



upcomillas *es*

upcomillas *es*

Gestión de operaciones

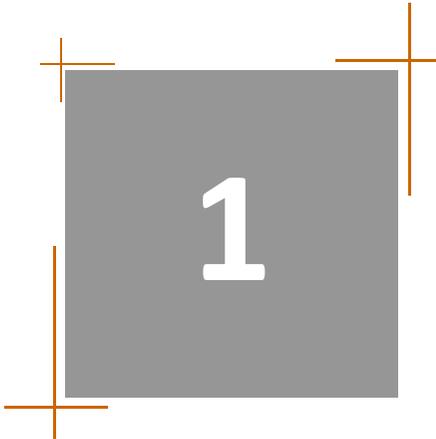
Modelo y modelado

Pedro Sánchez

pedro.sanchez@upcomillas.es

Contenidos

- Ejemplo de gestión
- Gestión de operaciones y optimización
- Modelo y modelado



Ejemplo de gestión

Gestión de operaciones y optimización

Modelo y modelado

Ejemplo de gestión



Ejemplo de gestión (i)

- El problema de la **dieta**

La alimentación de una ternera debe contener al menos:

- 700 g de **proteínas**
- 28 g de **calcio**
- 150 mg de **vitaminas**

Se dispone de pienso y forraje con coste por kg de 30 y 35 céntimos

La composición nutritiva por kg de alimento es:

	Proteinas (g)	Calcio (g)	Vitaminas (mg)
Pienso	30	2	10
Forraje	45	1	5

Ejemplo de gestión (ii)

DEFINICIONES

- Sea i el índice de los alimentos disponibles (pienso y forraje)
- Sea j el índice de los nutrientes (calorías, calcio y vitaminas)
- Sea b_j la cantidad mínima diaria requerida de cada nutriente j
- Sea a_{ij} la cantidad de nutriente j por kg de alimento i
- Sea c_i el coste por kg de cada alimento i

VARIABLES

- Sea X_i la cantidad diaria de alimento i por ternera

FUNCIÓN OBJETIVO

Consiste en la minimización del coste diario de la dieta

$$\min_{x_i} \sum_i c_i \cdot x_i$$

Ejemplo de gestión (iii)

RESTRICCIONES

- Satisfacer las necesidades mínimas diarias de cada nutriente
- Se formula numéricamente una restricción por cada nutriente j

$$\sum_i a_{ij} x_i \geq b_j \quad \forall j$$

- Se añade la restricción natural de la cantidad de alimento no debe ser negativa

$$x_i \geq 0$$

Ejemplo de gestión (iv)

FORMULACIÓN NUMÉRICA

$$\min_{x_1, x_2} 30x_1 + 35x_2$$

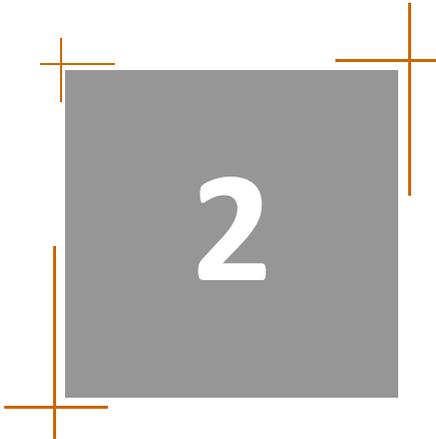
$$30x_1 + 45x_2 \geq 700 \quad \longrightarrow \quad \text{Proteínas}$$

$$2x_1 + x_2 \geq 28 \quad \longrightarrow \quad \text{Calcio}$$

$$10x_1 + 5x_2 \geq 150 \quad \longrightarrow \quad \text{Vitaminas}$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$



Ejemplo de gestión

Gestión de operaciones y optimización

Modelo y modelado

Gestión de operaciones y optimización



Gestión de operaciones y optimización (i)

- La **I.O.** tiene sus orígenes en la Segunda Guerra Mundial
- Aplica métodos científicos en la mejora de la efectividad en las operaciones, decisiones y gestión
- La **optimización** es una de las disciplinas de la I.O. entre otras
- Los **avances recientes** en optimización han llegado por igual desde los ámbitos algorítmico, software y hardware

Gestión de operaciones y optimización (ii)

- Bibliografía recomendada:

Hillier y Lieberman, 2009: Orientación ingenieril

Winston, 1994: Orientación de administración de empresas

Taha, 1998: Orientación matemática

Sarabia, 1996: Colección de problemas de I.O.

Gestión de operaciones y optimización (iii)

- Componentes de optimización:

Función objetivo: Medida cuantitativa del funcionamiento del sistema que se optimiza (maximizar o minimizar)

- Minimización de costes de producción y transporte
- Maximización de beneficios netos de venta

Variables: Decisiones a tomar que afectan a la f.o.. Pueden ser principales o auxiliares.

- Cantidad de producto fabricado y transportado
- Número de máquinas y/o vehículos a comprar

Restricciones: Relaciones que ciertas variables están obligadas a satisfacer

- Capacidad de fabricación de máquinas
- Capacidad de transporte de vehículos

Gestión de operaciones y optimización (iv)

- Métodos de optimización:

 - **Métodos clásicos de Optimización:**

 - Lineal
 - Lineal entera mixta
 - No lineal
 - Estocástica
 - Dinámica

 - **Métodos metaheurísticos:**

 - Genéticos
 - Búsqueda tabú
 - Recocido simulado
 - Búsqueda aleatoria

Gestión de operaciones y optimización (v)

- Formulación **clásica** de optimización

<p>Programación lineal (<i>Linear Programming</i>)</p> <p>LP</p>	$\min_x c^T x$ $Ax = b$ $x \geq 0$ $x \in \mathbb{R}^n, c \in \mathbb{R}^n, A \in \mathbb{R}^{m \times n}, b \in \mathbb{R}^m$
<p>Programación lineal entera mixta (<i>mixed integer programming</i>)</p> <p>MIP</p>	$\min_x c^T x + d^T y$ $Ax + By = b$ $x, y \geq 0$ $x \in \mathbb{Z}^n, y \in \mathbb{R}^l, c \in \mathbb{R}^n, d \in \mathbb{R}^l$ $A \in \mathbb{R}^{m \times n}, B \in \mathbb{R}^{m \times l}, b \in \mathbb{R}^m$
<p>Programación cuadrática (<i>quadratic programming</i>)</p> <p>QP</p>	$\min_x c^T x + \frac{1}{2} x^T Q x$ $Ax = b$ $x \geq 0$ $x \in \mathbb{R}^n, c \in \mathbb{R}^n, A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}, b \in \mathbb{R}^m$

Gestión de operaciones y optimización (vi)

- Los problemas de programación lineal entera mixta (MIP) poseen algunas o todas las variables enteras
- Las variables enteras que toman valores 0/1 se denominan **binarias**
- Los MIP se clasifican en:

PIP: *Pure Integer Programming*

BIP: *Binary Integer Programming*

MIP: *Mixed Integer Programming*

Gestión de operaciones y optimización (vii)

- Formulación **clásica** de optimización

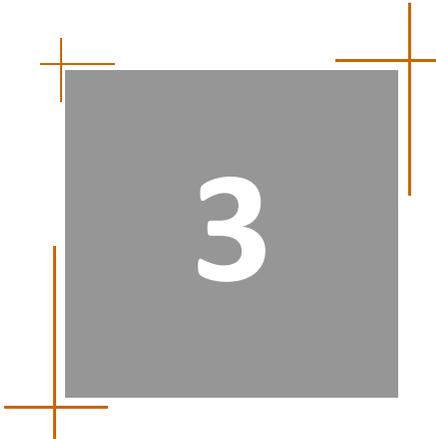
<p>Programación no lineal (<i>non Linear Programming</i>) <i>NLP</i></p>	$\min_x f(x)$ $g(x) = 0$ $h(x) \leq 0$ $l \leq x \leq u$ $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ $g, h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$
<p>Programación multiobjetivo (<i>multiobjective programming</i>)</p>	$\min_x (f_1(x), \dots, f_k(x))$ $Ax = b$ $x \geq 0$ $x \in \mathbb{R}^n, c \in \mathbb{R}^n, A \in \mathbb{R}^{m \times n}, b \in \mathbb{R}^m$ $f_i(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$

Gestión de operaciones y optimización (viii)

- Formulación **especial** de optimización

Optimización no lineal sin restricciones	$\min_x f(x)$ $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$
Ajuste no lineal mínimo cuadrático	
Problema mixto complementario (<i>mixed complementarity problem</i>) MCP	$xF(x) = 0$ $x \in \mathbb{R}^n$ $F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$

Ejemplo de gestión
Gestión de operaciones y optimización
Modelo y modelado



Modelo y modelado



Modelo y modelado (i)

Modelo: Representación matemática simplificada de una realidad compleja

Modelado: La construcción de un modelo que emule la realidad

¿Cuál es la utilidad de un modelo?

Ayudar a:

- entender mejor el comportamiento de la realidad
- tomar decisiones en el ámbito de dicha realidad

Modelo y modelado (ii)

¿Aporta algo el proceso de modelado?

- Se **intercambia** información entre modelador y experto
- Se **organizan datos** e información disponible sobre el sistema
- Se organiza, estructura y **mejora la comprensión** del sistema
- Se internaliza la **estructura organizativa** de la empresa
- Se permite **compartir supuestos y resultados** entre modelador y experto
- Proporciona un entorno para **el análisis y la sensibilidad**
- Indica la **dirección de mejora** en las decisiones

Modelo y modelado (iii)

Etapas en la vida de un modelo

- ① Identificación del problema
- ② Especificación matemática y formulación
- ③ Resolución
- ④ Verificación, validación y refinamiento
- ⑤ Interpretación y análisis de los resultados
- ⑥ Implantación, documentación y mantenimiento

Modelo y modelado (iv)

① Identificación del problema

- Recolección y análisis de información
- Intercambio de información entre modelador y experto
- Definición del problema en términos precisos
- Realización de supuestos e hipótesis fundamentadas

Esta etapa es fundamental para conseguir mayor realismo y aplicabilidad en las soluciones

Modelo y modelado (v)

② Especificación matemática y formulación

- Escritura matemática del problema de optimización
- Especificación de función objetivo, variables y restricciones
- Se analiza el tamaño y la naturaleza del problema (LP,MIP,NLP)

Clasificación de los problemas según tamaño

	Restricciones	Variables
Caso ejemplo	100	100
Tamaño medio	10000	10000
Gran tamaño	100000	100000
Muy gran tamaño	> 100000	> 100000

Modelo y modelado (vi)

③ Resolución

- Implantar un algoritmo de obtención de una solución numérica
- El algoritmo puede ser de propósito general o específico
- El tiempo de resolución puede depender de la formulación

Modelo y modelado (vii)

④ Verificación, validación y refinamiento

- Se eliminan errores en la codificación (**verificación**)
- Se comprueba la validez de las simplificaciones (**validación**)
 - Mediante la opinión de expertos
 - Comparando con situaciones reales
- Se mejora la representación del sistema (**refinamiento**)

Modelo y modelado (viii)

⑤ Interpretación y análisis de los resultados

- Consiste en proponer soluciones frente a distintos escenarios
- Conocer el comportamiento del modelo usando sensibilidades
- Detecta soluciones múltiples del problema cercanas al óptimo
- Comprueba la robustez de la solución óptima

Modelo y modelado (ix)

⑥ Implantación, documentación y mantenimiento

- Esta etapa mejora la [difusión](#) del modelo
- La [documentación](#) debe ser clara, precisa y completa
- El [manual](#) debe incluir una especificación técnica funcional, matemática e informática
- El propio [código](#) debe estar suficientemente comentado para realizar labores de mantenimiento
- Los [cursos](#) de formación de usuarios del modelo constituyen también una labor de mantenimiento