

Un trapero tiene una mochila en la que puede meter objetos por un peso total de hasta 44 kilos.

En uno de sus paseos observa un montón en el que hay seis cacharros, cuyo peso y valor estima según refleja la tabla siguiente

Cacharro n°	1	2	3	4	5	6
Valor	30	12	28	35	4	10
Peso	20	12	14	25	5	12

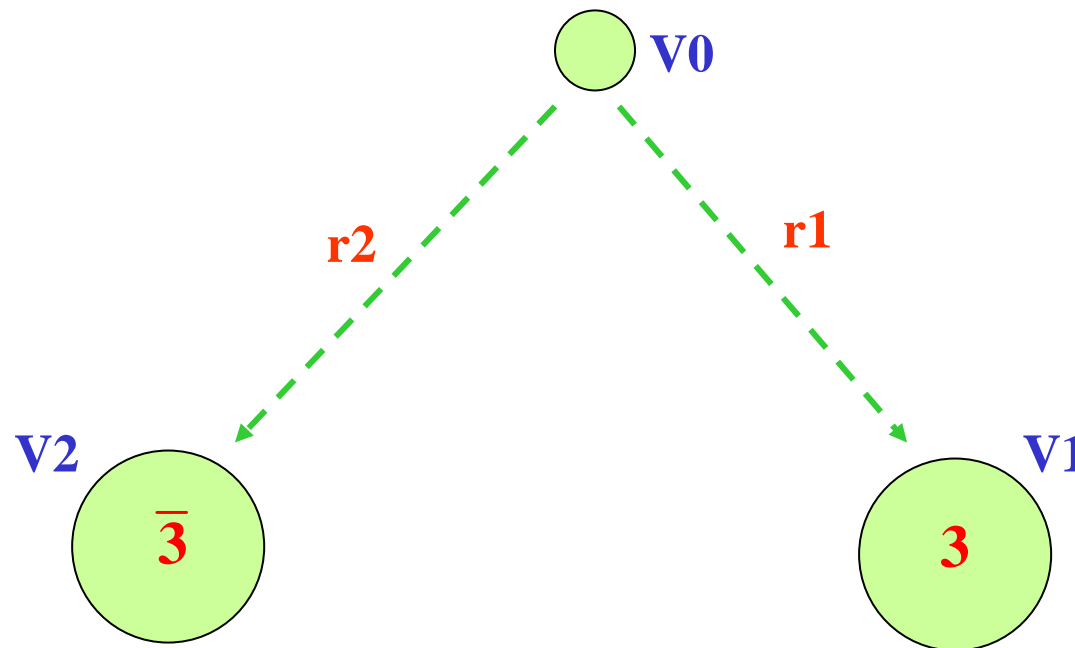
¿Qué cacharros debe recoger en su mochila para que el valor de lo recogido sea máximo?

Un criterio razonable para proceder a la elección de cacharros es el la relación valor/peso. De acuerdo con este criterio, los cacharros se ordenan según la siguiente tabla

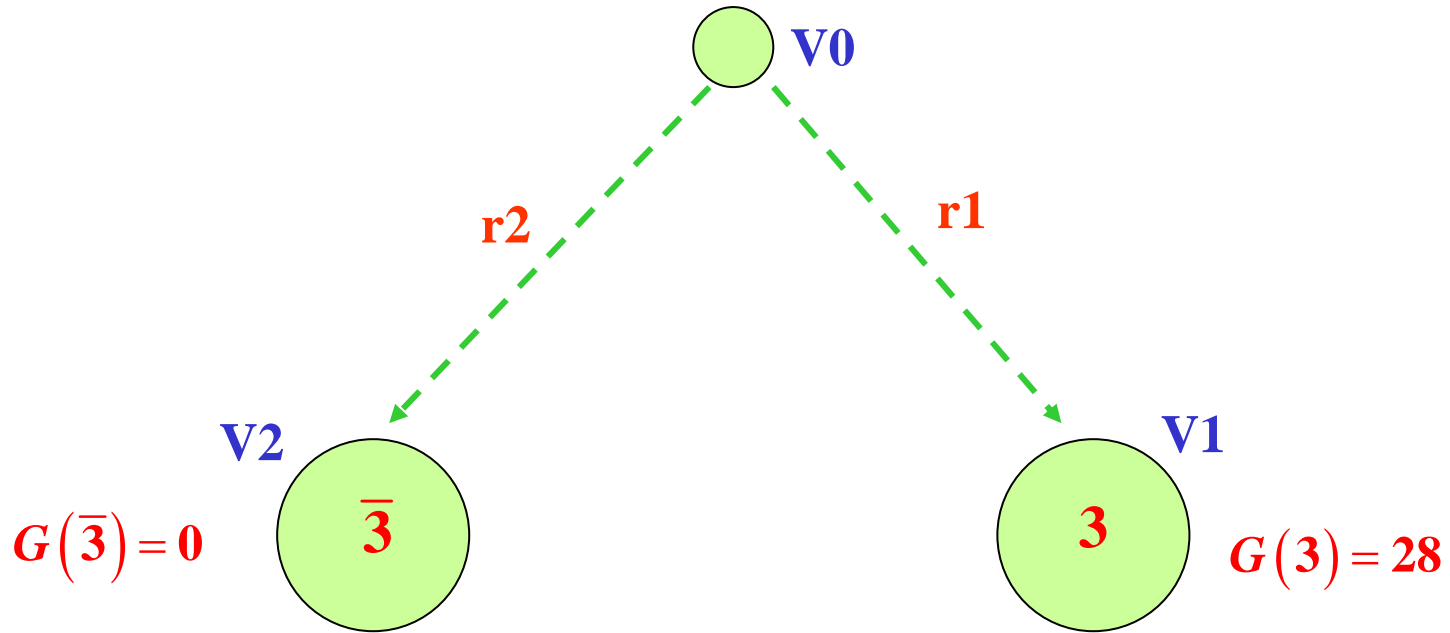
Cacharro n°	3	1	4	6	2	5
Valor	28	30	35	12	12	4
Peso	14	20	25	10	12	5
Relación Valor/Peso	2	1.5	1.4	1.2	1	0.8

Cacharro n°	3	1	4	6	2	5
Valor	28	30	35	12	12	4
Peso	14	20	25	10	12	5
Relación Valor/Peso	2	1.5	1.4	1.2	1	0.8

En virtud de esta ordenación, la primera cuestión que debe plantearse el trapero es si le conviene o no llevarse el cacharro n° 3. Esto permite establecer la raíz de un árbol del que parten dos ramas según opte por dejar o llevarse dicho cacharro.



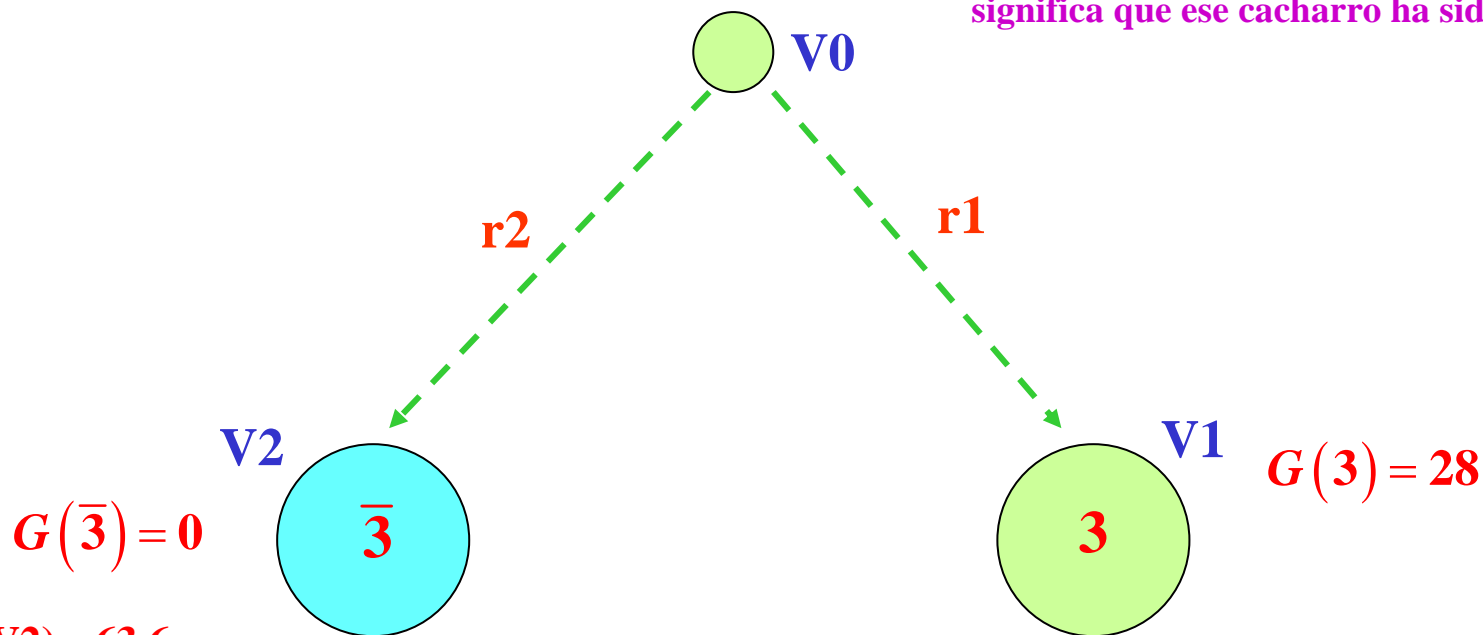
Cacharro nº	3	1	4	6	2	5
Valor	28	30	35	12	12	4
Peso	14	20	25	10	12	5
Relación Valor/Peso	2	1.5	1.4	1.2	1	0.8



$G(\cdot)$ representa el valor de la mochila en el nodo correspondiente

Cacharro n°	3	1	4	6	2	5
Valor	28	30	35	12	12	4
Peso	14	20	25	10	12	5
Relación Valor/Peso	2	1.5	1.4	1.2	1	0.8

Para el nodo **V2** se calcula el máximo valor que podría contener en el supuesto de que los cacharros se pudieran partir en trozos cuyo valor fuera proporcional a su peso. El nombre de un cacharro con un asterisco significa que ese cacharro ha sido partido.



$$\text{Maxp}(V2) = 63.6$$

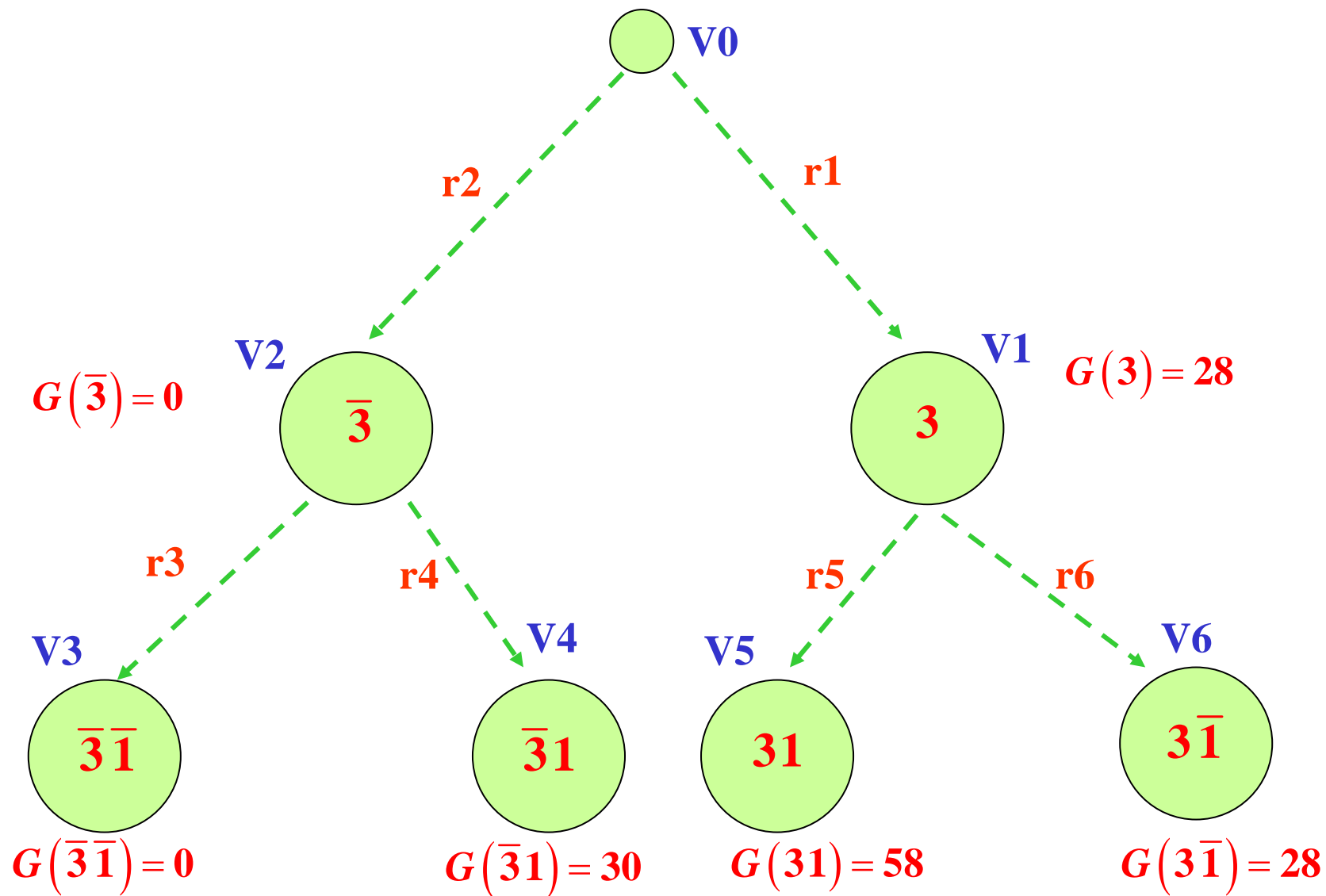
$$\text{cacharros : } c1 + \frac{24}{25}c4^*$$

$$\text{Peso : } 20 + \frac{24}{25}25 = 44$$

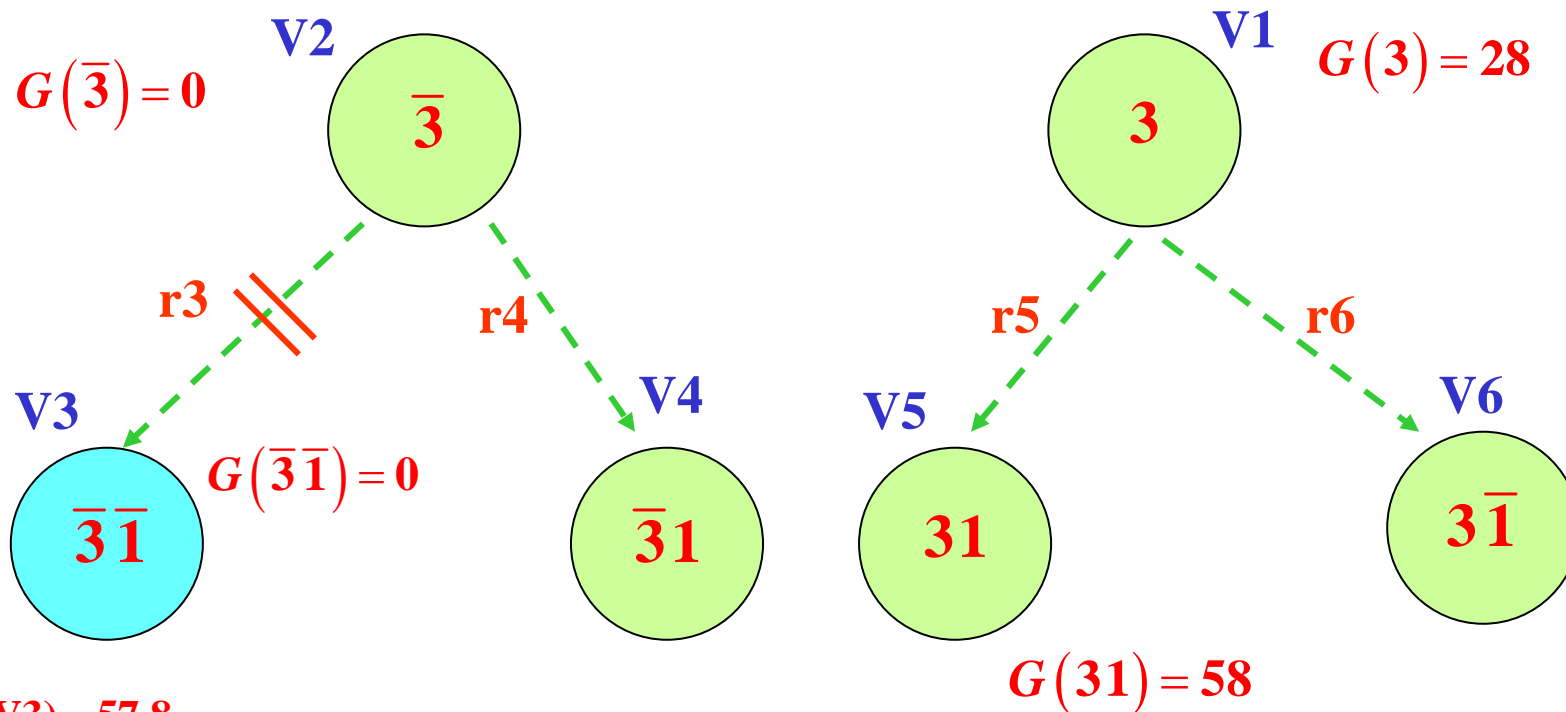
$$\text{Valor : } 28 + \frac{24}{25}30 = 63.6$$

Como el máximo potencial de V2 es mayor que el valor de la mochila en V1, el traperero debe seguir planteándose si se lleva o no el cacharro n° 1, que es el siguiente en la relación valor/peso. Eso supone que, de los V1 y V2 salen dos ramas que analizan la posibilidad de abandonar o tomar el cacharro n° 1.

Cacharro n°	3	1	4	6	2	5
Valor	28	30	35	12	12	4
Peso	14	20	25	10	12	5
Relación Valor/Peso	2	1.5	1.4	1.2	1	0.8



Cacharro n°	3	1	4	6	2	5
Valor	28	30	35	12	12	4
Peso	14	20	25	10	12	5
Relación Valor/Peso	2	1.5	1.4	1.2	1	0.8



$Maxp(V3) = 57.8$

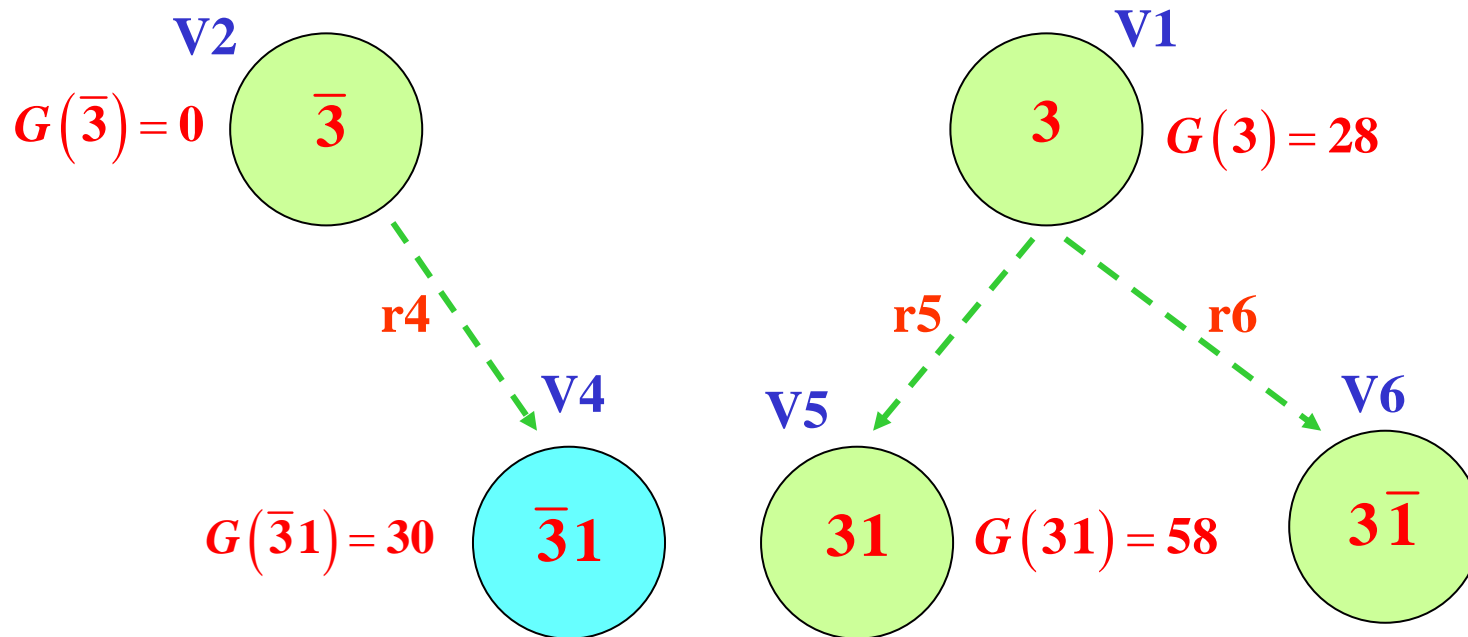
$cachorros : c4 + c6 + \frac{9}{12}c2^*$

$Peso : 25 + 10 + \frac{9}{12}12 = 44$

$Valor : 35 + 12 + \frac{9}{12}12 = 56$

Como el máximo valor potencial que toma esta rama 56 es menor que el valor de la mochila en el vértice V5, no es necesario continuar la búsqueda por esta rama y procedemos a su poda

Cacharro n°	3	1	4	6	2	5
Valor	28	30	35	12	12	4
Peso	14	20	25	10	12	5
Relación Valor/Peso	2	1.5	1.4	1.2	1	0.8



$$\text{Maxp}(V4) = 63.6$$

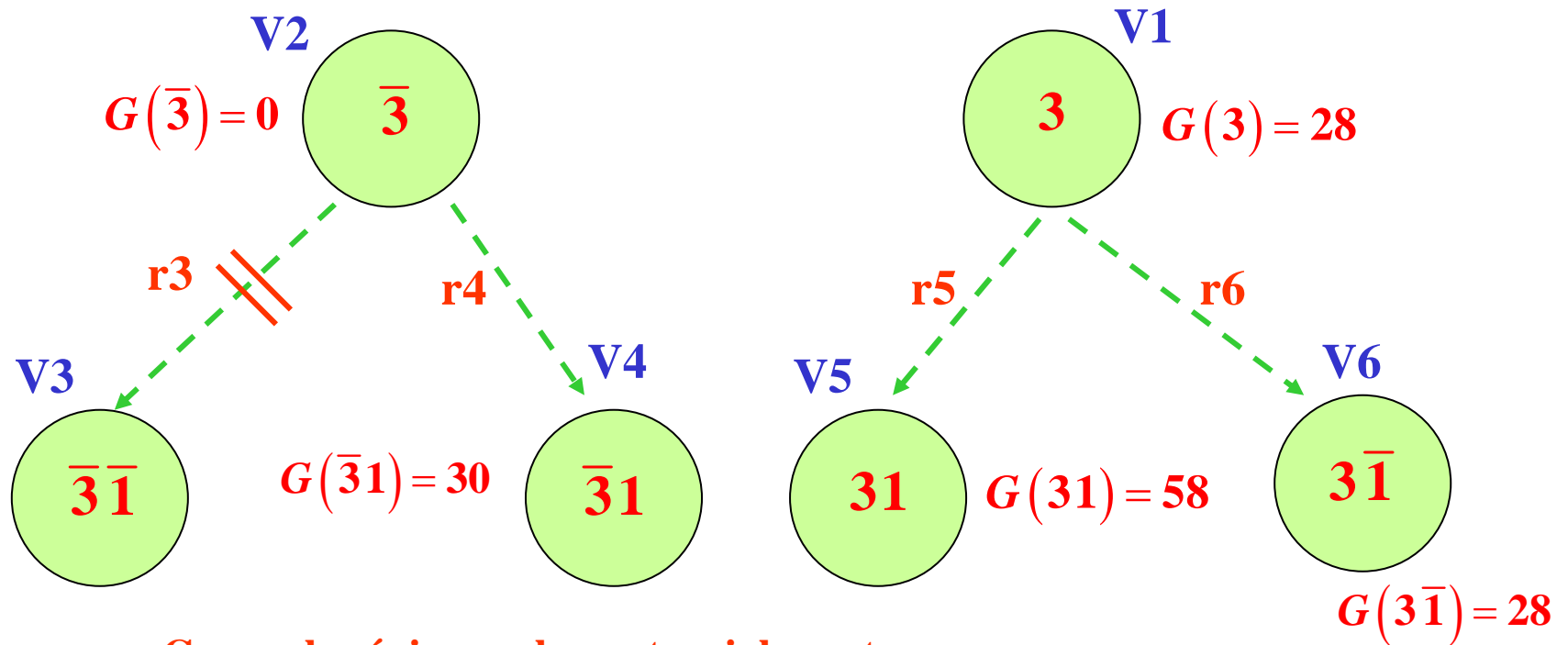
$$\text{cacharros} : c1 + \frac{24}{25}c4^*$$

$$\text{Peso} : 20 + \frac{24}{25}25 = 44$$

$$\text{Valor} : 30 + \frac{24}{25}35 = 63.6$$

Como el máximo valor potencial que toma esta rama 63.6 es mayor que el valor de la mochila en el vértice V5, hay que continuar la búsqueda por esta rama.

Cacharro nº	3	1	4	6	2	5
Valor	28	30	35	12	12	4
Peso	14	20	25	10	12	5
Relación Valor/Peso	2	1.5	1.4	1.2	1	0.8



Como el máximo valor potencial que toma esta rama 8 es mayor que el valor de la mochila en el vértice V5, hay que continuar la búsqueda por esta rama.

$$\text{Maxp}(V6) = 69$$

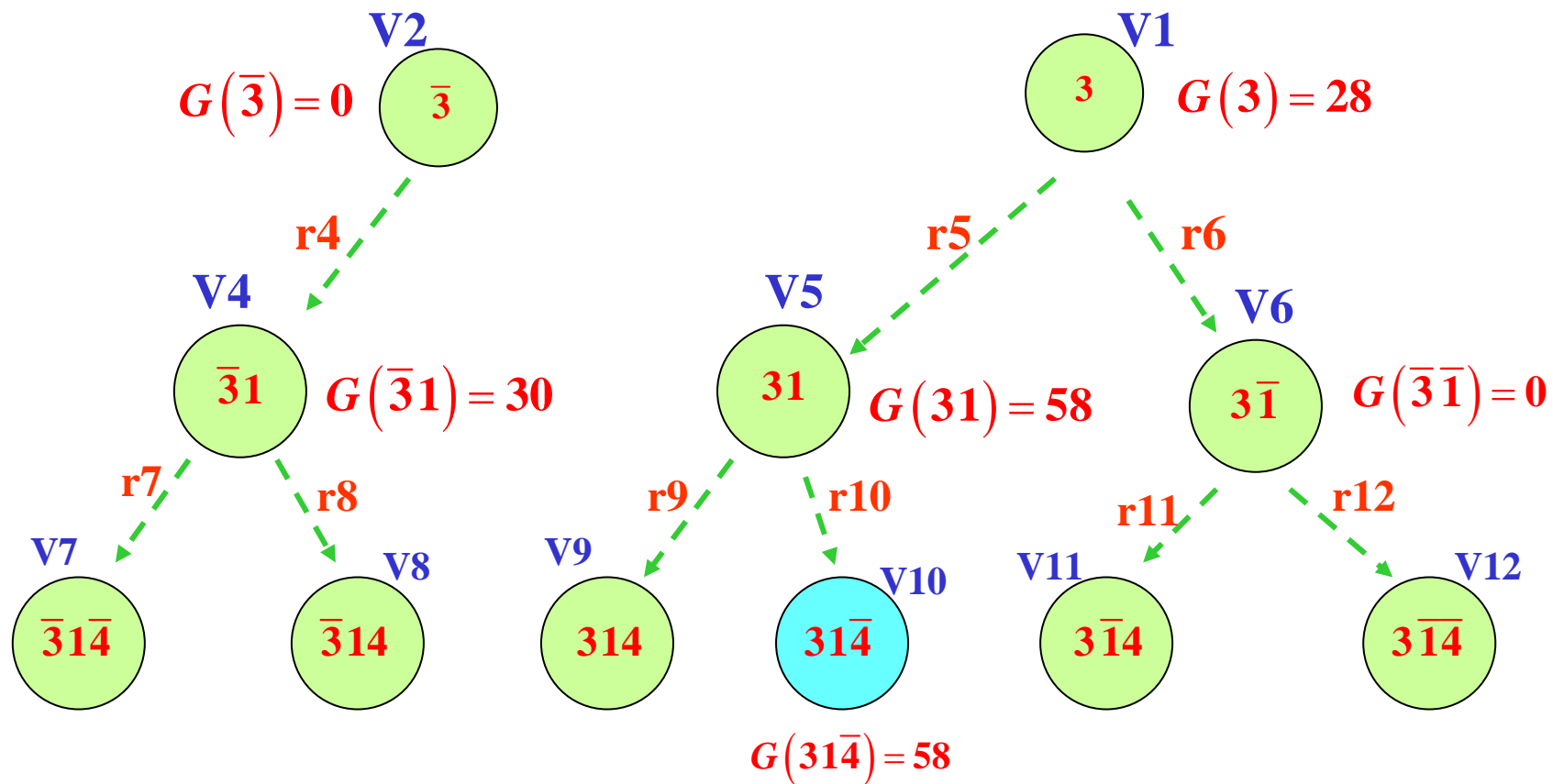
$$\text{cacharros} : c1 + c4 + \frac{5}{10}c6^*$$

$$\text{Peso} : 14 + 25 + \frac{5}{10}10 = 44$$

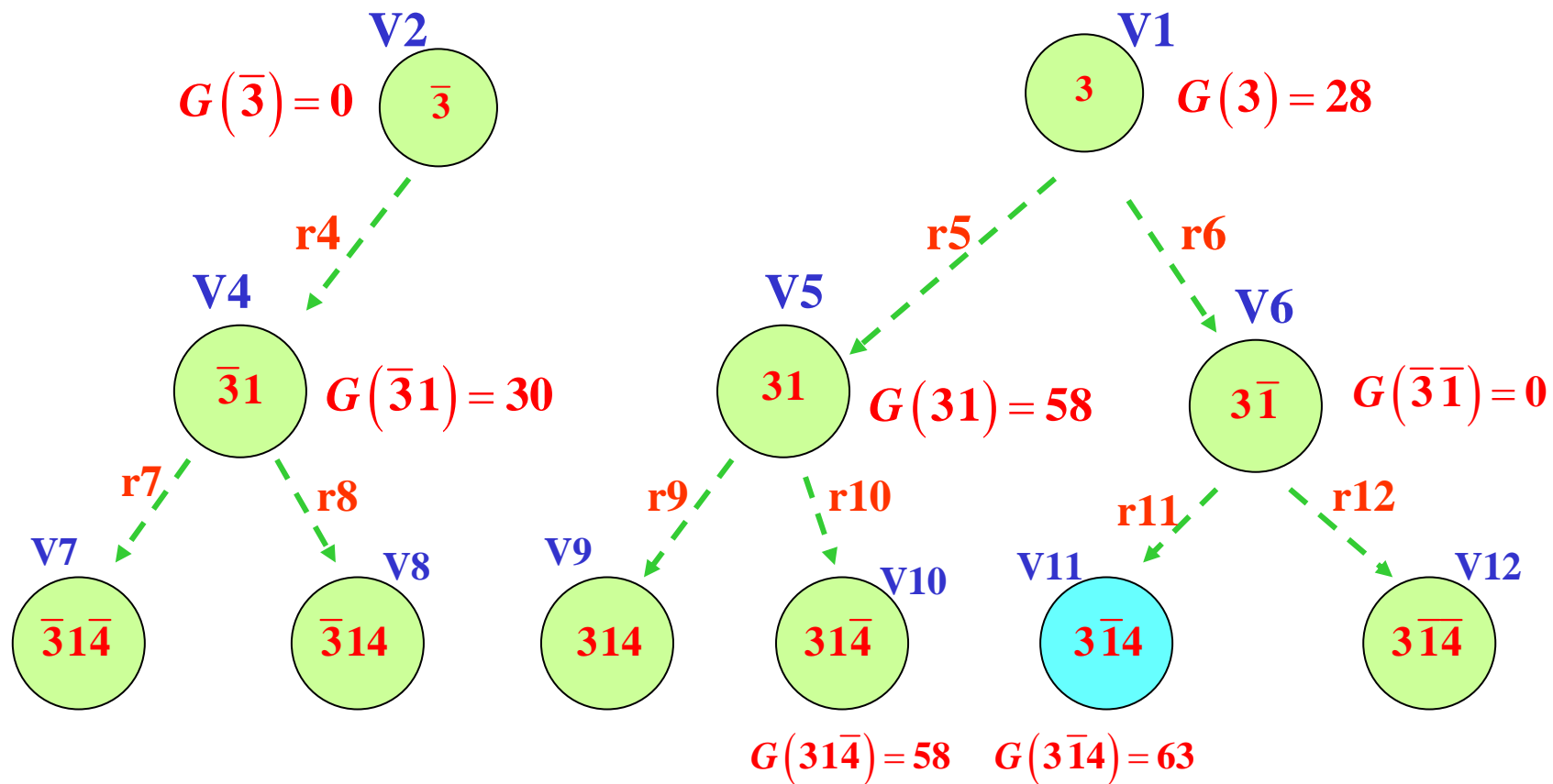
$$\text{Valor} : 28 + 35 + \frac{5}{10}10 = 68$$

Pasamos a considerar si nos llevamos el cacharro número 4

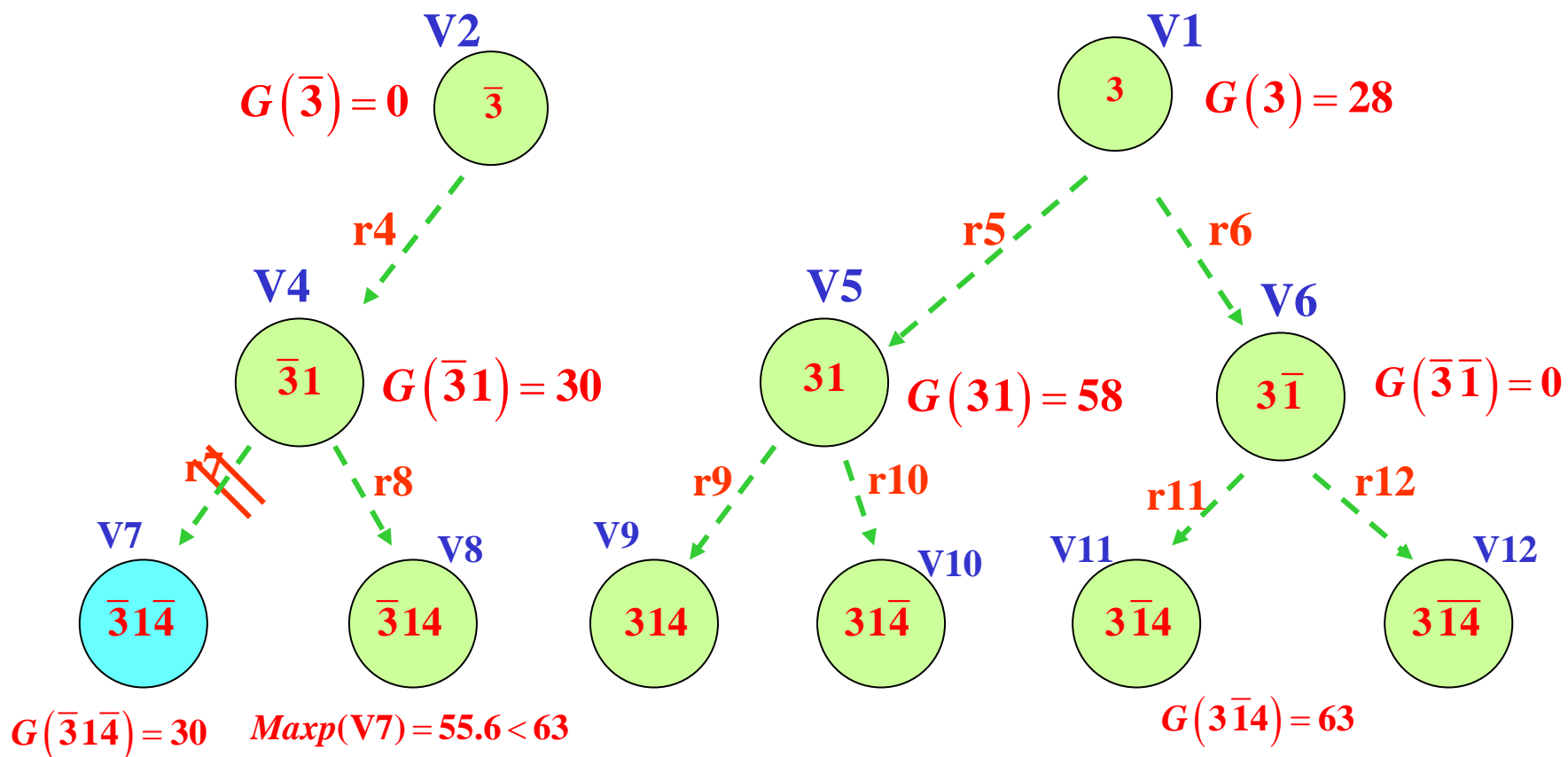
Cacharro n°	3	1	4	6	2	5
Valor	28	30	35	12	12	4
Peso	14	20	25	10	12	5
Relación Valor/Peso	2	1.5	1.4	1.2	1	0.8



Cacharro n°	3	1	4	6	2	5
Valor	28	30	35	12	12	4
Peso	14	20	25	10	12	5
Relación Valor/Peso	2	1.5	1.4	1.2	1	0.8



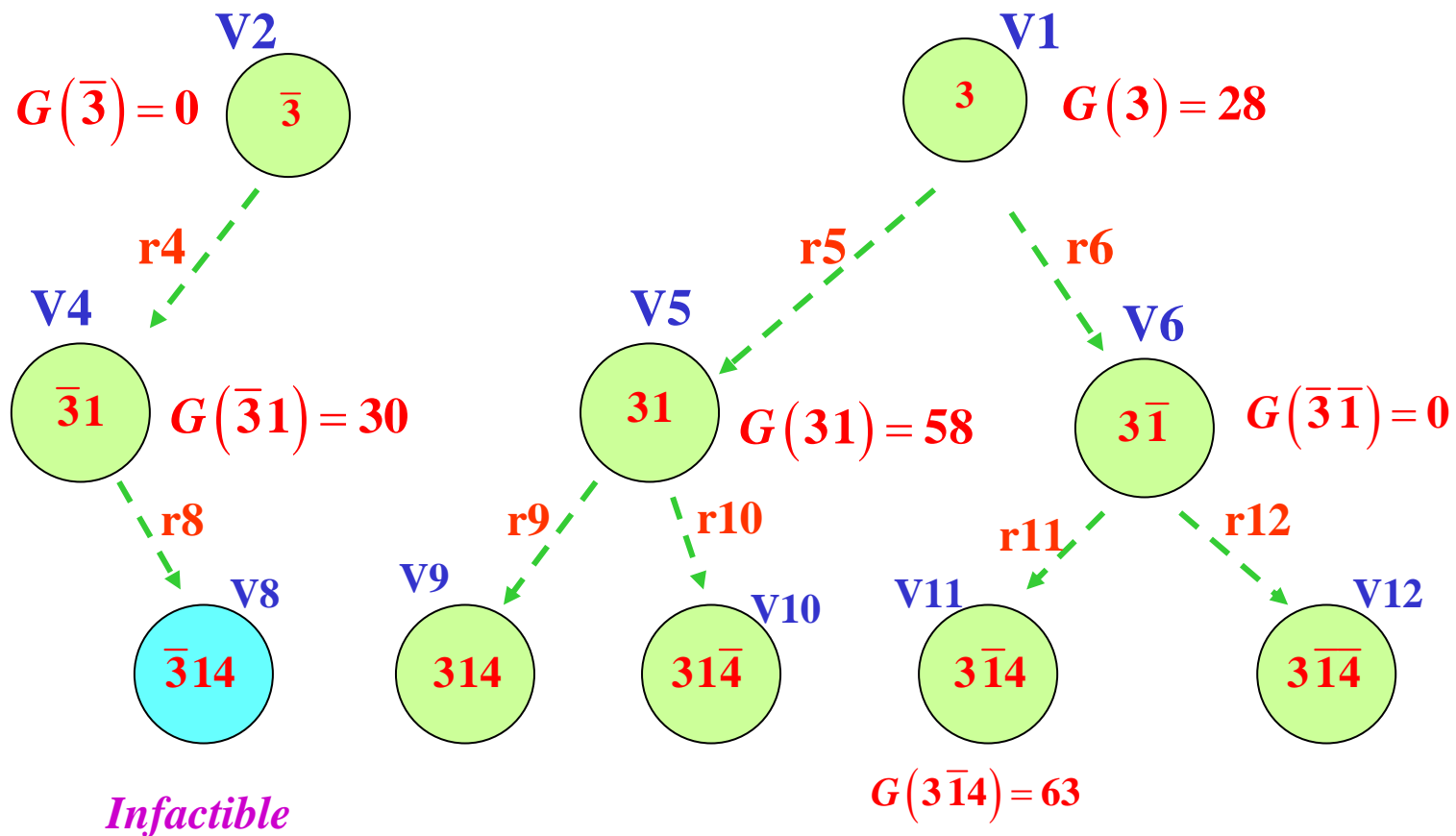
Cacharro n°	3	1	4	6	2	5
Valor	28	30	35	12	12	4
Peso	14	20	25	10	12	5
Relación Valor/Peso	2	1.5	1.4	1.2	1	0.8



cacharros : $c_1 + c_6 + c_2 + \frac{2}{5}c_1^*$
Peso : $20 + 10 + 12 + \frac{2}{5}5 = 44$
Valor : $30 + 12 + 12 + \frac{2}{5}4 = 55.6$

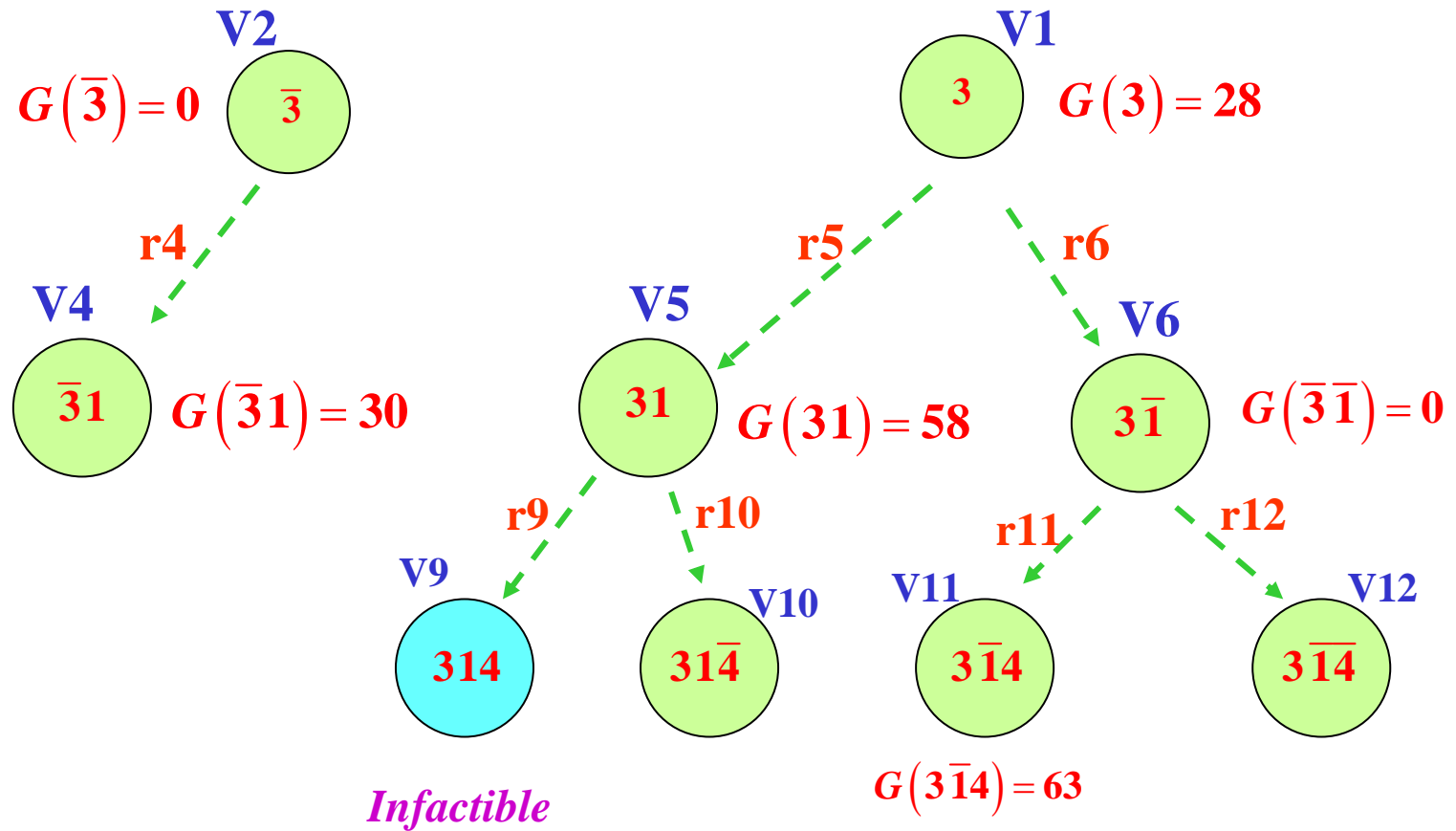
Como el máximo valor potencial que toma esta rama, 55.6, es menor que el valor de la mochila en el vértice V11, no es necesario continuar la búsqueda por esta rama y procedemos a su poda

Cacharro n°	3	1	4	6	2	5
Valor	28	30	35	12	12	4
Peso	14	20	25	10	12	5
Relación Valor/Peso	2	1.5	1.4	1.2	1	0.8



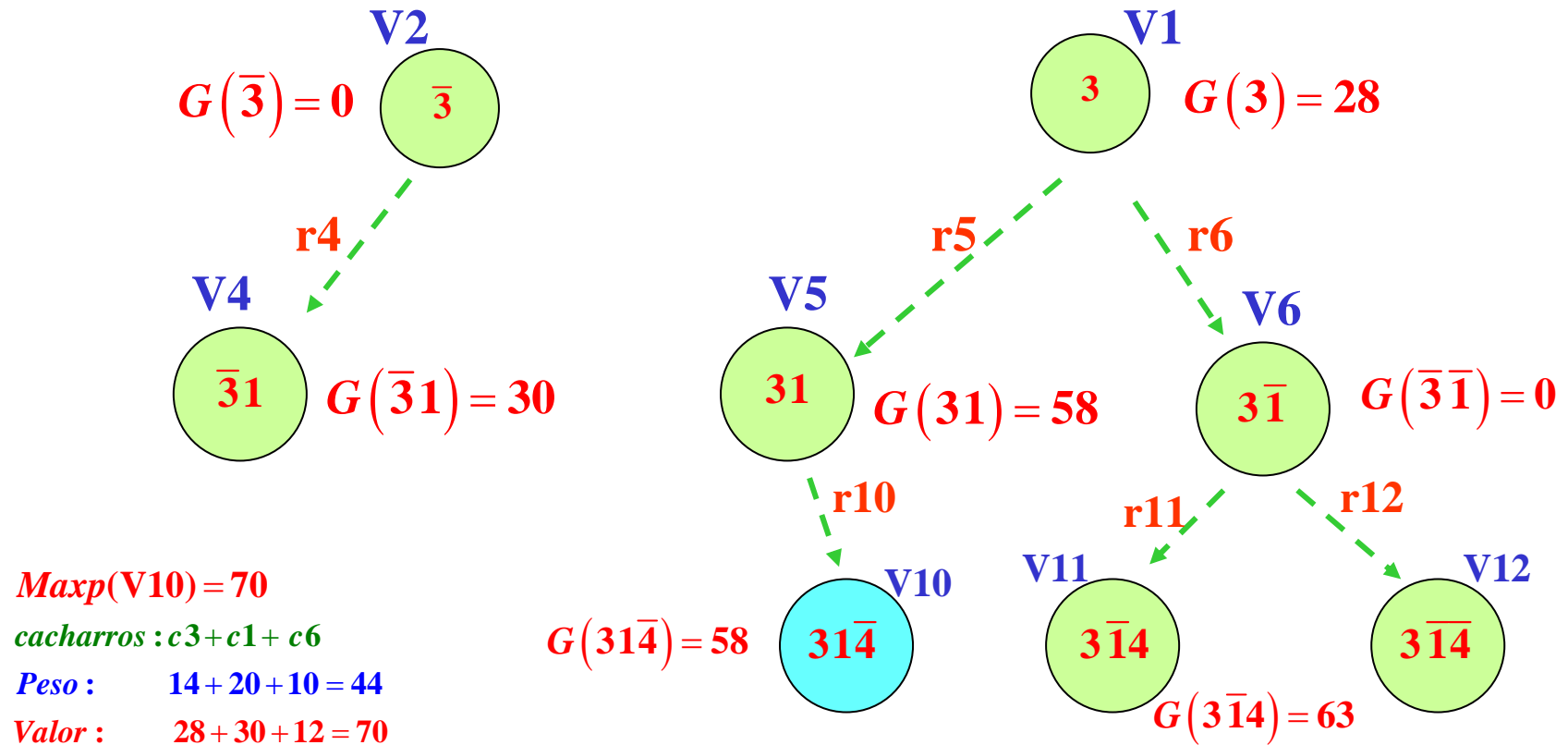
El peso conjunto de los cacharros 1 y 4 excede la resistencia de la mochila

Cacharro n°	3	1	4	6	2	5
Valor	28	30	35	12	12	4
Peso	14	20	25	10	12	5
Relación Valor/Peso	2	1.5	1.4	1.2	1	0.8



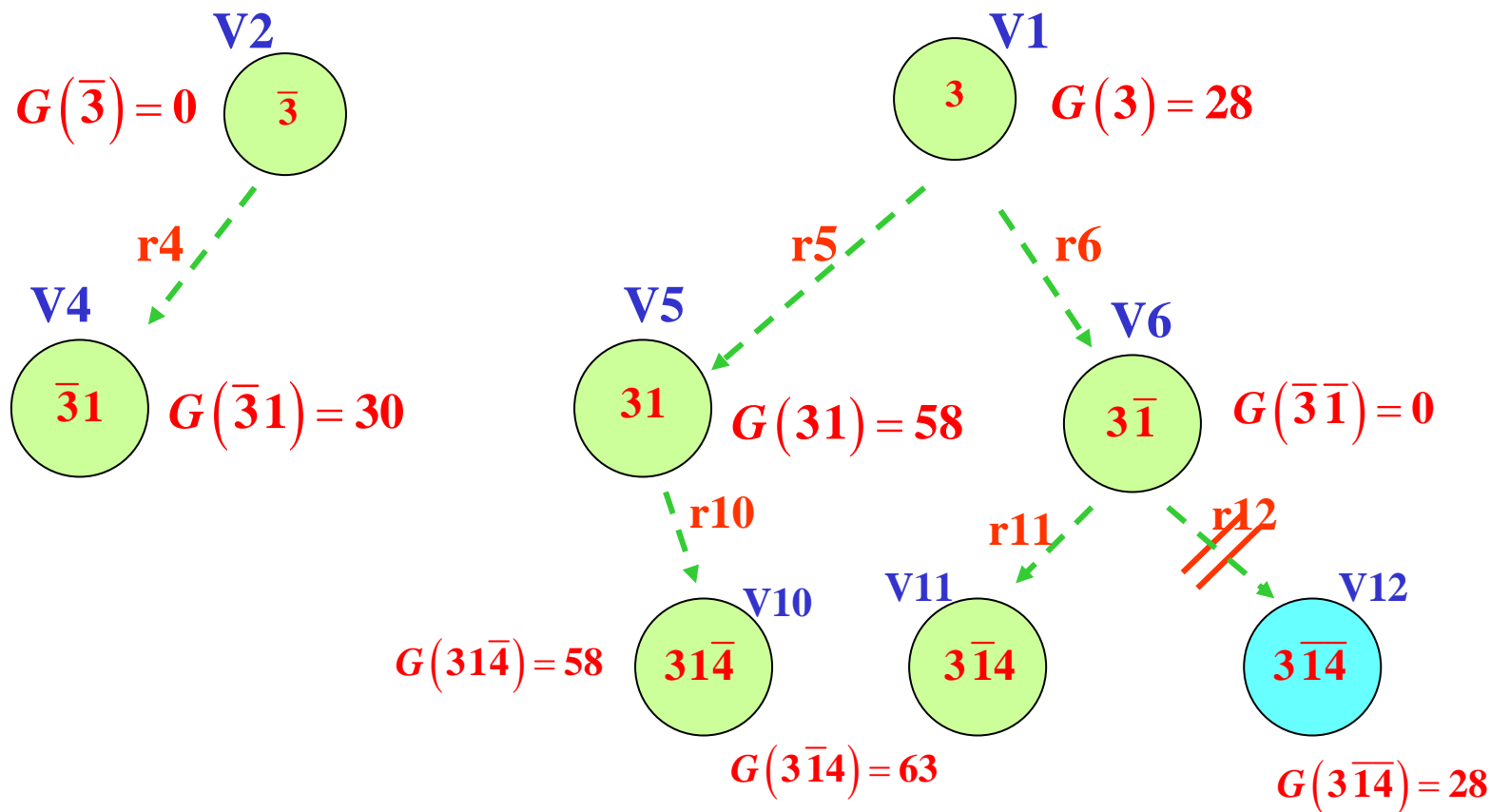
El peso conjunto de los cacharros 3, 1 y 4 excede la resistencia de la mochila

Cacharro n°	3	1	4	6	2	5
Valor	28	30	35	12	12	4
Peso	14	20	25	10	12	5
Relación Valor/Peso	2	1.5	1.4	1.2	1	0.8



Como el máximo valor potencial que toma esta rama 70 es mayor que el valor de la mochila en el vértice V11, es necesario continuar la búsqueda por esta rama. Nótese que este óptimo corresponde a una solución entera que aprovecha exactamente la capacidad de la mochila

Cacharro n°	3	1	4	6	2	5
Valor	28	30	35	12	12	4
Peso	14	20	25	10	12	5
Relación Valor/Peso	2	1.5	1.4	1.2	1	0.8



Como el máximo valor potencial que toma esta rama, 56, es menor que el valor de la mochila en el vértice V11, no es necesario continuar la búsqueda por esta rama y procedemos a su poda.

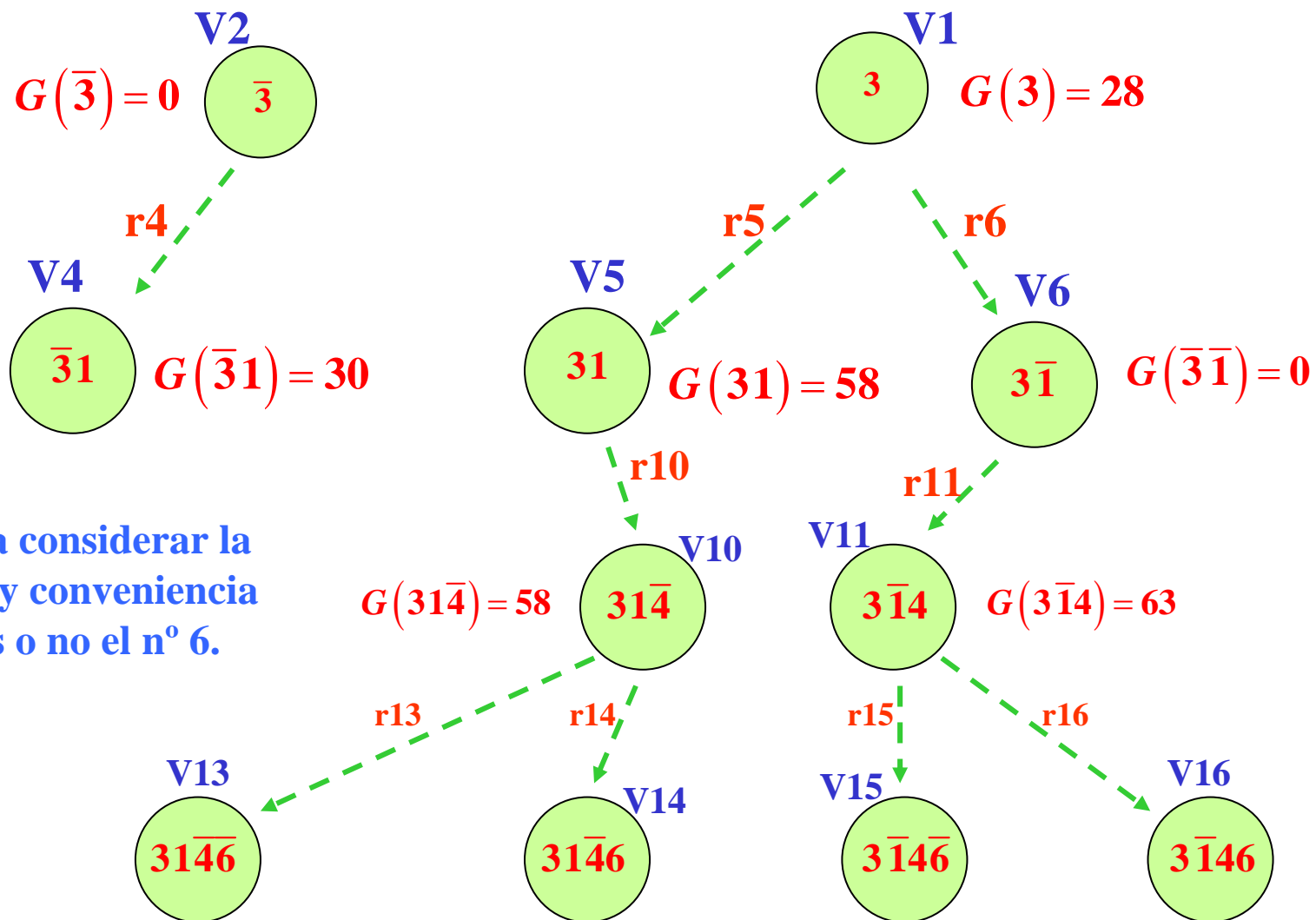
$$\text{Maxp}(V12) = 56$$

$$\text{cacharros} : c3 + c6 + c2 + c5$$

$$\text{Peso} : 14 + 10 + 12 + 5 < 44$$

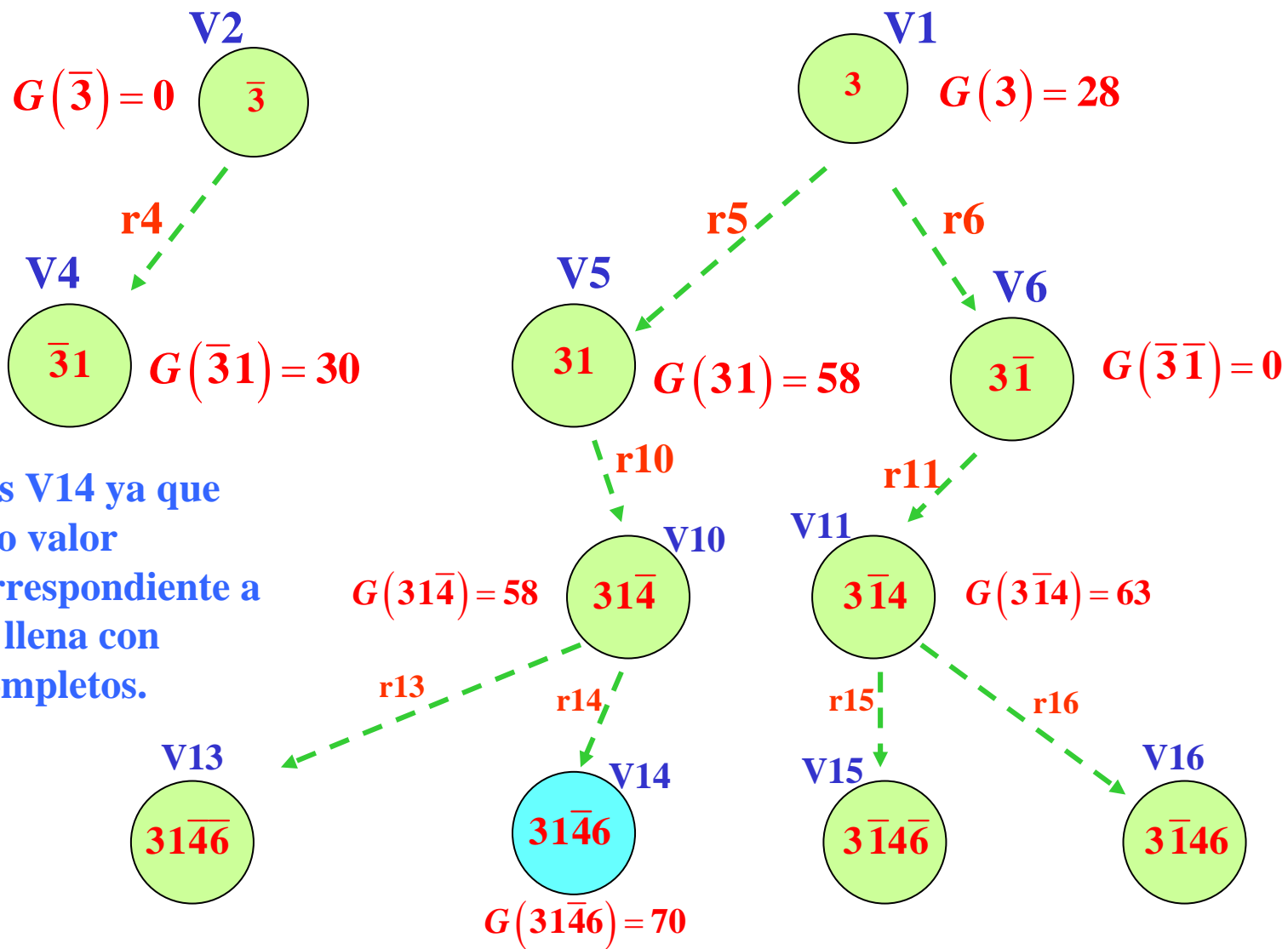
$$\text{Valor} : 28 + 12 + 12 + 4 = 56 < 63$$

Cacharro n°	3	1	4	6	2	5
Valor	28	30	35	12	12	4
Peso	14	20	25	10	12	5
Relación Valor/Peso	2	1.5	1.4	1.2	1	0.8



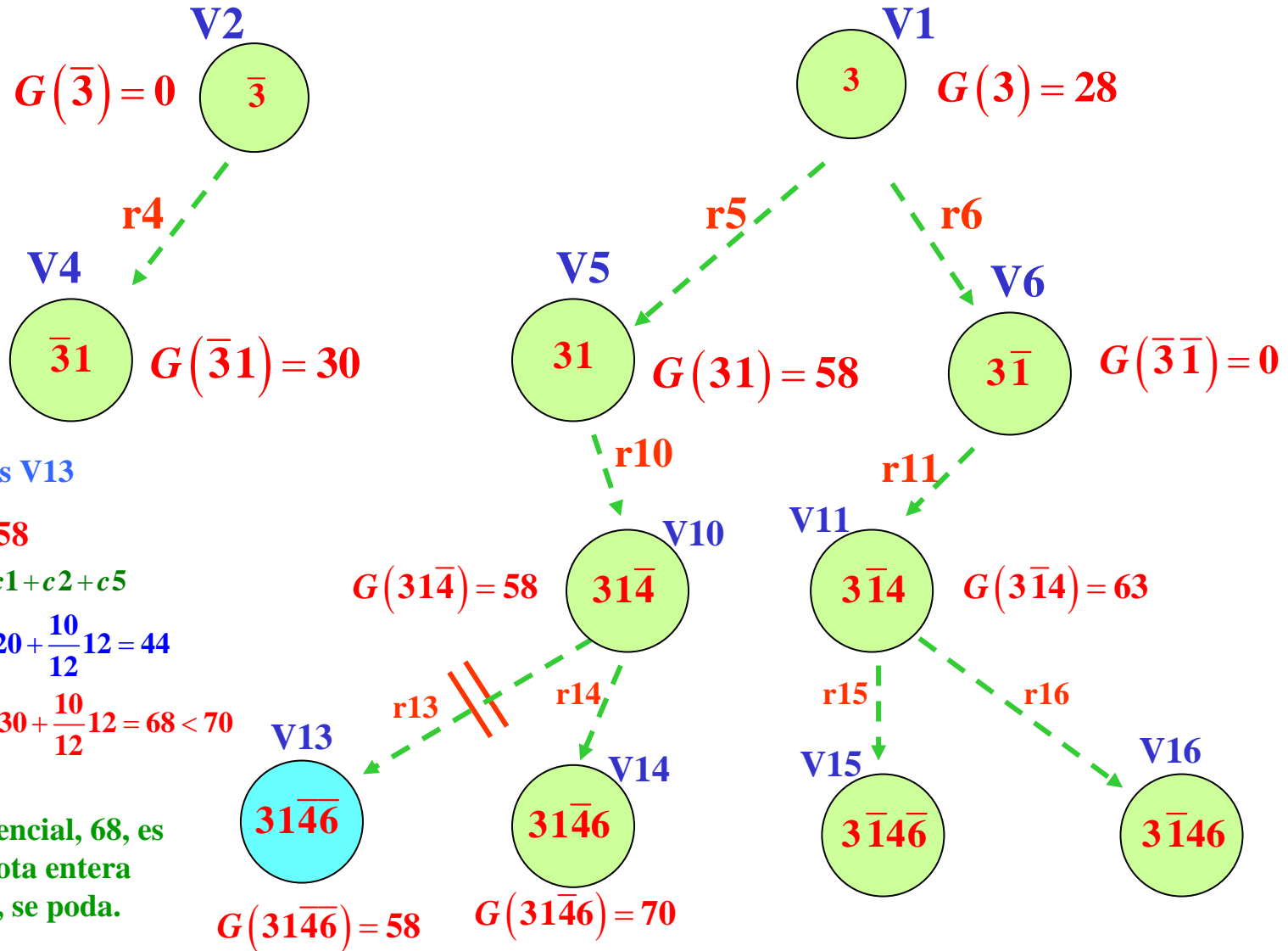
Pasamos a considerar la posibilidad y conveniencia de llevarnos o no el n° 6.

Cacharro n°	3	1	4	6	2	5
Valor	28	30	35	12	12	4
Peso	14	20	25	10	12	5
Relación Valor/Peso	2	1.5	1.4	1.2	1	0.8



Analizamos V14 ya que tenía máximo valor potencial correspondiente a una mochila llena con cacharros completos.

Cacharro n°	3	1	4	6	2	5
Valor	28	30	35	12	12	4
Peso	14	20	25	10	12	5
Relación Valor/Peso	2	1.5	1.4	1.2	1	0.8



Analizamos V13

$Maxp(V13) = 58$

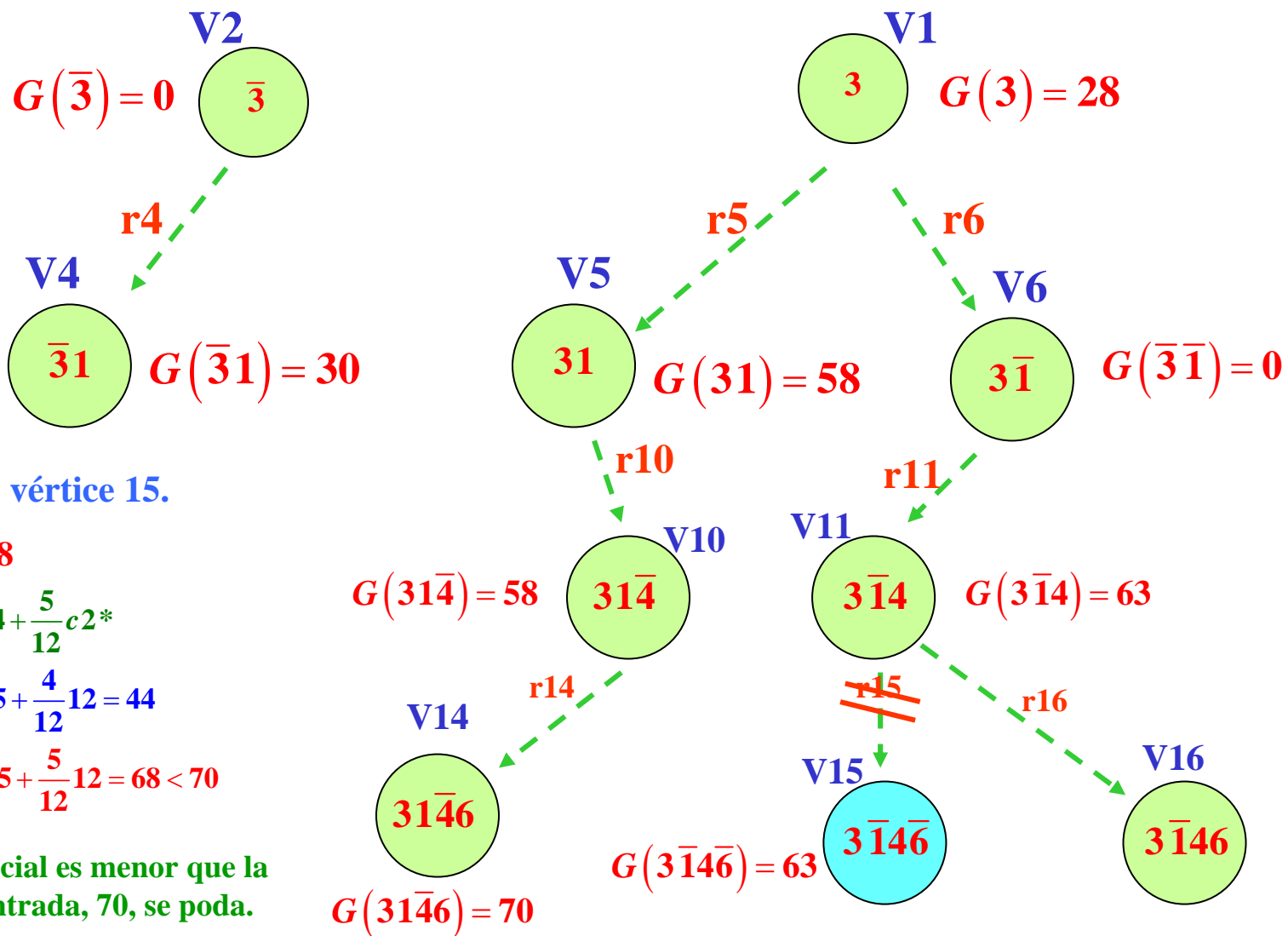
$cacharros : c3 + c1 + c2 + c5$

$Peso : 14 + 20 + \frac{10}{12} \cdot 12 = 44$

$Valor : 28 + 30 + \frac{10}{12} \cdot 12 = 68 < 70$

Como este potencial, 68, es menor que la cota entera encontrada, 70, se poda.

Cacharro n°	3	1	4	6	2	5
Valor	28	30	35	12	12	4
Peso	14	20	25	10	12	5
Relación Valor/Peso	2	1.5	1.4	1.2	1	0.8



Analizamos el vértice 15.

$$\text{Maxp}(V15) = 68$$

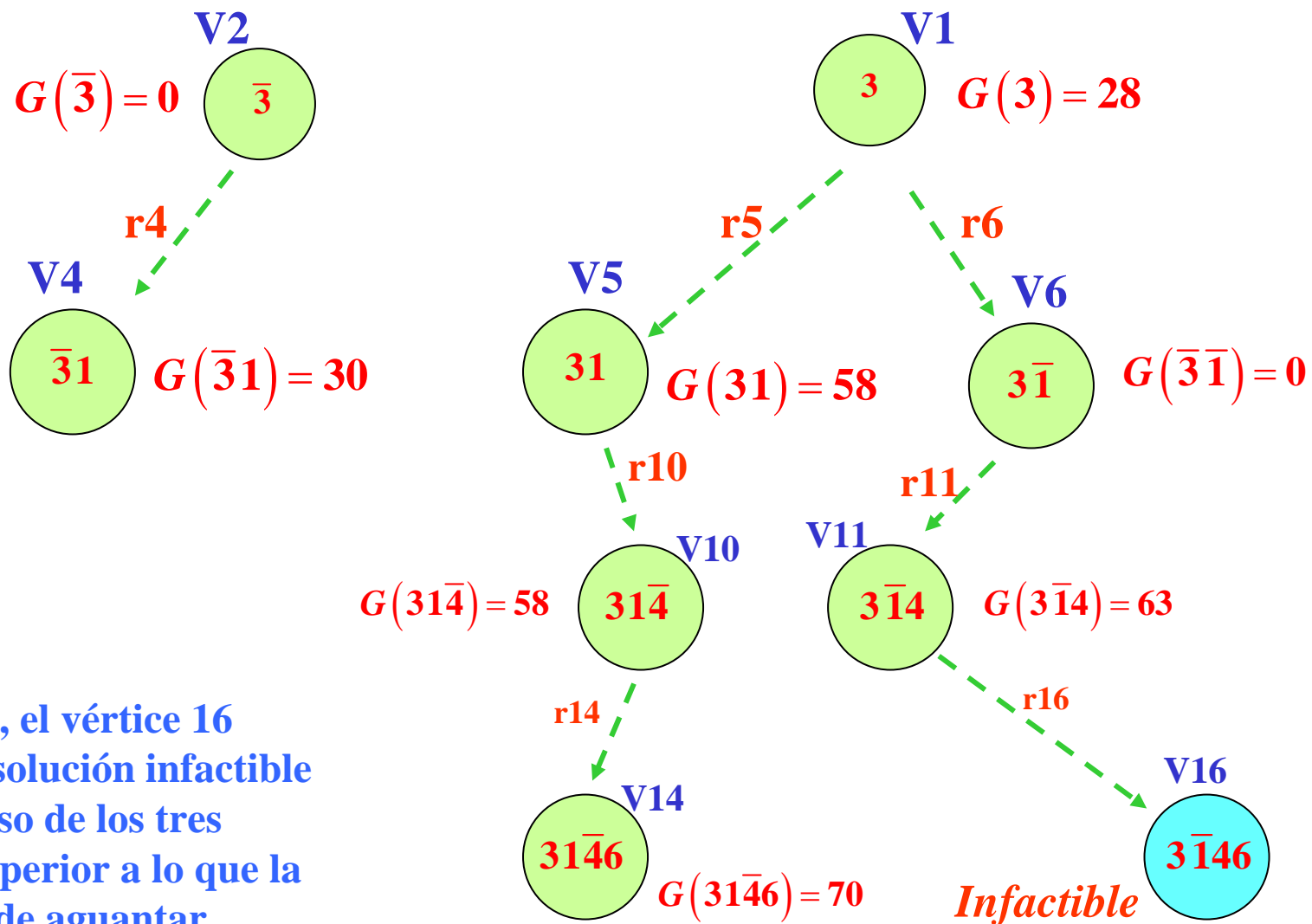
$$\text{cacharros} : c3 + c4 + \frac{5}{12}c2^*$$

$$\text{Peso} : 14 + 25 + \frac{4}{12}12 = 44$$

$$\text{Valor} : 28 + 35 + \frac{5}{12}12 = 68 < 70$$

Como este potencial es menor que la cota entera encontrada, 70, se poda.

Cacharro n°	3	1	4	6	2	5
Valor	28	30	35	12	12	4
Peso	14	20	25	10	12	5
Relación Valor/Peso	2	1.5	1.4	1.2	1	0.8



Por último, el vértice 16
 supone una solución infactible
 porque el peso de los tres
 objetos es superior a lo que la
 mochila puede aguantar.

