n \in N_{o_2}
\end{aligned} \tag{5.80}$$

$$\sum_{r \in R_o^2} \beta_{o_2,n,r}^v(i) \leq 1 \quad \forall i \in T^{12}, \forall v \in V_i, \forall n \in N_{o_2} \tag{5.81}$$

$$\sum_{i \in T^{12}} \sum_{v \in V_i} \sum_{r \in R_o^2} \beta_{o_2,n,r}^v(i) = \alpha_{o_2,n} \bar{V} \quad \forall n \in N_{o_2} \tag{5.82}$$

$$g_{o_2,n}^\omega(k) = \sum_{r \in R_o^2} q_{o_2,n,r}^\omega(k) \quad \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega_k, \forall n \in N_{o_2} \tag{5.83}$$

#### 5.6.6.4. Venta de excedentes de energía eléctrica

Comunes a todos los contratos

$$i_e^g = \sum_{i \in N_v} \sum_{n \in N_{v_i}} i_{e_i,n}^g \quad \forall g \in E \tag{5.84}$$

$$\sum_{i \in N_v} \sum_{n \in N_{v_i}} \alpha_{v_i,n} \leq 1 \tag{5.85}$$

$$\sum_{i \in N_v} \sum_{n \in N_{v_i}} \alpha_{v_i, n} - \sum_{k \in K} \sum_{\omega \in \Omega_k} \theta_e^\omega(k) \leq 0 \quad (5.86)$$

$$e_{oe}^\omega(k) = \sum_{i \in N_v} \sum_{n \in N_{v_i}} e_{oe_i, n}^\omega(k) \quad \forall k \in K, \forall \omega \in \Omega_k \quad (5.87)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{\omega \in \Omega_k} e_{oe_i, n}^\omega(k) - \bar{\Omega} \alpha_{v_i, n} \bar{e}_{oe} \leq 0 \quad \forall i \in N_v, \forall n \in N_{v_i} \quad (5.88)$$

**Tipo 1: Precio de mercado para excedentes de cogeneración**

$$i_{e_1, n}^g = \sum_{k \in K} \left( D(k) \sum_{\omega \in (\Omega_k \cap E_g)} V_e^\omega(k) e_{oe_1, n}^\omega(k) \right) \quad \forall n \in N_{v_1}, \forall g \in E \quad (5.89)$$

**Tipo 2: Precio fijo por periodos**

$$i_{e_2, n}^g = \sum_{i \in T_e^3} \left( V_{e_2, n, i} \sum_{j \in T_{e_i}^3} \left( D(j) \sum_{\omega \in (\Omega_j \cap E_g)} e_{oe_2, n}^\omega(j) \right) \right) \quad \forall n \in N_{v_2}, \forall g \in E \quad (5.90)$$

## 5.7. Anexo II: Notación empleada

La notación de la formulación estocástica adicional a la empleada en el planteamiento determinista (capítulo 3, anexo IV) se presenta a continuación. No se enumeran aquellos índices, conjuntos, parámetros o variables que, respecto al problema determinista, únicamente cambian en su definición debido al árbol de escenarios.

### 5.7.1. Conjuntos e índices

- $g$ : Índice de escenarios.
- $\omega$ : Índice de nodos del árbol de escenarios.
- $v$ : Índice de estados mensuales del árbol de escenarios.
- $\Omega$ : Conjunto de nodos del árbol de escenarios  $(\bigcup_{k/j} \{\Omega_{k/j}\}; 1, 2, \dots, \overline{\Omega})$ , con  $k/j$  índices de periodos.
- $\Omega_k/\Omega_j$ : Conjuntos de nodos del árbol de escenarios de cada periodo  $k/j$  del horizonte del problema  $(1, 2, \dots, \overline{\Omega_{k/j}})$ .
- $V$ : Conjunto de estados mensuales del árbol de escenarios  $(\bigcup_i \{V_i\}; 1, 2, \dots, \overline{V})$ .
- $V_i$ : Conjunto de estados mensuales del árbol de escenarios pertenecientes a cada mes  $i \in T^{12}$  del año  $(1, 2, \dots, \overline{V_i})$ .
- $\Omega_v$ : Conjunto de nodos del árbol de escenarios pertenecientes a cada estado mensual.
- $E$ : Conjunto de escenarios  $(\bigcup_g \{E_g\}; 1, 2, \dots, \overline{G})$ .
- $E_g$ : Conjunto de nodos del árbol correspondientes al escenario  $g$ .
- $E'_g$ : Conjunto de estados mensuales que pertenecen al escenario  $g$ .

### 5.7.2. Constantes y parámetros

#### 5.7.2.1. Generales

- $p^g$ : Probabilidad en tanto por uno de ocurrencia del escenario  $g$ .

#### 5.7.2.2. Medidas de riesgo

##### Nivel de seguridad

- $S_{ns}$ : Límite del coste total de los escenarios [k€].



**Valor en riesgo**

- $S_{VaR}$ : Límite del coste total esperado [k€].
- $N_c$ : Nivel de confianza en tanto por uno.
- $M$ : Constante con valor superior al coste total de cualquier escenario [k€].

**5.7.3. Variables****5.7.3.1. Medida de riesgo**

- $z$ : Valor en riesgo [k€].
- $\delta^g$ : Variable binaria auxiliar para determinar los escenarios de coste superior al VaR con nivel de confianza  $N_c$ .

# Bibliografía

- [GP99] A. A. Gaivoronski and G. Pflug. Finding optimal portfolios with constraints on value at risk. Technical report, Norwegian University of Science and Technology Management, January 1999. <http://www.gloriamundi.org/picsresources/stockholm1.pdf>.
- [LMU02] N. Larsen, H. Mausser, and S. Uryasev. Algorithms for optimization of value-at-risk. *Financial Engineering, e-Commerce and Supply Chain, Kluwer Academic Publishers*, 17:129–157, 2002. <http://www.ise.ufl.edu/uryasev/VaR-minimization.pdf>.
- [PBG<sup>+</sup>02] D. Paravan, H. Brand, R. Golob, J. Hlouskova, S. Kossomeier, R. Madlener, S. Merše, M. Obersteiner, D. Staničić, T. Štokelj, A. Urbančič, and C. Weber. Optimization of CHP plants in a liberalised power system. *BPC Proceedings*, 2, 2002.
- [Roy52] A. D. Roy. Safety-first and the holding of assets. *Econometrica*, 20:431–449, 1952.



## Parte III

### Arboles de escenarios



# Capítulo 6

## Predicción de precios de gas natural y fueloil. Generación de escenarios

En este capítulo se describe el método original desarrollado para la formación de escenarios de precios futuros de gas natural y fueloil, y su representación mediante árboles de probabilidad [GVR04]. Los precios que proporciona este algoritmo se emplean como datos de entrada del modelo estocástico presentado en el capítulo anterior.

En la sección 6.2 se describen las técnicas existentes para generar árboles de escenarios. Aunque se expongan en este capítulo, estas técnicas son generales e igualmente válidas para la generación de escenarios de precios de electricidad.

En la sección 6.3 se analiza la formación de los precios de gas y fueloil para consumidores industriales en España, país donde se aplica el modelo estocástico. Este análisis sirve de base para realizar las hipótesis y las consideraciones de la propuesta de predicción en la sección 6.4.

Las distintas partes del método desarrollado se describen en la sección 6.5, las cuales se integran en la formulación secuencial del algoritmo en la sección 6.6.

En la sección 6.7 se muestra un ejemplo numérico del funcionamiento del algoritmo, para pasar a las conclusiones del capítulo en la sección 6.8.

### 6.1. Introducción

La representación de la incertidumbre de los datos de entrada de un modelo de optimización estocástica es de gran importancia para la validación y el uso de sus resultados. Esta incertidumbre debe ser representativa de la evolución temporal de

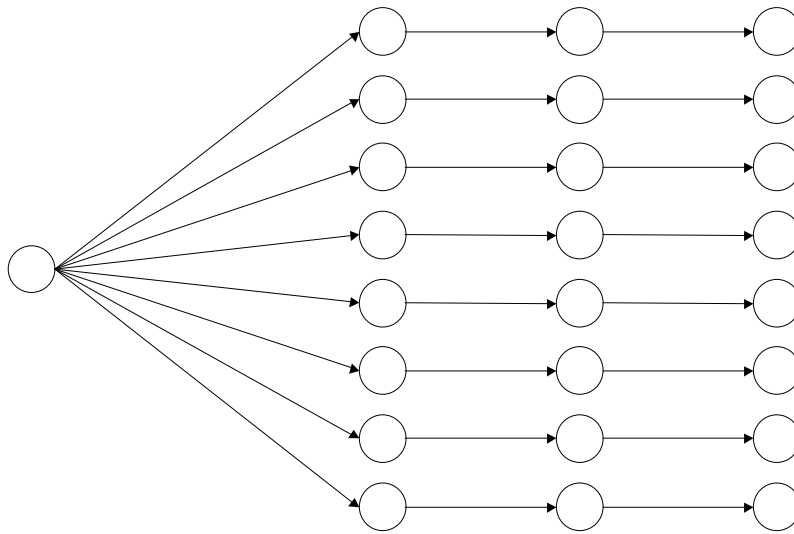


Figura 6.1: Estructura del árbol de escenarios generado.

la aleatoriedad de los datos.

Dado que se utiliza un árbol de escenarios para representar la aleatoriedad en un modelo de optimización estocástica cuya versión determinista es ya de gran tamaño (ver apartado 3.7), es aconsejable que el número total de escenarios del árbol sea reducido.

Para ello, los métodos que se proponen tanto para estimar precios de combustibles como de electricidad (capítulo 7) generan un árbol en el cual cada nodo pertenece a un único escenario. Por tanto, cada escenario es independiente de los otros. Igualmente todas las series de precios que se obtienen se consideran con la misma probabilidad de ocurrencia.

Esta tipología de árbol, representado en la figura 6.1, es un caso particular del árbol general empleado para formular el problema estocástico (figura 5.2). En este último se permiten bifurcaciones entre nodos del árbol de distintos meses.

Este planteamiento es razonable al ser el problema *bietapa*, y por tanto las decisiones se toman en la primera etapa antes de desvelar la incertidumbre. No obstante, los métodos empleados para generar los escenarios de precios de combustibles y electricidad tienen una aplicabilidad general. Alternativamente se puede construir un árbol de cualquier tamaño y aplicarle técnicas de reducción de escenarios [HR03, JDR03, NGKR03], o recurrir a criterios más sencillos de poda de ramas.

## 6.2. Generación de árboles de escenarios

A pesar de la difusión de los modelos de optimización estocástica, no existe un método general para generar árboles de escenarios al ser éstos muy dependientes de factores como el modelo donde se introduce el árbol y la disponibilidad original de los datos. De forma general, la generación de escenarios se realiza a partir de modelos estocásticos avanzados de previsión tanto discretos como continuos en el tiempo o de modelos de series temporales que son utilizados para muestrear escenarios.

Un resumen de varias técnicas de generación de escenarios para modelos estocásticos multietapa en función de la información disponible es presentado por Dupacová *et al.* en [DCW00]. Entre estas técnicas, se expone la utilidad del análisis de conglomerados para la generación de escenarios, la utilización de muestreos por importancia cuando la generación de los escenarios se realiza a través de modelos estocásticos de previsión, o la determinación de árboles minimizando la diferencia de momentos entre la distribución de probabilidad generada y aquella original empleada como patrón.

Un caso particular de esta última técnica es el método presentado por Høyland *et al.* [yW01], los cuales emplean programación no lineal para determinar un árbol que contenga ciertas propiedades estadísticas especificadas. Las entradas del algoritmo son las distribuciones marginales de probabilidad de las variables aleatorias incluidas en el árbol así como la matriz de correlación entre las distintas variables. La idea consiste en minimizar el error cuadrático entre los momentos de las distribuciones marginales del árbol generado y los introducidos como dato. En este algoritmo todos los escenarios son generados de forma simultánea lo cual presenta el inconveniente de ser un método lento si el número de variables aleatorias es elevado. Para solventar este problema los mismos autores desarrollan un algoritmo [yKW02] donde el árbol de escenarios es construido descomponiendo el problema y tratando cada distribución marginal de probabilidad por separado. Para ello utilizan un método iterativo que combina la simulación y varias descomposiciones y transformaciones al objeto de obtener las correlaciones y momentos marginales deseados.

En el campo de las finanzas, Berkelaar *et al.* [BHL] proponen un modelo de programación estocástica a largo plazo para la gestión de los fondos de pensiones, donde se genera un árbol de escenarios muestreando sobre un modelo autorregresivo de serie temporal formado por variables económicas tales como la inflación o la tasa de descuento.

En [FGH<sup>+</sup>99] se utiliza igualmente un modelo autorregresivo para la predicción de escenarios de precios de electricidad en el mercado noruego, donde el precio de un periodo tiene una fuerte dependencia del periodo anterior como consecuencia del gran porcentaje de generación hidráulica existente.

Dentro también del ámbito de la economía, Kouwenberg *et al.* [KZ01] exponen una síntesis de los modelos de programación estocástica aplicados a finanzas. Realizan una revisión de las variables aleatorias a tener en cuenta para cada tipo



de problema, variables que son representadas mediante árboles de escenarios. Los métodos que describen para la generación de escenarios son:

(i) Muestreo de los históricos de distribuciones pasadas de las variables de interés en el caso de que sean aplicables en el futuro las mismas distribuciones.

(ii) Obtención de una distribución normal multivariante a partir de datos históricos mediante técnicas de determinación de volatilidades y matrices de correlación concebidas para el análisis del valor en riesgo (VaR) (ver, por ejemplo, [LS96]). Una vez estimados los parámetros de la distribución se generan los escenarios mediante simulación de Monte Carlo.

(iii) Formación de modelos autorregresivos.

Para el caso concreto de la generación de árboles mediante un modelo autorregresivo, los métodos enumerados por Kouwenberg *et al.* son:

(i) Realización de muestreos aleatorios en la distribución de errores obtenida del modelo autorregresivo.

(ii) Si los escenarios hallados mediante el método anterior no son representativos al utilizar un número limitado de nodos en la formación del árbol, los autores proponen realizar un muestreo aleatorio ajustando los valores obtenidos. Para ello, en cada periodo se muestrea aleatoriamente la mitad de los escenarios deseados siendo la otra mitad de igual valor y signo contrario a los muestreados. De esta manera se consigue una distribución de probabilidad con momentos impares iguales al de la distribución de errores del modelo autorregresivo original. En una segunda etapa se reescalan los valores muestreados para obtener una varianza igual a la de la distribución original.

(iii) Estimación del árbol de probabilidad de manera que los primeros momentos coincidan con los de la distribución original de errores. Uno de los métodos utilizados es mediante la resolución del problema planteado por Høyland *et al.* [yW01] mencionado anteriormente.

Finalmente, Takriti *et al.* [TBL96] generan escenarios futuros de demanda de electricidad utilizando observaciones pasadas de indisponibilidad de grupos de generación, errores de previsión de demanda, etc. Estas observaciones han sido obtenidas bajo circunstancias comparables a las que se pretenden modelar, asignándole la misma probabilidad.

### 6.3. Formación de precios de gas natural y fueloil

La estimación de precios de gas natural y fueloil para consumidores industriales no es un asunto sencillo ya que depende de variables macroeconómicas difícilmente predecibles. Además, estos precios están sujetos a decisiones político-económicas,

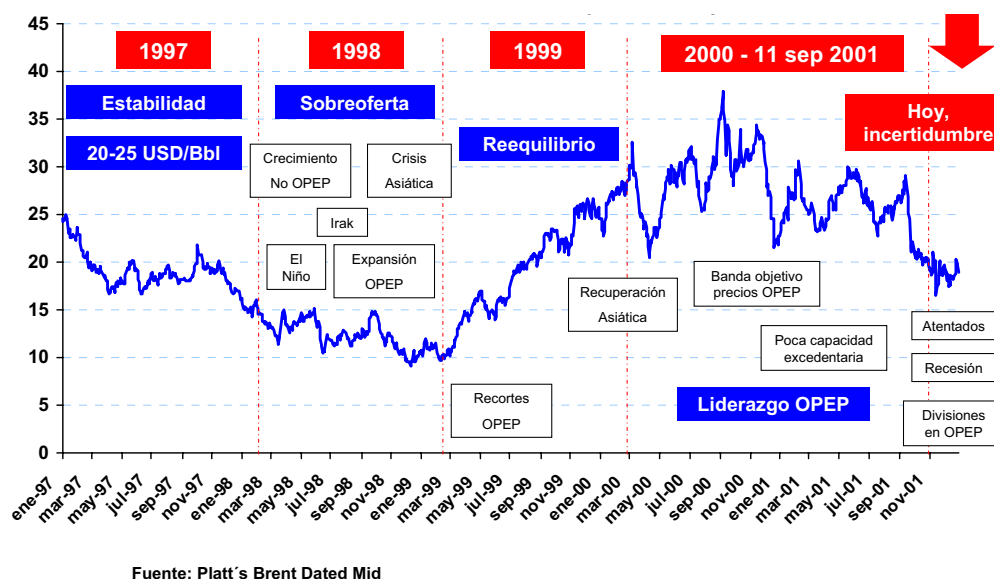


Figura 6.2: Factores que influyen en el precio spot de Brent.

guerras, desarrollos de energías alternativas y otros factores impredecibles. Véase la figura 6.2 como ejemplo de algunos factores que influyen en los precios spot de Brent, los cuales son empleados en la estimación de precios de gas natural y fueloil como se verá más adelante.

Los precios mensuales de combustibles a estimar son los correspondientes a consumidores industriales en España. A continuación se expone cómo se forman estos precios.

### 6.3.1. Gas natural

La liberalización del mercado de gas natural se está llevando a cabo en la actualidad. A partir del 1 de enero de 2003, todos los consumidores de gas tienen capacidad de escoger suministrador y contrato. A pesar de esta posibilidad, durante unos años coexistirán los contratos a tarifa y los formalizados a través del libre mercado con comercializadores.

Dada la reciente apertura del mercado, los precios de los contratos en libre mercado se están indexando a los de las tarifas. Estos últimos se determinan según un sistema basado en costes y representan un precio de referencia para los contratos formalizados en mercado libre. Por tanto, los precios de gas natural a estimar son los correspondientes a la tarifa que corresponda según la estructura de la demanda del consumidor industrial.

El gas natural presenta la particularidad frente a otros productos energéticos, como la electricidad o el fueloil, de no negociarse a través de mercados con suficiente liquidez (esto ocurre en Europa, no en Estados Unidos). Su negociación se realiza a través de contratos bilaterales a largo plazo con precios indexados a crudos, ya que

los precios de gas no tienen una referencia específica. Su precio por tanto, puede ser considerado como el correspondiente al de una fuente energética de sustitución de los crudos.

En España, el precio del gas de los contratos que se firman con distintos países (Argelia, Libia, Trinidad Tobago, etc.) se refleja a través de un coste medio de adquisición de gas natural. El modo de cálculo de este coste de la materia prima (CMP) es modificado con cierta frecuencia, siendo en la actualidad función de los siguientes términos (Orden ECO/302/2002):

- Valor promedio mensual de las cotizaciones spot de Brent en el trimestre anterior al cálculo del CMP, publicado en el Platt's Oilgram Price Report.
- Valor promedio de la media mensual alta y baja de las cotizaciones *cost insurance freight* (CIF) del gasóleo 0.2 en el mercado Génova-Lavera en el trimestre anterior al cálculo del CMP, publicado en el Platt's Oilgram Price Report.
- Valor promedio de la media mensual alta y baja de las cotizaciones CIF del gasóleo 0.2 en el mercado ARA en el trimestre anterior al cálculo del CMP, publicado en el Platt's Oilgram Price Report.
- Valor promedio de la media mensual alta y baja de las cotizaciones CIF del fuelóleo con un contenido máximo del 1 % de azufre en el mercado Génova-Lavera en el trimestre anterior al cálculo del CMP, publicado en el Platt's Oilgram Price Report.
- Valor promedio de la media mensual alta y baja de las cotizaciones CIF del fuelóleo con un contenido máximo del 1 % de azufre en el mercado ARA en el trimestre anterior al cálculo del CMP, publicado en el Platt's Oilgram Price Report.
- Valor promedio de la media mensual alta y baja de las cotizaciones CIF del fuelóleo con un contenido máximo del 3.5 % de azufre en el mercado Génova-Lavera en el trimestre anterior al cálculo del CMP, publicado en el Platt's Oilgram Price Report.
- Valor promedio de la media mensual alta y baja de las cotizaciones CIF del fuelóleo con un contenido máximo del 3.5 % de azufre en el mercado ARA en el trimestre anterior al cálculo del CMP, publicado en el Platt's Oilgram Price Report.
- Tipo de cambio euro/dólar.

El CMP se calcula trimestralmente, y las tarifas de gas natural se modifican siempre que la variación del CMP sea superior al 2%.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>La metodología de cálculo del CMP varió en el año 2002. Hasta entonces, los términos eran básicamente los mismos, aunque el CMP se calculaba mensualmente con valores medios semestrales de los distintos términos. Igualmente, hasta el año 2002 las tarifas eran de carácter mensual.

Para determinar el precio final al cual compran gas natural los consumidores, es necesario sumarle al valor que se obtiene del CMP otros conceptos tales como el coste de aprovisionamiento y transporte del gas, coste de distribución hasta usuario final, etc.

### 6.3.2. Fueloil

Los precios de fueloil, al contrario que los de gas natural, sí cotizan en los mercados europeos con liquidez. El precio del fueloil que entra en España y que sirve de base para calcular las tarifas es función de los siguientes términos:

- Valor promedio del último mes de las cotizaciones CIF de fuelóleos LSFO (bajo contenido en azufre) en el mercado Génova-Lavera, publicado en el Platt's Oilgram Price Report.
- Tipo de cambio euro/dólar.

A este precio, al igual que ocurre con el del gas natural, es necesario sumarle otros conceptos para obtener el precio final del fueloil indicado en la tarifa para consumidores.

Los precios de fueloil para comercializar con grandes consumidores están liberalizados desde hace algunos años, por lo que las tarifas son menos significativas que en el caso del gas natural. Dado que se dispone de datos de precios de fueloil para consumidores industriales en el mercado libre, éstos serán utilizados para realizar la estimación frente a las tarifas empleadas para la previsión de precios de gas natural.

## 6.4. Consideraciones e hipótesis previas

En este apartado se realizan unas consideraciones previas sobre las que se apoya la formulación del algoritmo. En el anexo I se muestra la notación empleada.

El algoritmo original que se presenta tiene por objeto proporcionar una serie de precios de combustibles, para consumidores industriales, que sean representativos de la incertidumbre existente en el momento de seleccionar los contratos más adecuados. Los precios de gas natural  $p_g^g(k)$  y fueloil  $p_f^g(k)$  a estimar para cada escenario  $g$  son de carácter mensual (periodos  $k = 1, \dots, 12$ ) con un alcance anual, el cual corresponde a la duración de los contratos sobre los que se tomarán las decisiones a formalizar.

Se ha advertido que los precios históricos de gas natural  $p_g(i)$  y fueloil  $p_f(i)$  para consumidores industriales (siendo  $i$  el índice de periodos de datos históricos) presentan una relación lineal elevada con los precios históricos medios mensuales

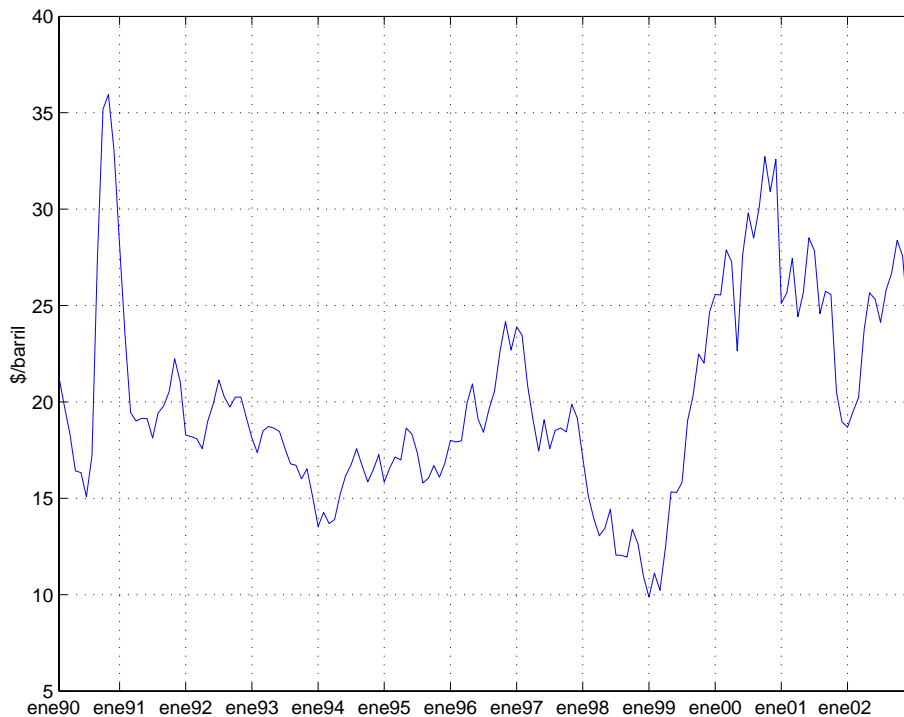


Figura 6.3: Precios históricos spot de Brent.

spot de crudo Brent  $s(i)$ , por lo que la estimación de los precios  $p_g^g(k)$  y  $p_f^g(k)$  se realiza a través de la previsión de los precios mensuales spot de Brent  $s^g(k)$ .

En concreto, los coeficientes de correlación entre los precios  $p_f(i)$  y  $s(i-1)$  por una parte, y  $p_g(i)$  y  $\frac{1}{6} \sum_{r=i-6}^{i-1} s(r)$  por otra, son superiores a 0.95. Esto indica que para que  $p_f(i)$  y  $p_g(i)$  tengan una elevada relación entre sí, el precio medio de spot de Brent de los últimos 6 meses y del último mes deben estar altamente correlacionados, lo cual no sucede. Por tanto, estimar únicamente el precio spot de Brent  $s^g(k)$  tiene la ventaja de que se hallan conjuntamente los precios  $p_g^g(k)$  y  $p_f^g(k)$  y la relación entre estos últimos.

Para realizar la previsión de precios spot de Brent, en una primera aproximación se ha representado la serie de precios históricos  $s(i)$  (figura 6.3) por medio de un modelo de serie temporal univariante ARIMA (*AutoRegressive Integrated Moving Average*) según la metodología Box-Jenkins [dR00, yAP00]. Para el análisis y el ajuste del modelo se ha empleado la herramienta estándar de estadística StatGraphics Plus 5.1.

Esta serie de precios spot de Brent no es estacionaria. Durante los primeros años (hasta 1997 inclusive) la media y varianza es menor que en los últimos 5 años. Para convertir la serie en homocedástica se han realizado transformaciones de la familia Box-Cox [dR00, yAP00], si bien no existe una clara relación entre las medias y las varianzas para distintos conjuntos de periodos de la serie. La serie temporal analizada tampoco es estacional.

En la revisión bibliográfica realizada no se han hallado previsiones de precios de crudo Brent mediante modelos ARIMA, por lo que no se pueden contrastar los resultados obtenidos con otros trabajos. Estos resultados no han sido satisfactorios al no ajustarse adecuadamente los modelos probados a la serie original, por lo que se ha descartado este método para la previsión de precios. Una alternativa a estos modelos es la ofrecida por Batlle *et al.* [BB04], los cuales estiman precios de combustibles mediante modelos GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic*). No obstante, en vez de escoger esta opción se ha optado por desarrollar un procedimiento original basado en la utilización de cotizaciones de precios futuros de Brent.

Existe un mercado de futuros del crudo Brent cuyos precios tanto históricos como futuros contienen información que puede ser empleada para la previsión de los precios spot  $s^g(k)$ . Por tanto, se ha buscado un procedimiento que aproveche conjuntamente la información que proporcionan precios de cotizaciones spot y futuros de Brent.

Pilipović [Pil97] relaciona estos precios por medio de la expresión:

$$f_r(i) = e^{-\alpha(i-r)} E_r[s(i)] \quad (6.1)$$

donde  $f_r(i)$  es el precio medio mensual de la cotización de futuros de Brent en el periodo  $r$  para el periodo  $i$ ,  $E_r[s(i)]$  es el precio esperado en el periodo  $r$  de  $s(i)$  y  $\alpha$  refleja conceptos como el interés libre de riesgo, volatilidad, ingreso esperado en el mercado, etc.

Se ha intentado determinar una función  $h$  (sin restringirse necesariamente a una función exponencial) que relacione los datos históricos de los precios  $f_{i-k}(i)$  y  $s(i)$  para cada periodo  $k$  entre 1 y 12. De esta manera, y dado que en el mes en el cual se toman las decisiones de contratación (periodo 0) son conocidos los precios de cotizaciones de futuros para cada mes del año de planificación  $f_0(k)$ , se podrían obtener los precios  $s^g(k)$  mediante la ecuación:

$$s^g(k) = h[f_0(k)] + \varepsilon^g(k) \quad (6.2)$$

con  $\varepsilon(k)$  las distribuciones empíricas de error del ajuste de la función  $h$ .

Tampoco ha sido posible aplicar este método de previsión, ya que los precios  $f_{i-k}(i)$  y  $s(i)$  están incorrelados, lo cual puede deberse a dos motivos. Por una parte  $E_r[s(i)] \neq s(i)$ , y además, estos valores están probablemente incorrelados<sup>2</sup>. Por otra, puede ser que los coeficientes de la función  $h$  varíen con el periodo  $i$ <sup>3</sup>, en cuyo caso no serviría una función del tipo  $h[i, f_0(k)]$  para predecir el futuro, ya que sería difícil determinar qué función o combinación de ellas se debe utilizar para la predicción en cada uno de los periodos de planificación.

<sup>2</sup>No se dispone de datos de  $E_r[s(i)]$ , aunque es de esperar que unas veces esté por encima y otra por debajo de  $s(i)$ .

<sup>3</sup>Parámetro  $\alpha$  en el modelo Pilipović de la ecuación 6.1.

Dada la falta de éxito en la previsión del precio spot de crudo Brent mediante las metodologías comentadas, se propone una original basada en las siguientes hipótesis:

- Al no existir cotizaciones de futuros de fueloil ni de gas natural, no se plantea la posibilidad de estimar los precios  $p_f^g(k)$  y  $p_g^g(k)$  a través de estas cotizaciones.
- Los precios futuros de Brent proporcionan información sobre los precios spot de Brent a estimar  $s^g(k)$  que es aprovechada en la previsión.
- La relación existente entre precios spot y futuros de Brent en el pasado se considera la misma que en el año de planificación.
- Para generar la distribución de probabilidad de precios de combustibles a introducir en el árbol de escenarios es necesario identificar las fuentes de error/incertidumbre del método planteado. Estas son:
  - Error derivado de las regresiones lineales realizadas entre precios  $p_f(i)$  y  $s(i-1)$  por una parte y  $p_g(i)$  y  $\frac{1}{6} \sum_{r=i-6}^{i-1} s(r)$  por otra. Este error se debe a la no existencia de una dependencia completa (coeficiente correlación 1) entre unos precios y otros.
  - Error derivado de la estimación de los precios spot de Brent para el año de planificación.

Este último error es muy superior al primero, por lo que la generación de escenarios se centra en representar la incertidumbre asociada a la previsión de precios spot de Brent, considerando una correlación perfecta entre históricos de precios spot de Brent, y de gas natural y fueloil.<sup>4</sup>

## 6.5. Descripción del algoritmo

La determinación de los precios de gas natural  $p_g^g(k)$  y fueloil  $p_f^g(k)$  se realiza mediante la estimación de los precios spot de crudo  $s^g(k)$ , dada la alta correlación observada entre cada uno de los combustibles y el Brent.

El algoritmo propuesto de cálculo de precios spot de crudo se basa en la hipótesis de que las distribuciones de error relativo formadas por la relación entre precios spot y futuros de Brent es la misma en el pasado que en el año de planificación en el cual se realizan las estimaciones de precios. Como los precios de futuros de Brent están fácilmente disponibles, los precios spot se predicen a partir de los futuros más un error. La *distribución de error entre precios spot y futuros en cada periodo* se halla mediante la generación de muestras de la función de probabilidad obtenida como error relativo de datos históricos entre precios spot  $s(i)$  y precios futuros  $f_{i-k}(i)$  para cada uno de los  $k$  periodos de planificación.

---

<sup>4</sup>Estas regresiones presentan coeficientes de correlación superiores a 0.95 tal y como se ha comentado anteriormente.

Para cada periodo  $k$ , los momentos de la distribución de las muestras obtenidas son comparadas con los de la distribución de datos históricos de cara a la validación de los valores generados.

La variación de precios entre periodos consecutivos debe de estar contemplada en el algoritmo, ya que, por ejemplo, precios altos en un periodo propiciarán con una mayor probabilidad precios altos que precios bajos en el siguiente periodo. Por tanto, de cara a considerar la *relación de precios entre periodos consecutivos* se emplean rectas de regresión determinadas mediante datos históricos de errores relativos entre precios spot y futuros de Brent en meses consecutivos.

La *determinación de la distribución del primer periodo de planificación* se realiza de distinta forma al resto de los periodos  $k$ . Para hallar la distribución de errores de precios en este periodo se tienen en cuenta los precios spot de Brent conocidos del periodo anterior al primero de planificación, representando así la incertidumbre de una forma más adecuada.

Finalmente, la *determinación de precios de gas natural y fueloil* una vez hallados los precios  $s^g(k)$  se realiza mediante las rectas de regresión que ligan precios de Brent y gas natural y fueloil.

Cada uno de los puntos mencionados anteriormente en letra cursiva se expone en detalle a continuación.

### 6.5.1. Distribución de errores entre precios spot y futuros en cada periodo

La relación entre precios spot y futuros de Brent se define mediante las variables aleatorias (v.a.)  $SF(k)$ , cuyo espacio muestral  $S$  para cada periodo  $k$  viene dado por datos históricos (índice  $i$ ) según la expresión:

$$S[SF(k)] = \left\{ \frac{s(i) - f_{i-k}(i)}{f_{i-k}(i)} \right\} \quad (6.3)$$

En la figura 6.4 se muestra un ejemplo de la formación de dos valores de la distribución  $SF(1)$  y dos de la distribución  $SF(2)$  a partir de datos históricos. La gráfica de la izquierda corresponde a valores históricos en unos periodos  $i = \{-9, -8, -7, -6\}$  cualesquiera. Estos periodos están numerados con valores negativos comenzando por el más antiguo, siendo el último de ellos el periodo 0 donde se toman las decisiones de contratación. Las cotizaciones históricas de Brent representadas corresponden a precios spot  $s(i)$  en los periodos  $-9$  a  $-6$ , precios de futuros  $f_{-9}(i)$  en el periodo  $-9$  para los tres periodos siguientes ( $f_{-9}(-8)$ ,  $f_{-9}(-7)$ ,  $f_{-9}(-6)$ ), y precios de futuros  $f_{-8}(i)$  en el periodo  $-8$  para los dos periodos siguientes ( $f_{-8}(-7)$ ,  $f_{-8}(-6)$ ).

En cualquier periodo  $i$ , por ejemplo el  $-7$ , además de los valores representados



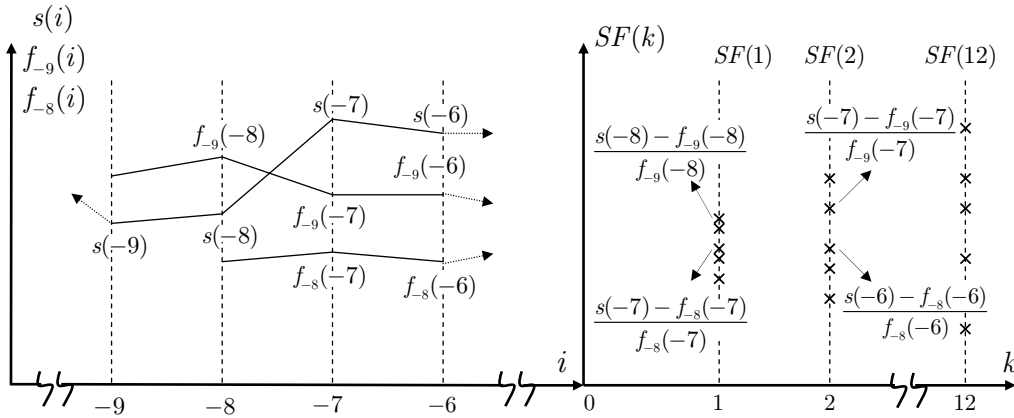


Figura 6.4: Formación de las v.a.  $SF(k)$  a partir de datos históricos.

$s(-7)$ ,  $f_{-9}(-7)$  y  $f_{-8}(-7)$ , se emplean datos históricos de cotizaciones de precios de futuros en periodos anteriores al  $-9$  para el periodo  $-7$ . De manera que,  $f_{-10}(-7)$  correspondería al precio del futuro en el periodo  $-10$  para el periodo  $-7$  (futuro a 3 meses),  $f_{-11}(-7)$  al precio del futuro en el periodo  $-11$  para el periodo  $-7$  (futuro a 4 meses), así hasta el precio del futuro 12 periodos antes del  $-7$  para este último mes  $f_{-19}(-7)$  (futuro a 12 meses). Todos estos valores no están representados en la gráfica al objeto de facilitar la comprensión de la misma.

Con estos datos históricos representados en la figura 6.4 se pueden determinar los valores  $\frac{s(-8) - f_{-9}(-8)}{f_{-9}(-8)}$  y  $\frac{s(-7) - f_{-8}(-7)}{f_{-8}(-7)}$  de la v.a.  $SF(1)$ , la cual es una medida del error que se comete en los precios de futuros a un mes respecto a precios spot. De la misma manera,  $\frac{s(-6) - f_{-8}(-6)}{f_{-8}(-6)}$  y  $\frac{s(-7) - f_{-9}(-7)}{f_{-9}(-7)}$  pertenecen a  $SF(2)$  tal y como se esquematiza en la parte derecha de la figura 6.4.

Según el procedimiento que se expondrá más adelante, el algoritmo obtiene las muestras  $sf^g(k)$  de las v.a.  $SF(k)$ :

$$sf^g(k) = \frac{s^g(k) - f_0(k)}{f_0(k)} \tag{6.4}$$

Mediante estas muestras  $sf^g(k)$  se hallan los precios spot de Brent buscados  $s^g(k)$ , ya que los precios  $f_0(k)$ , que constituyen las cotizaciones de precios futuros más recientes para el año de planificación, son conocidos.

Emplear las v.a.  $SF(k)$  para la predicción de precios  $s^g(k)$  presenta varias ventajas:

- Por una parte, aprovecha la información que contienen los precios de futuros con relación a los precios spot.
- Por otra, al estar normalizadas las muestras de  $SF(k)$ , no hay que aplicar ningún tipo de corrección con relación al valor del dinero.

- Por último, no se impone ninguna restricción en cuanto a estabilización de media y varianza para determinar los parámetros del modelo, como es el caso de los ARIMA, lo cual es importante dadas las características de la serie de precios spot de Brent.

Para garantizar que las muestras generadas por el algoritmo se comporten de acuerdo a la distribución de  $SF(k)$ , obtenida de datos históricos, se calcula una *medida de la desviación*, que constituye una medida de la diferencia de momentos de las distribuciones a comparar.

La medida de la desviación tiene la siguiente expresión:

$$\sum_{z \in Z} \phi_z \left| \frac{m_z(k) - m'_z(k)}{m_z(k)} \right| \quad (6.5)$$

donde  $m_z(k)$  es el momento de orden  $z$  de la v.a.  $SF(k)$  obtenida mediante datos históricos para el periodo  $k$ ,  $m'_z(k)$  es el momento de orden  $z$  de los datos generados para el periodo  $k$  y  $\phi_z$  es el peso asociado a cada momento. La función resultante es adimensional, lo que permite comparar momentos de distinto orden.

El número de momentos  $z$  de la distribución original que es necesario reflejar en el árbol de escenarios depende de cómo se realice la medida del riesgo en el modelo de optimización estocástica. Con el modelo media varianza de Markowitz, únicamente los 2 primeros momentos repercuten en el resultado del modelo. El algoritmo planteado calcula 4 momentos, esto es, momentos de orden 1 con respecto al origen (media) y los momentos de orden 2, 3 y 4 con respecto a la media, que corresponden a la varianza y a medidas de sesgo y curtosis respectivamente. No obstante, mediante los pesos  $\phi_z$  se pueden asignar a los momentos diferente importancia en la distribución resultante de precios.

Para validar las muestras simuladas  $sf^g(k)$ , la medida de la desviación debe ser menor de un cierto umbral  $\zeta$ . Si esta condición no se satisface, las muestras son rechazadas y estimadas de nuevo hasta cumplirse la desigualdad.

Idealmente este valor  $\zeta$  debe ser lo suficientemente pequeño para que al generar varios árboles de escenarios el modelo de programación estocástica obtenga una misma solución para las variables de decisión de la primera etapa (*estabilidad de la solución estocástica*). Si no se consiguen soluciones únicas puede ser conveniente aumentar el número de escenarios en detrimento del tiempo de resolución, de cara a obtener una representación más fiel de las distribuciones de precios originales.

No obstante, la estabilidad de la solución del problema de optimización estocástica es independiente de las hipótesis planteadas para la generación del árbol. Esta está muy relacionada con la naturaleza del problema, y no necesariamente con las características del árbol que representa la incertidumbre.

En efecto, puede ser que con un valor nulo de  $\zeta$  y un número finito de esce-

narios se obtengan árboles distintos y resultados diferentes de las variables de la primera etapa. En este caso sería necesario tener en cuenta otros criterios cualitativos complementarios para la elección de contratos, tal y como la confianza en el comercializador.

### 6.5.2. Relación temporal de precios en periodos consecutivos

La distribución de valores de la v.a.  $SF(k)$  refleja el comportamiento de los precios en cada uno de los meses del alcance del problema, aunque no tiene en cuenta la relación temporal de los precios en periodos consecutivos, aspecto que es necesario considerar para determinar las muestras  $sf^g(k)$ .

Para incluir en el algoritmo la dependencia en periodos consecutivos de errores relativos de precios (relación entre las v.a.  $SF(k)$  y  $SF(k + 1)$ ), se emplean las siguientes 11 ( $k = \{2, \dots, 12\}$ ) rectas:

$$sf^g(k) = A_{k-1}sf^g(k-1) + B_{k-1} + \varepsilon^g(k-1) \quad (6.6)$$

Cada una de estas rectas se obtiene mediante análisis de regresión con las parejas de datos históricos:

$$\left( \frac{s(i) - f_{i-k}(i)}{f_{i-k}(i)}, \frac{s(i+1) - f_{i-k}(i+1)}{f_{i-k}(i+1)} \right) \quad (6.7)$$

Los precios de cotizaciones de futuros de Brent de cada pareja de valores para cada recta corresponden a una misma fecha con vencimiento en meses consecutivos, mientras que los precios spot de Brent corresponden al de un mes y el siguiente.

Continuando con el ejemplo del apartado anterior 6.5.1, según los datos históricos de la figura 6.4, las parejas de valores  $\left(\frac{s(-8)-f_{-9}(-8)}{f_{-9}(-8)}, \frac{s(-7)-f_{-9}(-7)}{f_{-9}(-7)}\right)$  y  $\left(\frac{s(-7)-f_{-8}(-7)}{f_{-8}(-7)}, \frac{s(-6)-f_{-8}(-6)}{f_{-8}(-6)}\right)$  se emplean para determinar la relación entre las muestras  $sf^g(1)$  del periodo 1 y  $sf^g(2)$  del periodo 2 (ver figura 6.5). La recta de regresión entre los valores de estos dos primeros periodos del alcance del problema tiene la expresión:

$$sf^g(2) = A_1sf^g(1) + B_1 + \varepsilon^g(1) \quad ((6.6) \text{ con } k = 2)$$

Con estas rectas de regresión se refleja la relación en meses consecutivos de precios spot de Brent a estimar y precios de futuros de Brent en el periodo 0 con fecha de vencimiento en los distintos periodos del alcance de planificación. En efecto, si en el periodo  $k - 1$  la muestra  $sf^g(k - 1)$  tiene un valor elevado, quiere decir que el precio spot  $s^g(k - 1)$  es claramente superior al precio del futuro  $f_0(k - 1)$  (ver

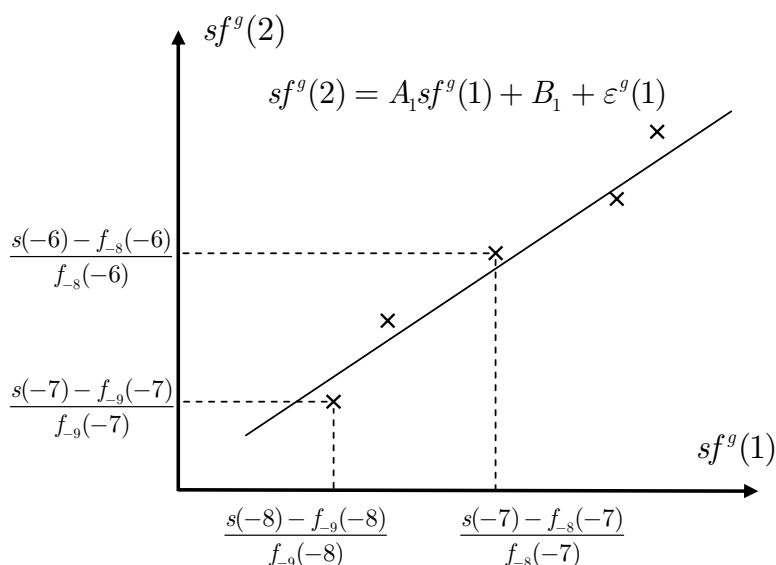


Figura 6.5: Relación de precios entre los periodos 1 y 2.

ecuación (6.4)). Por tanto, lo más probable es que en la estimación que se realice para el periodo siguiente,  $sf^g(k)$  no cambie de signo y  $s^g(k)$  sea igualmente mayor que  $f_0(k)$ . Si por el contrario  $sf^g(k-1)$  se encuentra próximo a 0, al ser los precios spot y futuro de Brent parecidos, la probabilidad de que  $sf^g(k)$  cambie de signo respecto  $sf^g(k-1)$  es mayor, encontrándose no obstante próximos los precios  $s^g(k)$  y  $f_0(k)$ .

El error en los ajustes de las regresiones se contempla mediante las distribuciones empíricas de residuos  $\varepsilon(k-1)$ . Volviendo al ejemplo anterior con los valores de la figura 6.5,  $\frac{s(-6)-f_{-8}(-6)}{f_{-8}(-6)} - A_1 \frac{s(-7)-f_{-8}(-7)}{f_{-8}(-7)} - B_1$  y  $\frac{s(-7)-f_{-9}(-7)}{f_{-9}(-7)} - A_1 \frac{s(-8)-f_{-9}(-8)}{f_{-9}(-8)} - B_1$  son valores de la v.a.  $\varepsilon(1)$ .

La obtención de valores de error se realiza mediante el método de Monte Carlo. Este consiste en generar una muestra  $u$  de la distribución uniforme  $[0, 1)$ , y despejar de la función de distribución de los errores  $F[\varepsilon(k-1)]$  el valor buscado. De esta manera se obtiene el error  $\varepsilon^g(k-1)$  igual al de la transformada inversa  $F^{-1}[u]$  (figura 6.6).

Para cada valor  $sf^g(k-1)$  se genera una única muestra de la v.a.  $\varepsilon(k-1)$ , ya que tal y como se ha discutido en apartados anteriores, el árbol de escenarios no se desdobra en ningún nodo, sino que cada nodo pertenece a un único escenario.

El método de Monte Carlo se emplea para realizar los muestreos de las distintas v.a. del algoritmo. Las funciones de distribución de las v.a. se obtienen empíricamente a partir de datos históricos. Por tanto son distribuciones discretas, si bien se aproximan a continuas para realizar los muestreos. Para ello se asigna a cada muestra de la función de distribución discreta la probabilidad  $\frac{2t-1}{2n}$  (con  $t$  el índice y  $n$  el tamaño de la muestra), y se interpolan linealmente los valores  $u$  de la distribución uniforme  $[0, 1)$  entre las probabilidades  $\frac{2t-1}{2n}$  más próximas (figura 6.6).

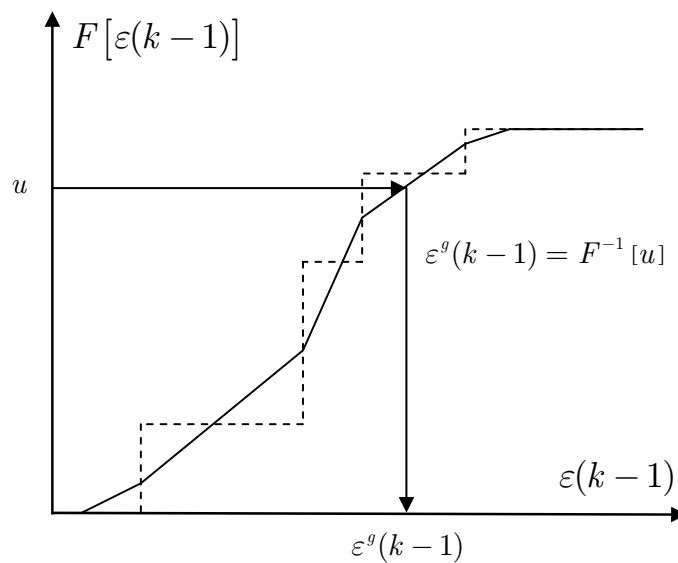


Figura 6.6: Generación de muestras de  $\varepsilon(k-1)$  por el método de la Transformada Inversa.

Las muestras generadas a partir de funciones de distribución continuas son distintas a las que componen las v.a. discretas obtenidas empíricamente. A pesar de ello, al controlar los momentos de las distribuciones, la empírica y la obtenida mantienen el mismo comportamiento. Esta manera de proceder es razonable y necesaria, ya que los precios que pueden ocurrir en el futuro no tienen un carácter discreto aunque las realizaciones de precios pasados sí lo tengan.

### 6.5.3. Determinación de la distribución del primer periodo de planificación

Mediante el procesamiento descrito de datos históricos de errores entre spot y futuros de Brent se obtiene una relación entre estos precios para cada periodo del horizonte de planificación, así como la relación que deben cumplir estos precios en meses consecutivos. Esto es lo representado por las v.a.  $SF(k)$  y por la relación obtenida mediante rectas de regresión entre las v.a.  $SF(k)$  y  $SF(k+1)$ .

Los escenarios de precios determinados bajo estas hipótesis no contemplan de forma particular los precios spot de Brent en los últimos periodos antes de que comience el horizonte de planificación, ya que únicamente se tienen en cuenta distribuciones de precios históricos independientemente de la fecha en que se produzcan.

Para considerar explícitamente el pasado reciente y, por tanto, incorporar el conocimiento que se tiene sobre la realidad actual, se utiliza el precio spot de Brent del periodo donde se toman las decisiones de contratación  $s(0)$ . Este precio se emplea para generar las muestras de precios  $sf^g(1)$  del primer periodo de planificación, tal y como se explica en este apartado, mientras que las muestras  $sf^g(k)$  del resto de

periodos se obtienen según los criterios expuestos anteriormente.

Por tanto, para determinar el error relativo entre precios spot y futuro a un periodo:

$$sf^g(1) = \frac{s^g(1) - f_0(1)}{f_0(1)} \quad ((6.4) \text{ con } k=1)$$

inicialmente se generan las muestras:

$$sf^g(0) = \frac{s^g(0) - f_{-1}(0)}{f_{-1}(0)} \quad (6.8)$$

de la v.a.  $SF(1)$  a partir de la función de distribución  $F[SF(1)]$  (siendo el subíndice -1 el correspondiente al mes anterior al periodo 0 de toma de decisiones).

En esta distribución generada se introduce el valor  $\frac{s(0)-f_{-1}(0)}{f_{-1}(0)}$  sustituyendo a la muestra  $sf^g(0)$  más próxima. Este valor contiene la información real del precio spot  $s(0)$  y es utilizado como raíz para la generación de escenarios.

Las muestras  $sf^g(0)$  (ecuación 6.8), incluido el valor  $\frac{s(0)-f_{-1}(0)}{f_{-1}(0)}$ , están referidas al periodo 0. Para referirlas al primer periodo de planificación (ecuación (6.4) con  $k = 1$ ), se realiza una doble transformación:

#### 1. Transformación

$$sf^g(0) = \frac{s^g(0) - f_{-1}(0)}{f_{-1}(0)} \longrightarrow sf'^g(1) = \frac{s^g(1) - f_{-1}(1)}{f_{-1}(1)} \quad (6.9)$$

mediante la recta de regresión que liga las v.a.  $SF(1)$  y  $SF(2)$  (ecuación (6.6) con  $k = 2$ ), obteniéndose las muestras  $sf'^g(1)$ . Estas observaciones de  $SF(2)$  corresponden a precios spot en el periodo 1 y a precios futuros en el periodo 1 vistos desde el -1.

#### 2. Transformación

$$sf'^g(1) = \frac{s^g(1) - f_{-1}(1)}{f_{-1}(1)} \longrightarrow sf^g(1) = \frac{s^g(1) - f_0(1)}{f_0(1)} \quad (6.10)$$

por medio de la recta de regresión determinada a partir de los valores:

$$\left( \frac{s(i) - f_{i-2}(i)}{f_{i-2}(i)}, \frac{s(i) - f_{i-1}(i)}{f_{i-1}(i)} \right) \quad (6.11)$$

Una de estas parejas de valores es  $\left( \frac{s(-7)-f_{-9}(-7)}{f_{-9}(-7)}, \frac{s(-7)-f_{-8}(-7)}{f_{-8}(-7)} \right)$  según los datos históricos de la figura 6.4. Estas observaciones relacionan diferencias relativas de precios spot y futuros para el periodo  $-7$  siendo los precios de los futuros de 1 y 2 periodos anteriores, esto es, de los periodos  $-8$  y  $-9$  respectivamente.

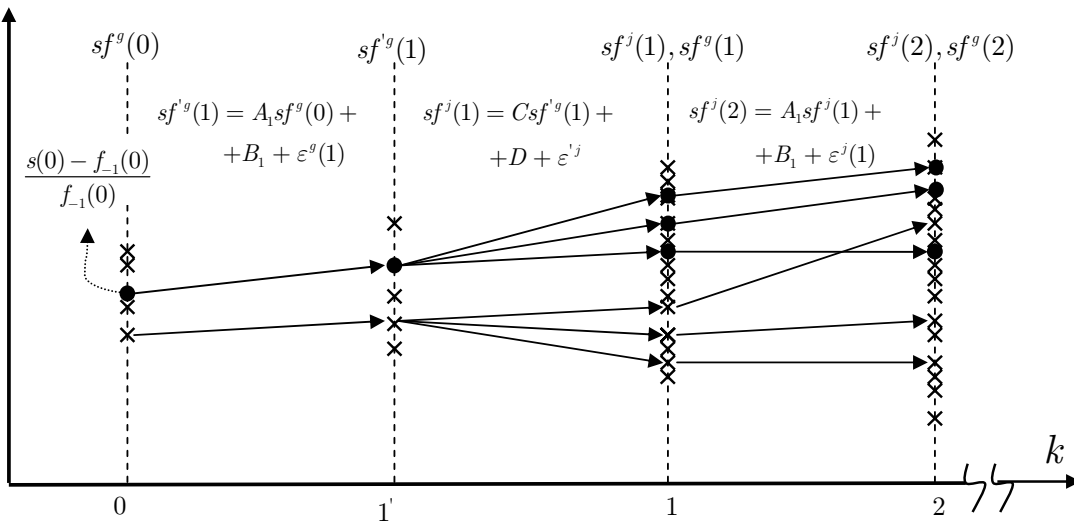


Figura 6.7: Determinación de muestras de las v.a.  $SF(1)$  y  $SF(2)$ .

El error en el ajuste de la anterior regresión se refleja en la distribución de residuos  $\varepsilon'$ . Para cada muestra  $sf^g(1)$  se hallan  $G$  valores a partir de  $F[\varepsilon']$ , siendo  $G$  el número de escenarios a generar. Por tanto, el tamaño de todas las muestras  $sf^j(1)$  es  $G \cdot G$ , de las cuales, aquellas que parten en el periodo 0 del valor  $\frac{s(0)-f_{-1}(0)}{f_{-1}(0)}$  son las correspondientes a  $sf^g(1)$ .

El algoritmo genera  $G \cdot G$  escenarios ya que en cada periodo las muestras deben comportarse según las v.a.  $SF(k)$ , las cuales no han tenido en cuenta precios iniciales para su determinación. De estos escenarios únicamente se tienen presentes de cara a los resultados aquellos  $G$  cuya raíz sea el precio spot  $s(0)$ .

Este proceso descrito así como la generación de muestras del periodo 2 se esquematizan en la figura 6.7. Los puntos negros a partir del periodo 1 representan las muestras  $sf^g(k)$  halladas a partir del valor conocido  $\frac{s(0)-f_{-1}(0)}{f_{-1}(0)}$ . Las muestras generadas por el algoritmo para cada periodo  $sf^j(k)$  son aquellas correspondientes tanto a puntos como a cruces. Las rectas de regresión que relacionan muestras de unos periodos con los siguientes están igualmente reflejadas en la gráfica. El periodo ficticio  $1'$  es aquél que contiene las muestras  $sf^g(1)$ , las cuales sirven de nexo para relacionar valores de los periodos 0 y 1 según lo explicado.

#### 6.5.4. Determinación de escenarios de precios de gas natural y fueloil

Una vez generadas las muestras  $sf^g(k)$  que forman los escenarios, la obtención de las estimaciones de precios spot de Brent es inmediata por medio de la expresión:

$$s^g(k) = f_0(k)(1 + sf^g(k)) \quad (6.4')$$

Con estos precios se determinan los precios de gas natural mediante la ecuación:

$$p_g^g(k) = E \frac{1}{6} \sum_{r=k-6}^{k-1} \lambda(r) s^g(r) + F \quad (6.12)$$

y los precios de fueloil con la ecuación:

$$p_f^g(k) = H \lambda(k-1) s^g(k-1) + L \quad (6.13)$$

siendo  $E, F, H$  y  $L$  los coeficientes de las rectas de regresión,  $\lambda(\cdot)$  el tipo de cambio €/€ y  $s^g(\cdot) = s(\cdot)$  para datos históricos.

Al realizar el análisis de regresión entre los precios históricos spot de crudo Brent  $s(i)$  y los de los combustibles se deben tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- Es conveniente que los precios  $s(i)$  que se utilicen tengan una amplia dispersión para que los coeficientes de las ecuaciones obtenidas sean significativas de la relación entre las variables Brent - combustibles. En efecto, con una baja dispersión de  $s(i)$  una variación de un número pequeño de datos provoca una elevada variación de la pendiente de la recta de regresión.
- Los valores  $s^g(k)$  determinados por el algoritmo deben de estar dentro del rango de precios  $s(i)$  utilizados para determinar las rectas de regresión. No es posible asegurar que la relación entre los precios de Brent y los de combustibles sea lineal fuera del rango de datos utilizados para la construcción del modelo de regresión.
- Por último, otro aspecto a considerar es el número de años de datos históricos que se deben utilizar. Existen muchos factores que intervienen en el resultado de las regresiones entre el precio spot de Brent y los combustibles, como cambios legislativos, formalización de nuevos contratos del gas natural que entra en España, decisiones políticas o económicas a nivel nacional e internacional, etc. Esta incertidumbre justifica que emplear un conjunto de datos históricos de los últimos años sea más representativo que utilizar los de un solo año, aunque el coeficiente de correlación lineal que se determine en la regresión para un año sea mayor que el obtenido al utilizar varios. El número de años que se escoja tampoco debe de ser elevado ya que años lejanos en el tiempo no son representativos del futuro. La decisión de los históricos a seleccionar debe hacerse basándose en la experiencia en la realización de previsiones de precios de gas natural y fueloil.



## 6.6. Formulación secuencial del algoritmo

A continuación se expone una descripción secuencial del algoritmo que facilita la comprensión del mismo:

1. Generación de las muestras  $sf^j(1)$  del primer periodo de planificación.
  - a) Generación de las muestras  $sf^g(0)$  a partir de la función de distribución  $F[SF(1)]$  (siendo  $sf^g(0) = \frac{s^g(0)-f_{-1}(0)}{f_{-1}(0)}$ ). Estos valores de la v.a.  $SF(1)$  corresponden a precios spot en el periodo 0 (anterior al primero de planificación) y a precios futuros para el periodo 0 vistos desde el periodo -1.
  - b) La observación  $\frac{s(0)-f_{-1}(0)}{f_{-1}(0)}$  se reemplaza por aquella muestra  $sf^g(0)$  cuyo valor sea más próximo. De esta forma se introduce en la distribución obtenida en 1.a) la observación histórica a partir de la cual se forman los escenarios futuros.
  - c) Comprobación de que las muestras obtenidas  $sf^g(0)$  se comportan según la distribución  $SF(1)$ :

$$\sum_{z \in Z} \phi_z \left| \frac{m_z(1) - m'_z(0)}{m_z(1)} \right| \leq \zeta \quad (6.5')$$

Si se cumple la anterior desigualdad continúa el algoritmo al punto 1.d), en caso contrario vuelve al 1.a).

- d) De cada muestra  $sf^g(0)$  se obtiene otra en el mes 1 de planificación mediante la regresión:

$$sf'^g(1) = A_1 sf^g(0) + B_1 + \varepsilon^g(1) \quad ((6.6) \text{ con } k=2)$$

Estas observaciones  $sf'^g(1)$  son muestras de la v.a.  $SF(2)$  con

$$sf'^g(1) = \frac{s^g(1) - f_{-1}(1)}{f_{-1}(1)} \quad (6.14)$$

- e) Los precios futuros de las observaciones  $sf'^g(1)$  pertenecen al periodo anterior al de planificación. Para referenciarlos al periodo 0, que constituyen los precios de futuros más recientes en el momento de la toma de decisiones, se emplea la recta de regresión:

$$sf^j(1) = C sf'^g(1) + D + \varepsilon'^j \quad (6.15)$$

- f) Comprobación de que las muestras obtenidas  $sf^j(1)$  se comportan según la distribución  $SF(1)$ :

$$\sum_{z \in Z} \phi_z \left| \frac{m_z(1) - m'_z(1)}{m_z(1)} \right| \leq \zeta \quad ((6.5) \text{ con } k = 1)$$

Si se cumple la anterior desigualdad continúa el algoritmo al punto 2, en caso contrario vuelve al 1.d).

2. Generación de las muestras  $sf^j(k)$  del resto de periodos de planificación.

a) Desde  $k = 2$  a 12:

b) Determinación de las muestras  $sf^j(k)$  para cada periodo mediante la ecuación que liga dos periodos consecutivos:

$$sf^j(k) = A_{k-1}sf^j(k-1) + B_{k-1} + \varepsilon^j(k-1) \quad (6.6)$$

c) Comprobación de que las muestras obtenidas  $sf^j(k)$  se comportan según la distribución  $SF(k)$ :

$$\sum_{z \in Z} \phi_z \left| \frac{m_z(k) - m'_z(k)}{m_z(k)} \right| \leq \zeta \quad (6.5)$$

Si se cumple la anterior desigualdad el algoritmo vuelve al punto 2.a) mientras que  $k < 12$ , si no se cumple, vuelve al punto 2.b). Una vez que la desigualdad se ha cumplido y se han determinado las muestras  $sf^j(12)$  del último periodo, el algoritmo continúa al punto siguiente.

3. Obtención de los precios spot de Brent  $s^g(k)$ .

a) Los precios spot de Brent se obtienen a partir de las muestras  $sf^g(k)$  que tienen su origen en  $\frac{s(0)-f_{-1}(0)}{f_{-1}(0)}$  (ver punto 1.b)) de entre las  $sf^j(k)$  determinadas:

$$s^g(k) = f_0(k)(1 + sf^g(k)) \quad (6.4')$$

4. Obtención de los precios de gas natural  $p_g^g(k)$  y fueloil  $p_f^g(k)$ .

a) Los precios de gas natural y fueloil se obtienen a partir de los precios spot de Brent:

$$p_g^g(k) = E \frac{1}{6} \sum_{r=k-6}^{k-1} \lambda(r)s^g(r) + F \quad (6.12)$$

y

$$p_f^g(k) = H\lambda(k-1)s^g(k-1) + L \quad (6.13)$$

## 6.7. Caso ejemplo

A continuación se expone un ejemplo numérico del algoritmo desarrollado. Este ha sido implantado en el entorno de programación del paquete informático MATLAB.

En el caso ejemplo propuesto se determina el árbol de escenarios de precios de gas natural y fueloil para el año 2003. El mes 0 en el cual se toman las decisiones acerca de qué contratos formalizar es diciembre del año 2002.

### 6.7.1. Elección de datos históricos

La relación entre el precio spot de Brent y los combustibles gas natural y fueloil en años pasados es la empleada para predecir el precio de estos combustibles en el año de planificación. Por tanto, el primer aspecto es decidir qué datos históricos de precios spot de Brent se deben considerar como entrada de datos del algoritmo.

En la figura 6.3 se muestra el precio medio mensual spot del crudo Brent entre los años 1990 y 2002 inclusivos. La media y la varianza de los precios en los primeros años es similar, presentando una variación brusca a finales de 1990 que tiene su origen en la subida de precios por la guerra del Golfo.

Los datos históricos escogidos para la previsión son los correspondientes a los años 1999 a 2002. Estos años recogen el aumento de media y varianza del precio respecto a años anteriores, y representan un número suficiente de periodos para comprobar la relación entre precios de Brent y combustibles. Igualmente, estos 4 años no suponen un número demasiado elevado, ya que años lejanos en el pasado pueden no reflejar situaciones futuras.

### 6.7.2. Predicción de precios. Fuentes de incertidumbre

La predicción de precios se realiza mediante las regresiones entre los precios spot de Brent y los de los combustibles a estimar. Los datos y rectas determinadas se muestran en las figuras 6.8 y 6.9. Los coeficientes de correlación son 0.99 para la regresión Brent-gas natural y 0.97 para la de Brent-fueloil.

El coeficiente de correlación de la regresión Brent-gas natural es mayor ya que se ha determinado con datos de tarifas de gas natural. El precio empleado para el fueloil en la regresión Brent-fueloil corresponde a precios finales a libre mercado, lo que presenta una mayor distorsión de precios frente a las tarifas de gas. No obstante, en ambos casos la correlación entre las variables es muy alta y, por lo tanto, la incertidumbre derivada del error en el ajuste de las rectas de regresión se puede considerar despreciable.

Las v.a.  $SF(k)$  presentan una varianza elevada al ser considerable la diferencia entre precios spot  $s(i)$  y futuros  $f_{i-k}(i)$  de Brent. Por ello, la determinación de escenarios se basa en la generación de valores de estas v.a. y no en los errores en las correlaciones entre el precio Brent y los combustibles. La dispersión de las v.a.  $SF(k)$  se refleja en las gráficas 6.10 a 6.13 donde se muestran para los años 1999 a 2002 los precios spot de Brent, y futuros para cada uno de los meses del año considerado vistos desde diciembre del año anterior.

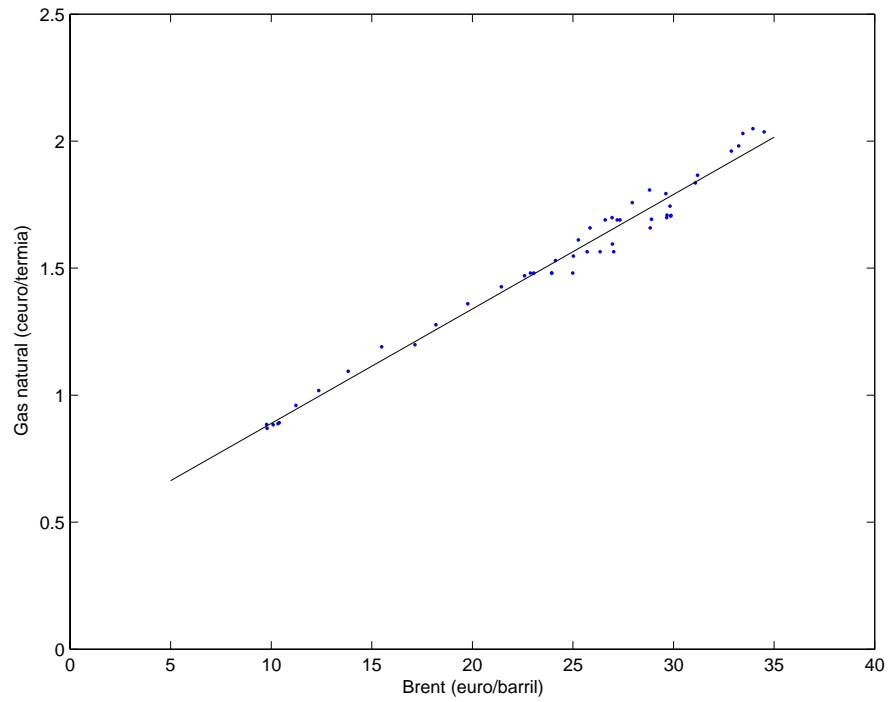


Figura 6.8: Regresión entre precios históricos de spot de Brent y gas natural. Años 1999-2002.

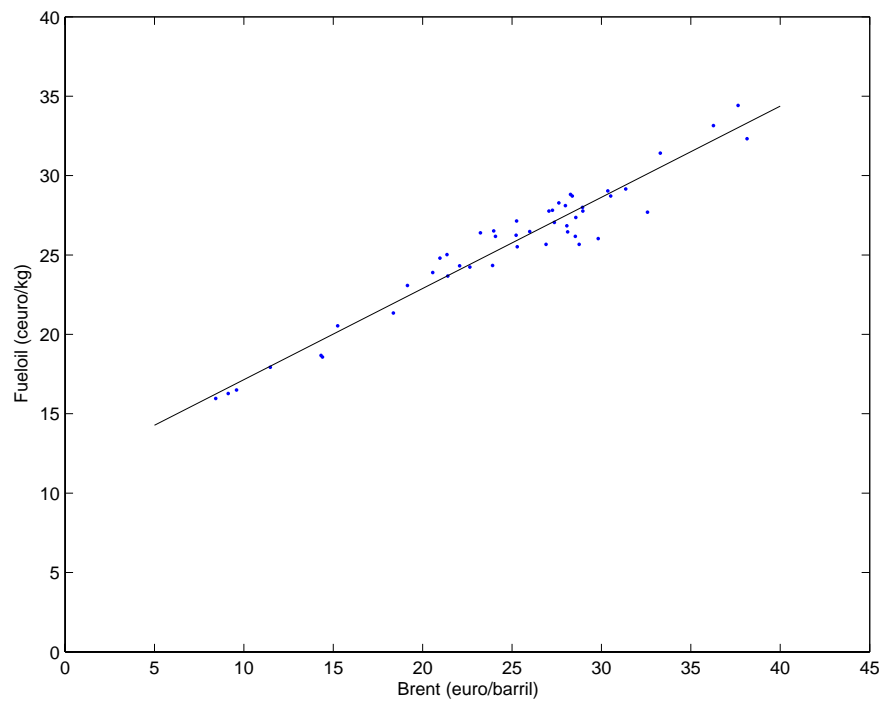


Figura 6.9: Regresión entre precios históricos de spot de Brent y fueloil. Años 1999-2002.

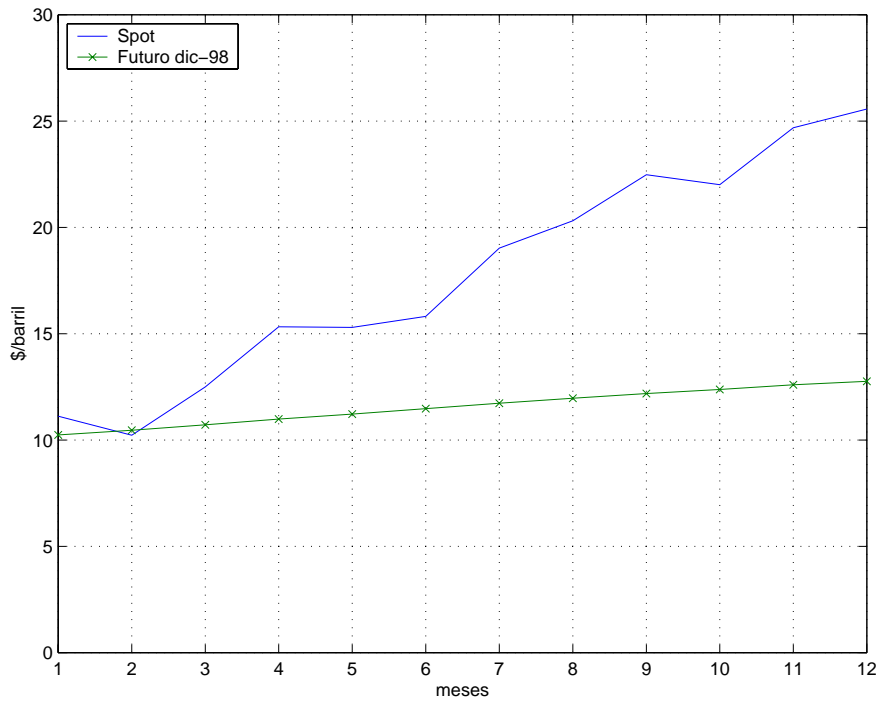


Figura 6.10: Precios spot y futuros de Brent para 1999.

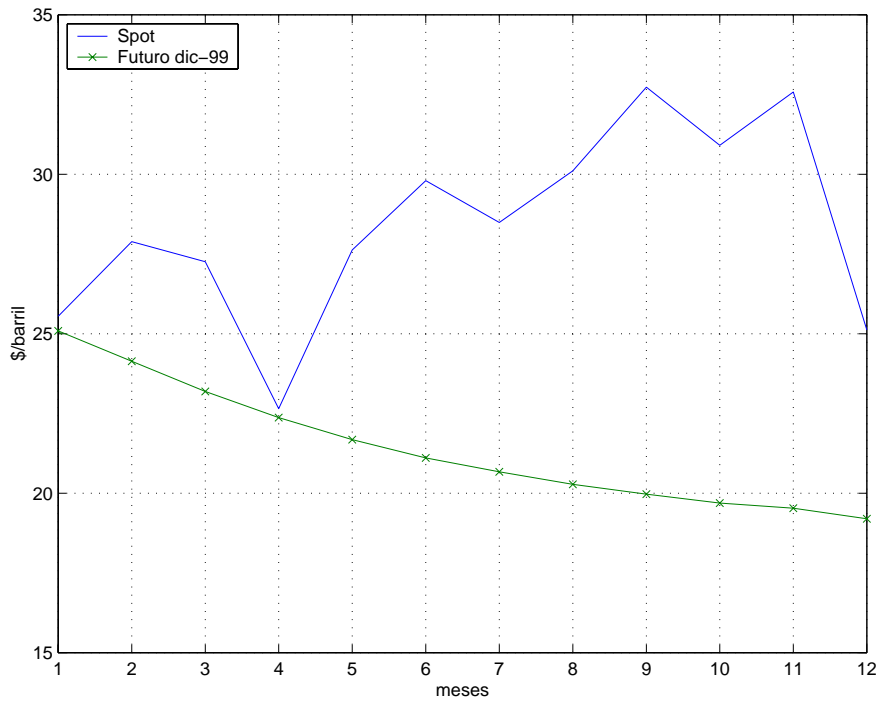


Figura 6.11: Precios spot y futuros de Brent para 2000.

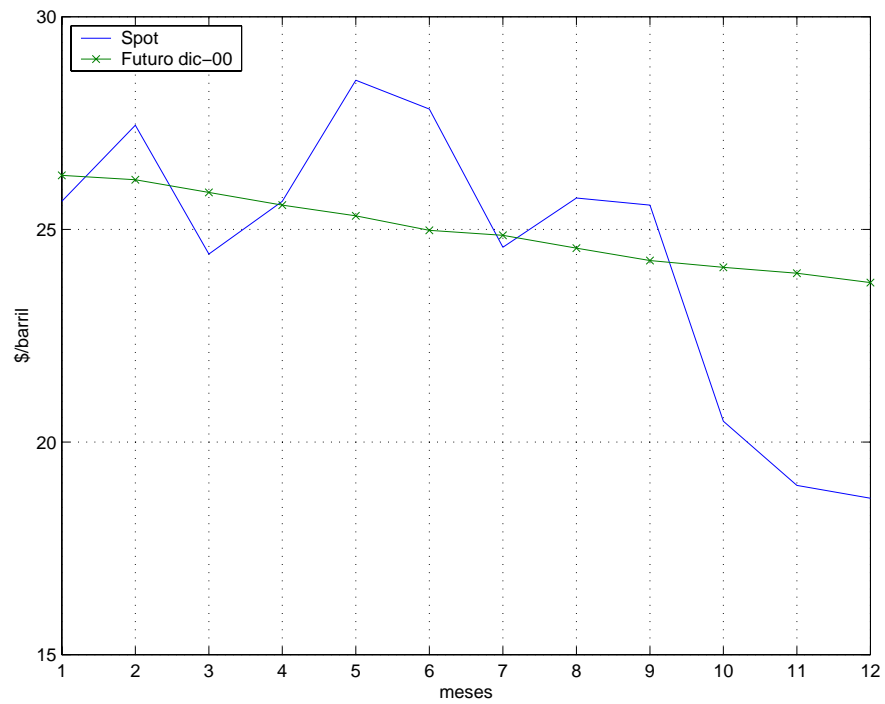


Figura 6.12: Precios spot y futuros de Brent para 2001.

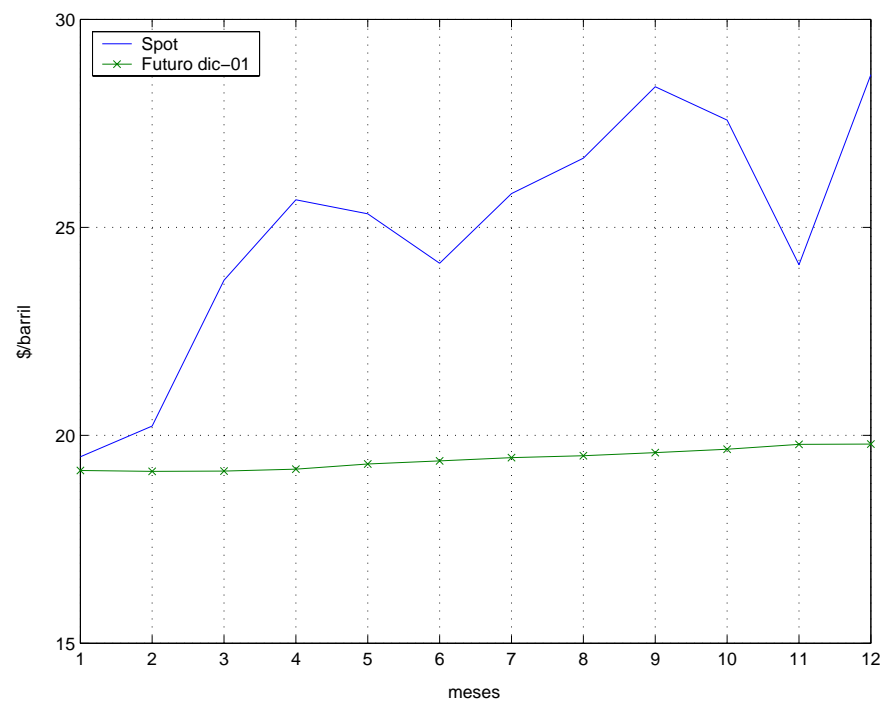


Figura 6.13: Precios spot y futuros de Brent para 2002.

### 6.7.3. Parámetros de entrada del algoritmo

En el caso ejemplo propuesto se generan  $G = 10$  escenarios de gas natural y fueloil. El resto de valores configurables por el usuario correspondientes a parámetros de la *medida de la desviación* son:  $\phi_1 = \phi_2 = 1$ ,  $\phi_3 = \phi_4 = 0,2$ , y  $\zeta = 0,15$ . Se ha dado más peso a la media y a la varianza que al resto de momentos. El valor de  $\zeta$  escogido es tal que la diferencia en los valores de precios Brent estimados ejecutando varias veces el algoritmo es razonablemente pequeña.

En las tablas 6.1 y 6.2 se muestran los distintos parámetros de las rectas de regresión empleadas por el algoritmo así como sus coeficientes de correlación  $\rho$ .

Los momentos de las v.a.  $SF(k)$  se exponen en la tabla 6.3. La varianza de estas v.a. aumenta al incrementarse el periodo  $k$ , ya que la diferencia entre precios spot y futuros de Brent es mayor al aumentar el plazo de vencimiento de los futuros.

### 6.7.4. Salidas del algoritmo

En la tabla 6.4 se muestran cada uno de los términos  $\phi_z \left| \frac{m_z(k) - m'_z(k)}{m_z(k)} \right|$  resultantes de la medida de la desviación para cada uno de los periodos de planificación. Igualmente se muestra la suma de estos términos, cuyo valor debe ser inferior al umbral  $\zeta$  de cara a validar que las muestras determinadas por el algoritmo se distribuyen según las v.a.  $SF(k)$ .

Los 100 ( $G \cdot G$ ) escenarios formados por los valores  $sf^j(k)$  se recogen en la figura 6.14. En líneas discontinuas están representados los valores  $m_1(k)$ ,  $m_1(k) \pm \sqrt{m_2(k)}$  y  $m_1(k) \pm 2\sqrt{m_2(k)}$ , siendo  $m_1(k)$  y  $\sqrt{m_2(k)}$  la media y la desviación típica, respectivamente, de las v.a.  $SF(k)$ . Estos valores representan una indicación del comportamiento que deben tener las muestras  $sf^j(k)$ . Dentro de estos 100 escenarios se encuentran aquellos 10 escenarios formados por las muestras  $sf^g(k)$ . Estas observaciones tienen como raíz el precio spot de Brent en el mes de diciembre del año 2002 (figura 6.15). Para obtener estos escenarios se han realizado varias simulaciones, obteniéndose en todas ellas resultados muy similares a los presentados.

Los escenarios de precios para el año 2003 de spot de Brent calculados a partir de las distribuciones mencionadas se muestran en la figura 6.16. En línea discontinua se representa el escenario medio, y en color negro marcado con una “x” se dibujan los precios reales del 2003.

La influencia de emplear cotizaciones de futuros en la previsión de precios spot de Brent se aprecia en la figura 6.17. En esta se representan las tendencias calculadas con las rectas de regresión de los precios reales del 2003, históricos del periodo 1999-2002 empleados como datos y del escenario medio de la previsión. Igualmente se muestran las cotizaciones de futuros en diciembre de 2002 para el año 2003. Nótese que la tendencia real y estimada son similares y ambas con pendiente negativa al igual que los futuros, mientras que los precios de los años 1999-2002 tienen pendiente

$k$	$A_{k-1}$	$B_{k-1}$	$\rho_{k-1}$
2	0.9182	0.0368	0.8315
3	0.9226	0.0341	0.8579
4	0.9446	0.0346	0.8940
5	0.9336	0.0339	0.9113
6	1.0094	0.0317	0.9359
7	1.0010	0.0311	0.9505
8	0.9573	0.0325	0.9516
9	0.9795	0.0316	0.9553
10	0.9600	0.0327	0.9574
11	0.9113	0.0379	0.9479
12	0.9121	0.0392	0.9436

Tabla 6.1: Parámetros de las regresiones entre  $sf^g(k-1)$  y  $sf^g(k)$ .

Muestras relacionadas	Parámetros		$\rho$
$(sf^{ig}(1), sf^j(1))$	C,D	0.6143,-0.0016	0.7706
$(s^g(k), p_q^g(k))$	E,F	0.0451,0.4377	0.9897
$(s^g(k), p_f^g(k))$	H,L	0.5741,11.4058	0.9692

Tabla 6.2: Parámetros del resto de regresiones.

$k$	$m_1(k)$	$m_2(k)$	$m_3(k)$	$m_4(k)$
1	0.0294	0.0213	0.0001	0.0014
2	0.0472	0.0294	-0.0014	0.0027
3	0.0661	0.0424	-0.0047	0.0060
4	0.0845	0.0580	-0.0096	0.0106
5	0.0986	0.0712	-0.0097	0.0170
6	0.1154	0.0944	-0.0052	0.0254
7	0.1307	0.1190	0.0012	0.0368
8	0.1470	0.1256	0.0096	0.0411
9	0.1640	0.1379	0.0259	0.0520
10	0.1777	0.1444	0.0376	0.0591
11	0.1841	0.1387	0.0469	0.0662
12	0.1904	0.1350	0.0540	0.0744

Tabla 6.3: Momentos de las distribuciones  $SF(k)$ .



$k$	$z = 1$	$z = 2$	$z = 3$	$z = 4$	total
1	0.0098	0.0786	0.0177	0.0255	0.1316
2	0.0045	0.0346	0.0392	0.0328	0.1111
3	0.0481	0.0514	0.0163	0.0240	0.1398
4	0.0231	0.0581	0.0410	0.0019	0.1241
5	0.0051	0.0929	0.0099	0.0092	0.1171
6	0.0121	0.1213	0.0045	0.0081	0.1460
7	0.0182	0.0722	0.0049	0.0178	0.1131
8	0.0191	0.0057	0.0319	0.0709	0.1276
9	0.0443	0.0135	0.0194	0.0643	0.1415
10	0.0503	0.0139	0.0203	0.0544	0.1389
11	0.0407	0.0318	0.0696	0.0035	0.1456
12	0.0376	0.0018	0.0758	0.0061	0.1213

Tabla 6.4: Términos  $\phi_z \left| \frac{m_z(k) - m'_z(k)}{m_z(k)} \right|$  de la medida de la desviación.

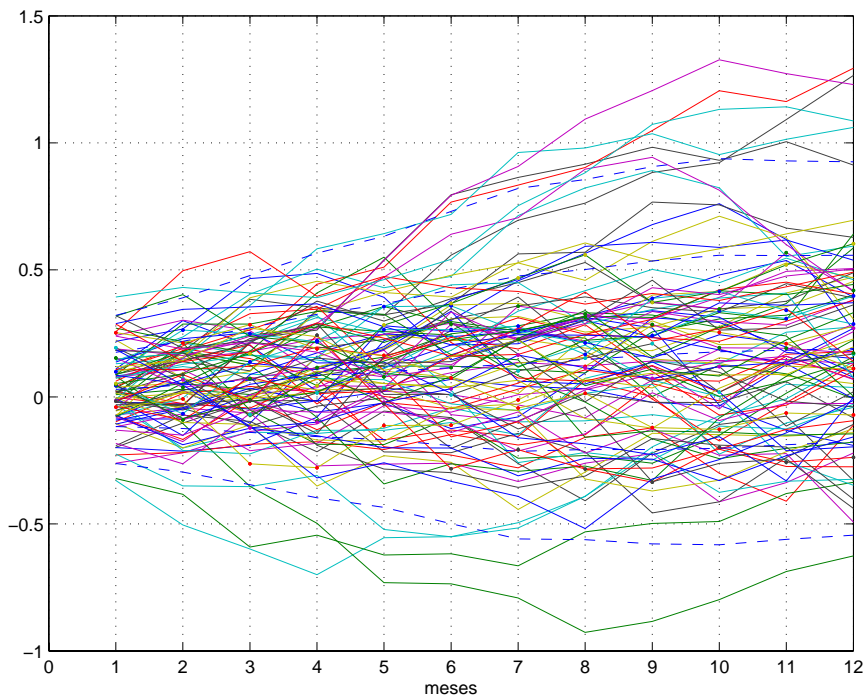


Figura 6.14: Valores  $sf^j(k)$  generados por el algoritmo.

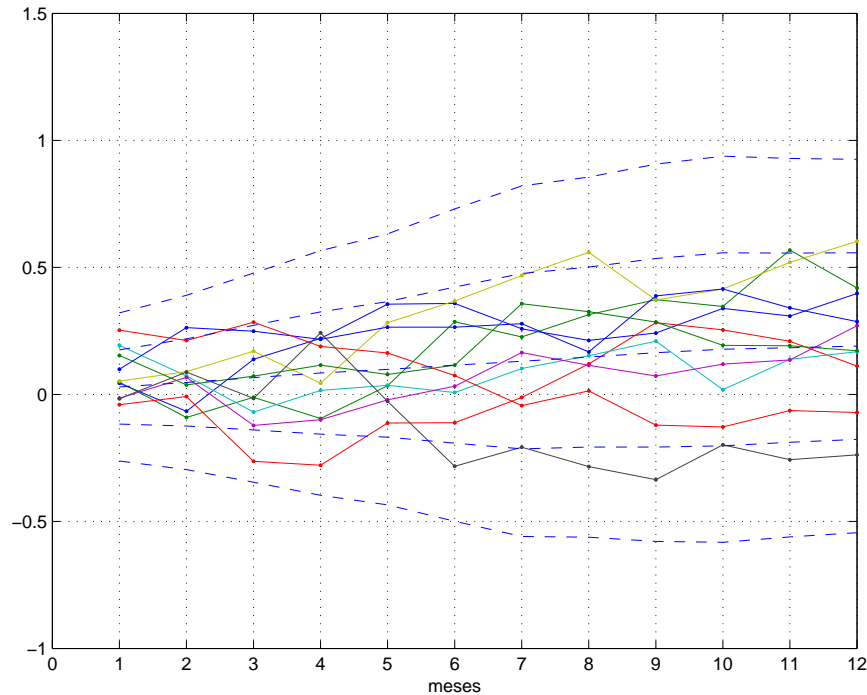


Figura 6.15: Valores  $sf^g(k)$  generados por el algoritmo.

positiva.

Si se calcula la tendencia de los precios futuros, ésta tiene una pendiente mayor (en valor absoluto) que la del escenario medio estimado. Esto se debe a que los precios medios estimados son la composición de los futuros y las muestras de las v.a.  $SF(k)$ . El valor medio de estas v.a. tiene pendiente positiva (ver tabla 6.3 o figura 6.15), ya que a mayor distancia en el tiempo los precios spot son con mayor probabilidad mayores que los futuros.

Mientras que la pendiente de la recta del escenario medio viene determinada por los precios futuros y las v.a.  $SF(k)$ , la ordenada en el origen está condicionada por la incorporación al algoritmo del precio spot de Brent del mes anterior a la previsión. Es por ello que los precios medios obtenidos son cercanos a los reales del 2003 y no a los empleados como datos históricos.

Por otra parte, los escenarios de precios generados de gas natural y fueloil se muestran en las figuras 6.18 y 6.19 respectivamente. Al igual que en caso del Brent, en línea discontinua se representan escenarios medios, y en color negro marcado con una “x” se dibujan los precios reales del 2003.

En el caso del gas natural, los precios de la tarifa son constantes a partir de julio. Esto se debe a que las variaciones del coste de la materia prima (CMP) son inferiores al 2%.

En estas figuras se aprecia que los cambios de precios en los escenarios de gas natural son menos bruscos que los de fueloil. Esto es lógico puesto que los primeros

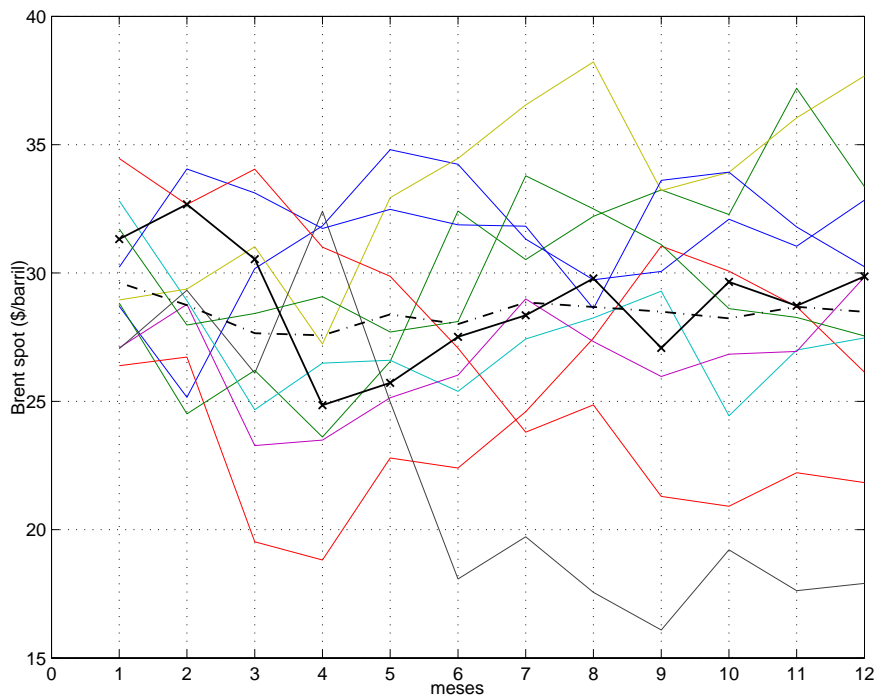


Figura 6.16: Escenarios de precios spot de Brent  $s^g(k)$ .

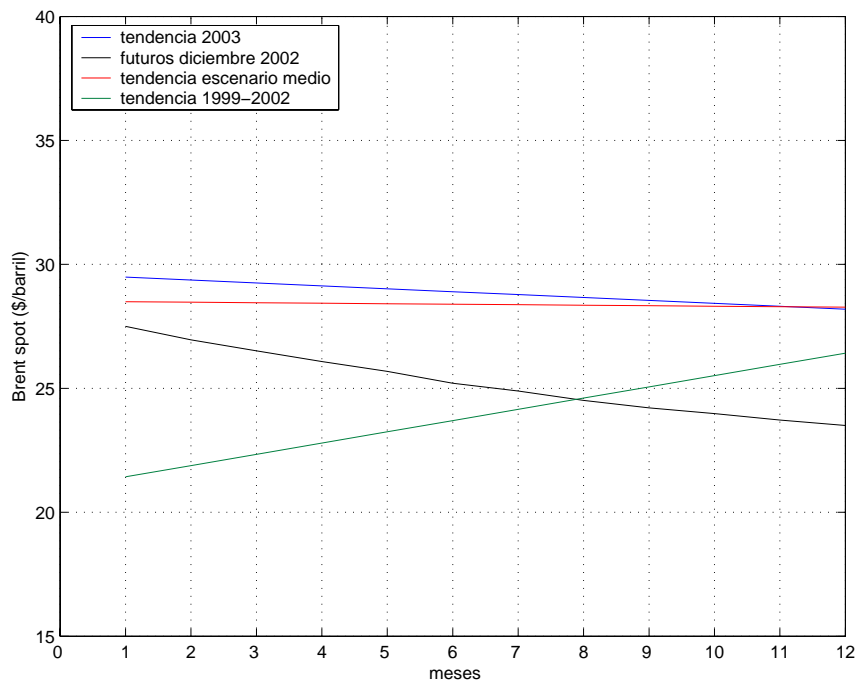


Figura 6.17: Tendencias año 2003, años históricos y previsión, y precios de futuros en 2002 para el 2003.

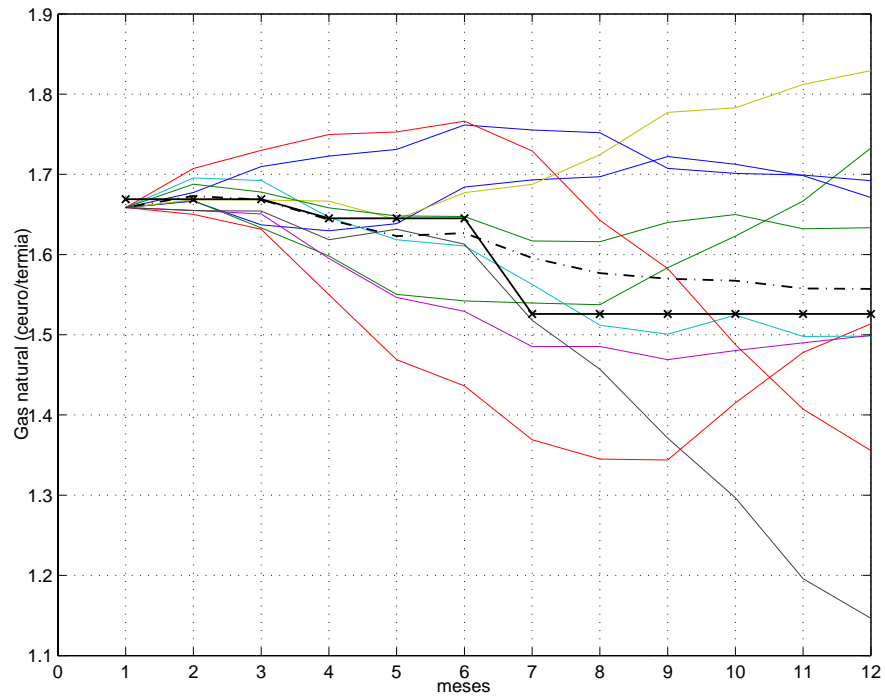


Figura 6.18: Escenarios de precios gas natural  $p_g^g(k)$ .

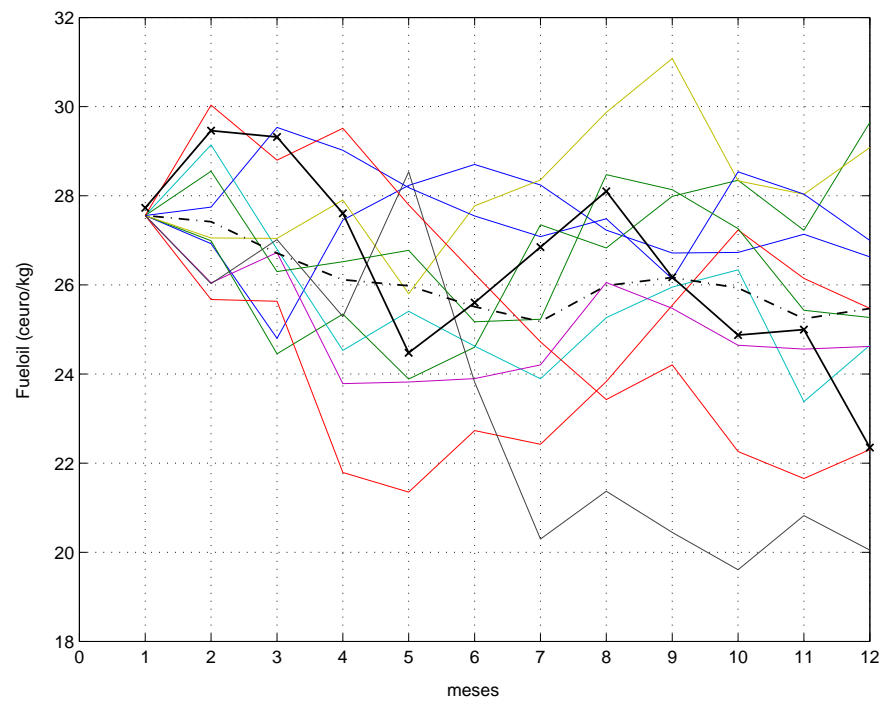


Figura 6.19: Escenarios de precios fueloil  $p_f^g(k)$ .

se determinan mediante su relación con el precio medio de Brent de los 6 últimos meses mientras que los de fueloil se obtienen a partir de su relación con el precio de Brent de un solo mes.

## 6.8. Conclusiones

El problema estocástico propuesto en esta tesis emplea como parámetros aleatorios precios medios mensuales con alcance anual de gas natural y fueloil para consumidores industriales. Con este fin, y sin pérdida de generalidad, en este capítulo se ha expuesto el algoritmo de predicción y generación de escenarios desarrollado, el cual supone una contribución original [GVR04].

Los precios de gas natural y fueloil para consumidores finales dependen de distintas cotizaciones de petróleos y fuelóleos así como de costes de transporte, distribución y gestión. Para relacionar todos estos precios con los de gas y fueloil a estimar, se propone emplear cotizaciones spot del crudo Brent. Las regresiones lineales calculadas entre precios Brent y gas natural por un lado, y precios Brent y fueloil por otro, muestran unos coeficientes de correlación superiores a 0.95.

Emplear únicamente cotizaciones Brent para determinar ambos precios presenta la ventaja de que automáticamente se obtiene la relación entre los precios de gas y fueloil. Además, los precios de Brent son fácilmente accesibles por parte de consumidores industriales. De esta forma el problema de previsión de precios de combustibles pasa a ser el de previsión de precios medios mensuales spot de Brent.

Para estimar estos precios una alternativa es recurrir a modelos GARCH [Bat02]. Sin embargo, se ha optado por proponer un nuevo método que consiste en aprovechar la información que proporcionan las cotizaciones de futuros de Brent para prever precios spot. Estableciendo una relación entre precios pasados spot y futuros es posible hallar los precios futuros de spot al estar disponibles las cotizaciones de futuros para el año de previsión. Para ello, y ante la falta de éxito en encontrar una función que relacione ambos precios, se han construido funciones de probabilidad con datos históricos de diferencias relativas entre precios spot y futuros.

El algoritmo genera muestras de diferencias relativas spot-futuros, las cuales se ha considerado que se comportan de acuerdo a estas distribuciones de datos históricos. Para verificarlo, se comparan los momentos de ambas distribuciones y se rechazan las muestras generadas si la diferencia relativa de momentos no está por debajo de un umbral.

La relación temporal en periodos consecutivos se tiene presente mediante regresiones determinadas con datos pasados. Los errores en los ajustes de estas regresiones se emplean para muestrear los escenarios. Esta es la única incertidumbre considerada en el método, frente a las correlaciones entre precios spot de Brent y de los combustibles que presentan unos coeficientes de correlación altos.

Las distribuciones de diferencias de precios spot y futuros no tienen en cuenta el pasado reciente al comienzo de la previsión. Para contemplar este factor en el algoritmo se ha empleado el precio spot anterior al primer periodo de previsión para determinar la raíz del árbol de escenarios.

El funcionamiento del algoritmo se ha ilustrado mediante la estimación de precios del año 2003 con datos de los años 1999-2002. Los resultados obtenidos muestran que las hipótesis realizadas son realistas.

## 6.9. Anexo I: Notación empleada

En el presente anexo se recopila la notación empleada en el algoritmo propuesto.

### 6.9.1. Índices

- $i$ : Índice de periodos de datos históricos,  $i = \{.., -2, -1, 0\}$ . El periodo 0 corresponde al mes anterior al primero de previsión.
- $k$ : Índice de periodos de planificación, que corresponde a cada uno de los meses del año en los que están vigentes los contratos que se decida formalizar,  $k = \{1, .., 12\}$ .
- $g$ : Índice de escenarios generados que parten de la raíz del árbol,  $g = \{1, .., G\}$ .
- $j$ : Índice de todos los escenarios generados,  $j = \{1, .., G \cdot G\}$ .
- $z$ : Índice de momentos empleados para comprobar las desviaciones entre las distribuciones de las v.a.  $SF(k)$  obtenidas empíricamente y las determinadas por el algoritmo,  $z = \{1, 2, 3, 4\}$ .

### 6.9.2. Datos de entrada

- $p_g(i)$ : Precio de gas natural en el periodo  $i$  (c€/th).
- $p_f(i)$ : Precio de fueloil en el periodo  $i$  (c€/kg).
- $s(i)$ : Precio spot de Brent en el periodo  $i$  (\$/barril).
- $f_{i-k}(i)$ : Precio de la cotización de futuros de Brent para el periodo  $i$  visto en el periodo  $i - k$  (\$/barril).
- $f_0(k)$ : Precio de la cotización de futuros de Brent para cada periodo de planificación  $k$  visto en el periodo 0 donde se toman las decisiones de formalizar los contratos (\$/barril).
- $\lambda(\cdot)$ : Tipo de cambio en el periodo  $\cdot$  (€/€).

Los siguientes datos son configurables por el usuario:

- $G$ : Número de escenarios a generar.
- $\zeta$ : Tolerancia de la medida de la desviación.
- $\phi_z$ : Peso asignado a la diferencia entre momentos de orden  $z$  en la medida de la desviación.

### 6.9.3. Salidas del algoritmo

- $p_g^g(k)$ : Precio de gas natural estimado para el escenario  $g$  del periodo  $k$  (c€/th).
- $p_f^g(k)$ : Precio de fueloil estimado para el escenario  $g$  del periodo  $k$  (c€/kg).
- $s^g(k)$ : Precio spot estimado de Brent en el periodo  $k$  para el escenario  $g$  (\$/barril).

### 6.9.4. Parámetros de rectas de regresión

- $A_{k-1}, B_{k-1}$ : Coeficientes de las 11 ( $k = \{2, \dots, 12\}$ ) rectas de regresión que relacionan las v.a.  $SF(k)$  y  $SF(k+1)$ .
- $C, D$ : Coeficientes de la recta de regresión que relaciona las observaciones  $sf^j(1)$  y  $sf'^g(1)$ .
- $E, F$ : Coeficientes de la recta de regresión que relaciona los precios  $s^g(k)$  y  $p_g^g(k)$  (c€/th / \$/barril y c€/th, respectivamente).
- $H, L$ : Coeficientes de la recta de regresión que relaciona los precios  $s^g(k)$  y  $p_f^g(k)$  (c€/kg / \$/barril y c€/kg, respectivamente).

### 6.9.5. Variables aleatorias

- $SF(k)$ : Variable aleatoria para cada periodo  $k$  obtenida a partir de los datos históricos  $\frac{s(i)-f_{i-k}(i)}{f_{i-k}(i)}$ . Representan las distribuciones históricas que relacionan los precios de cotizaciones de futuros y spot de Brent, las cuales se repiten para cada periodo  $k$  del horizonte de planificación.
- $\varepsilon(k-1)$ : Variable aleatoria ( $k = \{2, \dots, 12\}$ ) obtenida empíricamente a partir de los residuos del análisis de regresión entre las muestras  $sf^g(k)$  de periodos consecutivos.
- $\varepsilon'$ : Variable aleatoria obtenida empíricamente a partir de los residuos del análisis de regresión entre las muestras  $sf^j(1)$  y  $sf'^g(1)$ .

### 6.9.6. Muestras de las variables aleatorias

- $sf^g(k)$ : Cada una de las  $G$  muestras de la v.a.  $SF(k)$  obtenida por el algoritmo,  $sf^g(k) = \frac{s^g(k)-f_0(k)}{f_0(k)}$  ( $sf^j(k)$  análogo con  $G \cdot G$  muestras).
- $sf^g(0)$ : Cada una de las  $G$  muestras de la v.a.  $SF(1)$  obtenida por el algoritmo para el periodo 0 de toma de decisiones,  $sf^g(0) = \frac{s^g(0)-f_{-1}(0)}{f_{-1}(0)}$ .



- $sf'^g(1)$ : Cada una de las  $G$  muestras de la v.a.  $SF(2)$  obtenida por el algoritmo para el periodo 1 de planificación,  $sf'^g(1) = \frac{s^g(1)-f_{-1}(1)}{f_{-1}(1)}$ .
- $\varepsilon^g(k-1)$ : Cada una de las  $G$  observaciones obtenidas al muestrear sobre la función de distribución  $F[\varepsilon(k-1)]$ .
- $\varepsilon'^j$ : Cada una de las  $G \cdot G$  observaciones obtenidas al muestrear sobre la función de distribución  $F[\varepsilon']$ .

### 6.9.7. Momentos

- $m_z(k)$ : Momento  $z$  de cada v.a.  $SF(k)$  obtenida mediante datos históricos.
- $m'_z(k)$ : Momento  $z$  de cada v.a.  $SF(k)$  obtenida por el algoritmo.
- $m'_z(0)$ : Momento  $z$  de la v.a.  $SF(1)$  obtenida por el algoritmo en el periodo 0 de toma de decisiones.

# Bibliografía

- [Bat02] C. Batlle. *A model for electricity generation risk analysis*. PhD thesis, Universidad Pontificia Comillas de Madrid. Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ICAI), 2002.
- [BB04] C. Batlle and J. Barquín. Fuel prices scenario generation based on a multivariate GARCH model for risk analysis in a wholesale electricity market. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 26(4):273–280, May 2004.
- [BHL] A. Berkelaar, H. Hoek, and A. Lucas. Arbitrage and sampling uncertainty in financial stochastic programming models. <http://www.eur.nl/WebDOC/doc/econometrie/feweco1999042-6132032.ps>.
- [DCW00] J. Dupacová, G. Consigli, and S. W. Wallace. Scenarios for multistage stochastic programs. *Baltzer Journals*, June 2000. [http://www.iot.ntnu.no/iok\\_html/users/sww/vanc-ny.pdf](http://www.iot.ntnu.no/iok_html/users/sww/vanc-ny.pdf).
- [dR00] D. Peña Sánchez de Rivera. *Estadística Modelos y Métodos 2. Modelos lineales y series temporales*. Alianza Universidad Textos, 2000. Segunda edición revisada.
- [FGH<sup>+</sup>99] O. B. Fosso, A. Gjelsvik, A. Haugstad, B. Mo, and I. Wangensteen. Generation scheduling in a deregulated system. The norwegian case. *IEEE Transactions on Power Systems*, 14(1):75–80, February 1999.
- [GVR04] E. Gómez-Villalva and A. Ramos. An algorithm for the mid-term forecast and scenario generation of natural gas and fuel oil prices. *IEEE Transactions on Power Systems*, March 2004. Manuscript No. TPWRS-00124-2004. En revisión.
- [HR03] H. Heitsch and W. Römisch. Scenario reduction algorithms in stochastic programming. *Computational optimization and applications*, 24:187–206, 2003. <http://www.mathematik.hu-berlin.de/~romisch>.
- [JDR03] N. Gröwe-Kuska J. Dupacová and W. Römisch. Scenario reduction in stochastic programming. An approach using probability metrics. *Mathematical programming*, Ser. A 95:493–511, 2003. <http://www.mathematik.hu-berlin.de/~romisch>.

- [KZ01] R. Kouwenberg and S. A. Zenios. Stochastic programming models for asset liability management. *Working Paper 01-01, School of Economics and Management, University of Cyprus*, May 2001. <http://mscf.gsia.cmu.edu/BPM/zenios.pdf>.
- [LS96] J. Longerstaeey and M. Spencer. Riskmetrics. Technical report, J.P. Morgan and Reuters, December 1996. <http://www.jpmorgan.com/RiskManagement/RiskMetrics>.
- [NGKR03] H. Heitsch N. Gröwe-Kuska and W. Römisch. Scenario reduction and scenario tree construction for power management problems. *IEEE Power Tech Conference*, June 2003. Bologna, Italy.
- [Pil97] D. Pilipović. *Energy Risk. Valuing and Managing Energy Derivatives*. McGraw-Hill, 1997.
- [TBL96] S. Takriti, J. R. Birge, and E. Long. A stochastic model for the unit commitment problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, 11(3):1497–1508, August 1996.
- [yAP00] E. Uriel y A. Peiró. *Introducción al análisis de series temporales*. Editorial AC, 2000. Primera edición.
- [yKW02] K. Høyland, M. Kaut, and S. W. Wallace. A heuristic for generating scenario trees for multistage decision problems. February 2002. <http://home.himolde.no/~wallace/reports.htm>.
- [yW01] K. Høyland and S. W. Wallace. Generating scenario trees for multi-stage decision problems. *Management Science*, pages 295–307, 2001.

# Capítulo 7

## Predicción de precios de electricidad. Generación de escenarios

En este capítulo se describe el método desarrollado para la estimación de precios de electricidad con horizonte anual en el mercado eléctrico español y la generación del árbol de escenarios asociado. Estos precios son parámetros aleatorios del modelo estocástico propuesto en esta tesis.

Por una parte se han estimado conjuntamente los precios de los combustibles, gas natural y fueloil (capítulo 6), y por otra el precio de la electricidad. El no estimar con un mismo modelo los tres parámetros se debe a que en el sistema español no existe correlación elevada entre los precios de los combustibles y el de la electricidad.

En la sección 7.2 se exponen las principales pautas de comportamiento de los precios de la electricidad, las cuales deben ser recogidas en los modelos de predicción. Los modelos de predicción encontrados en la literatura actual se describen en la sección 7.3.

Las particularidades del precio de la electricidad en España, país donde se aplica el modelo de decisión, se discuten en el apartado 7.4.

En la sección 7.5 se presenta la propuesta planteada para la predicción de precios y la formación del árbol de escenarios asociados, cuya formulación secuencial es descrita en 7.6.

Finalmente, las conclusiones del capítulo se exponen en la sección 7.7.

## 7.1. Introducción

Una de las consecuencias de la desregulación de los mercados energéticos en general, y del mercado de la electricidad en particular, ha sido el cambio en la estructura de la formación de precios.

En mercados regulados, los precios estaban basados en la minimización de los costes variables de funcionamiento del sistema eléctrico. La predicción de los mismos se realizaba mediante despacho económico de los grupos, donde las fuentes de incertidumbre eran fundamentalmente la predicción de la demanda y la indisponibilidad de grupos de generación o líneas de transporte. Por tanto, estos modelos de previsión se basaban en costes y representaban una incertidumbre limitada.

En concreto, los contratos que firmaban los consumidores industriales con las empresas eléctricas no tenían incertidumbre en precios, ya que éstos eran fijados anualmente por el Estado.

Actualmente, con la apertura de los mercados eléctricos, los precios se determinan a través del equilibrio entre las ofertas de compra y venta de energía formuladas por los agentes que actúan en el mercado. La visión de éstos ha cambiado en este nuevo entorno, donde los generadores persiguen la maximización de su beneficio y los consumidores la minimización del coste de adquisición de la energía eléctrica.

Estos cambios han provocado volatilidades altas en los precios, apareciendo algunos muy por encima de los costes variables de operación del sistema eléctrico. Con esta nueva perspectiva, la incertidumbre juega un papel importante y, por tanto, surge la necesidad de nuevos modelos de predicción de precios que no sólo den valores medios, sino que capturen todo el rango de incertidumbre y proporcionen una distribución de probabilidad de la previsión.

Esta incertidumbre en los precios, que a partir de la introducción de este nuevo marco afecta también a los consumidores, ha provocado en este tipo de mercados la aparición de técnicas de análisis del riesgo, formas de cobertura basadas en derivados financieros, etc. Para la aplicación de estas técnicas son determinantes los modelos de previsión de precios cuyo desarrollo es un tema reciente y complejo que mantiene abiertas varias líneas de investigación.

## 7.2. Características de los precios de la electricidad

Las particularidades del comportamiento de los precios de la electricidad frente a otros mercados energéticos se basa, principalmente, en la imposibilidad de almacenar energía eléctrica en cantidades significativas. Esta restricción hace necesario que el balance de energía entre generación y demanda se produzca para cada instante del

tiempo. En algunos países, este balance que determina los precios está fuertemente condicionado por la capacidad de transporte de la red eléctrica, la cual varía los despachos de los grupos en función de su disponibilidad.

El arbitraje, el cual está basado en el almacenamiento y transporte de activos entre mercados, es prácticamente nulo, por lo que los precios están muy condicionados por factores locales del parque generador y de la demanda. Esta falta de arbitraje hace que no sean aplicables las herramientas estándar de valoración de derivados financieros, por lo que es necesario un amplio desarrollo en este campo comenzando con los modelos de previsión de precios.

Si bien los precios de la electricidad tienen pautas comunes de comportamiento en los distintos países basadas principalmente en la no almacenabilidad, éstos difieren de unos mercados a otros (ver por ejemplo [JB99]). Las razones principales para el distinto comportamiento de los precios son:

- Patrones de demanda diarios, semanales y anuales.
- Tipo de parque generador.
- Capacidad de la red eléctrica de transporte.
- Legislación del sector eléctrico y comportamiento de sus participantes.

Las principales características comunes de los precios spot en los mercados liberalizados de electricidad están basadas en observaciones del comportamiento de las series de precios. Estas características, que se describen a continuación, no tienen por qué darse en todos los mercados.

### **Reversión a la media**

Los precios de la electricidad fluctúan en el corto plazo alrededor de valores determinados por el coste de producir la energía eléctrica y por la demanda.

La meteorología es un factor dominante en el equilibrio generación-demanda la cual influye en los precios a través de los cambios de la demanda. Esta es cíclica y con reversión a la media, esto es, con tendencia a volver a ese nivel medio.

La media de los precios de la electricidad varía en el largo plazo principalmente por los cambios del parque generador o por la variación de los precios de los combustibles que alimentan las centrales eléctricas.

### **Estacionalidad**

El precio medio de la electricidad presenta una estacionalidad diaria, semanal y anual, como respuesta a fluctuaciones cíclicas de la demanda. El perfil de la curva de

precios depende de la actividad económica, meteorología y características del parque generador.

En concreto, la estacionalidad diaria está fundamentada en los cambios de consumo entre día y noche. La estacionalidad semanal se basa en la diferente demanda entre días laborables y no laborables, principalmente por la actividad industrial. Por su parte, la estacionalidad anual es debida a condiciones atmosféricas de temperatura e hidraulicidad.

La no almacenabilidad de la energía eléctrica y la imposibilidad de transportarla al existir cuellos de botella en el transporte de unos países a otros son también causas de esta estacionalidad.

### **Heterocedasticidad (volatilidad variable)**

La volatilidad de los precios de la electricidad es elevada y muy superior a la del resto de los mercados de energía. Esta sigue patrones diarios, semanales y anuales, de manera que al igual que el precio medio de la electricidad, la volatilidad es cíclica.

La no almacenabilidad de la energía eléctrica es la principal causa del comportamiento tan complejo de la volatilidad de precios. El equilibrio instantáneo necesario entre generación y demanda no permite suavizar las fluctuaciones de precios como en el caso de mercados con sistemas de almacenamiento. Esta volatilidad crece con los precios (*clustering effect*), lo que implica una mayor incertidumbre de precios en horas punta de demanda.

Otro aspecto que influye en la volatilidad de los precios es la inelasticidad de la demanda que, tal y como se ha comentado, atiende a condiciones meteorológicas.

### **Valores extremos**

Los precios spot de electricidad presentan picos (también llamados saltos) positivos y negativos como consecuencia de la necesidad del equilibrio generación-demanda y de la inelasticidad de la demanda. Estos se producen principalmente en sistemas con poca generación hidráulica, ya que estos grupos tienen unos tiempos de respuesta cortos frente a la generación térmica, los cuales varían su producción atendiendo a unas determinadas rampas de subida y bajada.

Los picos positivos son provocados por la repentina indisponibilidad de grupos o líneas de transporte o condiciones anormales de carga elevada que llevan la capacidad de generación del sistema a sus límites.

Los picos negativos, mucho menos frecuentes que los positivos, se producen al encontrarse los grupos cercanos a su límite técnico inferior de generación debido a la baja demanda del sistema. En estas circunstancias, si los costes de arranque de los grupos son elevados, es más rentable no desacoplar los grupos, lo que provoca la aparición de saltos negativos.

Tal y como se explica en el apartado 7.4, las particularidades de los precios en el mercado eléctrico español hacen que a medio plazo, de las 4 características de los precios descritas, únicamente se cumplan las de *estacionalidad* y *heterocedasticidad*.

### 7.3. Modelos de previsión de precios de electricidad

En este apartado se exponen las principales técnicas de modelado de precios de electricidad en mercados liberalizados que se encuentran en la literatura actual. Estos modelos, que persiguen capturar las principales características de los precios, han sido aplicados para la previsión de precios de electricidad en los mercados de California [Bar02, DAHB00, JB99, KR01, NCCE02], España [EPV02, LR01, NCCE02], NordPool [EPV02, GEMG00, JB99, KSL<sup>+</sup>98, LS01, MGG01], Victoria (Australia) [EPV02, JB99, SSD99], Gran Bretaña [JB99], Hayward (Nueva Zelanda) [EPV02], Leipzig (Alemania) [BD01, HKOS01a, HKOS01b], Alberta (Canadá) [Bar02] y Argentina [EPV02].

En líneas generales, los modelos orientados a la previsión de precios de electricidad a corto plazo son del tipo: procesos de difusión, redes neuronales y series temporales. Estos modelos, que denominamos *cuantitativos*, son modelos univariantes basados en la historia de la serie. Por su parte, en el medio y largo plazo son más relevantes los *modelos fundamentales* que representan el comportamiento de los mercados.

Los *modelos cuantitativos* no proporcionan buenas estimaciones a medio plazo debido a la complejidad del comportamiento de los precios. Es necesario incorporar a los modelos información exógena como datos meteorológicos, demanda, etc. Aquellos modelos que tienen en cuenta el equilibrio generación-demanda son un punto de partida necesario para la obtención de nuevos planteamientos que proporcionen valores razonables en previsiones de medio o largo plazo.

Es determinante a la hora de elegir un modelo para la previsión de precios tener presente la función a la cual va destinado. A priori, un tipo de modelo no es mejor que otro, aunque sí más adecuado en función de su aplicación. Por ejemplo, un modelo de precios que no incluye los ciclos de precios horarios y semanales no es adecuado para firmar contratos horarios o semanales. De igual forma, un modelo que únicamente contemple precios cercanos a la media no es el indicado para evaluar el valor en riesgo (VaR).

Dicho esto, no parece razonable modelar precios spot de electricidad con modelos de difusión a no ser que la aplicación del modelo<sup>1</sup> requiera que los precios estén

---

<sup>1</sup>Normalmente la valoración de derivados financieros o la determinación de curvas de precios *forward*.



representados de forma continua en el tiempo. Estos modelos son menos flexibles que, por ejemplo, las series temporales o las redes neuronales y no son capaces de capturar la complejidad de los precios de la electricidad. Los modelos de difusión son del tipo Markovianos y como tales únicamente consideran las correlaciones de un periodo con el anterior. Esto es una importante restricción dado que los coeficientes de autocorrelación de grado superior en series de precios son significativos. La obtención de un modelo en tiempo continuo que represente satisfactoriamente los precios spot de la electricidad es uno de los retos actuales de la investigación en el campo de la previsión.

Ninguno de los modelos que se describen en este apartado es el empleado en la previsión de precios de electricidad objeto de este documento. Los encontrados en la literatura, más o menos complejos, no dan resultados satisfactorios en la previsión a medio plazo que nos atañe. Por tanto, se ha optado por emplear un procedimiento basado en la previsión de precios futuros mediante la generación de muestras de distribuciones de precios formadas por datos históricos. Este método desarrollado se expone en el apartado 7.5.

### 7.3.1. Modelos Cuantitativos

Se entiende por *modelos cuantitativos* aquéllos que fundamentalmente emplean como información para la previsión datos históricos de la variable a predecir. Son métodos que no suelen incorporar al modelado conocimiento acerca del entorno de la variable a estimar.

En el caso de precios de la electricidad, estos modelos no representan ni el sistema ni el mercado eléctrico, que son los factores que explican la formación de los precios de la electricidad. Por tanto, dada su naturaleza, estos modelos no son exclusivos para la previsión de precios de electricidad, aplicándose igualmente en la estimación de otras variables de diversa índole.

#### 7.3.1.1. Procesos de difusión

De forma general, un proceso de difusión  $X_t$  es aquel proceso Markoviano de trayectorias continuas en el tiempo  $t$  cuya solución corresponde a la de la ecuación diferencial estocástica:

$$dX_t = f(t, X_t)dt + g(t, X_t)dW_t \quad (7.1)$$

siendo  $dW_t$  el diferencial de un proceso Wiener<sup>2</sup>, y  $f$  y  $g$  las funciones que re-

---

<sup>2</sup>Aquel proceso estocástico que satisface las siguientes propiedades: a)  $W_0 = 0$ ; b) las trayectorias de  $W_t$  son continuas; c)  $(W_t - W_s) \sim N(0, t-s)$  para todo  $0 \leq s \leq t$ ; d)  $W_t - W_s$  son independientes para todo  $0 \leq s \leq t$ .

presentan la magnitud determinista y estocástica respectivamente del proceso de difusión.

El motivo para emplear procesos de difusión es que éstos se utilizan en otros mercados energéticos para la estimación de precios de cara a la valoración de instrumentos financieros (véase por ejemplo [Du02]). Estos modelos asumen la hipótesis de normalidad en las distribuciones diferenciales de precios. Esta hipótesis es en principio contradictoria con las características mencionadas de los precios, aunque presenta la ventaja de ser directamente aplicable para la valoración de derivados financieros.

Una de las aplicaciones más importantes de los procesos de difusión se debe al modelo de Black-Scholes para la valoración de opciones sobre acciones, donde los precios se modelan mediante un *movimiento Browniano* (MB). Esta representación de los precios, para el caso de la electricidad, viene regida por la siguiente ecuación:

$$dP_t = \mu dt + \sigma dW_t \quad (7.2)$$

con  $P_t$  el precio spot de la electricidad,  $\mu$  la tendencia del precio y  $\sigma$  el coeficiente de difusión. El término  $\mu dt$  representa la parte determinista del precio mientras que  $\sigma dW_t$  la perturbación aleatoria a la cual está sometido. Una variación del MB consiste en emplear éste en un proceso geométrico de la forma:

$$dP_t = \mu P_t dt + \sigma P_t dW_t \quad (7.3)$$

Una justificación para utilizar este modelo logarítmico frente al anterior se basa en el hecho práctico de que los precios de la electricidad son casi siempre positivos.

El MB (ecuaciones (7.2) y (7.3)) presenta el principal inconveniente de no tener una justificación económica en la mayoría de los mercados de electricidad, ya que no refleja la característica antes mencionada de reversión a la media. Los trabajos de Johnson *et al.* [JB99] sobre los mercados de California, Gran Bretaña, NordPool y Victoria (Australia) y de Barnezet *et al.* [BD01] sobre el mercado de Leipzig (LPX) corroboran esta afirmación.

#### 7.3.1.1.1. Reversión a la media

Para solventar este problema se introducen los procesos de difusión con reversión a la media, siendo el más empleado el determinado por Orstein-Unlenbeck en las versiones:

$$dP_t = \kappa(\alpha - P_t)dt + \sigma dW_t \quad (7.4)$$

o geométrica:

$$dP_t = \kappa(\alpha - \ln P_t)P_t dt + \sigma P_t dW_t \quad (7.5)$$

donde los nuevos parámetros introducidos son:  $\kappa$  coeficiente de reversión a la media y  $\alpha$  precio de equilibrio a largo plazo.

El modelo de la ecuación (7.4) (razonamiento análogo para la ecuación (7.5)) refleja intuitivamente que la desviación del precio respecto a un precio de equilibrio  $\alpha - P_t$  es corregida por el coeficiente  $\kappa$ , además de estar sometido a una perturbación aleatoria  $\sigma dW_t$ . El coeficiente  $\kappa$  es siempre positivo, siendo la desviación del precio de una mayor duración con valores pequeños de este parámetro.

Entre estos dos últimos modelos, en general los resultados que se obtienen son ligeramente mejores con el geométrico [BD01, JB99].

Una variación del modelo de reversión a la media Orstein-Unlenbeck es el presentado por Pilipović [Pil97] donde el precio spot revierte al precio de equilibrio, el cual se distribuye según un modelo log-normal.

$$\begin{aligned} dP_t &= \kappa(L_t - P_t)dt + P_t \sigma dW_t^{(1)} \\ dL_t &= \mu L_t dt + L_t \xi dW_t^{(2)} \end{aligned} \quad (7.6)$$

siendo  $L_t$  precio de equilibrio a largo plazo y  $\mu$  y  $\xi$  parámetros del modelo del precio  $L_t$ , siendo los dos procesos Wiener del modelo completo independientes. La introducción de la segunda ecuación tiene por objeto capturar la distribución de las colas de los precios a estimar.

### 7.3.1.1.2. Estacionalidad

Los modelos descritos hasta el momento no tienen en cuenta la estacionalidad, una de las características que presentan los precios de la electricidad. Por tanto, antes de ser empleados es necesario desestacionalizar la serie temporal de precios. Un recorrido por diversas técnicas de detección y eliminación de la estacionalidad es el realizado por Barnezet *et al.* en [BD01].

Para considerar explícitamente la estacionalidad en los modelos de difusión manteniendo constante en el tiempo los parámetros de los mismos, algunos autores formulan el precio de la siguiente manera:

$$P_t = f(t) + X_t \quad (7.7)$$

siendo  $f(t)$  una función estacional determinista y  $X_t$  un proceso de difusión con reversión a la media. Este es el caso, entre otros, de Pilipović [Pil97], Escribano *et al.* [EPV02] y Lucia *et al.* [LS01]. Estos últimos centran su publicación en la importancia de la componente determinista estacional en el modelado de los precios

para explicar la curva de precios *forward*, así como su implicación en la valoración de derivados financieros.

Pilipović [Pil97], el primero en plantear esta representación de la estacionalidad, modela  $f(t)$  mediante funciones sinusoidales cada una de ellas con una frecuencia y amplitud correspondiente a un ciclo estacional determinado. Escribano *et al.* [EPV02] y Lucia *et al.* [LS01] comparan los resultados de este modelado con los obtenidos mediante la representación de  $f(t)$  con una función poligonal y constante en el tiempo para cada periodo estacional.

Otra aproximación de la estacionalidad consiste en representar el precio de equilibrio de los modelos Orstein-Unlenbeck mediante una función cíclica del tiempo  $\alpha = \alpha_t$  que sigue unos patrones de comportamiento según la estacionalidad horaria, día de la semana o mes del año. Esta función  $\alpha_t$  se modela según una función poligonal mencionada para  $f(t)$  [BLM01, HKOS01a, HKOS01b, KR01].

### 7.3.1.1.3. Heterocedasticidad

Con respecto a la volatilidad variable de los precios de electricidad, los modelos Orstein-Unlenbeck geométricos (ecuación (7.5)) consideran esta posibilidad al ser el término estocástico del modelo función del precio. De esta manera la volatilidad es mayor con niveles de precios superiores, tal y como se observa en las series de precios.

No obstante, los modelos geométricos son sólo una primera aproximación del modelado de la heterocedasticidad, ya que éstos no capturan la complejidad de la volatilidad de los precios. El modelado más convencional de la volatilidad de los precios se realiza mediante el modelo GARCH introducido por Nelson [Nel91]. Este modelo contempla el efecto de mayores incrementos de volatilidad ante precios altos.

Escribano *et al.* [EPV02] realiza la integración del modelo GARCH con los modelos de difusión trabajando en tiempo discreto, ya que resultan modelos más manejables donde la estimación de los parámetros es mucho más sencilla. El modelo discreto de un proceso Orstein-Unlenbeck con volatilidad variable y estacionalidad tiene la siguiente forma:

$$\begin{aligned} P_t &= f(t) + X_t \\ X_t &= \phi X_{t-1} + h_t^{1/2} \varepsilon_t \\ h_t &= \omega + \beta \varepsilon_{t-1} + \gamma h_{t-1} \\ \varepsilon_t &\sim N(0, 1) \end{aligned} \tag{7.8}$$

donde  $\phi$  es el grado de reversión a la media y  $\omega$ ,  $\beta$ , y  $\gamma$  son los parámetros de  $h_t$  que sigue un proceso GARCH(1,1). Este modelo corresponde a un AR(1) más un GARCH(1,1). Es significativo tener en cuenta que la integración de un proceso Orstein-Unlenbeck es un modelo autorregresivo de primer orden.

Deng [Den00] representa la volatilidad variable haciendo depender el coeficiente de difusión del tiempo  $\sigma = \sigma_t$ . Este se modela según un proceso estocástico proporcional a la demanda total de energía eléctrica del sistema.

#### 7.3.1.1.4. Valores extremos

Los procesos Orstein-Unlenbeck modelan el comportamiento de los precios con cambios suaves de la magnitud con reversión a la media. Esta representación no recoge las variaciones bruscas que producen precios elevados como consecuencia de desequilibrios repentinos entre generación y demanda. Estos saltos se caracterizan por su rápida vuelta a niveles anteriores a la ocurrencia del mismo. Para introducir el modelado de valores extremos de precios en el proceso Orstein-Unlenbeck se añade un nuevo término  $d\Gamma_t$  en la ecuación (7.4). Este término está compuesto por [BLM01, HKOS01b]:

- Distribución de Poisson de intensidad  $\lambda$  que modela la ocurrencia de saltos por periodo.
- Magnitud del salto modelada según una distribución  $N(\mu_s, \sigma_s^2)$ .

Algunos autores [KR01, EPV02] representan la intensidad del modelo de Poisson como una función del tiempo ( $\lambda = \lambda_t$ ) poligonal y constante para cada estación del año. Una representación discreta al añadir los saltos al modelo de la ecuación (7.8) es dada por Esbriano *et al.* en [EPV02]:

$$\begin{aligned}
 P_t &= f(t) + X_t \\
 X_t &= \begin{cases} \phi X_{t-1} + h_t^{1/2} \varepsilon_{1t} & \text{con probabilidad } 1 - \lambda_t \\ \phi X_{t-1} + h_t^{1/2} \varepsilon_{1t} + \mu_s + \sigma_s \varepsilon_{2t} & \text{con probabilidad } \lambda_t \end{cases} \\
 h_t &= \omega + \beta \varepsilon_{t-1} + \gamma h_{t-1} \\
 \lambda_t &= L_1 \text{ invierno}_t + L_2 \text{ otoño}_t + L_3 \text{ primavera}_t + L_4 \text{ verano}_t \\
 \varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t} &\sim N(0, 1)
 \end{aligned} \tag{7.9}$$

siendo  $L_1$  a  $L_4$  las intensidades del proceso de Poisson para cada estación del año.

Este modelo contempla al mismo tiempo el comportamiento de la volatilidad de precios según un modelo GARCH y los valores extremos de precios de manera complementaria, para lo cual la estimación de los parámetros se realiza conjuntamente.

Continuando con esta filosofía de modelado de saltos mediante una distribución de Poisson, Johnson *et al.* [JB99] y Barnezet *et al.* [BD01] introducen la posibilidad de que el salto sea positivo o negativo mediante una distribución de Bernoulli. Estos

autores modelan la magnitud del salto según una función exponencial. Deng [Den00] propone dos procesos de Poisson para el modelado de los saltos, uno para los positivos y el otro para los negativos. La relación entre ambos la establece por medio de un modelo de Markov.

Una propuesta diferente para el modelado de los saltos es la que realiza Barlow [Bar02]. Este combina un proceso Orstein-Unlenbeck con un modelado sencillo de las curvas de generación y demanda, donde son estas curvas las que determinan los picos de precios. De esta forma evita el inconveniente de tener que estimar varios parámetros para la tasa de saltos y el tamaño de los mismos. El modelo que propone considera la estacionalidad a través de las curvas de demanda, sin embargo, la volatilidad es constante, lo que se refleja en una relación entre precios spot y forward que no es satisfactoria. Este modelo se puede considerar a caballo entre los denominados *cuantitativos* y los *fundamentales* (ver apartado 7.3.2.), si bien la representación del sistema y mercado eléctrico se reduce a las curvas de generación y demanda de electricidad.

### 7.3.1.2. Series temporales

Los modelos basados en series temporales están muy extendidos en econometría para la previsión de variables de distinto tipo, aunque no lo están tanto en modelos de previsión de precios de electricidad. Esto puede deberse por una parte a la juventud de estos mercados y, por otra, al que al ser modelos discretos en el tiempo, su aplicación en la valoración de derivados, una de las principales de la predicción de precios, es menor que con los modelos de difusión.

El análisis de los precios de la electricidad desde un punto de vista discreto proporciona flexibilidad frente al análisis en tiempo continuo, de manera que es más sencillo reflejar en estos modelos las características de la serie de precios de acuerdo a su comportamiento observado. Las series temporales relajan la asunción de proceso Markoviano impuesto por los modelos en tiempo continuo<sup>3</sup>. Este es un aspecto importante ya que los precios muestran una correlación significativa en retardos de orden elevado, lo que evidencia la necesidad de introducir correlación en los términos de error.

Knittel *et. al* [KR01] para la predicción semanal propone un modelo donde el precio  $P_t$  está compuesto por dos términos. El primero es una función poligonal  $\alpha_t$  cuyo valor depende de la estación del año, si es o no fin de semana y si es punta o no la hora en la cual se realiza la estimación. El segundo término  $\eta_t$  es un modelo ARMA que considera la correlación entre periodos consecutivos así como la estacionalidad diaria. El modelo es el siguiente:

$$\begin{aligned} P_t &= \alpha_t + \eta_t \\ \beta(L)\eta_t &= \delta(L)\varepsilon_t \end{aligned} \tag{7.10}$$

---

<sup>3</sup>No hay que olvidar que la integración de un modelo Orstein-Unlenbeck deriva en un AR(1)

siendo  $\varepsilon_t$  ruido blanco, y  $\beta(L)$  y  $\delta(L)$  los polinomios autorregresivos y media móvil, respectivamente, del operador retardo  $L$ . Estos polinomios se definen como:

$$\begin{aligned}\beta(L) &= 1 - \beta_1 L - \beta_2 L^{24} - \beta_3 L^{25} \\ \delta(L) &= 1 - \delta_1 L - \delta_2 L^{24} - \delta_3 L^{25}\end{aligned}\tag{7.11}$$

Este modelo no recoge satisfactoriamente la volatilidad variable de los precios observados. Para introducir este concepto Knittel *et al.* [KR01] proponen representar el término  $\delta(L)\varepsilon_t$  de la ecuación (7.10) mediante una variable  $\nu_t$  que se comporte de acuerdo a un modelo GARCH. Una última modificación del modelo anterior se realiza introduciendo en la función  $\alpha_t$  términos que recojan la incidencia de la temperatura, ya que los resultados obtenidos considerando únicamente precios históricos no son satisfactorios.

En esta misma línea Hlouskova *et al.* [HKOS01b] modelan el precio de la electricidad según la ecuación (7.10) con el modelo ARMA con 25 retardos tanto en la parte autorregresiva como en media móvil. Al aumentar el número de retardos considerados, en general, se mejora el ajuste del modelo a los datos históricos, si bien emplear un número elevado de retardos puede provocar sobreajuste del modelo.

León *et al.* [LR01] representan el comportamiento de precios medios diarios mediante un modelo ARIMA con integración temporal de carácter semanal para reflejar así la no estacionalidad de los precios. Para el modelado de la volatilidad emplea el modelo de varianza condicional heterocedástica GARCH, el cual representa la perturbación aleatoria del modelo ARIMA.

Nogales *et al.* [NCCE02] predicen el precio horario con horizonte semanal mediante función de transferencia y regresión dinámica, técnicas basadas en series temporales [yAP00, dR00]. Emplean como datos de entrada las series históricas de precios y demanda eléctrica. Esta misma técnica es empleada por Koreneff *et al.* [KSL<sup>+</sup>98], aunque utilizan la temperatura como variable explicativa del precio spot en lugar de la demanda eléctrica.

Estos modelos comentados son capaces de recoger explícitamente las diferentes características de los precios a excepción de los valores extremos. Para modelar éstos basta con filtrar los saltos de la serie de precios y representarlos mediante los métodos expuestos en el apartado 7.3.1.1.4.

### 7.3.1.3. Redes neuronales

Las redes neuronales presentan la habilidad de captar relaciones complejas entre datos históricos que son empleadas para la previsión. Son técnicas muy flexibles que no imponen restricciones sobre las propiedades de la serie, por lo que todas las características de los precios son representadas. No obstante, puede ser recomendable realizar a la serie un tratamiento previo, tal y como desestacionalizarla o filtrar los picos, antes de proceder al entrenamiento de la misma.

Modelos	Referencias	Características
Procesos de difusión	[JB99, BD01, Pil97, EPV02, LS01, BLM01, HKOS01a, HKOS01b, KR01, Den00, Bar02]	Empleados en valoración de derivados financieros. Consideran únicamente correlaciones de periodos consecutivos.
Series temporales	[KR01, HKOS01b, LR01, NCCE02, KSL <sup>+</sup> 98]	Flexibilidad de modelado: recogen correlación en retardos de orden elevado.
Redes neuronales	[SSD99]	Los más flexibles: no imponen restricciones a las propiedades de la serie. Orientados al corto plazo.

Tabla 7.1: Resumen modelos cuantitativos.

Szkuta *et al.* [SSD99] predicen precios con alcance diario mediante redes neuronales. Para ello realizan la estimación del precio spot del periodo  $t + 1$  empleando como datos de entrada de la red los precios spot en los periodos  $t$ ,  $t - 1$  y  $t - 2$ , la demanda y reservas de generación del sistema en esos mismos periodos y efectos calendario como el mes, tipo de día, etc.

Finalmente, y a modo de resumen de los métodos cuantitativos, en la tabla 7.1 se recogen las referencias y principales características de estos modelos.

### 7.3.2. Modelos Fundamentales

Los *modelos fundamentales* representan los planteamientos más complejos para la previsión de precios de electricidad en mercados liberalizados. Estos se basan en reflejar el comportamiento del mercado y del sistema eléctrico, empleando para ello técnicas de optimización y simulación.

Estos modelos suelen estar orientados a la estimación de precios en el medio y largo plazo y consideran aspectos como: *(i)* ofertas al mercado, las cuales son las responsables de los picos de precios al ofertar los grupos muy por encima de su coste variable; *(ii)* cambio en la estructura del parque generador; *(iii)* intercambio de potencia entre regiones y *(iv)* restricciones de tipo regulatorio.

Como datos de entrada emplean distribuciones de probabilidad para capturar la incertidumbre de los precios. Los datos más relevantes son: *(i)* precios de los combustibles; *(ii)* crecimiento de la demanda; *(iii)* capacidad de las interconexiones entre áreas; *(iv)* aparición de nueva generación; *(v)* hidraulicidad, etc.

Siguiendo las indicaciones anteriores Angelus [Ang01] desarrolla un modelo que denomina *market clearing price forecasting system* (MCP). Este está compuesto por nudos que representan mercados y tienen asociados curvas de carga, características



de operación de los generadores y líneas de transporte con otros nudos. Mediante programación lineal calcula el precio de equilibrio de los distintos mercados, generación de los grupos e intercambio de energía entre mercados.

El horizonte del problema es el largo plazo, entre 1 y 10 años. Cada año el modelo MCP estima para cada nudo si los márgenes de operación de nuevos grupos son suficientes para recuperar los costes fijos, en cuyo caso añade los grupos. De manera análoga, las centrales que no recuperan sus costes fijos son retiradas de la operación del sistema.

Con esta misma filosofía Deb *et al.* [DAHB00] presentan un modelo para la predicción de precios diarios con horizonte anual que denominan UPLAN. El equilibrio de precios se establece mediante teoría de juegos, donde los generadores maximizan sus beneficios y los compradores minimizan sus costes. El modelo contiene un módulo de flujo de cargas óptimo para realizar el despacho de generación con el que calcular restricciones de red y precios del transporte. Mediante simulaciones de Monte Carlo determina la volatilidad de los precios a estimar.

También dentro de los *modelos fundamentales*, Ventosa [Ven01] formula un planteamiento determinista de explotación de la generación a medio plazo basado en el *Problema Complementario Mixto* (PCM). En él se representa el comportamiento estratégico de cada empresa eléctrica mediante las condiciones de optimalidad Karush-Kuhn-Tucker. Las ecuaciones asociadas a cada empresa no pueden resolverse independientemente al estar ligadas por medio de la ecuación de la demanda que relaciona precios y producción. Para solventar este problema utiliza el PCM dada la estructura del problema resultante. Este modelo permite representar el comportamiento de las empresas eléctricas al tiempo que incluye restricciones de explotación propias de un sistema eléctrico. Por medio de las características técnico-económicas del parque generador de las distintas empresas, así como de la curva de demanda eléctrica, el modelo obtiene el precio de equilibrio del mercado para cada periodo al igual que la producción de los distintos grupos generadores.

Otero-Novas *et al.* desarrollan un *modelo fundamental* basado en técnicas de simulación y optimización. En [ONBA<sup>+</sup>00a], estos autores generan mediante simulación escenarios de demanda e hidraulicidad, los cuales son factores de riesgo empleados en la determinación del precio. En una segunda etapa [ONBA<sup>+</sup>00b], Otero-Novas *et al.* modelan el comportamiento del mercado mediante un módulo que optimiza las estrategias de oferta de los generadores y otro módulo que realiza la liquidación del mercado.

Finalmente, Barquín *et al.* [BCR04] modelan la operación a medio plazo de centrales térmicas e hidráulicas para determinar el precio de equilibrio del mercado para el cual las empresas maximizan su beneficio de acuerdo a sus estrategias. Para ello, bajo ciertas hipótesis, formulan el problema de equilibrio del mercado mediante un problema de minimización de costes del sistema y de una función de utilidad de la demanda. Frente a otras técnicas, el método propuesto por Barquín *et al.* permite la representación de sistemas eléctricos de gran tamaño.

Las previsiones realizadas con este tipo de formulaciones son empleadas, entre otras aplicaciones, como base para la estimación de parámetros de modelos de precios más sencillos que forman a su vez parte de problemas de programación matemática estocástica. Este es el caso de Fosso [FGH<sup>+</sup>99] quien, mediante un complejo modelo de previsión a medio-largo plazo, representa los precios según un modelo AR(1). Fosso justifica este sencillo planteamiento por la fuerte dependencia en Noruega de los precios entre periodos debido a la gran proporción de generación hidráulica.

Este mismo razonamiento se aplica en [GEMG00, MGG01], donde los escenarios de predicción de precios son transformados en un modelo de Markov para integrarlo dentro de un modelo de programación dinámica de medio plazo para la gestión de generación hidráulica.

## 7.4. El precio de la electricidad en el mercado eléctrico español

El objeto de este apartado es describir las características del precio de la electricidad en España. Antes de comenzar la parte central de la exposición, se realizan unas consideraciones sobre las correlaciones entre precios de electricidad y combustibles en el mercado energético español.

### 7.4.1. Relación con los precios de los combustibles

El modelo estocástico presentado en esta tesis emplea como parámetros aleatorios precios de gas natural, fueloil y electricidad. La justificación para no determinar conjuntamente los tres tipos de precios se basa en la baja correlación entre los precios de los combustibles y de la electricidad.

En la figura 7.1 se muestran los valores medios mensuales de precios horarios del mercado diario de electricidad y de precios de gas natural para consumidores industriales en los años 2000-2002.<sup>4</sup> En los años 2000 y 2002 el coeficiente de correlación lineal entre estas variables es 0.17 y 0.46 respectivamente. En el año 2001 este coeficiente es 0.85, sin embargo, no parece tener sentido que al aumentar el precio de la electricidad disminuya el del gas. Además, este hecho se produce únicamente en uno de los tres años analizados.

Con estos resultados no se puede afirmar que exista una relación significativa entre los precios de la electricidad y los del gas natural para consumidores industriales. Estos últimos presentan una correlación elevada con la media de los 6 meses anteriores del precio spot de Brent (capítulo 5).

---

<sup>4</sup>Como se verá más adelante, los datos de estos años son los empleados en la previsión de precios de electricidad.

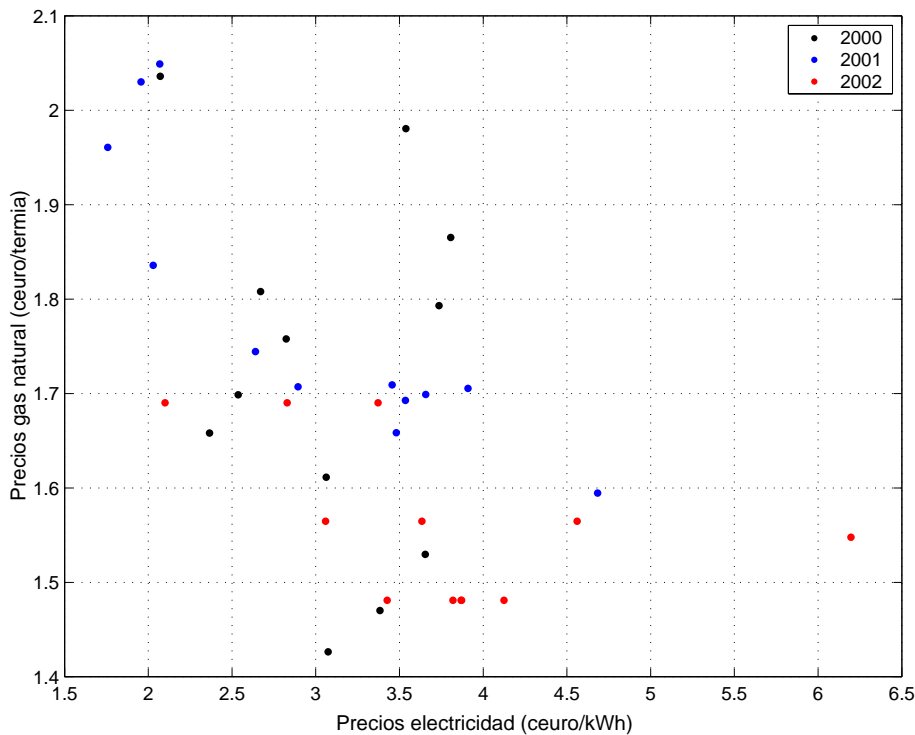


Figura 7.1: Relación entre precios medios mensuales de gas natural y electricidad en los años 2000-2002.

Para determinar si hay relación entre los precios de la electricidad y spot de Brent se han calculado las regresiones entre los precios anteriores de electricidad y: 1) precios de Brent del mes anterior<sup>5</sup> a los de electricidad considerados y 2) precios de Brent del mismo mes que los de electricidad. Los resultados obtenidos no han sido satisfactorios en ninguno de los dos casos.

Esta falta de correlación puede deberse a varias causas. Por una parte, es posible que las tecnologías de generación de gas natural y fueloil marquen el precio marginal un número limitado de horas anuales. Si esto sucede, el coste marginal del sistema no tiene una relación apreciable con el precio Brent. Por otra parte, si el coste marginal está estrechamente ligado al precio del gas natural y fueloil y los generadores firman contratos de adquisición a largo plazo de estos bienes, tampoco habría relación entre el precio Brent y el de la electricidad. Finalmente, puede ser que las peculiaridades del mercado español, discutidas en la sección siguiente, hagan que el coste marginal del sistema no sea explicativo del precio del mercado.

## 7.4.2. Características

El mercado eléctrico español comenzó a operar en enero de 1998. La liberalización hacia los consumidores ha sido progresiva en función del consumo de los mismos,

<sup>5</sup>Altamente correlacionados con los de fueloil (capítulo 6).

Mes	Media [c€/kWh]	Varianza [c€/kWh] <sup>2</sup>	Asimetría –	Curtosis –	Máximo [c€/kWh]	Mínimo [c€/kWh]
1	2.6221	0.5618	0.1988	2.5545	6.0220	1.2470
2	2.3749	0.2070	-0.4825	1.7285	3.9200	1.2260
3	2.5362	0.1499	0.6517	1.0406	3.6660	1.6950
4	2.5737	0.3392	0.3156	1.0479	3.6060	1.3270
5	2.2127	0.5383	0.2236	1.4430	3.5900	0.7510
6	2.2075	0.5036	0.5874	1.7100	4.2740	1.2270
7	2.6021	0.2535	-0.0273	1.1545	3.9070	1.3660
8	2.7415	0.2011	-0.0872	1.4333	4.8700	1.3760
9	2.4144	0.4038	-0.2804	1.4214	3.9070	1.0420
10	2.4958	0.5116	0.3063	1.6318	3.9070	1.2570
11	2.8177	0.4128	0.4619	1.3523	4.1480	1.5110
12	2.4587	0.4113	0.6401	1.7461	4.0800	1.5120

Tabla 7.2: Características mensuales de los precios horarios del mercado diario en el año 1998.

culminando ésta el 1 de enero de 2003. A partir de esta fecha todos los consumidores tienen capacidad de elección de suministrador de energía eléctrica.

En las figuras 7.2 y 7.3 se muestran los precios máximos, medios y mínimos diarios del mercado diario de electricidad durante los años 1998 a 2002. Según se aprecia, no se produce un número considerable de saltos bruscos de precios como sucede en otros mercados. Esto se debe a que existe un porcentaje significativo de generación hidráulica y la red eléctrica es bastante mallada, por lo que las restricciones técnicas de red o generación no afectan en exceso al nivel de precios<sup>6</sup>. La alta volatilidad, especialmente con precios altos, y la estacionalidad diaria y semanal sí son características comunes a otros mercados eléctricos.

En las tablas 7.2 a 7.6 se muestran los valores medio, máximo, mínimo, varianza, coeficiente de asimetría (sesgo) y coeficiente de curtosis de los precios horarios del mercado diario de cada mes entre los años 1998 y 2002. No se observa la existencia de estacionalidad anual en los precios medios mensuales. Estos presentan un mayor valor medio anual en el año 2002, seguido del año 2000, siendo el incremento de este precio entre los años 1998 y 2002 en torno a un 30 %.

En la figura 7.4 se representan los precios medios mensuales en estos años. La tendencia dibujada muestra un crecimiento, aunque no continuo en todos los años, de los precios en este periodo. Esa tendencia ascendente no puede justificarse únicamente por la subida de los combustibles en los últimos años, ya que la correlación entre precios de combustibles y electricidad es limitada (ver apartado 7.4.1). En el año 2002, por ejemplo, el precio medio anual de la electricidad es superior al del año

<sup>6</sup>Véase igualmente la figura 7.5 del precio final del mercado en el que están incluidos, entre otros términos, las restricciones de red.

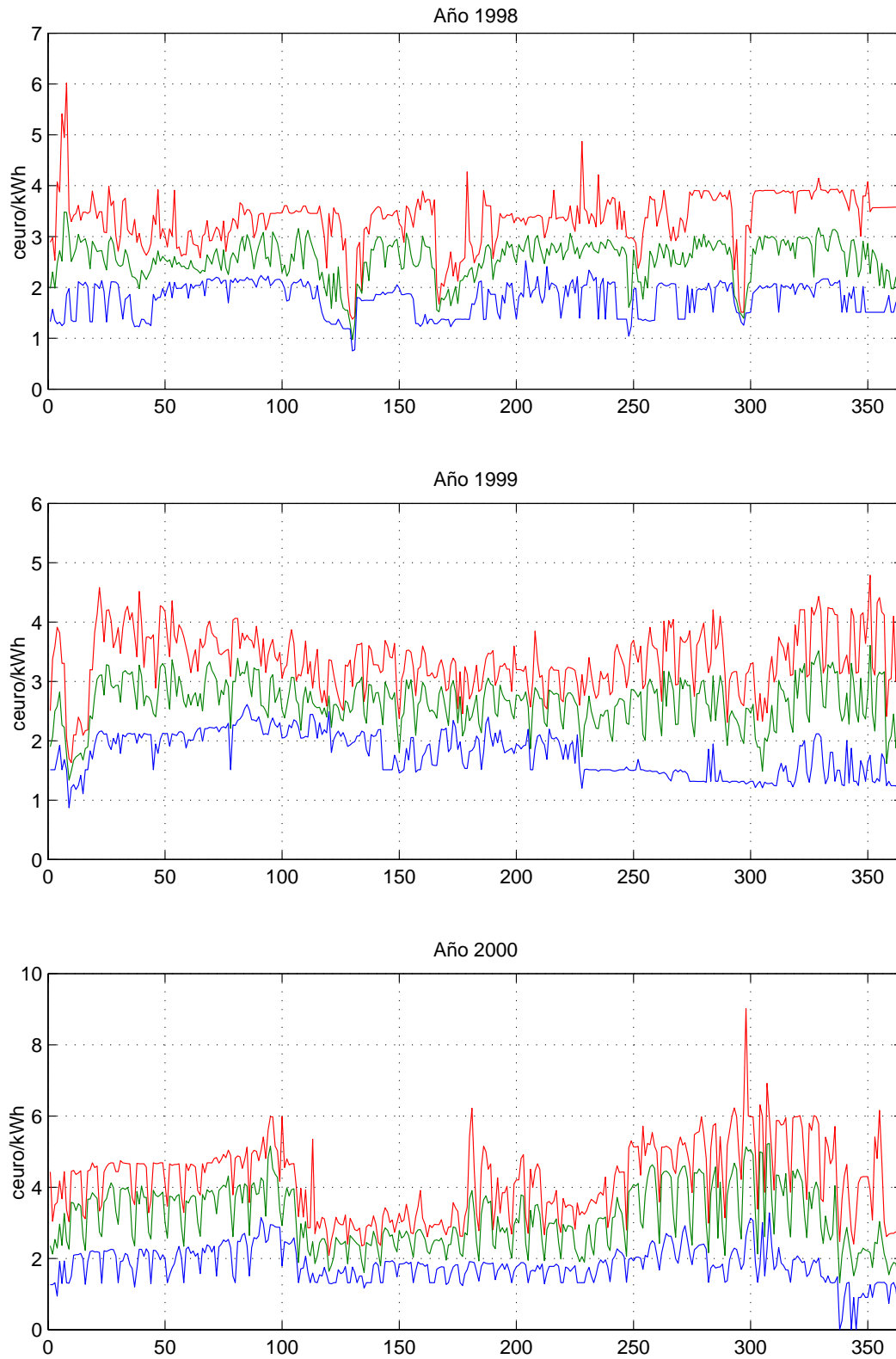


Figura 7.2: Precios máximos, medios, y mínimos diarios del mercado diario en los años 1998-2000.



Figura 7.3: Precios máximos, medios, y mínimos diarios del mercado diario en los años 2001-2002.

Mes	Media [c€/kWh]	Varianza [c€/kWh] <sup>2</sup>	Asimetría –	Curtosis –	Máximo [c€/kWh]	Mínimo [c€/kWh]
1	2.3336	0.5685	0.6537	1.9288	4.5830	0.8710
2	2.8540	0.4165	0.3038	1.2321	4.5160	1.5120
3	2.9080	0.2604	-0.0108	1.1168	4.0630	1.5120
4	2.6408	0.1408	0.6725	1.0973	3.8730	2.0430
5	2.5759	0.2861	-0.0907	1.2167	3.6890	1.4560
6	2.5649	0.2840	-0.1272	1.0935	3.5990	1.4700
7	2.6041	0.2311	-0.1152	0.9585	3.8470	1.5120
8	2.4368	0.3087	-0.2976	1.1060	3.6240	1.2020
9	2.6278	0.6284	-0.2274	1.2586	4.0450	1.3220
10	2.4135	0.5758	-0.0580	1.4770	4.2070	1.2120
11	2.6375	0.7688	0.0038	1.5820	4.4340	1.2060
12	2.5623	0.8489	0.1818	1.7915	5.1540	1.1380

Tabla 7.3: Características mensuales de los precios horarios del mercado diario en el año 1999.

Mes	Media [c€/kWh]	Varianza [c€/kWh] <sup>2</sup>	Asimetría –	Curtosis –	Máximo [c€/kWh]	Mínimo [c€/kWh]
1	3.0735	1.0981	-0.0479	1.8152	4.7480	0.9410
2	3.3831	1.0799	-0.2993	1.7473	4.6880	1.1970
3	3.6543	0.9315	-0.3971	1.6948	5.1240	1.3170
4	3.0625	1.3744	0.5416	2.7829	5.9800	1.2870
5	2.3659	0.2935	-0.3546	1.0661	3.4200	1.1660
6	2.5366	0.5256	1.2391	4.8504	6.2200	1.2370
7	2.8233	0.9433	0.5026	2.0560	5.1540	1.2850
8	2.6712	0.6182	-0.0026	1.4526	4.5970	1.3170
9	3.7362	1.5084	-0.1479	1.6746	5.7140	1.3270
10	3.8066	2.2318	0.0527	2.3549	9.0150	1.3280
11	3.5383	1.9291	0.2408	2.5704	6.9170	1.3110
12	2.0715	0.9636	1.0450	4.6076	6.1600	0.0010

Tabla 7.4: Características mensuales de los precios horarios del mercado diario en el año 2000.

Mes	Media [c€/kWh]	Varianza [c€/kWh] <sup>2</sup>	Asimetría –	Curtosis –	Máximo [c€/kWh]	Mínimo [c€/kWh]
1	2.0682	1.0594	0.5272	2.9772	5.0490	0.0010
2	1.9573	0.8470	0.8892	3.5764	5.5220	0
3	1.7581	0.6596	2.2110	11.1462	9.1700	0.0060
4	2.0301	0.2149	-0.0586	1.0970	3.1340	0.8650
5	2.6405	0.4383	0.8759	2.4221	4.7370	1.3280
6	3.5353	1.1437	-0.0754	1.5936	5.5660	1.6870
7	3.4561	1.2340	-0.0852	1.5938	5.5660	1.6870
8	2.8939	0.6720	0.6965	2.0137	5.1500	1.5270
9	3.6571	1.2555	-0.0400	1.7949	5.9110	1.9280
10	3.9089	1.4823	0.1278	2.0196	6.7840	2.0350
11	3.4810	1.7586	1.4710	9.1553	10.6380	1.5680
12	4.6839	2.5804	0.4337	4.8175	11.3250	1.5280

Tabla 7.5: Características mensuales de los precios horarios del mercado diario en el año 2001.

2000, mientras que el precio medio anual del crudo Brent es menor en el año 2002 que en el 2000.

El valor medio anual de la varianza del precio del mercado diario muestra una tendencia creciente entre los años 1998 y 2002 (figura 7.4). Mensualmente oscila entre los 2.58 de diciembre de 2001 y los 0.14 de abril de 1999, observándose un valor extremo muy superior al resto de 7.86 en enero de 2002.

El coeficiente de asimetría se define como  $\frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^3}{Ns^3}$ , con  $x_i$  cada uno de los precios horarios de cada mes,  $\bar{x}$  el valor medio de estos precios,  $N$  el número de precios horarios y  $s$  la desviación típica de los precios. Un valor positivo de este coeficiente indica que la distribución de precios se alarga para valores mayores a la media. Si por el contrario es negativo, la cola de precios es de valores inferiores a la media. Los valores resultantes muestran que no existe un signo dominante en la asimetría de las distribuciones, siendo aproximadamente igual el número de meses que este coeficiente es positivo y negativo. No obstante, la suma de estos coeficientes para cada año es positiva, esto es, las asimetrías positivas son mayores que las negativas.

Por su parte el coeficiente de curtosis, definido como  $\frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^4}{Ns^4}$ , representa una medida de la frecuencia de los valores en torno a la media. Un coeficiente de curtosis alto indica que los valores más frecuentes se encuentran centrados mientras que la frecuencia de valores extremos es pequeña. El razonamiento es el inverso si se trata de distribuciones con curtosis baja. El coeficiente de curtosis de una distribución normal es 3, mientras que los obtenidos para los años 1998-2002 son en general inferiores a este valor, lo que indica la alta ocurrencia de precios lejanos a la media. Únicamente en el año 2001 el valor medio los coeficientes de curtosis mensuales es superior a 3.



Mes	Media [c€/kWh]	Varianza [c€/kWh] <sup>2</sup>	Asimetría –	Curtosis –	Máximo [c€/kWh]	Mínimo [c€/kWh]
1	6.1965	7.8637	0.6569	7.9793	15.8410	1.8310
2	3.8196	0.9769	0.1539	2.6737	8.1020	1.8310
3	3.4268	0.5427	-0.8322	2.8180	4.5410	0.5680
4	3.8682	0.4909	-0.3478	1.2696	4.9120	2.3310
5	3.8711	0.8164	-0.3089	1.4489	5.1000	1.8580
6	4.1243	0.9946	-0.1025	2.1205	6.3270	1.9540
7	4.5618	2.0265	-0.0876	2.4538	7.4120	1.8250
8	3.0587	1.1589	0.5208	2.4418	6.2250	1.3720
9	3.6339	1.5109	-0.0097	1.9634	6.2150	1.5280
10	3.3726	1.5797	0.0726	2.0382	6.2900	1.0010
11	2.8292	1.2658	0.7005	2.8120	5.5530	0
12	2.0997	0.8997	0.2703	3.1190	6.0000	0.0020

Tabla 7.6: Características mensuales de los precios horarios del mercado diario en el año 2002.

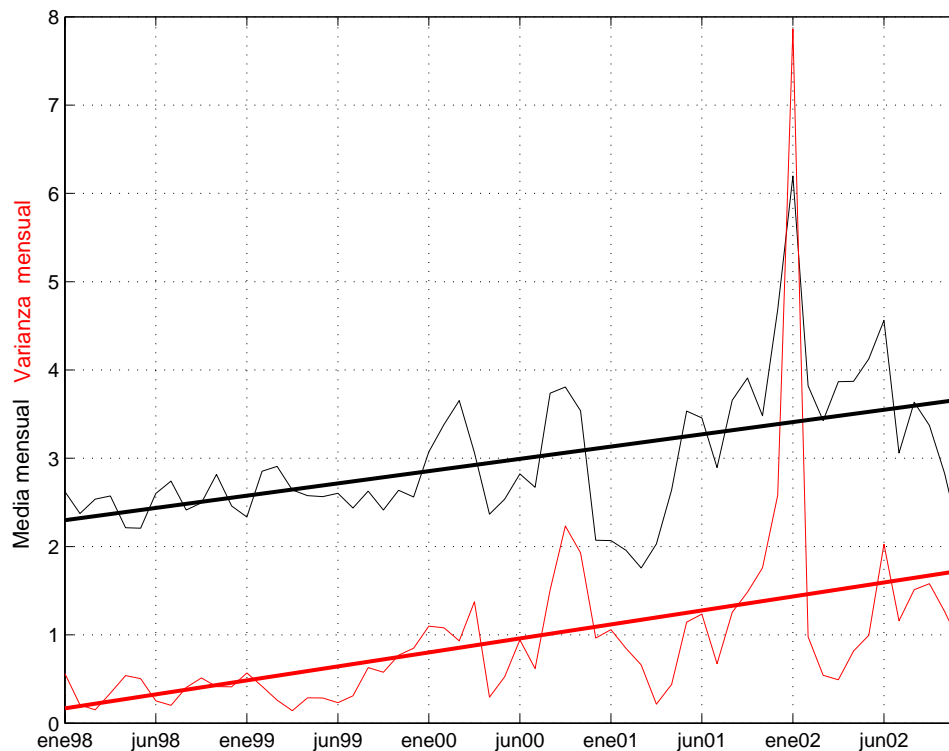


Figura 7.4: Media [c€/kWh] y varianza [c€/kWh]<sup>2</sup> mensual de los precios horarios del mercado diario de electricidad en los años 1998-2002.

Las particularidades del precio de la electricidad en el mercado español hacen que éste sea difícil de predecir a medio plazo al tener un comportamiento no estacionario. Estas particularidades son las siguientes:

- Posible poder de mercado que podría permitir el manejo de precios dada la alta concentración de capacidad de generación en pocas empresas eléctricas. Endesa e Ibedrola mantienen una cuota de mercado en torno al 80 % con un parque generador muy diversificado. Además, existe poca oferta de generación internacional dada la escasa capacidad de interconexión con Francia, el cual es el principal potencial vendedor. Hasta la fecha, los precios determinados por el mercado eléctrico puede que no atiendan a argumentos de competitividad en mercados [Pér03]. En mercados competitivos el precio es estable a lo largo del tiempo alrededor de un coste marginal medio de producción del sistema. Sin embargo, según lo comentado, esto no sucede en España.
- Los ingresos de las empresas de generación no se determinan en su totalidad a través de los resultados del mercado eléctrico, sino que existe una serie de compensaciones, principalmente los costes de transición a la competencia<sup>7</sup> (CTC), percibidos a través del Estado.

Las empresas eléctricas debieran realizar una gestión orientada a maximizar su beneficio teniendo en cuenta estos factores, y no únicamente los relacionados con el funcionamiento competitivo del mercado.

En el caso de los CTC, es muy posible que la variabilidad e impredecibilidad del precio en el mercado diario esté sujeto a las expectativas de cobro de estas compensaciones económicas [LR01, Pér03]. Estas variaciones son más acusadas, si cabe, al existir una gran concentración de capacidad de generación en determinadas empresas, tal y como se comenta en el punto anterior.

- Entrada progresiva de nuevos agentes en el mercado, tanto a nivel de generación como de comercialización y de consumidores cualificados.
- Continuos cambios regulatorios e incertidumbre en los mismos, como consecuencia de los pocos años que han transcurrido desde la liberalización del sector eléctrico.

## 7.5. Generación de precios futuros. Formación de escenarios

Los precios de electricidad a predecir son aquéllos que forman el árbol de escenarios de entrada del modelo de optimización estocástica de gestión energética para

---

<sup>7</sup>Compensaciones económicas a las empresas generadoras por las inversiones realizadas con anterioridad a la liberalización del mercado eléctrico, ya que éstas podrían ser irrecuperables bajo este nuevo marco regulatorio.

consumidores industriales. Estos precios no son los del mercado diario, sino los que el consumidor industrial emplea para determinar sus contratos óptimos de compra de energía eléctrica y de venta de excedentes de la cogeneración.

Los periodos del árbol de probabilidad se escogen de manera que sean representativos de los contratos que se modelen, así, por ejemplo, un contrato cuyos precios dependen de lo consumido en horas punta, llano y valle, agrupa mensualmente cada conjunto de estas horas en un número de periodos que reflejen este comportamiento en los precios. Con este modelado lo importante no es representar en los escenarios la variabilidad del precio medio de la electricidad, sino la asociada a cada uno de estos periodos.

Las particularidades del precio de la electricidad en el mercado eléctrico español mencionadas en el apartado anterior hacen que ninguno de los *modelos cuantitativos* descritos ofrezcan hoy en día una previsión de los precios de la electricidad razonable [Bat02]. Por este motivo se ha descartado la utilización de estos modelos en este trabajo. De esta forma se evita realizar hipótesis difícilmente justificables del futuro, así como emplear modelos de precios que exijan condiciones de reversión a la media, ruido blanco en los errores, estacionalidad, etc.

Tampoco se emplean *modelos fundamentales* ya que son complejos y necesitan una gran cantidad de información de entrada difícil de conseguir. No hay que olvidar que el modelo de predicción de precios constituye una parte de la herramienta de apoyo a decisiones contractuales para consumidores industriales. Por ello, se pretende obtener un modelo que pueda ser alimentado por datos fácilmente accesibles para cualquier consumidor industrial.

Además, los *modelos fundamentales* están en fase de desarrollo, no siendo los resultados que se obtienen hoy en día del todo satisfactorios dada la complejidad de los mercados eléctricos. Esto se hace todavía más acusado en el mercado eléctrico español.

Por tanto, para generar los escenarios de precios de electricidad, se ha considerado razonable realizar la suposición de que los precios futuros para el año de planificación se comporten como en los años precedentes. Al emplear directamente datos históricos para la previsión, las características de éstos se reflejan en los precios a estimar sin necesidad de imponer restricciones a priori.

El árbol de escenarios planteado es aquél donde cada nodo pertenece a un único escenario según lo comentado en el apartado 6.1. La probabilidad de ocurrencia de los precios de cualquiera de los años pasados se considera la misma, por lo que los escenarios del árbol son equiprobables.

Los años empleados como fuente de datos históricos son 2000, 2001 y 2002. El año 1998 no se contempla debido a que prácticamente no hay consumidores cualificados que acudan al mercado. Es a partir de la segunda mitad de ese año cuando en la práctica comienza a abrirse el mercado para consumidores cualificados. Tampoco se consideran los precios del año 1999 dada la juventud del mercado y el número de

años transcurridos hasta el año de planificación.

No se ha tenido en cuenta la corrección de los precios atendiendo a criterios de actualización del valor del dinero, ya que los precios de la electricidad no obedecen estrictamente a leyes de oferta y demanda [Pér03], por lo que su influencia en los precios futuros puede considerarse despreciable.

### 7.5.1. Precios de adquisición de electricidad

Estos precios son los correspondientes a la compra de electricidad en el mercado eléctrico por parte de consumidores cualificados y sirven de referencia en el modelado de los contratos cuyos precios están indexados al precio del mercado eléctrico. Estos están compuestos por los siguientes términos:

- Parte fija y determinista de la tarifa de acceso a redes que depende del nivel de tensión al cual está conectado el consumidor cualificado y de la potencia contratada en cada uno de los periodos horarios.
- Parte variable función de la energía consumida. Este término está compuesto a su vez por los siguientes:
  - Precio determinista que engloba los conceptos de: *(i)* moratoria nuclear, *(ii)* impuesto de la electricidad, *(iii)* pérdidas, y *(iv)* tarifa de acceso a redes. Estos dos últimos dependen de la tensión de conexión del consumidor cualificado y del periodo horario.
  - Precio horario final medio de adquisición en el mercado eléctrico por parte de consumidores cualificados y comercializadores. Este término sujeto a incertidumbre se compone de los precios derivados de los siguientes conceptos: *(i)* mercado diario, *(ii)* restricciones técnicas de red, *(iii)* banda de regulación, *(iv)* mercado intradiario, *(v)* operación técnica del sistema, y *(vi)* garantía de potencia.

En la mayoría de los casos la compra de energía no la realiza el consumidor cualificado directamente en el mercado de electricidad, sino que lo hace a través de un comercializador. En este caso al término variable del precio de la electricidad hay que añadirle un recargo por la gestión del comercializador. Este incremento de precio es pequeño, dado que en caso de acudir al mercado quien se expone al riesgo de precios es el consumidor industrial y no el comercializador.

Los escenarios de precios que se generan únicamente engloban la parte variable del precio de la electricidad, cuya incertidumbre viene dada por el precio horario final medio de adquisición en el mercado eléctrico por parte de consumidores cualificados. Dentro de este precio, el término más importante es el del mercado diario tal y como se muestra en la tabla 7.7 para los años 2000-2002. En esta tabla el término “Otros”

Año	Mercado Diario	Garantía de Potencia	Otros
2000	90.53 %	4.39 %	5.10 %
2001	88.68 %	4.39 %	6.39 %
2002	90.29 %	3.57 %	6.14 %

Tabla 7.7: Peso de los componentes del precio final para consumidores cualificados y comercializadores.

engloba las restricciones técnicas de red, banda de regulación, mercado intradiario, y operación técnica del sistema. Dado el alto porcentaje que representa el precio del mercado diario en el precio final de adquisición, el perfil de este último precio (figura 7.5) y el del mercado diario (figuras 7.2 y 7.3) son semejantes.

En concreto, el método propuesto para determinar los escenarios de precios de adquisición de energía eléctrica es el descrito a continuación.

Para cada año  $n$  de los históricos considerados y para cada periodo  $k$  del modelo de optimización se define una variable aleatoria (v.a.)  $P_n(k)$ . Esta refleja la distribución del precio horario final medio de adquisición en las horas del año  $n$  asociadas al periodo  $k$ . Por tanto, representa la parte sujeta a incertidumbre del término variable del precio de la electricidad, el cual es el utilizado en el árbol de escenarios. Cada periodo  $k$ , tiene asociado 3 distribuciones de precios ( $n = \{2000, 2001, 2002\}$ ).

Véase como ejemplo las distribuciones de estos precios representadas en la figura 7.6. En ésta se muestran los histogramas de precios correspondientes a las v.a.  $P_{2000}(k^*)$ ,  $P_{2001}(k^*)$  y  $P_{2002}(k^*)$ . El periodo  $k^*$  es aquél que engloba a los precios de horas valle, según la tarifa de acceso a redes, de los días laborables del mes de mayo para cada año considerado.

A partir de las v.a.  $P_n(k)$  de datos históricos se generan mediante simulación de Monte Carlo por medio de la técnica de la transformada inversa las muestras  $p_n^g(k)$ , donde  $g$  es el escenario al cual pertenecen. Para ello se construyen las funciones de distribución  $F[P_n(k)]$  y, para cada valor  $u$  generado de la distribución uniforme  $[0, 1)$ , se obtiene una muestra  $p_n^g(k)$  de la v.a.  $P_n(k)$  tal que  $p_n^g(k) = F^{-1}[u]$ .

De cada v.a.  $P_n(k)$  se genera un total de  $\frac{\overline{G}}{\overline{N}}$  muestras  $p_n^g(k)$ , donde  $\overline{G}$  es el número de escenarios a determinar y  $\overline{N}$  el número de años cuyos datos históricos se utilizan para formar las v.a.  $P_n(k)$ . Por tanto, se obtiene el mismo número de escenarios a partir de cada año histórico  $n$ . En el caso considerado, donde  $n = \{2000, 2001, 2002\}$ , el número de escenarios que se genera es múltiplo de 3, siendo igual a  $\frac{\overline{G}}{3}$  cada año  $n$ . De esta forma se asigna la misma probabilidad de ocurrencia a los precios de cada año histórico.

Todos los valores  $p_n^g(k)$  obtenidos de un mismo escenario  $g$  se muestrean a partir de aquellas v.a.  $P_n(k)$  de un mismo año  $n$ , de manera que en las muestras generadas se mantiene la relación histórica entre los precios de cada año. El motivo para no rela-

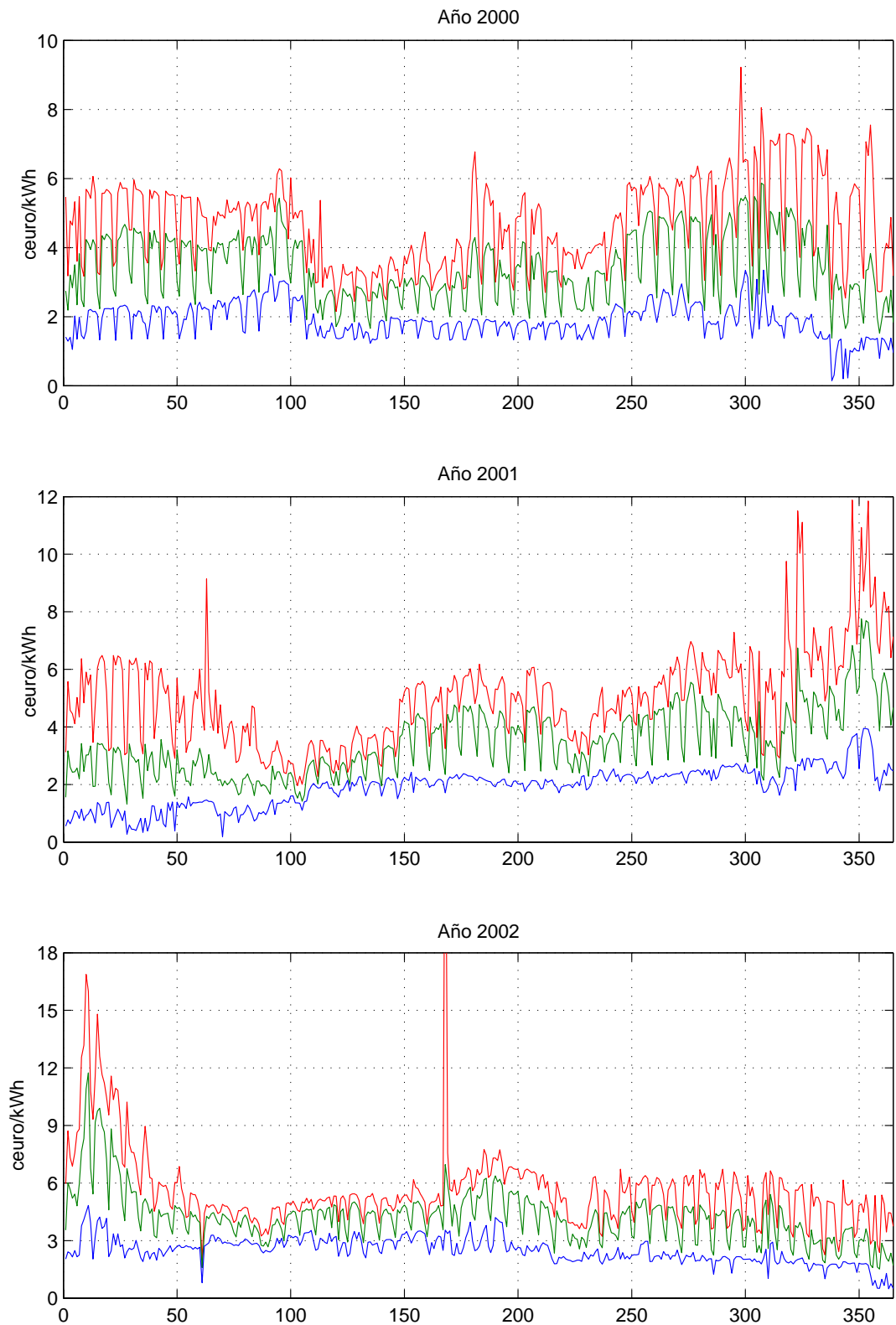


Figura 7.5: Precios finales máximos, medios, y mínimos diarios para consumidores cualificados en los años 2000-2002.

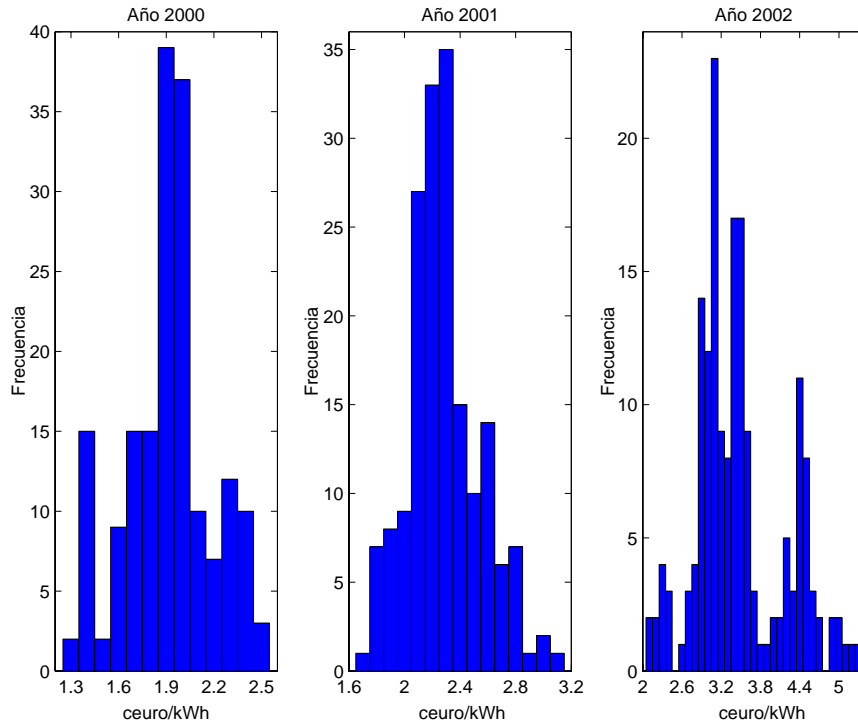


Figura 7.6: Variables aleatorias de precios valle de días laborables del mes de mayo.

cionar precios de distintos años en un mismo escenario es que para unas condiciones determinadas de demanda, disponibilidad del parque generador y red, hidráulica y precios de combustibles, se dan unos precios determinados. Es por ello que no parece razonable agrupar precios de electricidad en años donde los parámetros mencionados son distintos. Al generar todas las muestras de un mismo escenario  $g$  a partir de una misma v.a.  $P_n(k)$  se obtiene una relación entre las distribuciones formadas por las muestras  $p_{n^*}^g(k)$  y  $p_{n^*}^g(k+1)$  de un año concreto  $n^*$ .

Las muestras obtenidas  $p_n^g(k)$  se validan mediante la comparación de sus propiedades estadísticas con las de las v.a.  $P_n(k)$  a partir de las cuales han sido generadas. Para ello se formula un proceso análogo al planteado para la validación de muestras generadas en el algoritmo de previsión de precios de gas natural y fueloil. Así, en primer lugar se determinan los 4 ( $z = \{1, \dots, 4\}$ ) primeros momentos  $m_{n,z}(k)$  de cada v.a.  $P_n(k)$ , y los correspondientes  $m'_{n,z}(k)$  de las distribuciones generadas de precios formadas por  $p_n^g(k)$ . Una vez hallados los momentos, se calcula la expresión:

$$\sum_{z \in Z} \phi_z \left| \frac{m_{n,z}(k) - m'_{n,z}(k)}{m_{n,z}(k)} \right| \quad (7.12)$$

que corresponde a la suma de la diferencia normalizada de momentos ponderada por un factor  $\phi_z$ . El resultado de esta operación se compara con una tolerancia  $\zeta$  prefijada por el usuario y, si no es menor que el umbral establecido, las muestras obtenidas son rechazadas precediéndose a un nuevo muestreo hasta obtener un error

inferior a  $\zeta$ .

Concluido el proceso de validación, las muestras de periodos consecutivos  $p_n^g(k)$  y  $p_n^g(k+1)$  de cada año  $n$  se ligan aleatoriamente para formar los escenarios de precios.

### 7.5.2. Precios de venta de electricidad

El precio de referencia de venta de electricidad que se toma en los contratos a formalizar en el problema de optimización estocástica, es el correspondiente a la retribución que los productores en régimen especial reciben por la cesión de energía eléctrica excedentaria indicado en la Ley<sup>8</sup>. Este precio consta únicamente de un término variable que depende de la energía exportada. Los componentes de este precio variables son:

- Precio final horario medio al cual los consumidores cualificados, comercializadores y distribuidores, compran energía en el mercado de la electricidad.
- Prima correspondiente dependiendo del tipo de generación y de la potencia instalada. Esta prima se revisa anualmente en función de la variación interanual del precio del gas natural, del precio medio de venta de electricidad y de los tipos de interés.
- Complemento por energía reactiva.

El valor de la prima es un parámetro determinista que se calcula a partir de datos históricos. El término de complemento de reactiva es despreciable frente a los otros, además, es razonable suponer que el cogenerador opera a un factor de potencia 0.9, valor tal que el complemento de energía reactiva es nulo.

Por tanto, el único término sujeto a incertidumbre es el precio final horario medio de adquisición por parte de consumidores cualificados, comercializadores y distribuidores. El precio de estos últimos es superior al precio final horario medio de adquisición por parte de consumidores cualificados y comercializadores, ya que para éstos el coste de la garantía de potencia es menor que para los distribuidores.

El volumen total de cobros y pagos en relación a la garantía de potencia es el que resulta de aplicar un precio fijo por unidad de energía, el cual se actualiza periódicamente, al volumen de energía demandada en barras de central en el mercado organizado de producción. Este coste es fijo para consumidores cualificados y comercializadores en función del periodo. Para los distribuidores, el precio unitario será el

---

<sup>8</sup>RD 2818/1998. Adicionalmente la Ley propone otros tipos de retribución en los RD 841/2002 y 436/2004. Estos Reales Decretos permiten a los cogeneradores acudir directamente al mercado. Se ha optado por la retribución del RD 2818/1998 al ser la más común en la actualidad en cogeneraciones de pequeña potencia instaladas a partir de 1998, que corresponde al caso ejemplo del capítulo 8.



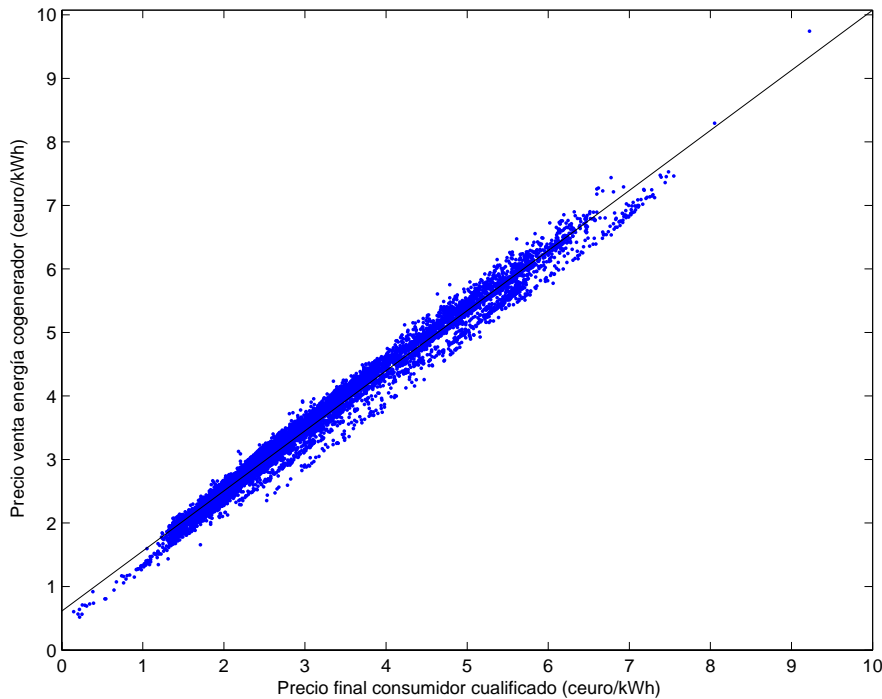


Figura 7.7: Relación entre precios horarios de compra para consumidores cualificados y venta de excedentes en el año 2000.

que resulte de restar al total de pagos por garantía de potencia los satisfechos por los consumidores cualificados y comercializadores, dividiendo el monto resultante por la demanda total del resto de consumidores.

Para determinar los precios buscados, se define  $v_n^g(k)$  como el precio final medio de adquisición de todos los agentes en el mercado en el periodo  $k$  para el escenario  $g$  del año  $n$ , el cual corresponde a la parte estocástica del precio a percibir por los cogeneradores. La determinación de los escenarios de precios de venta de excedentes  $v_n^g(k)$  se realiza a través del precio  $p_n^g(k)$ , dada la alta correlación lineal entre los precios horarios medios de adquisición de consumidores cualificados y comercializadores por un lado, y el correspondiente a todos los agentes por otro (figuras 7.7 a 7.9, para los años de datos históricos 2000-2002).

Para generar  $v_n^g(k)$  no se emplea el mismo método desarrollado para la determinación de los precios  $p_n^g(k)$  ya que, de hacerse así, no se mantendría la relación existente entre los precios  $v_n^g(k)$  y  $p_n^g(k)$  en cada periodo de cada escenario. En cambio, esta relación sí se mantiene empleando las rectas de regresión para ligar ambos precios.

Las rectas de regresión entre estos precios son:

$$v_n^g(k) = A_n p_n^g(k) + B_n \quad (7.13)$$

Los parámetros de estas rectas así como los coeficientes de correlación  $\rho_n$  se muestran en la tabla 7.8. En la determinación de  $v_n^g(k)$  se desprecia el término de

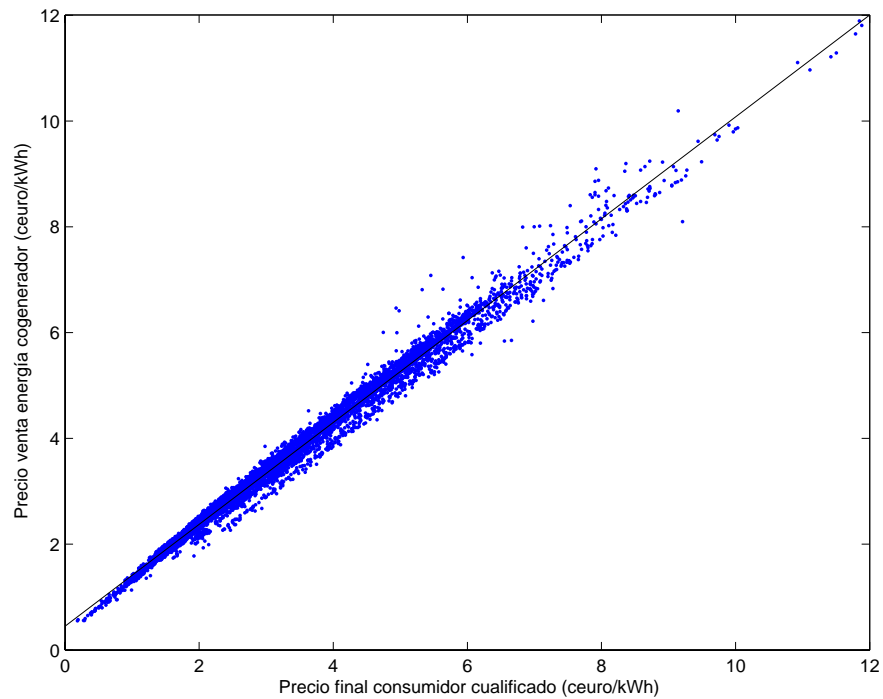


Figura 7.8: Relación entre precios horarios de compra para consumidores cualificados y venta de excedentes en el año 2001.

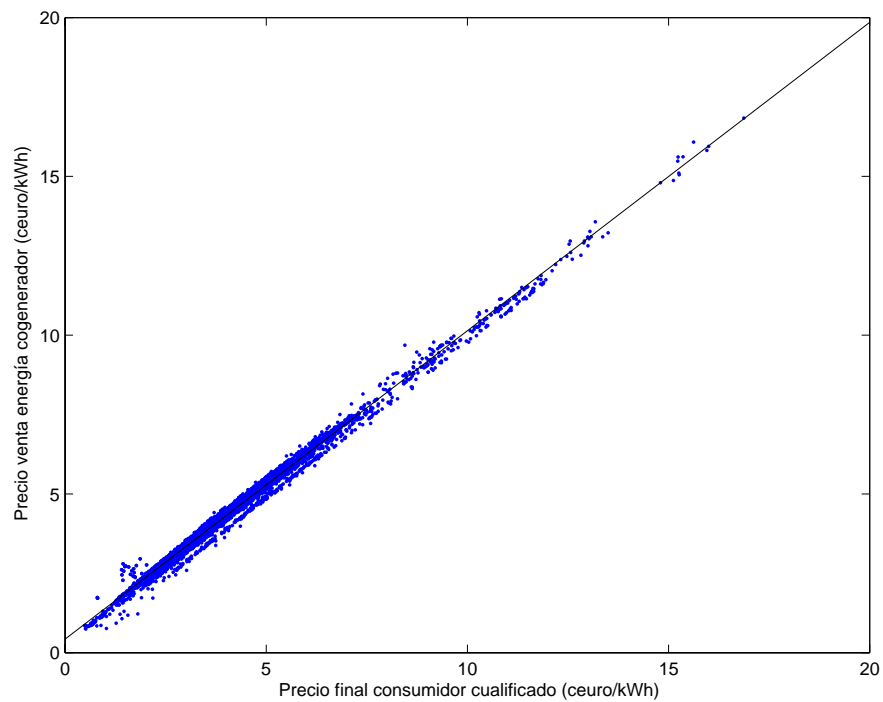


Figura 7.9: Relación entre precios horarios de compra para consumidores cualificados y venta de excedentes en el año 2002.

Año	$A_n$	$B_n$	$\rho_n$
2000	0.9461	0.6145	0.9929
2001	0.9630	0.4503	0.9952
2002	0.9714	0.4259	0.9967

Tabla 7.8: Parámetros de las regresiones entre  $p_n^g(k)$  y  $v_n^g(k)$ .

error del ajuste de las rectas de regresión dada la alta correlación entre  $p_n^g(k)$  y  $v_n^g(k)$ .

## 7.6. Formulación secuencial del algoritmo

A continuación se expone una descripción secuencial del algoritmo que facilita la comprensión del mismo:

1. Generación de escenarios de precios de compra de energía eléctrica  $p_n^g(k)$ .

- a) Desde  $n = 1$  a  $\overline{N}$  y  $k = 1$  a  $\overline{K}$ :
- b) Generación de  $\frac{\overline{G}}{\overline{N}}$  muestras  $p_n^g(k)$  a partir de la función de distribución  $F[P_n(k)]$ .
- c) Comprobación de que las muestras obtenidas  $p_n^g(k)$  se comportan según  $F[P_n(k)]$ :

$$\sum_{z \in Z} \phi_z \left| \frac{m_{n,z}(k) - m'_{n,z}(k)}{m_{n,z}(k)} \right| \leq \zeta \quad (7.14)$$

En caso de no cumplirse la desigualdad anterior, el algoritmo vuelve al punto 1.b).

- d) Desde  $k = 2$  a  $\overline{K}$ , para cada escenario  $g$  se relacionan aleatoriamente las muestras de periodos consecutivos  $p_n^g(k-1)$  y  $p_n^g(k)$ .

2. Generación de escenarios de precios de venta de energía eléctrica  $v_n^g(k)$ .

- a) Desde  $n = 1$  a  $\overline{N}$ ,  $k = 1$  a  $\overline{K}$  y  $g = 1$  a  $\overline{G}$ :
- b) Determinación de las muestras  $v_n^g(k)$ :

$$v_n^g(k) = A_n p_n^g(k) + B_n \quad (7.15)$$

## 7.7. Conclusiones

La predicción de precios de electricidad es uno de los temas más abiertos en la investigación actual de mercados eléctricos. La juventud de estos mercados y las características de los sistemas eléctricos hacen que esta tarea sea de gran complejidad.

En el caso del mercado español, la reciente liberalización, el pago de los CTC, los cambios regulatorios y el posible poder de mercado, son algunos de los factores que hacen especialmente difícil la estimación de precios a medio plazo.

Los trabajos de predicción de precios de electricidad realizados por otros autores indican que los *modelos cuantitativos*, basados fundamentalmente en la serie histórica, no son suficientes para representar a medio o largo plazo las particularidades de estos precios. Por tanto, se ha descartado su utilización en esta tesis.

La literatura en el campo de la predicción apunta a la necesidad de representar los factores que influyen en la formación de los precios para permitir estimaciones satisfactorias. En este sentido, los *modelos fundamentales* se basan en la representación del mercado y del sistema eléctrico para determinar el precio marginal del mercado mediante técnicas de optimización y simulación. Son métodos muy sofisticados que mejoran los resultados obtenidos con los *modelos cuantitativos*.

Sin embargo, los *modelos fundamentales* presentan el inconveniente de requerir un gran número de parámetros no accesibles por consumidores industriales, por lo que no se ha considerado esta alternativa para el propósito de este trabajo.

Con este panorama, se ha optado por desarrollar un método de muestreo de precios de los últimos años, asumiendo que los precios futuros se comportan de acuerdo a los años históricos considerados. Evidentemente, con este procedimiento no se pretende mejorar el estado del arte de la predicción de precios de electricidad a medio plazo, aunque representa un método sencillo y razonable de obtener los datos necesarios para el modelo de optimización estocástica propuesto en esta tesis.

## 7.8. Anexo I: Notación empleada

En el presente anexo se recopila la notación empleada en el algoritmo propuesto.

### 7.8.1. Índices

- $n$ : Índice de años cuyos precios se emplean como datos históricos,  $n = \{1, \dots, \overline{N}\}$ .
- $k$ : Índice de periodos de los escenarios,  $k = \{1, \dots, \overline{K}\}$ .
- $g$ : Índice de escenarios,  $g = \{1, \dots, \overline{G}\}$ .
- $z$ : Índice de momentos empleados para comprobar las desviaciones entre las distribuciones de las v.a.  $P_n(k)$  obtenidas empíricamente y las determinadas por el algoritmo,  $z = \{1, 2, 3, 4\}$ .

### 7.8.2. Datos de entrada

- $P_n(k)$ : Variable aleatoria para cada año  $n$  y periodo  $k$  obtenida a partir de los datos históricos de precios horarios finales medios de adquisición de energía eléctrica por consumidores industriales.

Los siguientes datos son configurables por el usuario:

- $\overline{G}$ : Número de escenarios a generar. Es un múltiplo de  $\overline{N}$ , número de años empleados como datos históricos.
- $\zeta$ : Tolerancia de la medida de la desviación.
- $\phi_z$ : Peso asignado a la diferencia entre momentos de orden  $z$  en la medida de la desviación.

### 7.8.3. Salidas del algoritmo

- $p_n^g(k)$ : Precio de compra de energía eléctrica para el escenario  $g$  del periodo  $k$  (c€/kWh).
- $v_n^g(k)$ : Precio de venta de energía eléctrica para el escenario  $g$  del periodo  $k$  (c€/kWh).

#### 7.8.4. Parámetros de las rectas de regresión

- $A_n, B_n$ : Coeficientes de las  $n$  rectas de regresión que relacionan precios de compra  $p_n^g(k)$  y de venta  $v_n^g(k)$  de energía eléctrica.

#### 7.8.5. Momentos

- $m_{n,z}(k)$ : Momento  $z$  de cada v.a.  $P_n(k)$  obtenida mediante datos históricos.
- $m'_{n,z}(k)$ : Momento  $z$  de cada v.a. formada por las muestras  $p_n^g(k)$  obtenidas por el algoritmo.



# Bibliografía

- [Ang01] A. Angelus. Electricity price forecasting in deregulated markets. *Elsevier Science Inc.*, pages 32–41, April 2001.
- [Bar02] M. T. Barlow. A diffusion model for electricity prices. Technical report, Department of Mathematics, University of British Columbia, Vancouver, 2002. <http://www.mitacs.math.ca/postscript/MTBarlow-A.pdf>.
- [Bat02] C. Batlle. *A model for electricity generation risk analysis*. PhD thesis, Universidad Pontificia Comillas de Madrid. Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ICAI), 2002.
- [BCR04] J. Barquín, E. Centeno, and J. Reneses. Medium-term generation programming in competitive environments: A new optimization approach for market equilibrium computing. *IEEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution*, 151(1):119–126, January 2004.
- [BD01] R. Barnezet and F.-X. Delaloye. Stochastic modeling of electricity prices. The case of Leipzig power exchange. Master of science in banking and finance, University of Lausanne, October 2001. [http://www.hec.unil.ch/mbf/Participants/Master\\_Thesis/master\\_thesis.html](http://www.hec.unil.ch/mbf/Participants/Master_Thesis/master_thesis.html).
- [BLM01] C. Blanco, M. A. Lasheras, and E. Martínez. Energy forward curve builder: Forward price and volatility curves, mean reversion, jump parameter and seasonal profiles. Draft, InterMoney Energía, June 2001. <http://www.fcym.com/serdoc.htm>.
- [DAHB00] R. Deb, R. Albert, Lie-Long Hsue, and N. Brown. How to incorporate volatility and risk in electricity price forecasting. *The Electricity Journal*, pages 65–75, May 2000.
- [Den00] S. Deng. Stochastic models of energy commodity prices and their applications: Mean-reversion with jumps and spikes. Technical report, University of California Energy Institute, Berkeley, February 2000. <http://www.ucei.berkeley.edu/ucei/PDF/pwp073.pdf>.



- [dR00] D. Peña Sánchez de Rivera. *Estadística Modelos y Métodos 2. Modelos lineales y series temporales*. Alianza Universidad Textos, 2000. Segunda edición revisada.
- [Du02] Y. Du. Exploring option pricing with mean-reversion jump diffusion. *Energy Power Risk Management*, August 2002.
- [EPV02] A. Escribano, J. I. Peña, and P. Villaplana. Modelling electricity prices: international evidence. Working paper 02-27, economic series 08, Universidad Carlos III de Madrid, June 2002. [http://www.fundacion.uc3m.es/earie2002/papers/paper\\_238\\_2-0020321.pdf](http://www.fundacion.uc3m.es/earie2002/papers/paper_238_2-0020321.pdf).
- [FGH<sup>+</sup>99] O. B. Fosso, A. Gjelsvik, A. Haugstad, B. Mo, and I. Wangensteen. Generation scheduling in a deregulated system. The norwegian case. *IEEE Transactions on Power Systems*, 14(1):75–80, February 1999.
- [GEMG00] A. Grundt, O. B. Eliassen, B. Mo, and A. Gjelsvik. Risk management by simultaneous optimization of hydro resources and financial instruments. *Cigré*, (38-205), Session 2000.
- [HKOS01a] J. Hlouskova, S. Kossmeier, M. Obersteiner, and A. Scnabl. Modeling heat demand and electricity prices. Discussion paper no. 2, OSCOGEN, July 2001. <http://www.oscogen.ethz.ch>.
- [HKOS01b] J. Hlouskova, S. Kossmeier, M. Obersteiner, and A. Scnabl. Short-term forecasting of electricity spot prices. Discussion paper no. 4, OSCOGEN, November 2001. <http://www.oscogen.ethz.ch>.
- [JB99] B. Johnson and G. Barz. *Energy Modelling and the Management of Uncertainty*. Risk Books, 1999.
- [KR01] C. R. Knittel and M. R. Roberts. An empirical examination of deregulated electricity prices. Technical report, University of California Energy Institute, Berkeley, October 2001. <http://www.ucei.berkeley.edu/ucei/PDF/pwp087.pdf>.
- [KSL<sup>+</sup>98] G. Koreneff, A. Seppälä, M. Lehtonen, V. Kekkonen, E. Laitinen, J. Häkli, and E. Antila. Electricity spot price forecasting as a part of energy management in de-regulated power market. *IEEE Catalogue No: 98EX137*, pages 223–228, 1998.
- [LR01] A. León and A. Rubia. Comportamiento del precio y volatilidad en el pool eléctrico español. Technical report, Universidad de Alicante, Enero 2001. <http://www.fcym.com/serdoc.htm>.
- [LS01] J. J. Lucia and E. S. Schwartz. Electricity prices and power derivatives: Evidence from nordic power exchange. Technical report, Universidad de Valencia and The Anderson School at UCLA, March 2001.

- [http://www.anderson.ucla.edu/acad\\_unit/finance/wp/2000/16-00.pdf](http://www.anderson.ucla.edu/acad_unit/finance/wp/2000/16-00.pdf).
- [MGG01] B. Mo, A. Gjelsvik, and A. Grundt. Integrated risk management of hydro power scheduling and contract management. *IEEE Transactions on Power Systems*, 16(2):216–221, May 2001.
- [NCCE02] F. J. Nogales, J. Contreras, A. J. Conejo, and R. Espínola. Forecasting next-day electricity prices by time series models. *IEEE Transactions on Power Systems*, 17(2):342–348, May 2002.
- [Nel91] B. D. Nelson. Conditional heteroskedasticity in asset return: A new approach. *Econometrica*, (59):347–370, 1991.
- [ONBA<sup>+</sup>00a] I. Otero-Novas, C. Batlle, J. J. Alba, C. Meseguer, and J. Barquín. A model based in numerical simulation techniques as a tool for decision-making and risk management in a wholesale electricity market. Part I: General structure and scenario generators. *International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, Madeira (Portugal)*, September 25-28 2000.
- [ONBA<sup>+</sup>00b] I. Otero-Novas, C. Batlle, J. J. Alba, C. Meseguer, and J. Barquín. A model based in numerical simulation techniques as a tool for decision-making and risk management in a wholesale electricity market. Part II: The market model. *International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, Madeira (Portugal)*, September 25-28 2000.
- [Pil97] D. Pilipović. *Energy Risk. Valuing and Managing Energy Derivatives*. McGraw-Hill, 1997.
- [Pér03] R. Martínez Pérez. Aspectos retributivos del actual marco regulatorio del sector eléctrico español. *Anales de electricidad y mecánica*, LXXX(II):13–19, Marzo-Abril 2003.
- [SSD99] B. R. Szkuta, L. A. Sanabria, and T. S. Dillon. Electricity price short-term forecasting using artificial neural network. *IEEE Transactions on Power Systems*, 14(3):851–857, August 1999.
- [Ven01] M. Ventosa. *Modelado de la explotación de la generación en mercados eléctricos liberalizados mediante el problema complementario*. PhD thesis, Universidad Pontificia Comillas de Madrid. Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ICAI), Enero 2001.
- [yAP00] E. Uriel y A. Peiró. *Introducción al análisis de series temporales*. Editorial AC, 2000. Primera edición.



## Parte IV

# Aplicación de los modelos determinista y estocástico



# Capítulo 8

## Aplicación numérica

En este capítulo se muestra mediante ejemplos numéricos el funcionamiento y aplicación de los modelos determinista y estocástico desarrollados en esta tesis. El primero de ellos proporciona el coste total mínimo del abastecimiento energético del consumidor industrial para un escenario futuro supuestamente conocido. Por su parte, el modelo estocástico (en sus distintas versiones) obtiene un conjunto de soluciones óptimas que varían entre las de mínimo coste esperado y máximo riesgo, y las de máximo coste esperado y mínimo riesgo.

Ayudado por estas herramientas, el consumidor decidirá anualmente qué contratos de compraventa de energía eléctrica y combustibles firmar de entre los propuestos por comercializadores.

La aplicación de los modelos se realiza con datos reales de una fábrica, según se expone en la sección 8.2. El método de optimización y el programa informático utilizado para resolver los problemas se describen en el apartado 8.3. En la sección 8.4 se presentan los resultados obtenidos y el análisis de sensibilidad realizado con el modelo determinista. Asimismo se analiza la posibilidad de emplear este modelo para tomar decisiones bajo incertidumbre mediante resoluciones sistemáticas con distintos escenarios.

La validación del problema estocástico se presenta en la sección 8.5, en donde se analiza la gestión del riesgo mediante los modelos de nivel de seguridad y valor en riesgo. Finalmente, las conclusiones del capítulo se recogen en la sección 8.6.

### 8.1. Introducción

Para desarrollar los análisis numéricos se han empleado datos de una fábrica de celulosa de algodón. Se trata de una celulosa de alta calidad empleada en la fabricación de papel moneda y productos químicos.

A partir de linters de celulosa se obtiene el producto en forma de hojas mediante procesos de extracción, blanqueo y refinado en fase húmeda la cual precisa una operación de secado.

La energía térmica en forma de vapor se emplea esencialmente para la cocción del linter de algodón y el secado del producto. La cocción se realiza en lejiadoras, donde se introduce el linter y NaOH y se procede a una extracción sólido-líquido de los componentes no celulósicos del linter. Por su parte, la operación de secado es convencional y similar a la que se realiza en otras papeleras.

La fábrica está conectada a la red eléctrica de 20kV. Las demandas más importantes de electricidad se producen en bombas, agitadores y, especialmente, en los procesos de refinado.

Para satisfacer la demanda térmica tanto de vapor como de agua caliente la fábrica cuenta con una caldera alimentada por fueloil. Con respecto a la cogeneración, en la actualidad no existe una instalación de este tipo en la fábrica, si bien hay redactado un anteproyecto para construir una de similares características a la que se propone en estos ejemplos.

La fábrica opera 24h a tres turnos, teniendo unos consumos de energía térmica y eléctrica muy estables en un ciclo diario. En agosto se realiza la parada más larga de la fábrica por periodo vacacional y mantenimiento. Por tanto, se considera que en estos días la cogeneración está igualmente parada para realizar su mantenimiento anual.

Esta configuración del sistema de abastecimiento de energía formado por una caldera y una cogeneración supone una instalación compleja. Alternativamente, un consumidor industrial puede carecer de una planta de cogeneración o no tener demanda térmica, lo que simplifica notablemente el problema.

Particularmente, el no disponer de cogeneración reduce el tamaño del modelo y tiempo de resolución significativamente ya que implica: 1) eliminar los contratos asociados al gas natural, especialmente aquéllos definidos por tramos modelados mediante variables binarias, 2) desacoplar las demandas y producción de energía térmica de la eléctrica, y 3) eliminar las restricciones acerca de las limitaciones impuestas por la Ley al régimen especial, las cuales son las únicas ecuaciones del sistema de producción que ligan varios periodos.

La gestión energética del fabricante de celulosa de algodón se realiza para el año 2003. Por tanto, para este año se han generado escenarios de precios de combustibles y electricidad según lo descrito en los capítulos 6 y 7 respectivamente. Concretamente, se han obtenido 3 escenarios de precios de electricidad y 5 de gas natural y fueloil, de forma que el problema lo componen un total de 15 escenarios al ser baja la correlación entre ambos tipos de precios.

Este número de escenarios es suficiente para extraer conclusiones acerca del funcionamiento de los modelos. Al objeto de conocer como varía el tiempo de resolución

con el número de escenarios, en la sección 8.5 se presenta una curva orientativa entre estas dos variables.

## 8.2. Datos de entrada

Los datos de entrada para las aplicaciones numéricas de este capítulo se describen a continuación. En el anexo I se recogen los valores asignados a los parámetros que no dependen del periodo del horizonte del problema, esto es, parámetros de operación de la caldera y la cogeneración y de los contratos. Los precios y las demandas se muestran gráficamente en esta sección.

### 8.2.1. Periodos

El número de periodos del problema viene dado por la frecuencia de cambio de los parámetros de precios y demandas. Los precios de la electricidad son de frecuencia horaria mientras que los de los combustibles tienen carácter mensual. Por su parte, las demandas de la fábrica presentan varios ciclos a lo largo del año. Los valores en cada ciclo se suponen constantes de acuerdo a los datos disponibles de la fábrica y al funcionamiento de la misma.

Por tanto, para representar el cambio de todos los parámetros sería necesario modelar las 8760 h del año, periodos en los que los precios de la electricidad varían. Manejar este número de periodos es inviable tanto por el tamaño del problema resultante como por la imposibilidad de estimar precios horarios a un año. Para reducir este número se propone la utilización de *días tipo*.

#### 8.2.1.1. Días tipo

Un día tipo es aquel que engloba varios días naturales que tienen un comportamiento similar de los parámetros del problema, precios y demandas en los modelos de esta tesis.

Tomando como referencia el precio de la electricidad, al ser el parámetro de mayor frecuencia de cambio, se consideran los días tipo *laborable* (La) y *festivo* (Fe). Estos están ligados al calendario nacional y regional de fiestas y coinciden en el tiempo con los diferentes niveles de precios del mercado y de las tarifas eléctricas.

Por otra parte y de acuerdo al régimen de funcionamiento de la fábrica, el cual determina las demandas, se definen los días tipo *fabricación* (Fa) y *parada* (Pa). Estos hacen referencia a los días en los que la fábrica se encuentra o no en producción. Aunque durante la parada el consumo de energía eléctrica es reducido, este día tipo es importante de cara a decidir el contrato de adquisición de electricidad. En la mayoría de los periodos de producción la demanda eléctrica es satisfecha por la cogeneración,



DIAS	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Ago.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.
1	Fe/Pa	Fe/Fa	Fe/Fa	La/Fa	Fe/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Pa	La/Fa
2	Fe/Pa	Fe/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Pa	La/Fa
3	La/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa
4	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa
5	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa
6	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa
7	La/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa	Fe/Fa
8	La/Fa	Fe/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	Fe/Fa
9	La/Fa	Fe/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Pa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa
10	La/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Pa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa
11	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Pa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa
12	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Pa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa
13	La/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Pa	Fe/Fa	Fe/Fa	La/Fa	Fe/Fa
14	La/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Pa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa
15	La/Fa	Fe/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa	Fe/Pa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa
16	La/Fa	Fe/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Pa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa
17	La/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Pa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Pa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa
18	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Pa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Pa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa
19	Fe/Fa	La/Fa	Fe/Fa	Fe/Pa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Pa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa
20	La/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Pa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Pa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa
21	La/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Pa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa
22	La/Fa	Fe/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Pa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa
23	La/Fa	Fe/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Pa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa
24	La/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Pa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Pa
25	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Pa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa	Fe/Pa
26	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Pa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa
27	La/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Pa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa
28	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa	La/Pa	Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa
29	La/Fa		Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Pa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa
30	La/Fa		Fe/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	La/Fa	Fe/Pa	La/Fa	La/Fa	Fe/Fa	La/Fa
31	La/Fa		La/Fa		Fe/Fa		La/Fa	Fe/Pa		La/Fa		La/Fa

Tabla 8.1: Días tipo para el año 2003.

por lo que la escasa demanda eléctrica en días de parada es significativa. También es importante para evaluar si la cogeneración opera o no en esos días, lo que repercute en el contrato de adquisición de gas natural y venta de excedentes.

Combinando los conjuntos de datos para los precios de la electricidad y las demandas se obtienen 4 días tipo: *laborable/fabricación* (La/Fa), *festivo/fabricación* (Fe/Fa), *laborable/parada* (La/Pa) y *festivo/parada* (Fe/Pa). Dado que los precios de los combustibles son mensuales, se tienen los días tipos propuestos para cada mes del año.

En la tabla 8.1 se muestra a qué día tipo pertenece cada día del año 2003. En blanco se indican los días La/Fa, en azul los Fe/Fa, en marrón los La/Pa y en verde los Fe/Pa. Según se aprecia en la tabla, no todos los meses contienen todos los días tipo ya que hay meses en los que no para la producción de la fábrica o, si lo hace, no en días laborables.

### 8.2.1.2. Periodos en cada día tipo

Cada día tipo puede contener un máximo de 24 datos correspondientes a cada hora del día. Así, si en todos los meses del año existiesen 4 días tipo, se tendría un total de 1152 periodos. Este tamaño es demasiado elevado, por lo que para reducirlo se procede a formar grupos de datos horarios en cada día tipo.

		Hora																							
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Ene.	La	6	6	6	6	6	6	6	6	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	2	2
	Fe	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
Feb.	La	6	6	6	6	6	6	6	6	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	2	2
	Fe	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
Mar.	La	6	6	6	6	6	6	6	6	4	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4
	Fe	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
Abr.	La	6	6	6	6	6	6	6	6	4	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4
	Fe	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
May.	La	6	6	6	6	6	6	6	6	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
	Fe	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
Jun.	La	6	6	6	6	6	6	6	6	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
	Fe	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
Jul.	La	6	6	6	6	6	6	6	6	4	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4
	Fe	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
Ago.	La	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
	Fe	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
Sep.	La	6	6	6	6	6	6	6	6	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
	Fe	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
Oct.	La	6	6	6	6	6	6	6	6	4	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4
	Fe	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
Nov.	La	6	6	6	6	6	6	6	6	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	2	2
	Fe	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
Dic.	La	6	6	6	6	6	6	6	6	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	2	2
	Fe	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

valle
  llano
  punta

Tabla 8.2: Periodos de la tarifa de acceso, garantía de potencia, pérdidas y tarifa integral según discriminación tipo 4.

Dado que algunos contratos de adquisición de electricidad están ligados a periodos especificados por Ley que dependen del precio de este bien, se emplean éstos periodos para agrupar los datos. En concreto, la fábrica de celulosa tenía en mercado regulado un contrato con precio por periodo punta, llano y valle de acuerdo a la discriminación horaria tipo 4. En la actualidad esta fábrica tiene adaptada su demanda a los periodos de esta tarifa, y por tanto son éstos los utilizados.

En la tabla 8.2 se muestran las horas correspondientes a los periodos punta (en verde), llano (en azul) y valle (en blanco) para los días tipo laborables y festivos de cada mes. Estos periodos, que corresponden a la antigua tarifa del consumidor industrial, tienen su razón de ser en los distintos niveles de precios del mercado de la electricidad. Igualmente, esta tabla contiene los periodos (1 a 6) para la facturación de la tarifa de acceso, garantía de potencia y pérdidas, todos ellos términos del coste final de la electricidad para consumidores.

Por tanto, cada día tipo laborable lo componen periodos punta, llano y valle de acuerdo a esta tabla mientras que los días festivos, con las 24 h valle, se han dividido en tres periodos de ocho horas consecutivas. Si bien en los días laborables las variaciones de precios son mayores que en los festivos, para estos últimos se han formado igualmente tres periodos que sean representativos del comportamiento de los precios.

Con esta definición de días tipos y periodos se tiene un máximo de 144 periodos

	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Ago.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.
V	160	152	160	160	168	168	184	48	176	176	160	160
La/Fa L	200	190	200	200	210	210	230	60	220	220	200	200
P	120	114	120	120	126	126	138	36	132	132	120	120
V1	72	72	88	48	80	72	64	16	64	72	64	72
Fe/Fa V2	72	72	88	48	80	72	64	16	64	72	64	72
V3	72	72	88	48	80	72	64	16	64	72	64	72
V								112				
La/Pa L								140				
P								84				
V1	16			32				72			16	16
Fe/Pa V2	16			32				72			16	16
V3	16			32				72			16	16

Tabla 8.3: Duración de los periodos.

(4 días tipo  $\times$  3 periodos  $\times$  12 meses). Por las características de producción de la fábrica del ejemplo, éstos periodos se reducen a 90.

El número de horas de cada periodo se indica en la tabla 8.3, en donde P, L y V hacen referencia a los periodos punta, llano y valle de los días laborables, y V1, V2 y V3 indican los tres periodos valle en los que se dividen los días festivos. Agosto es el único mes en el que se para la fábrica en días laborables y por tanto contiene todos los días tipo. En este mes se realiza la puesta a punto de la fábrica y la revisión de las máquinas que no se pueden mantener en operación.

### 8.2.2. Caldera

La caldera modelada es la Vulcano-Sadeca modelo Omnical DDH, la cual emplea fueloil como combustible. La curva de rendimiento y los parámetros de la misma se muestran respectivamente en la figura 2.2 y en la tabla 8.11.

El agua entra en la caldera a 45°C desde un depósito de condensados y sale a 170°C y 8 kg/cm<sup>2</sup>. Este vapor es enviado a proceso para satisfacer la demanda térmica de estas características. Las necesidades de agua caliente a 90°C se cubren a través de un intercambiador de calor cuya energía primaria es la de salida de la caldera.

La demanda total térmica máxima es 1.95 MW mientras que la caldera alcanza una potencia de 2.14 MW, por lo que tiene capacidad suficiente para cubrir toda la demanda.

### 8.2.3. Cogeneración

La tecnología seleccionada para la planta de cogeneración está basada en el motor de combustión interna Finanzauto-Caterpillar G3612 alimentado por gas natural. Las características y parámetros del modelo del motor se recogen en las tablas 2.1 y 8.11 respectivamente.

El criterio escogido para optar por este sistema de cogeneración ha sido el de cubrir la demanda térmica y tener excedentes de energía eléctrica para poder ser vendidos. Con este propósito, un motor es lo idóneo para la relación de energía térmica y eléctrica demandada por la fábrica. Frente a una turbina de gas, la otra alternativa considerada, el motor produce más energía eléctrica para una misma energía térmica generada. Para una demanda de vapor de la fábrica a mayor temperatura y presión sería necesario recurrir a una turbina, aunque éste no es el caso.

El motor propuesto tiene una potencia eléctrica máxima de 2.76 MW mientras que la demanda punta de la fábrica es 1.22 MW. La diferencia entre ambas cantidades es la mínima energía eléctrica que se puede vender.

Los gases de escape del motor generan un máximo, una vez descontado el rendimiento de la caldera de recuperación, de 1.51 MW a 170°C y 8 kg/cm<sup>2</sup>. Con esta energía se puede cubrir la punta de vapor de 1.47 MW.

Con la cogeneración a plena carga el circuito de alta temperatura del motor produce 0.89 MW a 90°C, suficiente para satisfacer los 0.48 MW de demanda térmica máxima en forma de agua caliente.

Tal y como se muestra en los casos ejemplo del problema determinista (sección 8.4), el diseño de esta planta se ajusta a los criterios de rendimiento eléctrico equivalente y cantidad máxima exportada establecidos por la Ley para este tipo de cogeneración.

### 8.2.4. Contratos

Se han modelado un total de 23 contratos: 12 de adquisición de electricidad, 4 de adquisición de fueloil, 4 de adquisición de gas natural y 3 de venta de electricidad. Los parámetros de cada contrato se muestran en las tablas 8.12 a 8.16.

Con este número de contratos los modelos escogen uno de cada bien de entre las 576 posibilidades ( $12 \times 4 \times 4 \times 3$ ).

La parametrización se ha realizado tomando como referencia los precios de los mercados de electricidad, fueloil y gas natural. Los tipos y número (entre paréntesis) de contratos representados son:

- Adquisición de energía eléctrica:

- Tipo 1 (1): Precio fijo anual.
  - Tipo 2 (2): Precio fijo por periodo punta, llano y valle.
  - Tipo 3 (2): Precio fijo anual con bonificación/penalización por volumen de consumo anual.
  - Tipo 4 (2): Precio fijo anual indexado mensualmente a una variable de interés. Esta variable pudiera ser, por ejemplo, linter o celulosa de algodón.
  - Tipo 5 (1): Precio spot.
  - Tipo 6 (2): Precio por diferencias del mercado spot.
  - Tipo 7 (2): Precio spot con límites de precio máximo y mínimo.
- Adquisición de fueloil:
    - Tipo 1 (2): Precio spot con bonificación/penalización por volumen de consumo anual.
    - Tipo 2 (2): Precio spot con límites de precio máximo y mínimo.
  - Adquisición de gas natural:
    - Tipo 1 (2): Precio spot con bonificación/penalización por volumen de consumo anual.
    - Tipo 2 (2): Precio spot con límites de precio máximo y mínimo.
  - Venta de excedentes de energía eléctrica:
    - Tipo 1 (1): Precio de mercado para excedentes de cogeneradores.
    - Tipo 2 (2): Precio fijo por periodo punta, llano y valle.

El primer contrato de tipo 1 de los dos modelados de adquisición de fueloil y gas natural se ha parametrizado para que sea equivalente a un contrato a precio de mercado. Igualmente, mediante el primer contrato de tipo 2 de cada combustible se representa uno a precio fijo. Por su parte, el segundo contrato de tipo 2 de venta de excedentes se ha transformado en uno a precio fijo.

De esta forma se aprovecha la flexibilidad del modelado propuesto y se obtienen contratos con diferente aversión al riesgo.

Para nombrar los contratos se emplea la etiqueta `Bien.Tipo.Número`, siendo:

- **Bien:** Letra E, O, A o V para hacer referencia a la adquisición de electricidad, gas natural para la cogeneración, fueloil para la caldera o venta de excedentes, respectivamente.
- **Tipo:** Tipo o formato del contrato.

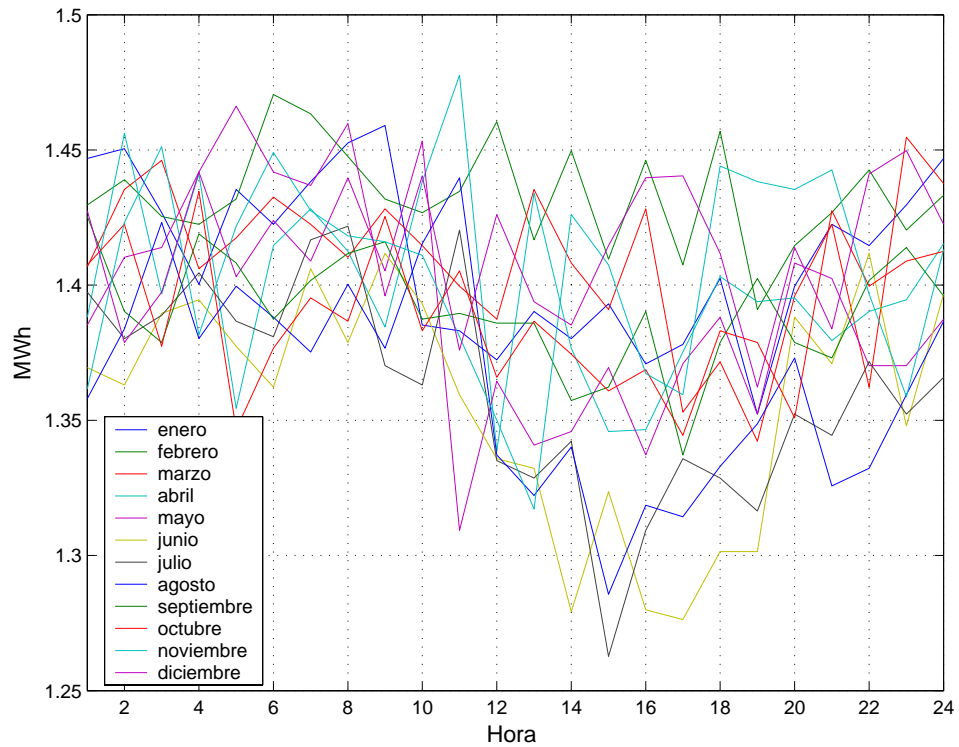


Figura 8.1: Curva tipo de demanda de vapor.

- Número: Contrato de un determinado bien y tipo.

Así, el contrato V.2.2 corresponde al segundo contrato modelado de precio fijo por periodo de venta de excedentes, el cual se ha parametrizado según un contrato a precio fijo (tabla 8.16).

### 8.2.5. Demanda térmica

La demanda térmica de la fábrica de celulosa es empleada principalmente para las lejiadoras y la secadora en el caso del vapor y para el calentamiento de NaOH en el caso del agua caliente.

Ambas son bastantes estables en el ciclo diario de funcionamiento de la fábrica. La demanda de vapor oscila entre 1.47 y 1.26 MW mientras que la de agua caliente lo hace entre 0.48 y 0.34 MW.

Los datos disponibles corresponden a curvas tipo diarias de funcionamiento horario para cada mes (figuras 8.1 y 8.2). Las variaciones intermensuales obedecen al cambio de temperatura estacional. Estas demandas llevan incluidas las pérdidas del intercambiador de calor para el calentamiento del agua y las de los distintos circuitos.

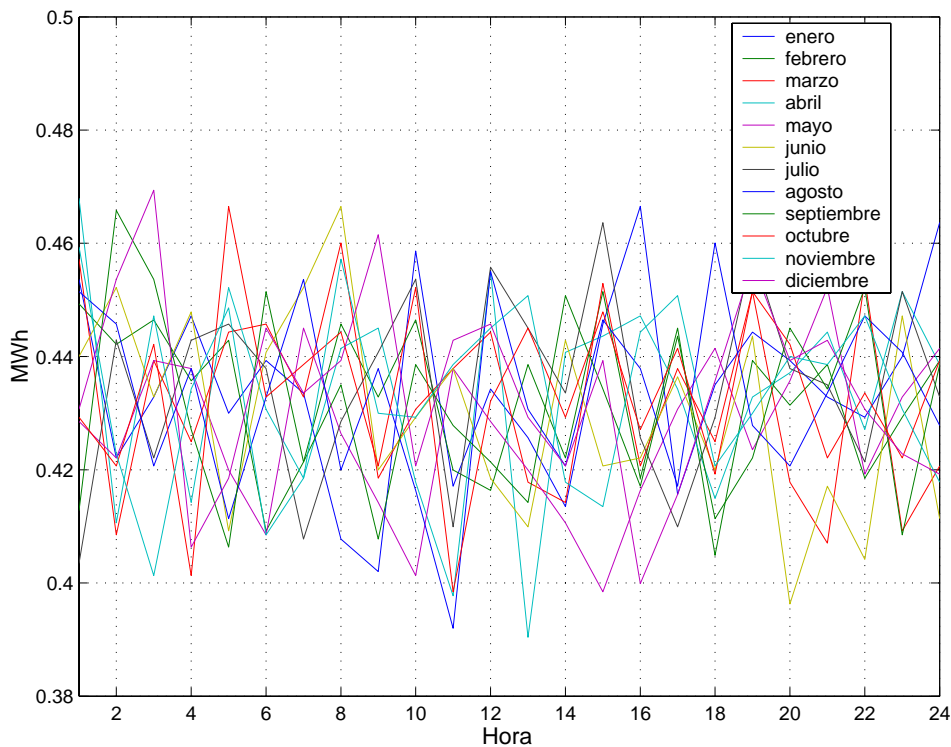


Figura 8.2: Curva tipo de demanda de agua caliente.

### 8.2.6. Demanda eléctrica

Al igual que la demanda térmica, la eléctrica es muy similar para todos los días en los que la fábrica está en producción. Esta oscila diariamente entre 1.22 y 0.82 MW, estando la curva de carga adaptada para coincidir las horas de máximo consumo con los precios valle.

En la figura 8.3 se muestra la curva horaria tipo para los días de producción. Los días en los que la fábrica está parada la demanda se considera constante para todas las horas con un valor de consumo de 10 kWh.

### 8.2.7. Precios de electricidad

Se han generado para el año 2003 tres escenarios de precios de adquisición y otros tantos de venta de excedentes de energía eléctrica. De acuerdo a lo expuesto en el capítulo 7, se obtiene un escenario de cada año histórico considerado (2000, 2001 y 2002). Ya que únicamente se genera un precio por periodo de cada año histórico, en vez de muestrear sobre las distribuciones de precios formadas con datos de estos años, se ha escogido directamente el precio medio de cada una de estas distribuciones para determinar los precios de adquisición.

Estos valores hallados corresponden a precios finales medios de adquisición de

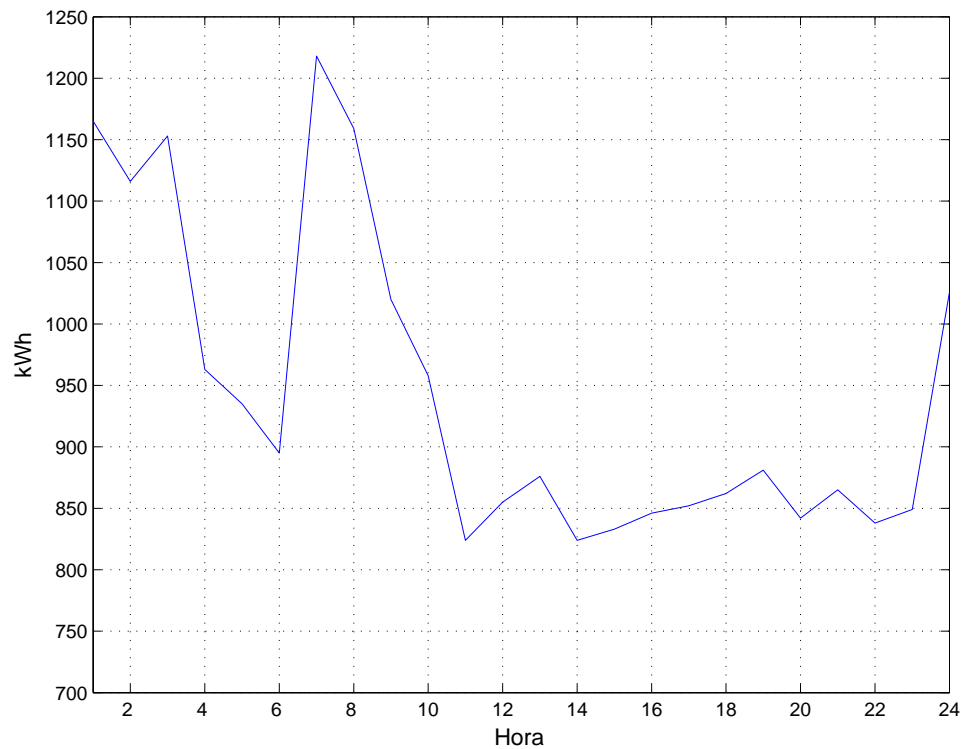


Figura 8.3: Curva tipo de demanda de electricidad.

energía en el mercado por parte de consumidores y comercializadores. En la figura 8.4 se muestran estos precios así como el escenario medio y los precios reales del año 2003.

Para determinar el coste final de adquisición, es necesario añadir a los precios del mercado hallados los siguientes términos para el año 2003:

- Tarifa de acceso.
- Pérdidas.
- Cuota moratoria nuclear.
- Impuesto sobre la electricidad.
- Margen comercial.

El valor de estos términos, a excepción del margen comercial que se aplica un 2%, se encuentran en el RD 1436/2002.

Los precios de venta de electricidad se calculan a partir de las rectas de regresión para cada año entre precios de adquisición y venta. Los parámetros de estas rectas se encuentran en la tabla 7.8. Los escenarios obtenidos se muestran en la figura 8.5 junto con el escenario medio y los precios reales del año 2003.



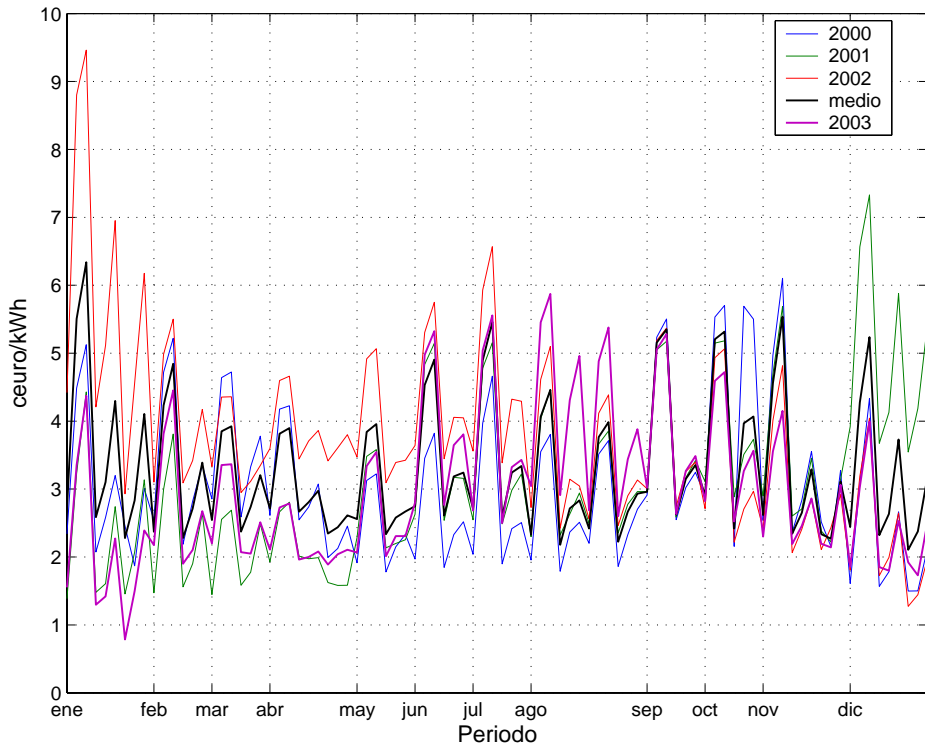


Figura 8.4: Escenarios de precios de adquisición de energía eléctrica.

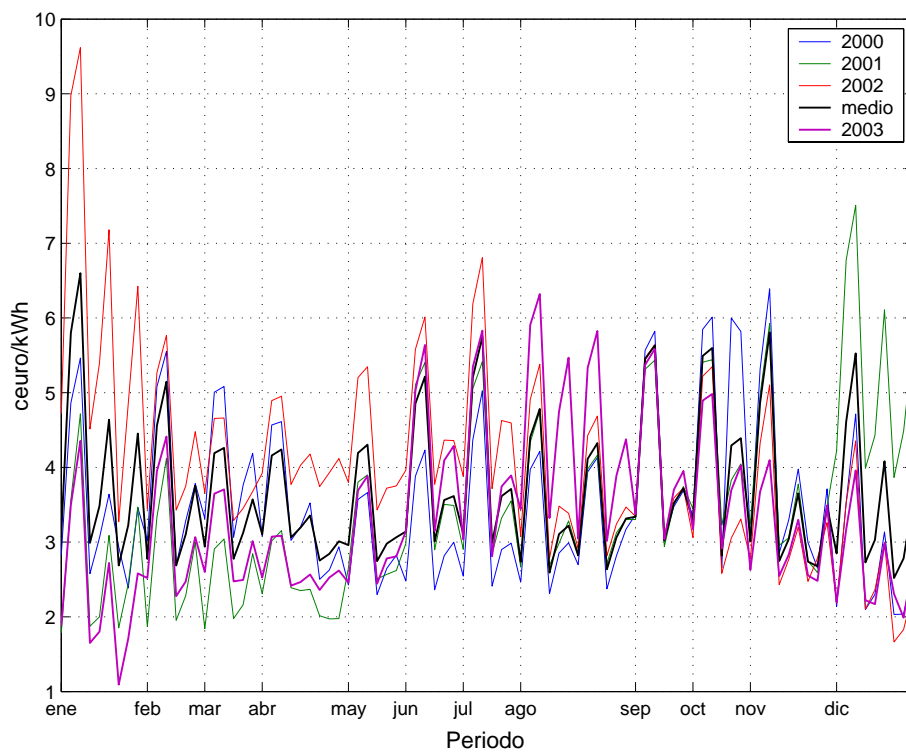


Figura 8.5: Escenarios de precios de venta de energía eléctrica.

A estos precios de venta hay que añadirles una prima de 2.1276 c€/kWh que establece el RD 1436/2002 para cogeneraciones de las características del motor escogido acogidas al régimen especial.

### 8.2.8. Precios de fueloil y gas natural

Los escenarios de fueloil y gas natural se han generado con el algoritmo propuesto en el capítulo 6. Los parámetros de ajuste son los mismos que los indicados para el caso ejemplo de la sección 6.7.

Se presentan dos salidas cualesquiera del algoritmo: alternativa I (figura 8.6) y alternativa II (figura 8.7), ambas igualmente válidas. La diferencia más significativa se debe a que en el primer caso no hay cruces de los precios en los escenarios de gas natural. En los precios de fueloil el número de cruces es menor en la alternativa I.

El algoritmo de predicción controla los momentos de la distribución de precios y la correlación entre meses consecutivos. Es por ello que parece lógico que con menos escenarios el número de cruces sea menor al tener que distribuirse éstos de igual forma que si el número de escenarios es mayor. En la alternativa II se producen más cruces ya que hay un escenario con precios mucho menores que los del resto de escenarios, lo que implica que éstos últimos son más próximos en valores y por tanto existen más cruces que en la alternativa I.

Para la aplicación numérica se ha empleado la alternativa I ya que al tener menos cruces de precios es más fácil analizar las decisiones de contratación en función de los precios.

Los precios de fueloil obtenidos por el algoritmo son directamente los utilizados como parámetros de los contratos. En el caso de los precios de gas natural, al precio determinado hay que añadirle un término fijo denominado *factor de utilización*, el cual hace referencia a los kWh/día (o th/día) consumidos de gas natural. Este término se ha calculado en base a la tarifa industrial 2.4 para consumos de gas entre 4 y 60 bares y entre 30 y 100 GWh/año (Orden ECO/302/2002), que corresponde al motor seleccionado.

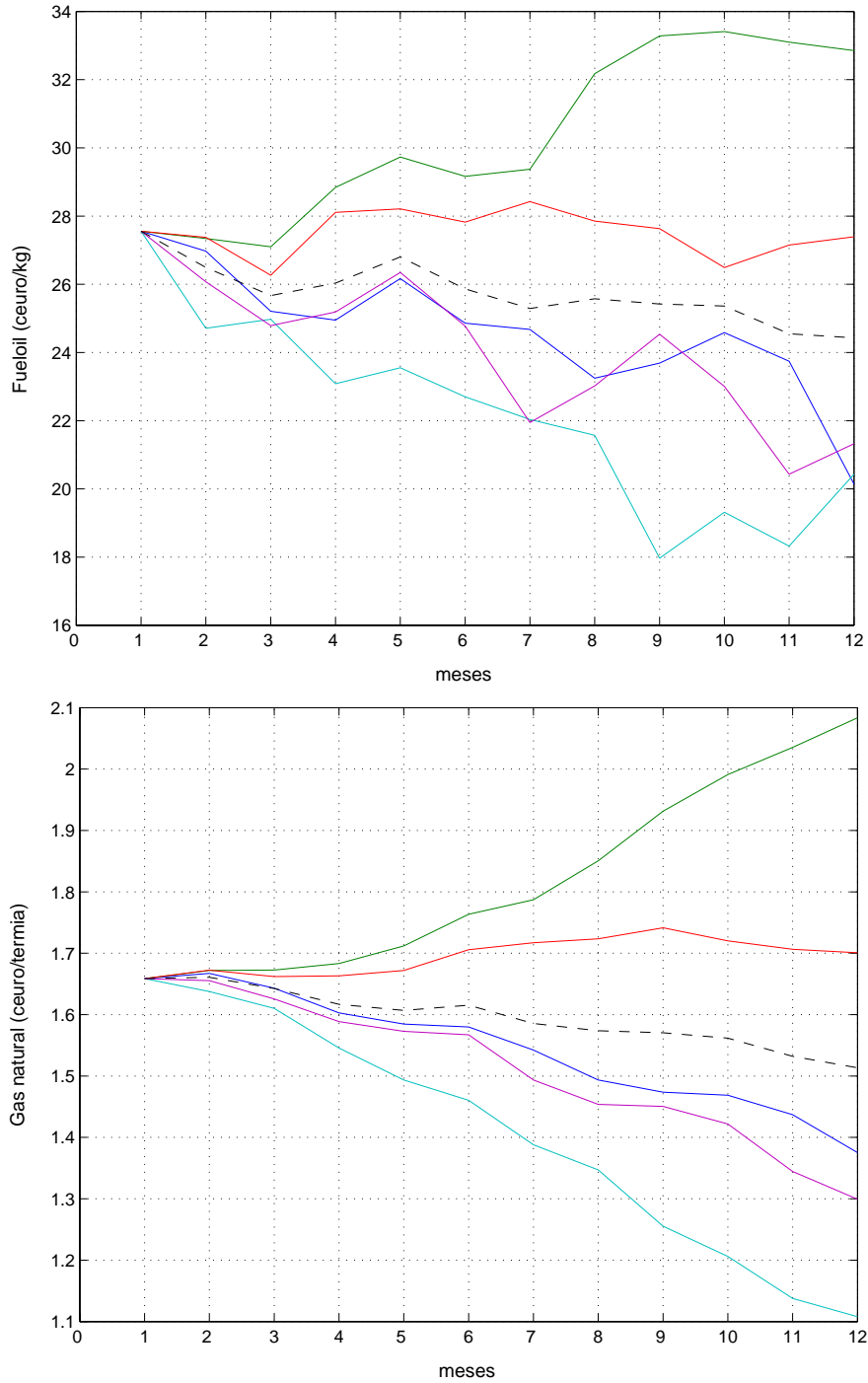


Figura 8.6: Escenarios de precios de fueloil y gas natural (alternativa I).

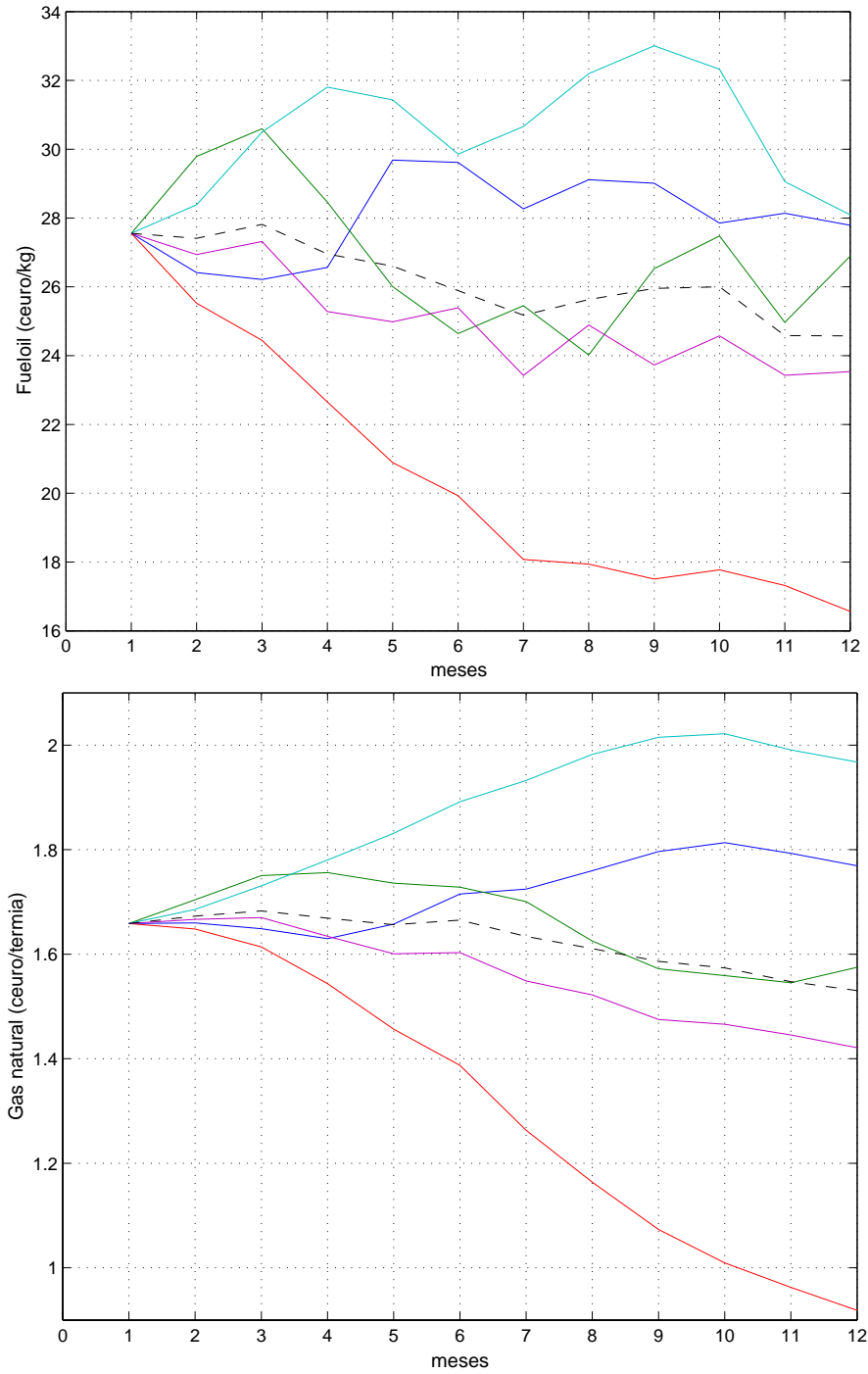


Figura 8.7: Escenarios de precios de fueloil y gas natural (alternativa II).

### 8.3. Método de resolución

Los modelos determinista y estocástico de optimización lineal entera mixta se han resuelto en un solo bloque, sin descomponer los problemas. Se han implantado en el lenguaje de programación algebraico GAMS [BKMR98]. Entre otros campos, este entorno tiene gran difusión en optimización de sistemas eléctricos [Cha99].

El optimizador empleado es el CPLEX 9.0 [cpl03], el cual emplea el método *Branch & Bound* para la resolución de problemas lineales con variables binarias. Adicionalmente, CPLEX utiliza métodos heurísticos y planos de corte para reducir la región factible.

El método iterativo Branch & Bound consiste en resolver problemas lineales relajando el valor de unas variables binarias y fijando el de otras. De esta forma se construye un árbol de problemas lineales donde la raíz es el problema inicial con todas las variables binarias relajadas. La solución de este problema es una cota inferior de la solución entera en el caso de minimizar la función objetivo. Los nodos finales de cada rama del árbol corresponden a los problemas lineales con todas las variables binarias fijadas al valor 0 ó 1. Estas soluciones son cotas superiores del óptimo buscado.

El algoritmo para cuando encuentra la solución óptima o se satisface alguno de los siguientes criterios: tiempo de ejecución, tamaño del árbol de problemas lineales, o error relativo (CR) entre la mejor solución entera encontrada (BF) y la mejor solución entera posible (BP). Esta última solución corresponde a un problema con parte de las variables binarias fijadas a un valor 0/1 y el resto relajadas y, en caso de minimizar la función objetivo, constituye una cota inferior de la solución óptima. La expresión del criterio de error relativo en CPLEX es:

$$\frac{|BP - BF|}{10^{-10} + |BF|} \leq CR \quad (8.1)$$

Mediante este criterio de parada se consigue conocer el error máximo que se puede cometer sin necesidad de explorar el árbol completo. En el caso del problema determinista, dado que el tiempo de resolución es inferior a un minuto, se ha establecido este parámetro a un valor suficientemente pequeño para que el algoritmo obtenga la solución óptima. Esto no es posible con el problema estocástico debido a su tamaño, así que se ha fijado el error relativo a 0.5%. Con este valor se pueden obtener soluciones de problemas de gran tamaño cometiendo un error pequeño en la función objetivo.

Para reducir el tiempo de resolución se establecen *prioridades* en las variables binarias. Estas consisten en indicar al algoritmo qué variables tienen mayor peso e importancia en la función objetivo, al objeto de ramificarlas primero y así reducir el tamaño del árbol a explorar. Para el problema de esta tesis, el orden de ramificación de las variables binarias que mejor resultado proporciona, comenzando por las que

primero se ramifican, es:

1. Variables auxiliares para la determinación del valor en riesgo (VaR).
2. Variables de decisión de los contratos a firmar.
3. Variables auxiliares para la determinación de tramos de precios y consumo en contratos.
4. Variables de estado (producción/parada) de la caldera y la cogeneración y variables asociadas al balance de energía.

Este es un orden lógico ya que las variables de la primera etapa tienen mayor importancia en la función objetivo que las de la segunda etapa. Por ejemplo, la decisión de operar o no la cogeneración o la caldera en uno de los 90 periodos del problema es poco significativa frente a la elección de un contrato u otro.

## 8.4. Problema determinista

El modelo determinista obtiene el contrato de cada bien y la operación de la caldera y la cogeneración que hacen mínimo el coste total del abastecimiento energético. Su formulación se expone en el capítulo 3.

A continuación se analizan los resultados del ejemplo numérico para este problema. Para ello, en el apartado 8.4.1 se muestra el funcionamiento del modelo para un escenario. En el 8.4.2 se analiza la toma de decisiones de contratación bajo incertidumbre con esta formulación. Por último, en la sección 8.4.3 se realiza un análisis de sensibilidad del valor de la función objetivo ante cambio de precios.

El problema está formado 5.883 restricciones, 8.677 variables, de las cuales 1.087 son binarias, y 32.887 coeficientes distintos de cero de la matriz de restricciones. Con este tamaño, GAMS emplea alrededor de medio minuto en obtener la solución óptima<sup>1</sup>. Este tiempo tan reducido permite resolver el modelo un número elevado de veces para realizar el análisis determinista con diferentes escenarios de precios.

### 8.4.1. Análisis de un escenario

Los datos de los combustibles empleados corresponden al escenario de precios mayores (alternativa I, sección 8.2.8), mientras que los de la electricidad son los obtenidos a partir del año 2000. Estos precios se reflejan en la figura 8.8. Para facilitar el análisis de resultados, en el caso de la electricidad se dibujan valores medios mensuales en vez de los 90 periodos de las figuras 8.4 y 8.5.

---

<sup>1</sup>Los casos se han resuelto en un ordenador con microprocesador Pentium IV a 3 GHz.

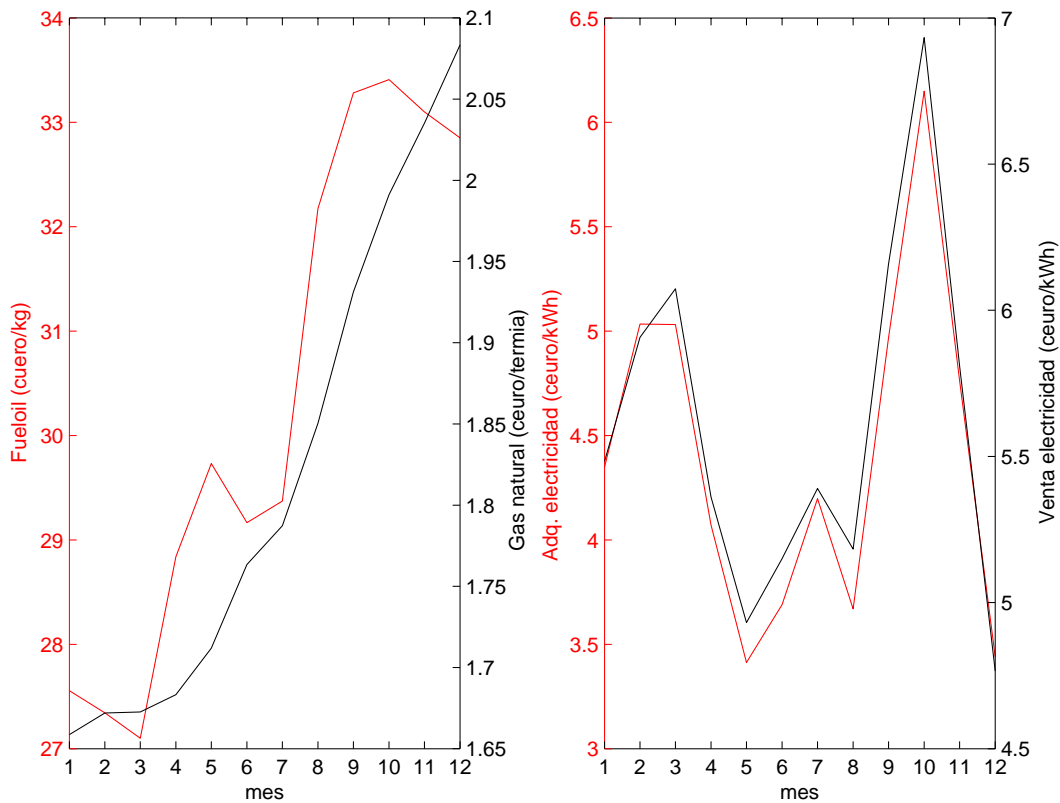


Figura 8.8: Precios para el análisis determinista de un escenario.

Con estos parámetros se obtienen los costes, contratos y cantidades consumidas en cada mes que se muestran en la tabla 8.4. Los valores con mayor peso en la función objetivo son los contratos relacionados con la operación de la cogeneración: compra de gas natural y venta de excedentes.

La cogeneración opera 7032 h/año con un rendimiento medio del 55.1% y una cantidad de energía exportada del 65.1% de lo generado. Por tanto, no se encuentran activas las restricciones del régimen especial que establecen un rendimiento medio mínimo del 55% y un consumo mínimo del 30% de la energía eléctrica cogenerada.

En los periodos en los cuales la fábrica está parada (792 h/año) también lo está la cogeneración. Esto sucede al ser los precios de gas en este escenario altos y los precios de venta de excedentes bajos en los periodos de parada de fábrica (periodos valle). Con otros escenarios de precios la cogeneración sí exporta energía en periodos de parada de fábrica. En estos últimos casos, al relajarse las restricciones de régimen especial se obtienen consumos de gas natural muy similares, lo que implica que la cogeneración considerada es la adecuada para la fábrica de celulosa.

Por su parte, la caldera se encuentra en funcionamiento 936 h/año, no dándose ningún periodo en el que operen la cogeneración y la caldera simultáneamente. Esta última entra en producción únicamente en los meses de mayo a agosto y en diciembre. Estos periodos coinciden con los de precios menores de venta de energía eléctrica

Término función objetivo	Coste [k€] / Contrato
Adq. E <sup>a</sup> eléctrica	30.4 / E3.2
Adq. fueloil	50.9 / A2.2
Adq. gas natural	903.3 / 02.2
Venta E <sup>a</sup> eléctrica	754.0 / V1.1
Mantenimiento caldera	50.4
Mantenimiento cogeneración	369.5
Total	650.6

Cantidades consumidas/vendidas				
Mes	Fueloil [t]	Gas natural [km <sup>3</sup> ]	E <sup>a</sup> eléctrica adquirida [MWh]	E <sup>a</sup> eléctrica vendida [MWh]
1		468.9	0.5	1196.9
2		458.3		1180.5
3		513.0		1331.5
4		418.9	1.0	1066.5
5	15.0	440.0	86.0	1120.5
6	44.4	320.2	258.1	843.1
7	46.0	332.8	266.7	879.7
8	11.9	86.1	74.4	228.0
9		481.3		1146.5
10		500.8		1277.6
11		450.6	0.5	1146.5
12	57.5	257.5	313.3	670.9
Total	174.8	4728.3	1000.5	12088.4

Tabla 8.4: Resultados del caso determinista para un escenario.

(ver figura 8.8).

En estos meses la caldera opera en periodos valle de 1 a 8 h donde los precios de compra y venta de electricidad son menores. En diciembre, además de operar en estas horas también lo hace entre las 9 y las 16 h de periodos valle. Esto se debe a que coinciden precios mínimos de compraventa de electricidad y máximos de gas natural, lo que hace que no sea rentable arrancar la cogeneración. Aunque en estos periodos de diciembre también el precio del fueloil es máximo, éste tiene menos peso que el precio de gas natural.

El consumo de energía eléctrica de la red se realiza en aquellos periodos en los que la fábrica para o la caldera opera, por lo que en febrero, marzo, octubre y noviembre, la energía importada de la red es nula.

El análisis de los contratos para este escenario se realiza conjuntamente con el resto de los escenarios en el apartado siguiente.



### 8.4.2. Análisis de varios escenarios

En esta sección se analiza el funcionamiento del modelo determinista empleando 15 escenarios de precios. Para ello, en una primera parte se comentan los resultados obtenidos y en una segunda se propone una metodología de análisis de decisión para escoger una alternativa de contratación entre las obtenidas.

#### 8.4.2.1. Análisis de resultados

Los contratos obtenidos con 15 escenarios y el coste total del abastecimiento (f.o.) se muestran en la tabla 8.5. Se omiten de la tabla los otros dos términos de la función objetivo, esto es, costes de operación y mantenimiento de la caldera y la cogeneración. Estos valores vienen determinados principalmente por la operación de la instalación y no por los contratos escogidos.

Por su parte, la cantidad de combustible consumido y energía eléctrica demandada/generada que establecen el coste de los contratos se muestra en la tabla 8.6.

En estas tablas los escenarios se agrupan en 5 bloques, cada uno con iguales precios de combustibles. Estos bloques están ordenados de forma decreciente de precios, siendo el primero de ellos el de precios mayores. Los precios de cada bloque son los escenarios representados en la figura 8.6.

Cada bloque está compuesto por 3 escenarios. El primero corresponde a precios de compraventa de electricidad obtenidos del año 2001, el segundo del año 2000 y el tercero del año 2002 (figuras 8.4 y 8.5). Así, el escenario 2 de estas tablas está formado por los precios más altos de combustibles (bloque 1) y aquéllos del año 2000 de compraventa de electricidad, escenario que corresponde al analizado en el apartado anterior.

Según se muestra en la tabla 8.5, el escenario 2 es el único en el que la caldera opera en algún periodo. El contrato firmado de fueloil es a precio de mercado con límites de precio máximo y mínimo (A.2.2). Con este contrato el consumidor se cubre frente al riesgo de precios altos. En el resto de escenarios la caldera no opera ya que aunque los precios de fueloil son menores, también lo son los precios de gas natural que inciden en la operación de la cogeneración.

La escasa producción de la caldera se debe a dos motivos:

- El RD 287/2001 establece que a partir del 1 de enero de 2003 el fueloil a quemar en calderas industriales debe tener un contenido en azufre del 1%. Hasta esta fecha lo más habitual era emplear fueloil del 3.5% al ser más barato. La diferencia de precios de estos combustibles tiene un valor medio del 12% en los años 2000-2003.
- Más importancia que el precio del fueloil tiene el de venta de excedentes de

Esc.	Contratos									F.O.	Sol.	
	E.3.2	E.4.1	E.6.2	A.2.2	O.1.1	O.1.2	O.2.2	V.1.1	V.2.2			
1			0.3				1024.5		827.3	658.0	A	1
2	30.4			50.9			903.3	754.0		650.6	B	2
3		0.3					1022.8	917.8		565.0	C	2
4			0.3			992.1			827.3	625.7	D	3
5			0.3		979.6			816.5		618.9	E	4
6		0.3			990.7			917.9		532.8	F	4
7			0.3		911.6				827.3	545.1	D	3
8			0.3		911.5			832.4		539.4	E	4
9		0.3				912.0		917.7		454.3	F	4
10			0.3			893.8			827.2	527.3	D	3
11			0.3			894.1		832.7		521.7	E	4
12	0.3				895.4			918.8		437.0	G	4
13			0.3		831.8				824.1	467.7	D	3
14			0.3		834.1			831.1		462.9	E	4
15	0.3				836.9			918.2		379.1	G	4

Tabla 8.5: Coste de los contratos y función objetivo en el caso determinista de 15 escenarios [k€].

Esce- nario	Fueloil [t]	Gas natural [km <sup>3</sup> ]	E <sup>a</sup> eléctrica adquirida [MWh]	E <sup>a</sup> eléctrica vendida [MWh]
1		5413.1	7.9	13903.5
2	174.8	4728.3	1000.5	12163.4
3		5403.3	7.6	13850.1
4		5413.1	7.9	13903.5
5		5337.3	7.9	13568.9
6		5403.3	7.6	13850.1
7		5413.1	7.9	13903.5
8		5406.7	7.8	13869.9
9		5403.3	7.6	13850.1
10		5413.1	7.9	13903.5
11		5408.2	7.8	13876.8
12		5408.2	7.8	13876.8
13		5403.3	7.6	13850.1
14		5403.3	7.6	13850.1
15		5408.2	7.8	13876.8

Tabla 8.6: Cantidades consumidas/vendidas en el caso determinista de 15 escenarios.

energía eléctrica. La prima fijada por Ley para cogeneradores del tipo del ejemplo se ha incrementado en un 15 % desde el año 2000 al 2003. Este factor tiene un peso importante en la función objetivo ya que se vende un gran volumen de energía eléctrica (aproximadamente el 65 % de lo cogenerado anualmente).

A pesar de las pocas horas de operación de la caldera, un consumidor firmaría un contrato de adquisición de fueloil. De esta forma cubre el riesgo de precios del escenario 2 y de un fallo intempestivo de la cogeneración que pare la fábrica si no se tiene suministro de fueloil.

Para simular esta opción se ha impuesto al modelo escoger un contrato de compra de fueloil en todos los escenarios. En este caso el incremento máximo de las funciones objetivo de los 15 escenarios es del 0.1 %. Los contratos escogidos de compra de gas natural y venta de electricidad, los de más peso en la función objetivo, son los mismos que si no se firma el contrato de compra de fueloil. Con este contrato la caldera opera pocas horas al año por lo que, aunque tiene una repercusión mínima en el coste total, se consigue una cobertura frente a los riesgos mencionados en el párrafo anterior.

Los consumos de fueloil y energía eléctrica de la red están muy ligados ya que cuando la caldera opera es necesario importar energía eléctrica. De ahí que la cantidad de energía eléctrica consumida y el coste de los contratos sean pequeños (tablas 8.5 y 8.6).

En los escenarios con precios bajos de gas natural y altos de venta de excedentes en los que la caldera no genera, la cogeneración sí lo hace en algunos periodos de parada de fábrica. En estos casos la cogeneración opera de forma que su rendimiento eléctrico equivalente no baje del 55 %. Tanto si la cogeneración genera en periodos de parada de fábrica como si no, la diferencia de energía consumida de la red eléctrica es mínima al serlo la demanda en periodos sin producción de fábrica.

La demanda eléctrica de la fábrica es 7.5GWh/año mientras que, a excepción del escenario 2, lo consumido de red no excede de 8MWh/año. Esto hace que el peso medio en los 15 escenarios del contrato de electricidad en el coste total del abastecimiento sea inferior al 0.4 %.

Los contratos seleccionados por el modelo de compra de electricidad son del tipo: precio fijo por tramos de consumo (E.3.2), precio fijo indexado a una variable de interés (E.4.1) y precio por diferencias del mercado spot (E.6.2).

Para unos consumos más elevados, el contrato a precio de mercado es más barato. Este último se ha parametrizado mediante un precio fijo de tarifa de acceso a redes más el precio variable del mercado. Con consumos tan pequeños el coste del término fijo es superior al coste de otros contratos con precios más elevados aunque sin este término.

El RD 1164/2001 establece para los cogeneradores la posibilidad de contratar energía únicamente en aquellos periodos en los que consuman energía de la red. En

condiciones habituales el cogenerador del ejemplo firmará un contrato de acceso a redes para los periodos 6 (ver tabla 8.2) en los que los precios de compraventa de electricidad son bajos y puede no ser rentable poner en marcha la cogeneración. A pesar de contratar el acceso a la red solamente en el periodo 6, la energía demandada por la fábrica no satisfecha por la cogeneración es tan pequeña que este contrato de acceso es muy caro.

En el caso del ejemplo, el no seleccionar en ningún escenario el contrato a precio de mercado implica que el comercializador ha realizado una oferta ventajosa al consumidor. Alternativamente se podría proponer otra parametrización, aunque la energía contratada sería igualmente mínima al igual que su influencia en la política de contratación del consumidor. Si se obliga al modelo a escoger el contrato a precio de mercado en los 15 escenarios, el incremento medio de la función objetivo es del 0.6 %.

Las siete posibles soluciones de contratación se muestran en la columna de la derecha de la tabla 8.5, letras A a G. En el primer bloque (escenarios 1 a 3) de precios altos de gas y fueloil, para cada alternativa de precios de compraventa de electricidad la solución es distinta (A a C).

En el resto de bloques las soluciones para los 2 escenarios de precios más bajos de venta de excedentes son las mismas (D y E). En estos casos el contrato de compra de gas natural con precio de mercado a tramos (0.1.2) tiene el mismo precio que el contrato a precio de mercado (0.1.1). Esto se debe a que el tramo activo del contrato 0.1.2 corresponde a un consumo entre 5250 y 5500 km<sup>3</sup>/año en el que no tiene ningún incremento de precio respecto al del mercado. En ningún escenario el consumo de gas del contrato 0.1.2 entra en un tramo de descuento ni recargo de precio, por lo que para simplificar el análisis se considera únicamente el contrato 0.1.1.

Las alternativas F y G únicamente varían respecto a la solución E en el contrato de compra de electricidad, aunque ambos contratos escogidos son muy similares en coste para el consumo de la red.

Para los precios más altos de gas natural (bloque 1) el modelo escoge el contrato de gas que limita el precio de mercado a un máximo (0.2.2), mientras que para el resto de escenarios es más económico un contrato a precio de mercado (0.1.1). En el caso de los contratos de venta de electricidad, para los precios más bajos (primer escenario de cada bloque) el modelo selecciona un contrato a precio fijo por periodo (V.2.2). En los restantes escenarios con precios más altos de venta de electricidad se obtiene un ingreso mayor con un contrato a precio de mercado (V.1.1).

### 8.4.2.2. Metodología de decisión

Continuando con el ejemplo anterior, es este apartado se propone un método para escoger una alternativa de contratos.

En una primera etapa no se tienen en cuenta los contratos de adquisición de electricidad y fueloil, cuyo coste es mucho menor que el de los otros. De esta forma se conservan únicamente los términos de mayor peso de la función objetivo.

Para el caso ejemplo se tienen 4 soluciones diferentes, las cuales se han numerado de la 1 a la 4 en la última columna de la tabla 8.5. Estas alternativas corresponden a las combinaciones de los 2 contratos de adquisición de gas natural y los 2 contratos de venta de excedentes de electricidad comentados en el último párrafo del apartado anterior.

Para determinar cuál de las 4 alternativas elegir es necesario establecer medidas de comparación entre ellas. Con este fin se escogen el coste medio y el coste máximo de los 15 escenarios, este último como medida de riesgo. Alternativamente se puede elegir otra medida de riesgo, aunque ésta no influye en la metodología del análisis.

A continuación se resuelven los 15 escenarios con cada una de las 4 alternativas de contratos de gas y venta de excedentes y sin fijar el resto de contratos. De cada una de estas 4 opciones se calcula el coste medio y máximo de los 15 escenarios asociados. Estos valores se representan en azul en la figura 8.9. El número indicado de cada opción corresponde a las 4 alternativas de la tabla 8.5.

A la vista de estos resultados se puede descartar la solución 3 al tener mayor coste medio y máximo que la 2. El consumidor tendrá que escoger entre las otras tres opciones restantes en función de su aversión al riesgo.

Para proceder a la determinación de los contratos de compra de fueloil y electricidad se supone la opción 2 como la elegida. La alternativa 4 implica un riesgo alto mientras que la 1, respecto a la 2, tiene un decremento de riesgo mucho menor que el incremento de coste medio.

Al resolver los 15 escenarios asociados a la solución 2 se han obtenido 6 alternativas de parejas de contratos de adquisición de electricidad y fueloil:  $\{E.4.1, -^2\}$ ,  $\{E.3.2, A.2.2\}$ ,  $\{E.5.1, A.1.2\}$ ,  $\{E.6.2, -\}$ ,  $\{E.7.2, A.1.2\}$  y  $\{E.6.2, A.1.1\}$ . En este caso la caldera opera en algunos periodos en 7 de los 15 escenarios y únicamente en uno de estos últimos con el contrato A.2.2 obtenido en la solución inicial (tabla 8.5). En el caso de los contratos de compra de electricidad, además de los determinados en la solución inicial, aparecen uno a precio de mercado (E.5.1) y otro a precio de mercado con límites máximo y mínimo (E.7.2).

Para escoger los contratos de fueloil y compra de electricidad es necesario evaluar el coste medio y máximo de los escenarios con estos contratos. Para ello se resuelven los 15 problemas fijando los contratos de gas y venta de electricidad de la alternativa

---

<sup>2</sup>No se escoge ningún contrato de compra de fueloil.

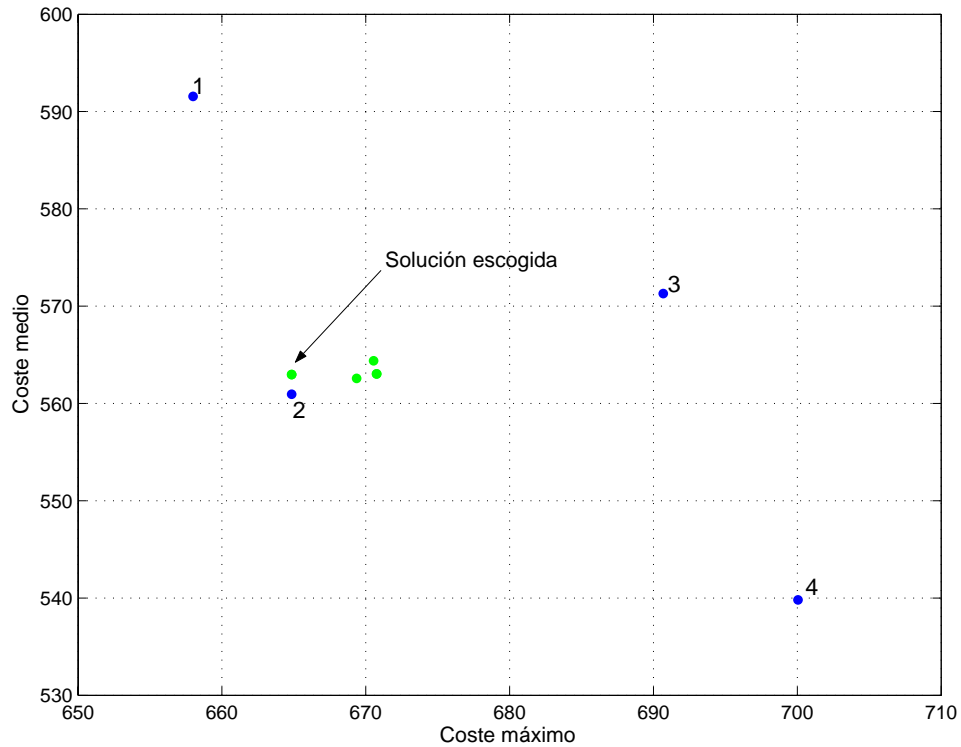


Figura 8.9: Coste medio y máximo en el análisis de 15 escenarios [k€].

2 con cada una de las 6 soluciones de contratos de compra de fueloil y electricidad. A pesar de resolver 90 problemas, el modelo es muy rápido al no tener que tomar decisiones de contratación.

El coste medio y máximo de estas soluciones se representan en color verde en la figura 8.9. Dos parejas de soluciones tienen valores muy cercanos, por lo que aparentemente sólo aparecen reflejadas 4 alternativas.

Lógicamente estas soluciones son peores que la de la alternativa 2 (punto azul) ya que se fijan los contratos de cada bien en todos los escenarios. Dado que los contratos de fueloil y compra de electricidad tienen menor repercusión en la función objetivo, todos los puntos verdes se encuentran próximos al azul de la alternativa 2.

Entre las soluciones obtenidas un consumidor escogería la indicada en la figura 8.9. Esta tiene un riesgo menor y un coste medio similar al resto. Esta opción corresponde a la pareja de contratos {E.7.2, A.1.2}, y tiene un coste total medio de 562.9 k€ y máximo de 664.8 k€. El consumo medio de los 15 escenarios con esta solución es de 32.5 t/año fuel y 22.4 MWh/año de electricidad, cantidades muy superiores a las inicialmente determinadas (tabla 8.6).

Este procedimiento realizado para el caso ejemplo se sistematiza a continuación. En una primera fase se escogen los contratos más caros (compra de gas y venta de electricidad) y sobre esa solución se corrige el coste total de abastecimiento seleccionando el resto de contratos. Esta metodología se compone de los siguientes

pasos:

1. Determinación de los contratos de adquisición de gas natural y venta de excedentes de electricidad:
  - a) Resolver el modelo para cada escenario.
  - b) Escoger las soluciones con diferente combinación de contratos de adquisición de gas natural y venta de excedentes (alternativas 1 a 4 en el ejemplo descrito). Si las soluciones obtenidas son numerosas y se desea reducir este número, un criterio podría ser elegir las siguientes opciones:
    - La que se repita en un mayor número de escenarios: actitud neutral al riesgo.
    - La obtenida para los precios mayores de gas natural y menores de venta de excedentes: actitud muy aversa al riesgo.
    - La obtenida para los precios menores de gas natural y mayores de venta de excedentes: actitud poco aversa al riesgo.
  - c) Resolver el modelo para cada escenario y para cada solución seleccionada, esto es, fijando los contratos de adquisición de gas natural y venta de excedentes elegidos en 1.b).
  - d) Escoger la opción de contratos de compra de gas y venta de electricidad que mejor se adapte al consumidor en función del coste medio de los escenarios, medida de riesgo y actitud ante el mismo.
2. Determinación de los contratos de adquisición de fueloil y electricidad:
  - a) De la alternativa seleccionada en 1.d), escoger las combinaciones de contratos de compra de fueloil y electricidad según el criterio, por ejemplo, indicado en 1.b).
  - b) Resolver el modelo para cada escenario y para cada solución seleccionada fijando los contratos de cada bien: los de compra de gas y venta de excedentes escogidos en 1.d) y los de compra de fueloil y electricidad elegidos en 2.a).
  - c) Escoger los contratos de compra de fueloil y electricidad con los criterios de 1.d).

Esta metodología de análisis permite tomar decisiones de contratación bajo incertidumbre con el modelo determinista. Presenta la ventaja de poder aplicarse a un número elevado de escenarios al ser el tiempo de ejecución del modelo reducido. Por otra parte, el separar el análisis en dos etapas permite:

- Reducir el número de opciones sobre las que elegir en una primera etapa.

- Obtener en la segunda etapa soluciones de los contratos más baratos que mejoren coste medio y medida de riesgo frente a las opciones determinadas al evaluar los escenarios por primera vez (punto 1.a) del método). En efecto, nótese que la solución escogida de los contratos de compra de electricidad y fueloil del caso ejemplo no corresponde a ninguna de las iniciales.

A pesar de lo dicho, el procedimiento propuesto tiene varios inconvenientes:

- Puede ser complicado escoger entre las distintas alternativas de contratos si el número de éstas es elevado.
- En el caso de tener varias soluciones de contratos de gas y venta de excedentes que den lugar a costes de la función objetivo similares, es posible que al escoger una alternativa y fijar el resto de contratos se obtenga una solución peor que si se hubiera elegido otra opción de contratos de gas y venta de excedentes. En efecto, supóngase que en la figura 8.9 las soluciones 1 y 2 (puntos azules) de contratos de compra de gas y venta de excedentes están próximas. En estas circunstancias, al fijar los contratos de compra de fueloil y electricidad con la opción 1 se podría obtener una solución mejor que la elegida derivada de la alternativa 2 (punto verde).
- Si los costes de los contratos de los cuatro bienes son comparables no es posible jerarquizar el análisis de los contratos. Esto pudiera pasar, por ejemplo, con otras cogeneraciones con distinta prima de régimen especial o sin capacidad de venta de tantos excedentes.
- No se puede asegurar que la solución obtenida con este método pertenezca a la frontera eficiente coste medio-riesgo.

Tal y como se muestra en el apartado 8.5, el modelo estocástico solventa estos inconvenientes. Este obtiene soluciones óptimas comprometiendo coste esperado y riesgo sin necesidad de analizar distintas alternativas.

Finalmente, cabe reseñar que una alternativa al método propuesto para escoger una cartera de contratos es emplear criterios de *teoría de decisión*, como el de Wald [HL91]. Así, se evaluarían carteras con un solo criterio en lugar de con dos (coste medio y riesgo). No obstante, se ha optado por el procedimiento comentado ya que permite tomar decisiones utilizando criterios análogos en los planteamientos determinista y estocástico, lo que facilita la comparación de los resultados entre ambos modelos. Además, es deseable para el decisor basar sus decisiones en criterios análogos independientemente del modelo a utilizar.



### 8.4.3. Análisis de sensibilidad

Un último análisis con el problema determinista consiste en comprobar la sensibilidad de la función objetivo, para una solución de contratación determinada, ante las variaciones de precios de cada tipo.

Para ello se consideran los contratos seleccionados en el apartado 8.4.2.2, esto es: E.7.2, A.1.2, O.2.2 y V.1.1. Al escoger los contratos, las únicas variables de decisión del problema son las de operación de la cogeneración y la caldera.

Mediante los algoritmos descritos en los capítulos 6 y 7 se han generado 240 escenarios de precios, 60 de cada uno de los tipos: compra de electricidad, venta de electricidad, gas natural y fueloil. Por tanto, se realiza un análisis de 60 problemas con cada tipo de precios. En cada análisis los precios de los otros 3 bienes son constantes e iguales al escenario medio.

Los resultados de los 4 estudios se muestran en la figura 8.10. En el eje de ordenadas se representan los valores de la función objetivo y en el de abscisas los precios medios de los escenarios ponderados por el número de horas de cada periodo. Por su parte, en la tabla 8.7 se muestran los parámetros de las regresiones lineales calculadas con los valores de la figura.

Confirmando lo obtenido en apartados anteriores, los precios de fueloil y electricidad tienen un peso muy pequeño en el coste total del abastecimiento energético. Nótese que la variación máxima de la función objetivo en ambos casos es aproximadamente un 0.2%, por lo que las pendientes de las rectas de regresión de estas variables son muy pequeñas (tabla 8.7). En concreto, la pendiente de la recta formada con los precios de compra de electricidad es superior a la determinada con los precios de fueloil. Esto se debe fundamentalmente a que la demanda eléctrica, frente a la térmica, es distinta de cero en los periodos de parada de fábrica. En estos periodos la demanda eléctrica suele ser satisfecha por la red mientras que en el resto de periodos la cogeneración está casi siempre operando, lo que en definitiva implica que el consumo de electricidad es superior al de fueloil.

Los coeficientes de correlación menores corresponden a estos casos al estar los valores de la función objetivo próximos entre sí. Para los precios de fueloil este coeficiente es especialmente bajo, lo cual se debe a que el coste del contrato firmado (A.1.2) varía en función de la cantidad anual consumida. En efecto, en la figura correspondiente a estos precios (arriba a la derecha) se aprecian dos grupos de valores. En uno de ellos la función objetivo es prácticamente constante en torno a 597.4 k€, ya que que el consumo de fueloil es casi nulo. En el otro grupo, alrededor de 24 c€/kg, el consumo es mucho mayor. Este demanda de fueloil más elevada no se justifica únicamente por los precios inferiores del mercado, sino por el tramo de menor coste en el que entra el contrato en este último caso. En este conjunto de valores, frente al anterior, el decisor encuentra un incentivo en consumir más fueloil para reducir el precio del contrato.

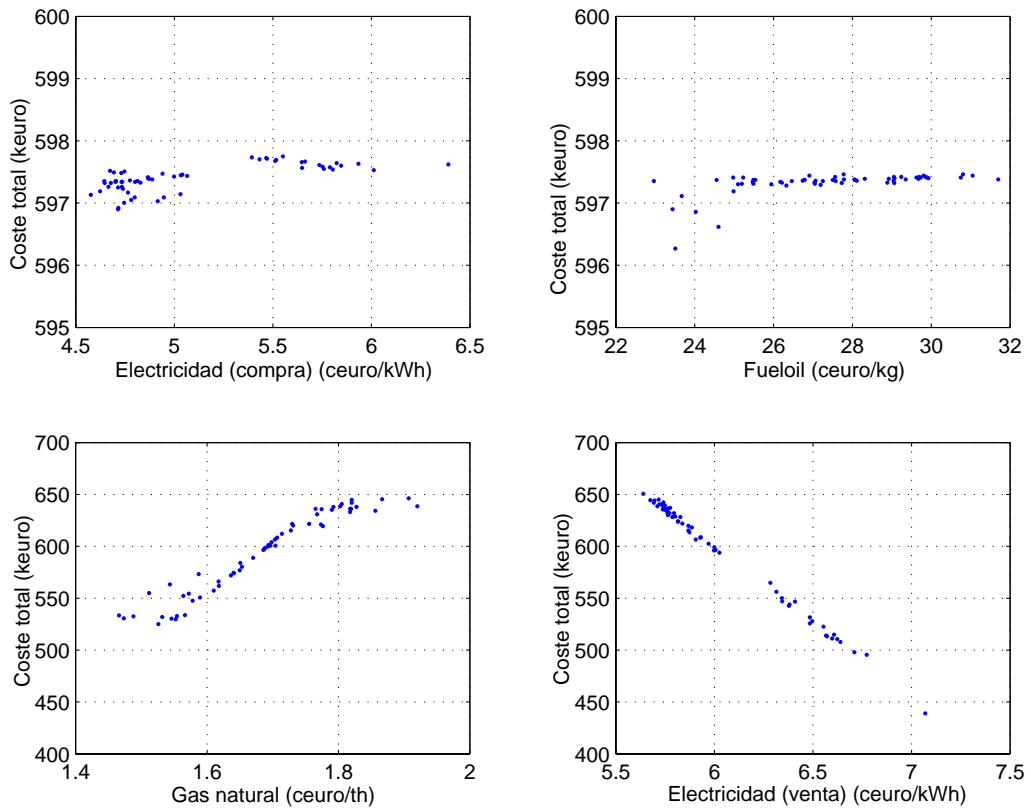


Figura 8.10: Sensibilidad del coste total ante variaciones de precios.

No sucede lo mismo en el caso de la electricidad comprada. El contrato escogido (E.7.2) es a precio de mercado con límites de precio máximo y mínimo, y no existe bonificación por consumir más. En esta figura (arriba a la izquierda) no se observa la influencia en la función objetivo de los precios máximo y mínimo del contrato, ya que el consumo de electricidad a estos precios se produce en un número de periodos reducido.

Frente a los precios de compra de fueloil y electricidad, los de venta de excedentes y compra de gas natural sí tienen una repercusión notable en la función objetivo. En estos casos tanto el coeficiente de correlación como la pendiente de la recta de

	Compra electricidad	Fueloil	Gas natural	Venta electricidad
Coeficiente correlación	0.71	0.55	0.96	0.99
Pendiente	0.326	0.051	330.42	-144.42
Ordenada en el origen	595.75	595.92	36.36	1466.01

Tabla 8.7: Parámetros de las regresiones lineales entre coste total y precios.

regresión son altos.

El contrato de venta de excedentes elegido (V.1.1) es a precio de mercado, por lo que la correlación lineal con el coste total es la más elevada. Este contrato es el que más riesgo representa para el consumidor, lo que se traduce en una gran dispersión de los valores de la función objetivo y la posibilidad de incurrir en costes altos con precios de venta de electricidad bajos. Un incremento de 0.5 c€/kWh en el precio de venta de excedentes de electricidad supone un ahorro de 72 k€ para el consumidor industrial.

Por su parte el contrato de compra de gas es a precio de mercado con límites de precio máximo y mínimo (0.2.2) y, por tanto, reduce el riesgo de precios altos y bajos. Esto se aprecia en la figura 8.10 (abajo a la izquierda). En ésta se distinguen tres tramos que corresponden a:

- Valores en torno a 640 k€, donde el precio máximo parametrizado en el contrato impide que la función objetivo crezca significativamente al aumentar los precios del gas por encima de 1.8 c€/th.
- Valores entre 540 y 630 k€, donde la función objetivo crece linealmente con el precio del gas. Por cada incremento de 0.1 c€/th del precio del gas el coste total aumenta 33 k€.
- Valores inferiores a 540 k€, donde el precio mínimo parametrizado en el contrato no permite obtener valores de la función objetivo inferiores al disminuir el precio del gas por debajo de 1.6 c€/th.

La existencia de estos tres tramos es la causa por la que el coeficiente de correlación es menor con precios de gas que con los de venta de excedentes.

## 8.5. Problema estocástico

En este apartado se muestra el funcionamiento del problema estocástico con 15 escenarios, 90 periodos y 1350 nodos del árbol, de acuerdo a los datos mencionados en este capítulo. Este problema trata conjuntamente todos los escenarios para obtener un compromiso entre el coste esperado del abastecimiento energético y el riesgo a asumir. La formulación del mismo se presenta en el capítulo 5.

En la primera parte de la sección se analizan los resultados obtenidos con el problema que emplea el *nivel de seguridad* como medida de riesgo (ecuaciones (5.4)). Este modelo minimiza el coste total esperado limitando el coste máximo de los escenarios a un nivel de seguridad, el cual realiza las funciones de parámetro de aversión al riesgo. El problema neutral al riesgo (ecuaciones (5.3)) se incluye en esta sección. Este modelo es un caso particular del de nivel de seguridad cuando el

parámetro de aversión al riesgo es superior al coste máximo de cualquier escenario determinado con el problema neutral al riesgo.

En una segunda parte se comentan los resultados obtenidos con el modelo *valor en riesgo* (VaR) (ecuaciones (5.5)). Este minimiza el percentil deseado de la función de probabilidad del coste total de abastecimiento. En esta formulación el coste total esperado se limita a un valor, el cual es empleado como parámetro de aversión al riesgo.

Para concluir la sección se realizan unas consideraciones sobre el tamaño y tiempo de resolución de los distintos modelos.

### 8.5.1. Nivel de seguridad

Este apartado comienza con unos comentarios acerca del procedimiento para hallar la frontera eficiente. A continuación se analizan los resultados obtenidos. Por último, éstos se comparan con los del problema determinista.

#### 8.5.1.1. Determinación de la frontera eficiente

Para determinar la frontera eficiente con este modelo de riesgo, en primer lugar se resuelve el problema neutral al riesgo. La solución obtenida corresponde a la de mayor riesgo de la curva, siendo el nivel de seguridad igual al coste máximo hallado.

En las siguientes iteraciones se establece el nivel de seguridad a un valor de una unidad menor que el coste del escenario máximo obtenido en la iteración anterior. El tomar esta diferencia tan pequeña entre coste máximo y nivel de seguridad permite no perder soluciones de la frontera eficiente. Los costes de los contratos de fueloil y compra de electricidad tienen poco peso en la función objetivo, de forma que variaciones pequeñas del nivel de seguridad pueden conducir a soluciones distintas de estos contratos. Esto no sucede con los contratos de gas natural y venta de electricidad cuyo coste es elevado.

Las soluciones obtenidas por este procedimiento son óptimas tanto en las variables de la primera etapa (contratos) como en las de la segunda etapa (operación de la instalación). Así, cada vez que se disminuye el nivel de seguridad se obtiene una nueva solución de contratos y operación.

En la práctica esto no sucede en todas las iteraciones ya que el error relativo de parada en la resolución de cada problema es del 0.5%, valor superior al decremento del nivel de seguridad. De esta forma, si en dos iteraciones consecutivas se obtiene la misma cartera de contratos, únicamente la última solución es considerada al ser la más próxima a la operación óptima de la instalación.

El procedimiento finaliza cuando el problema es infactible, lo que indica que no

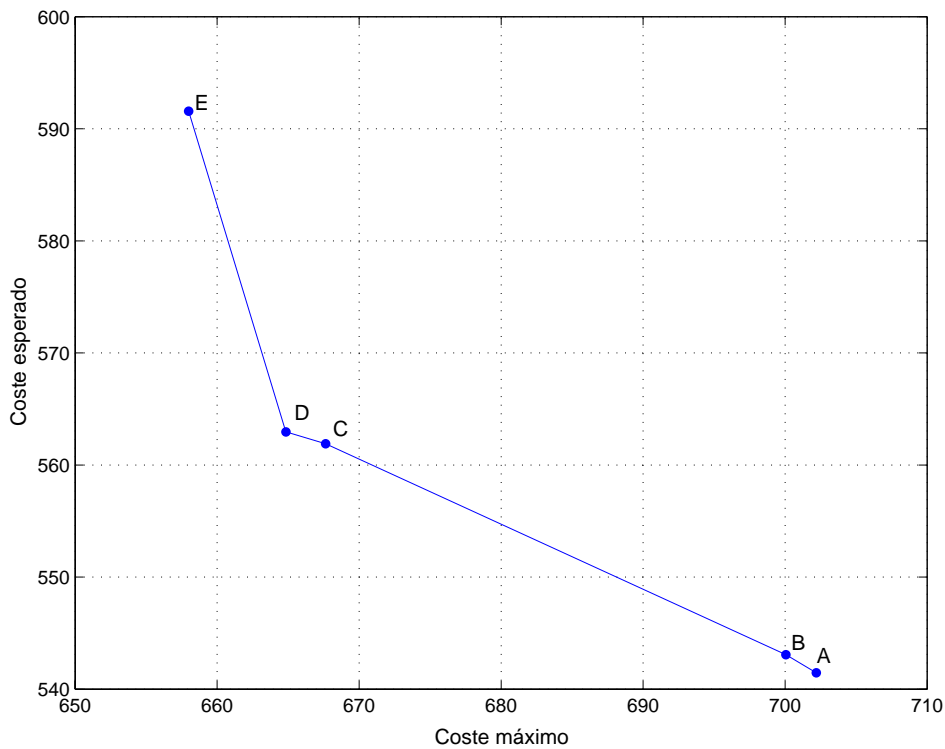


Figura 8.11: Frontera eficiente con nivel de seguridad como medida de riesgo [k€].

hay soluciones que mejoren alguno de los dos objetivos, coste esperado y riesgo, respecto a las carteras de contratos determinadas.

### 8.5.1.2. Análisis de resultados

Mediante el procedimiento comentado se obtienen 5 valores de la frontera eficiente. Cada una de estas soluciones, representada en la figura 8.11, corresponde a una cartera de contratos distinta. Esta función es discreta al serlo las variables de decisión de los contratos. No obstante, unir estas soluciones en una curva es útil para compararlas con otras carteras de contratos. Aquéllas que se sitúen por encima de la curva tienen un valor superior en coste esperado y/o riesgo que las obtenidas, mientras que por debajo no existen soluciones factibles.

El coste de los contratos de cada alternativa se muestra en la tabla 8.8, así como los valores de coste esperado, coste máximo y VaR con nivel de confianza 0.9 para estas soluciones.

La frontera eficiente hallada la componen 3 grupos de soluciones: 1) A y B, 2) C y D, y 3) E. Cada uno de estos conjuntos corresponde a distintas alternativas de contratos de compra de gas y venta de electricidad. El riesgo mayor con estos contratos se produce al escoger aquéllos a precio de mercado (0.1.1 y V.1.1), opciones A y B. En el lado opuesto, los de menor riesgo corresponden al contrato a precio de mercado con límites máximo y mínimo para el gas (0.2.2), y al contrato

Contrato	Alternativa				
	A	B	C	D	E
E.3.2	16.7		11.6		0.4
E.5.1		19.9			
E.7.2				21.9	
A.1.2	26.8	29.0	17.3	31.3	
O.1.1	872.6	868.0			
O.2.2			914.1	881.3	958.0
V.1.1	812.5	809.4	825.2	804.8	
V.2.2					827.3
Coste esperado	541.5	543.1	562.0	563.0	591.6
Coste máximo	702.2	700.1	667.6	664.8	658.0
VaR <sub>0.9</sub>	678.8	681.0	651.0	652.8	658.0

Tabla 8.8: Costes de las soluciones de la frontera eficiente empleando el nivel de seguridad como medida de riesgo [k€].

a precio por periodos (V.2.2) para la compra de electricidad, opción E.

La diferencia entre las soluciones extremas son significativas. La opción A reduce el coste esperado respecto a la E en un 9.25 %, aunque aumenta el coste máximo en un 6.29 %. El consumidor debe elegir entre las alternativas en función del compromiso entre riesgo y coste esperado.

Las soluciones A-B por una lado, y C-D por otro, varían únicamente en el contrato de compra de electricidad. Las opciones A y C escogen un contrato a precio fijo por volumen de consumo (E.3.2). Respecto a las anteriores, las alternativas B y D eligen los contratos a precio de mercado (E.5.1) y a precio de mercado con límites de precio máximo y mínimo (E.7.2), respectivamente.

Para la adquisición de fueloil, el óptimo en las opciones A a D corresponde al contrato a precio de mercado con bonificación/penalización por volumen de consumo (A.1.2). Por su parte, en la opción E, de menor riesgo, no se elige ningún contrato de fuel. Firmar un contrato de este tipo no varía sustancialmente el coste esperado y el riesgo según se ha comentado en el análisis del modelo determinista.

Las funciones de distribución del coste total de las cinco alternativas se representan en la figura 8.12. En esta se distinguen los tres grupos de soluciones, los cuales tienen una mayor dispersión para riesgo mayor y coste esperado menor. La diferencia de precio de las distintas opciones es mayor en los escenarios de coste bajo que en los de coste alto. Este modelo no considera los costes bajos en la medida de riesgo, aunque sí los tiene presentes al minimizar el coste total esperado. Lo normal es que un consumidor contemple el riesgo como el potencial de costes altos, no bajos.

Tanto en esta figura como en la tabla 8.8 se aprecia que la diferencia entre coste

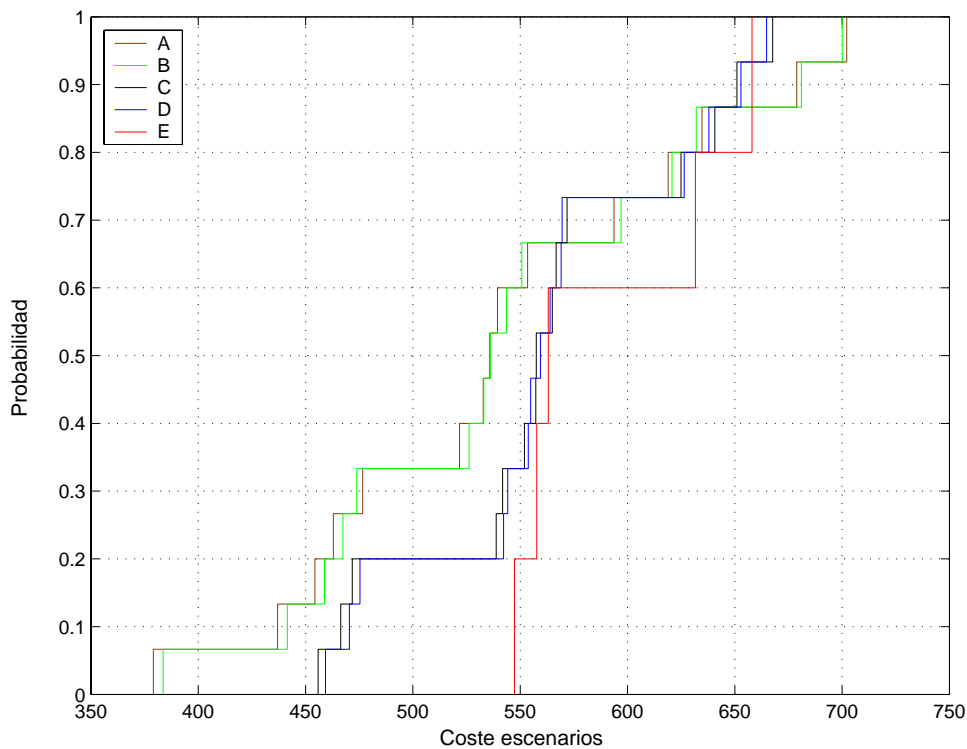


Figura 8.12: Funciones de distribución con nivel de seguridad como medida de riesgo [k€].

máximo y VaR para un nivel de confianza 0.9 es menor para soluciones con mayor coste esperado y menor riesgo. Esto es lógico, puesto que en cada disminución del límite de riesgo se logra una reducción la varianza de la distribución resultante. En concreto, en la alternativa E el coste es constante cada tres escenarios, escalones que coinciden con los diferentes precios de gas natural. En las otras soluciones, de mayor riesgo, el coste es distinto para cada escenario.

Finalmente, cabe reseñar que los únicos contratos escogidos a precio fijo de las 5 alternativas son los de compraventa de electricidad. Esto implica que para el resto de bienes los contratos a precio fijo no son *eficientes*. La dispersión de la función de probabilidad del coste total con estos contratos es nula y, por tanto, tienen un coste esperado igual al máximo. Sin embargo, los costes esperado y máximo que se obtendrían considerando únicamente los contratos a precio fijo son superiores a los de la alternativa E, por lo que la prima que se paga al comercializador por no asumir riesgo es demasiado elevada.

Estos resultados hay que analizarlos con prudencia ya que, aunque los contratos han sido parametrizados de forma realista, no han sido proporcionados por comercializadores. No obstante, muestran la utilidad de este modelo para analizar la conveniencia de formalizar unos u otros contratos.

### 8.5.1.3. Comparación con el problema determinista

El modelo determinista proporciona al decisor el *coste esperado con información perfecta*, esto es, el coste mínimo al tomar las decisiones de contratación sin incertidumbre. Para varios escenarios, este valor corresponde a la mejor opción de cada uno de ellos.

De manera análoga, mediante el modelo estocástico se obtiene para cada posible realización de precios el *coste esperado sin información perfecta*. Este es el coste mínimo de cada escenario para las decisiones tomadas con anterioridad a desvelar la incertidumbre.

La diferencia de estos valores se denomina *valor esperado de la información perfecta* (VEIP), y representa una medida de cuánto más caro resulta el abastecimiento energético al tomar las decisiones con futuro incierto.

En la tabla 8.9 se presenta el VEIP para los 15 escenarios analizados con los modelos determinista y neutral al riesgo. Este último es la versión estocástica del modelo determinista y corresponde a la alternativa A de la frontera eficiente.

Los resultados del cálculo del VEIP muestran 4 grupos de valores correspondientes a los escenarios {1}, {2,3}, {4,7,10,13} y {5,6,8,9,11,12,14,15}. Cada uno de estos grupos escoge los mismos contratos de compra de gas y venta de excedentes en el problema determinista. En los escenarios con VEIP nulo los contratos elegidos de compra de gas y venta de excedentes con el modelo determinista y estocástico son los mismos. La diferencia más significativa se produce en los tres primeros escenarios. Los resultados indican que si alguno de éstos se produce (20 % de probabilidad), el tomar las decisiones de contratación bajo incertidumbre es al menos 28.2 k€ más caro que tomarlas conociendo los precios futuros.

Comparando las soluciones de la frontera eficiente con las del modelo determinista se observa que la solución D de la frontera eficiente corresponde a la elegida mediante el análisis de decisión determinista (sección 8.4.2). Sin embargo la opción C, con los mismos contratos de compra de gas y venta de electricidad que la D, no se ha obtenido como posible solución en los casos deterministas. Al igual que ocurre con la opción C, la D podría no haber resultado como una de las soluciones del caso determinista.

El obtener un número reducido de combinaciones óptimas de contratos de gas y venta de excedentes facilita determinar una solución parecida o igual con los modelos determinista y estocástico. Si los costes de los contratos de los cuatro bienes son del mismo orden de magnitud, resulta muy complicado hallar una solución de la frontera eficiente con el modelo determinista. Además, no es posible determinar si una solución del modelo determinista es eficiente sin antes resolver el modelo estocástico y comprobar si coinciden las carteras de contratos halladas.



Escenario	Estocástico	Determinista	VEIP
1	702.2	658.0	44.2
2	678.8	650.6	28.2
3	593.7	565.0	28.8
4	634.7	625.7	9.1
5	618.9	618.9	0.0
6	532.8	532.8	0.0
7	553.5	545.1	8.4
8	539.5	539.4	0.0
9	454.3	454.3	0.0
10	535.9	527.3	8.6
11	521.8	521.7	0.0
12	437.0	437.0	0.0
13	476.7	467.7	9.0
14	463.0	462.9	0.0
15	379.1	379.1	0.0

Tabla 8.9: Valor esperado de la información perfecta [k€].

## 8.5.2. Valor en riesgo

En una primera parte de esta sección se comenta el procedimiento para hallar la frontera eficiente. Posteriormente se analizan los resultados y se comparan con los del modelo de nivel de seguridad.

El nivel confianza es un parámetro configurable en función de la aversión al riesgo del consumidor. Para el caso ejemplo de este apartado se establece a 0.9, que corresponde al escenario décimo cuarto de mayor coste.

### 8.5.2.1. Determinación de la frontera eficiente

Obtener la frontera eficiente con el modelo VaR es más complejo que hacerlo utilizando el nivel de seguridad como medida de riesgo.

El modelo tratado en este apartado determina y hace mínimo el escenario que corresponde al VaR para el nivel de confianza deseado. Para este escenario las soluciones de las variables de la primera y de la segunda etapa son óptimas.

Para el resto de escenarios no ocurre lo mismo. Una vez hallado el VaR, el modelo no tiene en cuenta el coste de los otros escenarios al no estar penalizados en la función objetivo. Únicamente considera sus posiciones relativas respecto al VaR. Por tanto, la solución de las variables de la primera etapa son óptimas e iguales para todos los escenarios aunque en ningún escenario, a excepción del VaR, las variables de la

segunda etapa son óptimas.

En el modelo de nivel de seguridad, cada vez que se reduce el parámetro de aversión al riesgo las soluciones de la primera etapa cambian, ya que las variables de la segunda etapa tienen un valor óptimo. Esto no es así en el modelo VaR. Al reducir el coste esperado (parámetro de aversión al riesgo) únicamente cambian las variables de la primera etapa si el coste esperado no puede disminuir sin cambiar las decisiones de contratación. Así, con cada reducción del coste esperado sin cambio de los contratos se obtiene una operación de la instalación más cercana a la óptima.

Para hallar la frontera eficiente es necesario obtener soluciones óptimas tanto de la medida de riesgo como del coste esperado, algo que no es posible únicamente con el modelo VaR. Para solventar este problema se propone hallar cada valor de la frontera eficiente en dos fases. En una primera se resuelve el modelo VaR, el cual obtiene la contratación y operación óptima para el escenario que corresponde al nivel de confianza especificado. En una segunda fase se resuelve el modelo neutral al riesgo fijando los contratos determinados en la primera fase. Este segundo problema obtiene el mismo VaR que el primero además de las soluciones óptimas de la operación de la instalación en los escenarios distintos al del VaR.

En definitiva, en la primera fase se determinan las variables de la primera etapa del problema estocástico (decisiones de los contratos), mientras que en una segunda fase se hallan las variables de la segunda etapa (decisiones de operación de la caldera y la cogeneración).

El coste esperado obtenido con el modelo neutral al riesgo es el umbral del parámetro de aversión al riesgo del modelo VaR por debajo del cual las decisiones de contratación cambian. Así, cada vez que se ejecutan estas dos fases se obtiene un punto de la frontera eficiente.

Véase como ejemplo las funciones de distribución de la figura 8.13. En azul se representa la solución del problema VaR con límite de coste esperado de 646 k€. Fijando los contratos de esta solución y resolviendo el modelo neutral al riesgo se obtiene un coste esperado de 564 k€ (curva en verde). En ambos casos el VaR y los contratos son los mismos aunque no lo es la operación de la instalación. Aunque la varianza de la distribución resultante con el modelo neutral riesgo es mayor, el coste máximo y el esperado son menores con este modelo.

Esta figura pone de manifiesto que la operación de la caldera y la cogeneración son fundamentales para realizar una gestión del riesgo adecuada. Mientras que con los contratos se realiza una cobertura del riesgo frente a la incertidumbre de precios, mediante la operación de la instalación se gestiona el riesgo del volumen de energía eléctrica y combustibles contratado.

El procedimiento propuesto para determinar la frontera eficiente se sintetiza a continuación. Para ello se emplea la siguiente nomenclatura:

- Modelo 1: Minimización del VaR sin límite de coste esperado.

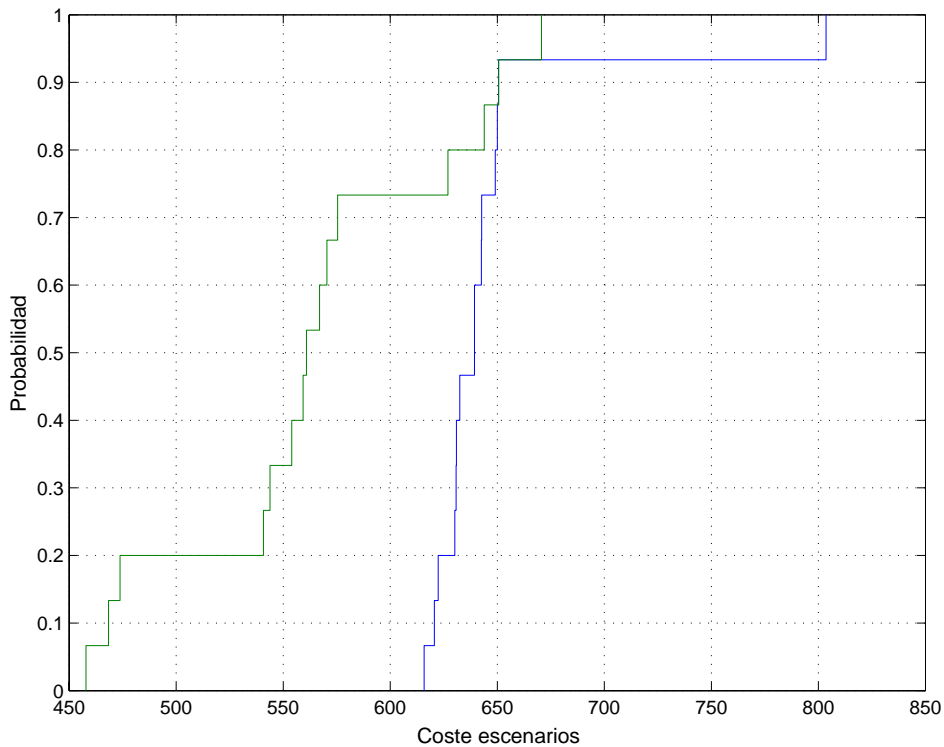


Figura 8.13: Funciones de distribución para la determinación de la frontera eficiente con VaR como medida de riesgo [k€].

- Modelo 2: Minimización del coste esperado, modelo neutral al riesgo.
- Modelo 3: Minimización del VaR sujeto a un límite de coste esperado.

Estos modelos únicamente cambian en la función objetivo y/o en las restricciones asociadas al riesgo. Con esta notación, los pasos del procedimiento son:

1. Determinación del primer valor de la frontera eficiente:
  - a) Resolver el modelo 1.
  - b) Resolver el modelo 2 fijando los contratos obtenidos en 1.a).
2. Determinación del resto de valores de la frontera eficiente. Mientras sea factible el problema:
  - a) Resolver el modelo 3 fijando el coste esperado a un valor inferior al obtenido en el último problema determinado con el modelo 2.
  - b) Resolver el modelo 2 fijando los contratos obtenidos en 2.a).

El decremento en el parámetro de aversión al riesgo se establece en una unidad de coste al igual que en el caso del modelo de nivel de seguridad.

Contrato	Alternativa			
	1	2	3	4
E.3.2	16.7	17.4	11.6	12.5
A.1.2	26.8		17.3	
A.2.2		30.0		21.5
O.1.1	872.6	867.9		
O.2.2			914.1	910.8
V.1.1	812.5	809.4	825.2	823.8
Coste esperado	541.5	542.8	562.0	564.3
VaR <sub>0.9</sub>	678.8	674.1	651.0	650.6
Coste máximo	702.2	702.3	667.6	670.7

Tabla 8.10: Costes de las soluciones de la frontera eficiente empleando el VaR como medida de riesgo [k€].

Este método obtiene la frontera eficiente comenzando por la solución de riesgo menor y finalizando por la de mayor riesgo. Nótese que al emplear el modelo de nivel de seguridad el procedimiento es inverso, ya que la primera solución que se obtiene corresponde a la del modelo neutral al riesgo.

### 8.5.2.2. Análisis de resultados

La frontera eficiente determinada tiene 4 soluciones de carteras de contratos. En la tabla 8.10 se muestran los costes de los contratos seleccionados así como el coste esperado, VaR y coste máximo de cada alternativa.

En la figura 8.14 se representan las fronteras eficientes calculadas con los modelos VaR y nivel de seguridad. En rojo/azul se muestra la frontera eficiente del modelo VaR/nivel de seguridad y los costes máximos/VaR para cada solución.

En todas las alternativas halladas con ambos modelos, el VaR y el coste máximo corresponden a los escenarios del bloque 1, esto es, los formados por los precios más altos de gas natural.

Con el modelo VaR aparecen 2 de las 3 combinaciones de contratos de gas y venta de electricidad determinadas con el modelo nivel de seguridad. Estas combinaciones dan lugar a las soluciones 1 y 2 por un lado, y 3 y 4 por otro.

Las alternativas 1 y 3 son, respectivamente, las mismas que las A y C del modelo de nivel de seguridad, lo que indica que en estos casos el VaR es óptimo cuando también lo es el coste máximo.

Las otras dos opciones, 2 y 4, seleccionan contratos distintos de compra de fueloil y electricidad que las soluciones B y D. El modelo VaR escoge un contrato de compra

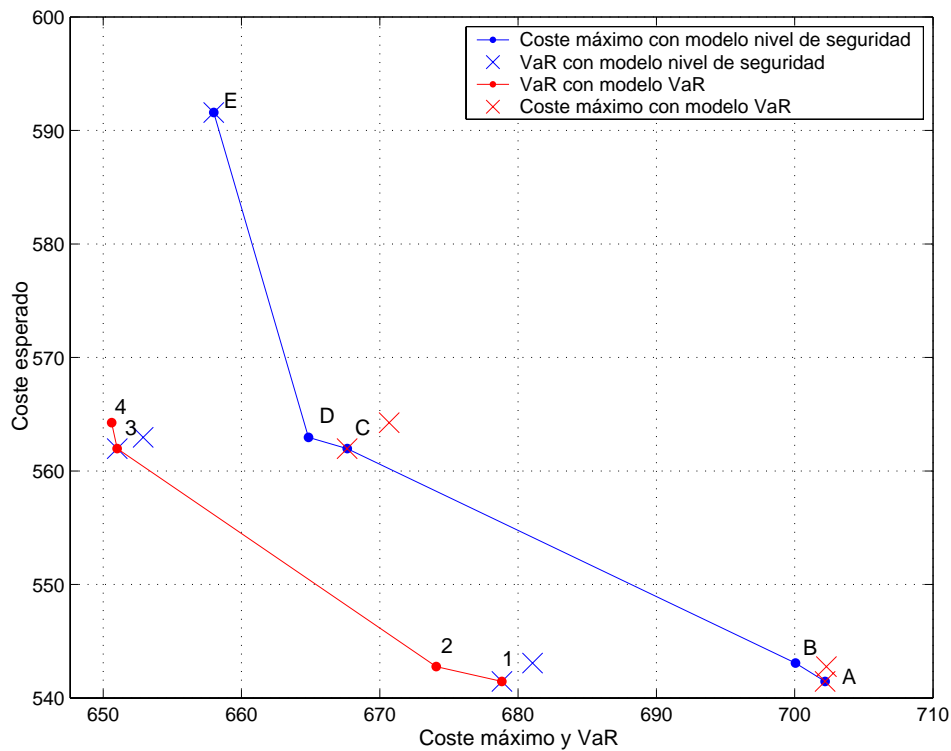


Figura 8.14: Fronteras eficientes con nivel de seguridad y VaR como medidas de riesgo [k€].

de electricidad a precio fijo por volumen de consumo (E.3.2), en lugar de contratos indexados al precio del mercado (alternativas B y D). Para la compra de fueloil, el modelo VaR elige un contrato a precio de mercado con límites de precio máximo y mínimo (A.2.2), el cual no aparece entre las soluciones del modelo de nivel de seguridad.

A pesar de elegir contratos distintos, cada pareja de opciones, 2-B y 4-D, son similares al tener poco peso en la función objetivo los contratos de adquisición de fueloil y electricidad. Por tanto, las soluciones 2 y 4 no son eficientes tomando como medida de riesgo el coste máximo, aunque sus valores son próximos a la frontera eficiente del modelo de nivel de seguridad. El mismo razonamiento es aplicable para las alternativas B y D.

La diferencia más significativa en los resultados entre los modelos VaR y nivel de seguridad es la opción E de esta última formulación. Para el modelo VaR no son eficientes los contratos de compra de gas y venta de electricidad de la alternativa E al tener un valor de coste esperado y VaR superior a la solución 4 de la frontera eficiente.

Para comprobar valores de la distribución de costes por debajo del VaR al 90%, en la figura 8.12 se muestran las funciones de distribución de las soluciones 1 y 3, A y C respectivamente en el modelo de nivel de seguridad. Las soluciones 2 y 4 son similares a la 1 y 3 según lo comentado, por lo que se omite su representación.

### 8.5.3. Consideraciones sobre el tiempo de resolución

Una característica del método branch & bound a la hora de resolver problemas de programación lineal entera mixta es el elevado tiempo que puede emplear en hallar soluciones con errores pequeños. Este tiempo depende del número de escenarios del árbol (para unos periodos dados) y del valor asignado a los parámetros del modelo.

Para unos parámetros que den lugar a valores próximos de la función objetivo con diferentes soluciones de las variables, el árbol a recorrer es elevado. Por contra, si los parámetros toman unos valores tales que al explorar el árbol se obtienen soluciones de la función objetivo muy diferentes en coste, el algoritmo poda ramas con más frecuencia y, en consecuencia, recorre un árbol de menor tamaño.

Los casos ejecutados muestran que este factor es la causa de la poca robustez en el tiempo de resolución de los problemas para un número de escenarios dado. Este inconveniente no depende de la naturaleza del problema, sino del método de resolución.

A continuación se ofrecen unos tiempos de ejecución orientativos<sup>3</sup>. Comenzando con el modelo neutral al riesgo, éste tiene el siguiente tamaño: 88.035 restricciones, 129.879 variables, de las cuales 16.043 son binarias, y 492.818 coeficientes de la matriz de restricciones distintos de cero. El tamaño de los otros modelos es muy parecido ya que el número de restricciones asociadas al riesgo es reducido frente al resto del problema.

En la figura 8.15 se muestra el tiempo que emplea el modelo neutral al riesgo en resolver problemas de 5 a 30 escenarios. Son tiempo orientativos debido a que, por ejemplo, con otros parámetros del modelo el algoritmo emplea 4h en vez de 21h en resolver el problema de 30 escenarios.

Al introducir las restricciones de nivel de seguridad en el modelo anterior el tiempo aumenta. El número de éstas es reducido, aunque son restricciones que ligan todos los escenarios. Un valor medio de tiempo de resolución de este problema con 15 escenarios es de 6h.

El modelo VaR es el más complicado de resolver, empleando el algoritmo unas 22h en obtener la solución para 15 escenarios. Al igual que el problema de nivel de seguridad, las restricciones de riesgo ligan todos los escenarios. Sin embargo la principal causa del tiempo que emplea son las variables binarias para determinar el escenario que corresponde al VaR.

Para modelar el VaR solamente se utiliza una variable binaria por escenario. No obstante, éstas acoplan todos los escenarios. Además, para hallar el escenario que corresponde al VaR, el algoritmo tiene que determinar las opciones de contratación para cada valor de este conjunto de variables binarias, por lo que tarda mucho más

---

<sup>3</sup>Estos tiempos se han obtenido resolviendo los problemas en un ordenador con microprocesador Pentium IV a 3 GHz.

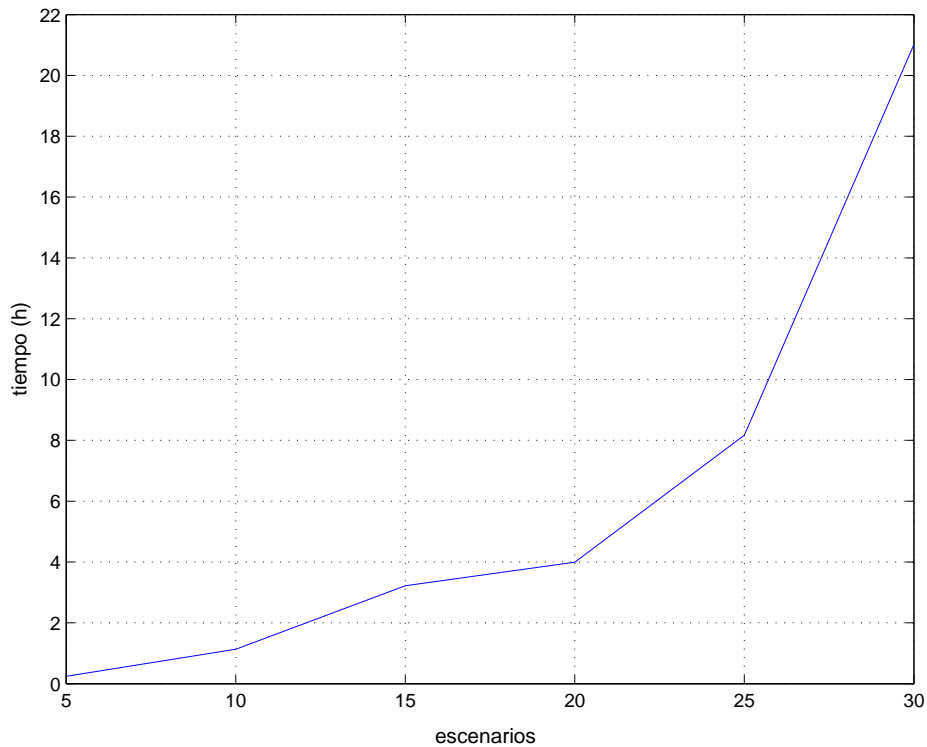


Figura 8.15: Tiempo-número de escenarios para modelo neutral al riesgo.

tiempo en obtener la solución que en el caso de los otros modelos.

Una alternativa al modelado del VaR planteado pasa por utilizar métodos heurísticos para determinar qué variables binarias asociadas al VaR fijar, según lo comentado en el apartado 4.5.1.6.2. Sin embargo, esta no es una buena solución en la práctica ya que, a pesar de eliminar estas variables, el problema lineal entero mixto es de gran tamaño.

Junto con las restricciones relacionadas con el riesgo, las de régimen especial y las de contratos a tramos que ligan varios periodos son las que más influyen en el tiempo de resolución del problema. Estas últimas además contienen un número elevado de variables binarias necesarias para determinar los tramos de precios y consumos.

Finalmente, una solución para disminuir el tiempo de ejecución del algoritmo sin reducir el tamaño del problema pasa por descomponer el modelo completo en varios equivalentes de menor tamaño. En esta línea, Sen [Sen] y Cerisola [Cer04] recogen el estado del arte de los métodos de descomposición de problemas de programación estocástica entera mixta bietapa en función de la estructura de la matriz de restricciones.

## 8.6. Conclusiones

Los resultados de los casos ejecutados muestran la utilidad de los modelos determinista y estocástico desarrollados en esta tesis para el apoyo en la decisión de consumidores industriales acerca de su contratación.

Realizar una gestión energética a medio plazo implica considerar un gran número de cambios en el valor de los parámetros aleatorios de los modelos. Al objeto de reducir el número de periodos del problema se emplean días tipo, los cuales representan conjuntos de días naturales. De esta forma se consigue disminuir el tamaño del problema (de 8760 a 90 periodos en el ejemplo expuesto) sin perder las principales características de las distribuciones de valores de los parámetros.

A pesar del número de periodos considerado los modelos resultantes son de gran tamaño. Sin embargo, para el caso determinista el tiempo de resolución del algoritmo es muy rápido, lo que permite realizar análisis con un número elevado de escenarios.

Los resultados obtenidos con varios escenarios muestran la factibilidad de tomar decisiones bajo incertidumbre con el modelo determinista. En concreto, en el caso de la fábrica analizada, los contratos de compra de fuel y electricidad tienen un valor mucho menor que el del resto de contratos, lo que permite dividir el problema en dos etapas. En la primera se eligen los contratos más caros, compra de gas y venta de energía eléctrica, y en la segunda se determinan los contratos de los otros bienes.

Este procedimiento permite simplificar el problema y obtener buenas soluciones bajo incertidumbre. No obstante, este método no asegura la obtención de soluciones de la frontera eficiente. Además, en el caso de instalaciones que formalicen contratos comparables en coste de los cuatro bienes contemplados, no es posible separar el análisis en dos etapas y, por tanto, es difícil obtener soluciones cercanas a las de la frontera eficiente.

Por otra parte, los modelos estocásticos con aversión al riesgo obtienen directamente la frontera eficiente, de manera que el consumidor puede centrarse en un número limitado de soluciones para tomar una decisión. Con esta curva el decisor puede evaluar si los contratos de bajo riesgo son eficientes. En el caso de que éstos no tengan valores próximos a los de la frontera eficiente, significaría que la prima económica que paga el consumidor al comercializador por asumir un riesgo escaso es muy alta. Este es un factor relevante ya que, por ejemplo, se pudiera pensar que al ser la varianza de un contrato a precio fijo nula también debiera serlo la medida de riesgo. Esto no es cierto puesto que, aunque la incertidumbre es nula, tanto el coste esperado como el riesgo (medido como nivel de seguridad o VaR), pueden ser altos.

Desde el punto de vista de los resultados, emplear como medida de riesgo VaR o nivel de seguridad depende de la percepción del riesgo del consumidor. El modelo VaR es más flexible al ser equivalente al modelo de nivel de seguridad para un nivel de confianza 1. A pesar de ello, si se considera un número limitado de escenarios se reduce esta flexibilidad al tener que utilizar incrementos del nivel de confianza



elevados para cambiar el escenario a minimizar.

Desde la perspectiva del planteamiento de los problemas, el modelo VaR presenta el inconveniente de emplear variables binarias para determinar el escenario que corresponde al VaR. Como consecuencia, el tiempo de resolución es mucho más elevado que el empleado al resolver el modelo nivel de seguridad.

Además, mientras que con el modelo de nivel de seguridad se obtiene un punto de la frontera eficiente para cada variación del parámetro de aversión al riesgo, con el modelo VaR no ocurre lo mismo. Este obtiene soluciones óptimas de los contratos aunque no de la operación de la instalación en escenarios que no correspondan al del VaR. Esto sucede en los modelos bietapa donde en la función objetivo no están penalizadas todas las variables de las dos etapas. Con otras medidas de riesgo, como CVaR o coste de referencia (sección 4.6), se tendría el mismo inconveniente. Por contra, en los modelos financieros analizados en el capítulo 4 este inconveniente no se presenta al tener variables de una sola etapa.

Para solventar esta dificultad se propone un procedimiento para determinar fronteras eficientes con el modelo VaR, procedimiento general aplicable a otros problemas bietapa. Este consiste, en una primera fase, en resolver el modelo VaR y obtener los contratos óptimos. En una segunda fase, estos contratos se fijan en el modelo neutral al riesgo para determinar la operación óptima de los escenarios que no sean el del VaR. La diferencia entre los resultados de estas dos etapas, debida a la operación de la cogeneración y la caldera, muestra la importancia de realizar una gestión óptima de la instalación para limitar el riesgo de volumen.

## 8.7. Anexo I: Parámetros del modelo

Este anexo recoge los parámetros empleados en las aplicaciones numéricas del capítulo para la cogeneración, caldera y balance de energía (tabla 8.11), contratos de adquisición de energía eléctrica (tablas 8.12 y 8.13), fueloil (tabla 8.14), gas natural (tabla 8.15) y venta de energía eléctrica (tabla 8.16).

Para una descripción de cada parámetro se remite al lector al anexo IV del capítulo 3.

COGENERACION			
Operación	Costes de mantenimiento	Régimen especial	Límites de operación
$A_o$ [km <sup>3</sup> (N)/h] 0.070	$C_o$ [k€] 88.649	$R_e$ 0.55	$\bar{e}_{oe}$ [MWh/h] 2.760
$B_o$ [km <sup>3</sup> (N)/MWh] 0.226	$D_o$ [k€/MWh] 0.015	$Q_o$ 0.70	$\bar{g}_o$ [km <sup>3</sup> (N)/h] 0.696
$E_o$ [km <sup>3</sup> (N)/h] -0.152		$I_o$ [MWh/km <sup>3</sup> (N)] 9.886	$\underline{g}_o$ [km <sup>3</sup> (N)/h] 0.348
$F_o$ [km <sup>3</sup> (N)/MWh] 0.521			Otros
$G_o$ [km <sup>3</sup> (N)/h] 0.124			$J_o$ [th/km <sup>3</sup> (N)] 10000
$H_o$ [km <sup>3</sup> (N)/MWh] 0.644			$R_c$ 0.930

CALDERA			BALANCE ENERGIA
Operación	Costes de mantenimiento	Límites de operación	Energía de red eléctrica
$A_a$ [t/h] 0.0002	$C_a$ [k€] 49.884	$\bar{f}_a$ [t/h] 0.219	$\bar{e}_r$ [MWh/h] 1.076
$B_a$ [t/MWh] 0.101	$D_a$ [k€/t] 0.003	$\underline{f}_a$ [t/h] 0.066	

Tabla 8.11: Parámetros de la cogeneración, la caldera y el balance de energía.

## Contratos tipo 1

$n$	$P_{ea_1,n}$ [k€]	$P_{e_1,n}$ [c€/kWh]
1	0	4.868

## Contratos tipo 2

$n$	$P_{ea_2,n}$ [k€]	$P_{e_2,n,1}$ [c€/kWh]	$P_{e_2,n,2}$ [c€/kWh]	$P_{e_2,n,3}$ [c€/kWh]
1	0	5.967	5.586	4.129
2	0	6.010	5.409	4.267

## Contratos tipo 3

$n$	$P_{ea_3,n}$ [k€]	$Q_{e_3,n}$ [MWh]	$P_{e_3,n}$ [c€/kWh]
1	0	400	4.844
2	0	800	4.050

$n$	$\Delta Q_{e_3,n,1}$	$\Delta Q_{e_3,n,2}$	$\Delta Q_{e_3,n,3}$	$\Delta Q_{e_3,n,4}$	$\Delta Q_{e_3,n,5}$
1	-0.500	-0.250	0.250	1.250	0
2	-0.375	-0.125	0.125	0.250	0

$n$	$\Delta P_{e_3,n,1}$	$\Delta P_{e_3,n,2}$	$\Delta P_{e_3,n,3}$	$\Delta P_{e_3,n,4}$	$\Delta P_{e_3,n,5}$
1	0.100	0.050	0	-0.050	-0.100
2	0.100	0.050	0	0	-0.250

## Contratos tipo 4

$n$	$P_{ea_4,n}$ [k€]	$P_{e_4,n}$ [c€/kWh]
1	0	4.808
2	0	5.109

$n$	$S_{e_4,n,1}$	$S_{e_4,n,2}$	$S_{e_4,n,3}$	$S_{e_4,n,4}$	$S_{e_4,n,5}$	$S_{e_4,n,6}$
1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	0.6
2	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6

$n$	$S_{e_4,n,7}$	$S_{e_4,n,8}$	$S_{e_4,n,9}$	$S_{e_4,n,10}$	$S_{e_4,n,11}$	$S_{e_4,n,12}$
1	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
2	0.9	0.8	0.7	1.2	1.0	1.0

## Contratos tipo 5

$n$	$P_{ea_5,n}$ [k€]
1	4.538

Tabla 8.12: Parámetros de contratos de adquisición de energía eléctrica de tipos 1 a 5.

Contratos tipo 6

$n$	$P_{ea6,n}$ [k€]	$S_{e6,n}$	$P_{e6,n}$ [c€/kWh]
1	0	0.400	5.788
2	0	0.700	5.427

Contratos tipo 7

$n$	$P_{ea7,n}$ [k€]	$S_{e7,n}$ [k€]	$P_{ec7,n}$ [c€/kWh]	$P_{ef7,n}$ [c€/kWh]
1	0	7.046	10.000	3.005
2	0	4.538	6.510	2.100

Tabla 8.13: Parámetros de contratos de adquisición de energía eléctrica de tipos 6 y 7.

Contratos tipo 1

$n$	$Q_{a1,n}$ [t]
1	0
2	75

$n$	$\Delta Q_{a1,n,1}$	$\Delta Q_{a1,n,2}$	$\Delta Q_{a1,n,3}$	$\Delta Q_{a1,n,4}$	$\Delta Q_{a1,n,5}$
1	0	0	0	0	0
2	-0.670	-0.330	1.000	1.670	0

$n$	$\Delta P_{f1,n,1}$	$\Delta P_{f1,n,2}$	$\Delta P_{f1,n,3}$	$\Delta P_{f1,n,4}$	$\Delta P_{f1,n,5}$
1	0	0	0	0	0
2	0.500	0.030	0	0	-0.030

Contratos tipo 2

$n$	$S_{a2,n}$ [k€]	$P_{fc2,n}$ [c€/kg]	$P_{ff2,n}$ [c€/kg]
1	0	30.000	30.000
2	2.000	28.000	25.500

Tabla 8.14: Parámetros de contratos de adquisición de fueloil.

Contratos tipo 1					
$n$	$P_{g_{o1,n}}$ [k€]	$Q_{o1,n}$ [km <sup>3</sup> (N)]			
1	75.626	0			
2	75.626	5250			
$n$	$\Delta Q_{o1,n,1}$	$\Delta Q_{o1,n,2}$	$\Delta Q_{o1,n,3}$	$\Delta Q_{o1,n,4}$	$\Delta Q_{o1,n,5}$
1	0	0	0	0	0
2	-0.143	-0.048	0.048	0.143	0
$n$	$\Delta P_{g1,n,1}$	$\Delta P_{g1,n,2}$	$\Delta P_{g1,n,3}$	$\Delta P_{g1,n,4}$	$\Delta P_{g1,n,5}$
1	0	0	0	0	0
2	0.500	0	0	-0.030	-0.080

Contratos tipo 2				
$n$	$P_{g_{o2,n}}$ [k€]	$S_{o2,n}$ [k€]	$P_{g_{c2,n}}$ [c€/th]	$P_{g_{f2,n}}$ [c€/th]
1	75.626	5.000	1.750	1.750
2	75.626	6.000	1.800	1.500

Tabla 8.15: Parámetros de contratos de adquisición de gas natural.

Contratos tipo 2			
$n$	$V_{e2,n,1}$ [c€/kWh]	$V_{e2,n,2}$ [c€/kWh]	$V_{e2,n,3}$ [c€/kWh]
1	8.009	6.908	4.207
2	5.950	5.950	5.950

Tabla 8.16: Parámetros de contratos de venta de energía eléctrica.

# Bibliografía

- [BKMR98] A. Brooke, D. Kendrick, A. Meeraus, and Ramesh Raman. *GAMS. A User's Guide*. GAMS Development Corporation, 1217 Potomac Street, N.W. Washington, DC 20007, USA, 1998.
- [Cer04] S. Cerisola. *Descomposición de Benders para problemas mixtos enteros. Aplicación a un problema de coordinación hidrotérmica de medio plazo*. PhD thesis, Universidad Pontificia Comillas de Madrid. Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ICAI), Abril 2004.
- [Cha99] D. Chattopadhyay. Application of general algebraic modeling system to power system optimization. *IEEE Transactions on Power Systems*, 14(1):15–22, February 1999.
- [cpl03] Cplex 9.0, December 2003. <http://www.gams.com/solvers>.
- [HL91] F. S. Hillier and G. J. Lieberman. *Introducción a la investigación de operaciones*. McGraw-Hill, 1991. Quinta edición.
- [Sen] A. Sen. Algorithms for stochastic mixed-integer programming models. Technical report, University of Arizona. <http://www.sie.arizona.edu/MORE/papers/SIPHbook.pdf>.



Parte V

Conclusiones





# Capítulo 9

## Conclusiones

En este último capítulo se recoge de forma resumida el trabajo presentado en esta tesis.

Para ello, en la sección 9.1 se realiza un recorrido por los temas abordados en el documento, destacando las conclusiones más significativas. Las contribuciones originales de esta tesis se enumeran en la sección 9.2. Finalmente, en la sección 9.3 se proponen futuras investigaciones derivadas de este trabajo.

### 9.1. Resumen y conclusiones

La apertura de los mercados energéticos ha supuesto un cambio en la forma en la que los agentes gestionan sus recursos. La incertidumbre de precios y la competencia han requerido el desarrollo de nuevos modelos de optimización que se adapten a las necesidades actuales de los participantes en los mercados.

En este sentido, en los últimos años se ha generado una intensa actividad investigadora en el sector eléctrico. Concretamente, se han realizado diversas propuestas orientadas a la gestión conjunta de la operación de instalaciones y contratación para empresas de generación. Sin embargo, los avances en este campo para consumidores industriales han sido escasos. Aunque algunos conceptos empleados en los trabajos para empresas generadoras son aplicables a los consumidores industriales, existen diferencias sustanciales entre ambos agentes. Algunas de éstas son:

- Los generadores se ven influenciados en su gestión por otros generadores de la competencia, lo cual no le ocurre a los consumidores en relación a su gestión energética.
- La política de una empresa con varias centrales puede tener influencia en los precios del mercado, algo que no sucede con un consumidor industrial.

- La postura frente al riesgo derivada de la incertidumbre de precios es distinta para ambos agentes. Entre otros factores, el producto de un consumidor industrial no es la electricidad como le ocurre a los generadores.
- Los consumidores industriales realizan fundamentalmente contratos bilaterales físicos con comercializadores, mientras que la contratación de los generadores es tanto bilateral física como financiera.
- Tanto el sistema de abastecimiento energético de fábricas como su operación son distintos a los de las centrales eléctricas.

Estas diferencias ponen de manifiesto la necesidad de herramientas matemáticas específicamente concebidas para la gestión de la contratación y la operación de instalaciones de consumidores industriales. Estas herramientas animarían a más consumidores a participar en el mercado y permitirían una actuación más activa a aquéllos que ya participan. Con esta motivación, los modelos presentados en esta tesis efectúan la planificación energética a medio plazo de consumidores industriales.

Estos modelos obtienen la operación de la instalación y la contratación anual que hacen mínimo el coste total del abastecimiento energético. La instalación tipo considerada en la tesis está compuesta por una caldera de fueloil y una cogeneración cuyo principal equipo es un motor de gas natural. Así, en cada periodo del alcance del problema, la energía térmica demandada por la fábrica es satisfecha por la caldera y/o la cogeneración y la demanda eléctrica por la red o la cogeneración.

Con esta instalación los modelos escogen un contrato de cada uno de los siguientes tipos: 1) compra de electricidad, 2) compra de fueloil, 3) compra de gas natural y 4) venta de excedentes de electricidad de la cogeneración. De cada bien a negociar se ha modelado un conjunto de contratos representativos de la situación actual de los mercados. A pesar de que este número es amplio, el problema se ha planteado de forma que añadir nuevos contratos sea sencillo. Anualmente el consumidor solicitará a los comercializadores ofertas, las cuales son empleadas para parametrizar los contratos.

Los problemas de optimización resultantes son de programación lineal entera mixta. El estudio realizado de la operación de la caldera y la cogeneración muestra que éstas pueden representarse por modelos lineales cometiéndose errores asumibles en el medio plazo. También concluye que para abordar análisis realistas es necesario tener en cuenta los márgenes de operación de la instalación, lo que obliga a emplear variables binarias.

Las variables binarias se utilizan igualmente en el modelado de los contratos. Estas ofrecen gran flexibilidad para formular una extensa variedad de contratos. Por contra, elevan sustancialmente la complejidad de los problemas y el tiempo de resolución de los mismos.

A pesar de lo comentado, el modelo determinista se resuelve en un tiempo reducido. Esta característica permite utilizarlo para realizar análisis con incertidumbre

en los parámetros mediante ejecuciones sistemáticas. Aunque para el caso ejemplo estudiado se obtienen buenos resultados al analizar el riesgo con este modelo, las soluciones que se determinan no tienen por qué pertenecer a la frontera eficiente.

El modelo determinista no considera la incertidumbre de manera explícita y por tanto tiene una capacidad limitada de gestionar el riesgo. Esta restricción es solventa con el planteamiento estocástico, el cual contempla la aleatoriedad de los precios mediante un árbol de escenarios.

Para determinar el árbol de probabilidad se han estimado por un lado los precios de electricidad y por otro los de gas y fueloil, ya que en el mercado español no se ha encontrado una correlación elevada entre estos dos tipos de precios.

El algoritmo empleado en la previsión de precios de los combustibles se basa en la alta correlación existente entre estos precios y los spot del crudo Brent. De esta forma, el problema de estimar los precios de gas y fueloil se transforma en el de estimar los de Brent. Para generar escenarios futuros de precios spot de Brent, se ha optado por una nueva metodología que se apoya en aprovechar la información que proporcionan las cotizaciones de futuros de Brent. El algoritmo considera la alta correlación lineal entre precios de periodos consecutivos y el conocimiento del precio spot en el mes anterior al primero de planificación.

El método se ha validado mediante la previsión de precios para el año 2003. Los resultados muestran que la diferencia entre la tendencia de los precios reales del 2003 y la del escenario medio estimado es reducida, lo cual se debe a la consideración en el algoritmo de las cotizaciones de futuros y del precio spot de Brent en el pasado reciente.

Respecto a los precios de electricidad, en la actualidad se cuenta básicamente con dos tipos de modelos de previsión. El primer tipo lo componen los denominados *modelos cuantitativos*. Estos se apoyan fundamentalmente en la serie histórica para determinar los precios futuros. El otro tipo lo forman los *modelos fundamentales*, los cuales consideran el conocimiento acerca del funcionamiento del mercado para representar los factores que influyen en la formación de los precios de electricidad.

El trabajo realizado por otros autores revela la necesidad de utilizar estos últimos modelos para representar la complejidad de los precios. En concreto, las particularidades del mercado español hacen que los precios tengan un comportamiento difícilmente predecible. Por tanto, y dado que los modelos fundamentales requieren una gran cantidad de datos no disponibles para consumidores, se ha optado por generar precios futuros mediante muestreos de distribuciones históricas.

Los precios de los combustibles y la electricidad estimados mediante los métodos comentados constituyen las fuentes de incertidumbre de los modelos estocásticos. El primero de ellos, modelo neutral al riesgo, es una extensión del problema determinista que considera de forma explícita la aleatoriedad de los precios. No obstante, obtiene el coste esperado mínimo sin realizar ninguna gestión del riesgo, ya que no penaliza los valores altos o la dispersión de la distribución de costes.

Al objeto de tomar decisiones en donde se tenga presente la gestión del riesgo es necesario acudir a la programación estocástica multiobjetivo. Mediante esta técnica se han planteado modelos con el doble objetivo de minimizar coste esperado y riesgo, obteniéndose un compromiso entre ambos mediante un parámetro de aversión al riesgo.

Dentro de las posibles medidas de riesgo analizadas se ha optado por implantar el valor en riesgo (VaR) y el nivel de seguridad. La primera obtiene el valor del coste de abastecimiento correspondiente a un nivel de confianza prefijado. La segunda medida, más conservadora y menos flexible, limita el coste máximo de los escenarios a un parámetro.

Se han escogido estas medidas al ser sencillas de interpretar y reflejar la aversión al riesgo por parte de consumidores. Se entiende que éstos perciben el riesgo como el potencial de pérdidas altas, por lo que se han descartado otras medidas que penalicen valores que no sean de costes altos. También se ha tenido en cuenta para elegir las medidas de riesgo su modelado. El problema de programación lineal entera mixta no admite modelos no lineales, por lo que no se han considerado medidas como la varianza.

Los modelos VaR y nivel de seguridad proporcionan al consumidor un conjunto de soluciones óptimas entre las cuales éste escogerá una de acuerdo a su aversión al riesgo. Para el caso ejemplo analizado con 15 escenarios, las carteras de contratos de la frontera eficiente no varían sustancialmente entre emplear el VaR al 90 % o el nivel de seguridad como medida de riesgo. No obstante, cada fábrica es un caso particular, por lo que no se puede generalizar esta conclusión.

La diferencia más significativa entre ambos modelos es el tiempo de resolución. El modelo VaR introduce nuevas variables binarias respecto al planteamiento neutral al riesgo para determinar el escenario que corresponde al coste del VaR. Aunque este número no es elevado, una por escenario, complica enormemente la resolución del problema.

Tanto el modelo determinista como los estocásticos cumplen con los objetivos planteados en esta tesis. Los casos analizados muestran que son herramientas eficaces capaces de ayudar a los consumidores a disminuir el coste de sus facturas energéticas manteniendo un control sobre el riesgo que asumen. Igualmente se ha mostrado la importancia y utilidad de la operación de la instalación y de los contratos para realizar una gestión del riesgo eficiente.

## 9.2. Aportaciones originales

Las aportaciones de la tesis se han dividido en tres grupos dependiendo de si están relacionadas con el modelo determinista, el modelo estocástico en sus distintas versiones, o la predicción de precios de gas natural y fueloil.

**Modelo determinista** [GVR03]

Para formular este problema se ha realizado una revisión bibliográfica exhaustiva de los modelos de abastecimiento energético. Estos se han clasificado atendiendo al objetivo que persiguen y al tipo de formulación matemática. Este trabajo original supone una referencia y un punto de partida para futuras investigaciones en este campo.

El planteamiento del modelo determinista es en sí mismo una aportación. No se han encontrado en la literatura modelos de optimización a medio plazo que contemplen conjuntamente decisiones de contratación y operación para consumidores industriales.

Respecto al modelado de la operación de la instalación, se han realizado las siguientes contribuciones originales:

- Modelado del balance de energía eléctrico considerando las imposiciones de la Ley española en cuanto al régimen especial.
- Representación de las limitaciones de la cogeneración, de acuerdo al régimen especial, respecto al rendimiento eléctrico equivalente mínimo y a la energía excedentaria máxima vendida.
- Modelado del circuito de alta temperatura del motor de gas de la cogeneración. Este circuito constituye una aportación térmica a la demanda que, aunque de menor importancia que la de los gases de escape, es utilizada habitualmente por los consumidores. Además, en la instalación propuesta es necesario aprovechar esta energía para cumplir con el requerimiento de rendimiento mínimo de la cogeneración impuesto por la Ley española.

Respecto a los contratos considerados, se ha mejorado frente a otros trabajos de optimización precedentes en los siguientes aspectos:

- Modelado de 4 carteras diferentes de contratos: compra de electricidad, compra de fueloil, compra de gas natural y venta de electricidad.
- Cada cartera contiene una diversidad de contratos que recorre la posible aversión al riesgo de los consumidores industriales.
- Cantidad y complejidad de los contratos representados. Concretamente, se han modelado los siguientes tipos para las distintas carteras de contratos:
  - Precio fijo anual.
  - Precio fijo por periodo.
  - Precio fijo anual con bonificación o penalización por volumen de consumo.
  - Precio fijo anual indexado mensualmente a una variable de interés.

- Precio spot de mercado.
- Precio spot de mercado con límites de precio máximo y mínimo.
- Precio spot de mercado con bonificación o penalización por volumen de consumo.
- Precio por diferencias del mercado spot.

Esta variedad de contratos recoge las principales opciones de contratación de las que dispone un consumidor industrial en los mercados energéticos, tanto en España, como a nivel internacional.

A pesar de la complejidad de la formulación de los contratos, principalmente la de los definidos con tramos, el problema se puede resolver en poco tiempo empleando métodos estándar de programación lineal entera mixta.

La principal aplicación del modelo determinista es dar soporte a los consumidores en la toma de decisiones de contratación. No obstante, puede ser igualmente útil para comercializadores de cara a realizar a sus clientes ofertas competitivas. El modelo también puede ser empleado para la comparación de sistemas de cogeneración a instalar en una fábrica. Para ello bastaría ejecutarlo para varios años con los distintos sistemas propuestos.

Finalmente, se ha propuesto una metodología que combina el análisis de escenarios con el análisis multiatributo para tomar decisiones de contratación bajo incertidumbre con el modelo determinista. La metodología se apoya en el caso en el que los contratos de fueloil y electricidad tienen un peso en la función objetivo poco significativo frente al resto de contratos a formalizar. A pesar de ser un caso particular, esta circunstancia es muy frecuente en instalaciones del tipo de la propuesta.

### **Modelo estocástico**

Dado que el modelo determinista es original, las versiones estocásticas con y sin tratamiento del riesgo también lo son. Estos modelos son bietapa. En una primera etapa se toman las decisiones de contratación mientras que en una segunda, una vez desvelada la incertidumbre, se decide la operación de la caldera y la cogeneración.

Se ha realizado una revisión profunda, una clasificación y una comparación del modelado del riesgo en problemas de optimización estocástica en mercados financieros y eléctricos. De este estudio ha derivado el planteamiento original y la discusión de ocho modelos de programación estocástica para consumidores industriales. Estos son los siguientes:

- Media varianza: Emplea la varianza como medida de riesgo, cuya formulación es incompatible con el modelo lineal propuesto.

- Aproximación lineal del modelo media varianza: Dentro de las linealizaciones del modelo anterior, se ha formulado un modelo de desviaciones positivas respecto a la media. Esta medida de riesgo es equivalente a considerar la desviación absoluta de la distribución respecto a su media.
- Coste de referencia: Utiliza como medida de riesgo la penalización lineal de los costes superiores a un valor de referencia.
- Función de utilidad: Esta función hace corresponder a cada valor de coste una utilidad en función de la aversión al riesgo del consumidor.
- Nivel de seguridad: Emplea como medida de riesgo un parámetro que limita el coste de todos los escenarios.
- Arrepentimiento: La función de costes se evalúa respecto a una de referencia.
- Valor en riesgo (VaR): Esta medida de riesgo corresponde a un percentil de la distribución de costes.
- Valor en riesgo condicional (CVaR): Constituye una variación del modelo VaR en la cual la medida de riesgo es el coste esperado de los valores superiores al VaR.

Los modelos función de utilidad y arrepentimiento formulan la aversión al riesgo mediante un solo objetivo. El resto de planteamientos consideran dos objetivos: coste esperado y medida de riesgo.

En concreto, el modelo de coste de referencia es una aportación propia. Representa una adaptación del modelo de desviaciones positivas respecto a la media a la percepción del riesgo de los consumidores industriales. Según el criterio adoptado, éstos consideran el riesgo como la posibilidad de incurrir en costes altos y, por tanto, los valores cercanos a la media no deben penalizarse en la medida de riesgo.

Los modelos finalmente implantados son los de VaR y nivel de seguridad. De acuerdo a la bibliografía revisada, hasta la fecha ninguna de estas alternativas ha sido optimizada anteriormente mediante programación estocástica en mercados eléctricos.

Una última aportación en este campo la constituye la metodología desarrollada para determinar fronteras eficientes con problemas estocásticos bietapa donde no estén penalizadas todas las variables de las dos etapas en la función objetivo. El problema encontrado al determinar la frontera eficiente con el modelo VaR es que obtiene soluciones óptimas de la primera etapa aunque no de la segunda.

Para solventar este inconveniente el método iterativo propuesto obtiene cada punto de la frontera eficiente mediante dos fases. En una primera se determinan las variables de la primera etapa (contratación) mediante la resolución del modelo VaR. En una segunda fase se hallan las variables de la segunda etapa (operación) resolviendo el modelo neutral al riesgo con las variables de la primera etapa fijadas a los valores obtenidos en la primera fase.



## Generación de escenarios de precios de gas natural y fueloil [GVR04]

La predicción de precios de gas natural y fueloil para consumidores industriales se ha llevado a cabo mediante un método totalmente original.

Al estudiar la formación de estos precios y sus series históricas se ha advertido que ambos precios mantienen una correlación lineal elevada con las cotizaciones spot del crudo Brent. Para estimar los precios futuros spot de Brent se ha optado por emplear conjuntamente las series de cotizaciones históricas de futuros y spot de este crudo. Relacionando estos precios en el pasado se pueden obtener los precios buscados mediante las cotizaciones disponibles de precios futuros para el año de planificación.

Básicamente, el algoritmo se compone de las siguientes partes:

- Formación de las distribuciones de diferencias relativas entre cotizaciones históricas de futuros y spot de Brent. De acuerdo a las hipótesis realizadas, estas distribuciones se reproducen en el año de planificación. Para validar las muestras obtenidas, se comparan los momentos de las distribuciones formadas con datos históricos con los de las distribuciones generadas.
- Relación entre precios de periodos consecutivos mediante rectas de regresión.
- Consideración del último precio spot de Brent conocido. Este precio se emplea como raíz del árbol de escenarios.
- Obtención de los precios futuros spot de Brent a partir de las muestras generadas y de las cotizaciones de futuros para el año de planificación.
- Obtención de los precios de fueloil y gas natural a partir de las regresiones entre estos precios y los spot de Brent.

Esta técnica novedosa presenta varias ventajas. Por una parte, permite utilizar la información subyacente en los precios de futuros acerca de los spot. Por otra parte, no impone restricciones acerca de las propiedades estadísticas de la serie histórica de precios spot de Brent. Finalmente, al generar los precios de fueloil y gas natural conjuntamente a través de los precios de Brent, se obtienen automáticamente las correlaciones entre los precios de los combustibles a estimar.

### 9.3. Futuras líneas de investigación

Las principales líneas de investigación en las que continuar el trabajo realizado se dividen en tres grupos: 1) extensión de los modelos propuestos, 2) métodos de resolución de modelos enteros mixtos estocásticos, y 3) métodos de predicción de precios de electricidad.

El primer grupo corresponde a una extensión natural de esta tesis. Los otros dos constituyen en sí mismo dos líneas de investigación actuales e independientes del trabajo aquí presentado. No obstante, tanto la adaptación de los modelos propuestos a métodos de resolución mediante descomposición, como la mejora en la previsión de precios de electricidad, son de enorme interés para avanzar en el campo de los modelos de decisión para consumidores industriales.

A continuación se discute cada una de estas tres líneas mencionadas.

### **Extensión de los modelos propuestos**

La configuración tanto en operación como en contratación de los modelos desarrollados da cabida a un gran número de consumidores. No obstante, para aquéllos que no se adapte la configuración planteada es necesario realizar modificaciones al modelado.

Desde la perspectiva de la operación, existen infinidad de tipos de fábricas. Las más complejas cuentan con varias calderas y/o varias cogeneraciones, de forma que habría que considerarlas en la operación de la fábrica. Igualmente sería de gran utilidad abarcar cogeneraciones de turbinas de gas y vapor, frente al motor de gas de esta tesis.

Dentro de la contratación, un caso particular que no se ha considerado en este trabajo es la posibilidad de venta de excedentes de vapor. En determinados casos donde la cogeneración se encuentre cerca de otras fábricas con demanda de vapor, pudiera ser factible y rentable la venta del calor sobrante.

Los modelos presentados pueden ser empleados por consumidores y comercializadores como punto de partida para la investigación de nuevas formas de contratación. En este campo, puede ser interesante analizar contratos que permitan el deslastre de carga. En general los consumidores priman la fiabilidad en el suministro. Sin embargo, si éstos cuentan con una cogeneración y además la parada de fábrica no implica una gran pérdida económica, les puede resultar de interés formalizar un contrato de este tipo.

Por último, un salto cualitativo en la complejidad del modelo sería adaptarlo para realizar una gestión energética conjunta de varias fábricas. Es frecuente que las empresas cuenten con varias instalaciones, de forma que negocian conjuntamente todos los contratos de energía. De la misma manera, varios consumidores pueden unirse para abaratar costes de suministro, en cuyo caso todos ellos tendrían que considerarse en un mismo modelo.

En estas circunstancias, si el número de consumidores es elevado habría que evaluar la conveniencia de modelar las demandas como parámetros aleatorios. Por otra parte, si el volumen de energía contratado es considerable, puede ser rentable acudir directamente al mercado en vez de firmar contratos con comercializadores. Si este fuera el caso, sería necesario extender el modelo estocástico bietapa a uno

multietapa que permitiese tomar decisiones de contratación interanuales.

### **Métodos de resolución para problemas enteros mixtos estocásticos**

Dado que el tiempo de ejecución del problema determinista es reducido, éste admite extensiones sin tener que acudir a otros procedimientos de resolución. Esto no sucede con el problema estocástico. Para ampliar su formulación o el número de escenarios a analizar es necesario recurrir a métodos de resolución alternativos.

En el caso del modelo VaR, con el tamaño del problema actual, las variables binarias introducidas para determinar el escenario que corresponde al VaR elevan notablemente el tiempo de resolución del problema. Para hallar el VaR es necesario ordenar los valores de la función de costes resultantes. Para ello, el algoritmo tiene que determinar para cada escenario (posible VaR óptimo) los contratos óptimos, lo que justifica este tiempo elevado.

Por tanto, para resolver este problema en un tiempo razonable hay que acudir a técnicas de descomposición. Entre éstas, las más comunes son la relajación lagrangiana y la descomposición de Benders. La primera está especialmente indicada cuando hay restricciones que complican la estructura de la matriz de restricciones, mientras que la segunda se emplea fundamentalmente cuando la complicación la ocasiona un grupo de variables.

Originalmente estas técnicas están ideadas para problemas lineales, ya que exigen convexidad en los subproblemas resultantes. En la actualidad se han desarrollado métodos para solventar esta dificultad [Sen, Cer04], no obstante, habría que analizar si la estructura de la matriz de los problemas estocásticos planteados se puede adaptar a los requerimientos de estos métodos.

### **Predicción de precios de electricidad**

La predicción de precios de electricidad es uno de los temas de más actualidad en investigación de mercados energéticos. El objetivo de esta tesis está fuera de este ámbito de trabajo, sin embargo, de cara a realizar la planificación energética de consumidores es necesario tener una estimación futura de estos precios.

De acuerdo a lo concluido por otros autores, para realizar una predicción adecuada hay que recurrir a modelos fundamentales que tengan en cuenta el comportamiento del mercado y no únicamente la serie histórica de precios. Este es el motivo por el cual se han descartado para este trabajo los modelos cuantitativos.

Los modelos fundamentales tampoco son una buena alternativa ya que no son sencillos de parametrizar y requieren un gran número de datos. No hay que olvidar que los usuarios finales de la herramienta desarrollada en esta tesis son consumidores industriales.

Por tanto, una línea de trabajo es determinar un modelo que obtenga una pre-

visión razonable a medio plazo para el mercado español sin tener que acudir a los métodos fundamentales. Una alternativa pasa por explorar la posibilidad de emplear junto con la serie histórica de precios otras variables explicativas como la demanda o la temperatura.



# Bibliografía

- [Cer04] S. Cerisola. *Descomposición de Benders para problemas mixtos enteros. Aplicación a un problema de coordinación hidrotérmica de medio plazo.* PhD thesis, Universidad Pontificia Comillas de Madrid. Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ICAI), Abril 2004.
- [GVR03] E. Gómez-Villalva and A. Ramos. Optimal energy management of an industrial consumer in liberalized markets. *IEEE Transactions on Power Systems*, 18(2):716–723, May 2003.
- [GVR04] E. Gómez-Villalva and A. Ramos. An algorithm for the mid-term forecast and scenario generation of natural gas and fuel oil prices. *IEEE Transactions on Power Systems*, March 2004. Manuscript No. TPWRS-00124-2004. En revisión.
- [Sen] A. Sen. Algorithms for stochastic mixed-integer programming models. Technical report, University of Arizona. <http://www.sie.arizona.edu/MORE/papers/SIPHbook.pdf>.

