

UNIVERSIDAD PONTIFICIA
ICAI ICADE
COMILLAS

M A D R I D

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE ORGANIZACIÓN INDUSTRIAL

Optimización de gestión de inventarios (*stocks*)

Andrés Ramos

Universidad Pontificia Comillas

<http://www.iit.comillas.edu/aramos/>

Andres.Ramos@comillas.edu

CONTENIDO

➤ CARACTERIZACIÓN

- ❑ MODELOS DETERMINISTAS ESTÁTICOS DE LOTE ECONÓMICO
- ❑ MODELOS DETERMINISTAS DINÁMICOS
- ❑ MODELOS ESTOCÁSTICOS

Introducción

❑ Necesidad de **almacenamiento de productos finales** para la venta o **materias primas** o **producto semielaborado** para la producción

❑ **Equilibrar calidad y costes**

✓ Calidad: fallo en el suministro a clientes

✓ Costes de almacenamiento:

- Costes de capital invertido
- Espacio, mano de obra, transporte o manejo
- Deterioro, obsolescencia, robo, pérdidas

❑ Modelos de inventarios deciden sobre

✓ **Cuánto**

✓ **Cuándo**

pedir de un producto para satisfacer la demanda al mínimo coste

Caracterización de los costes

- ❑ Costes de compra [€/ud]
 - ✓ Precio por unidad del artículo. Constante o con descuento por cantidad
- ❑ Coste de orden y/o preparación o pedido [€/pedido]
 - ✓ Realización del pedido. Independiente del volumen
- ❑ Coste de almacenamiento [€/ud u.t.]
 - ✓ Mantenimiento del inventario. Coste por unidad en inventario y tiempo
- ❑ Coste de ruptura o carencia o penuria [€/ud u.t.]
 - ✓ Penalización por insatisfacción de la demanda (pérdida de ingresos, lucro cesante, de clientes, de imagen o de confianza). Coste por unidad de demanda insatisfecha y tiempo. Criticidad de la ruptura

$$\left(\begin{array}{c} \text{Coste total del} \\ \text{inventario} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Coste de} \\ \text{compra} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Coste de} \\ \text{orden} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Coste de} \\ \text{almacenamiento} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Coste de} \\ \text{ruptura} \end{array} \right)$$

Caracterización de la demanda

☐ Según **incertidumbre**

- ✓ **Determinista**: conocida a lo largo del tiempo
- ✓ **Aleatoria** o **probabilista**: se conoce su función de probabilidad

☐ Según **cantidad**

- ✓ **Estática**: constante por unidad de tiempo
- ✓ **Dinámica**: variable con el tiempo (semanal, mensual, etc.)

Caracterización del sistema de inventarios

☐ Según **tipo de revisión**

- ✓ **Periódica** con un cierto intervalo (semanal, mensual, etc.). Coincide con el momento de realizar un pedido.
- ✓ **Continua**: se revisa en cualquier momento. El pedido se hace cuando el inventario está por debajo de un cierto umbral preespecificado (**punto de reorden**)

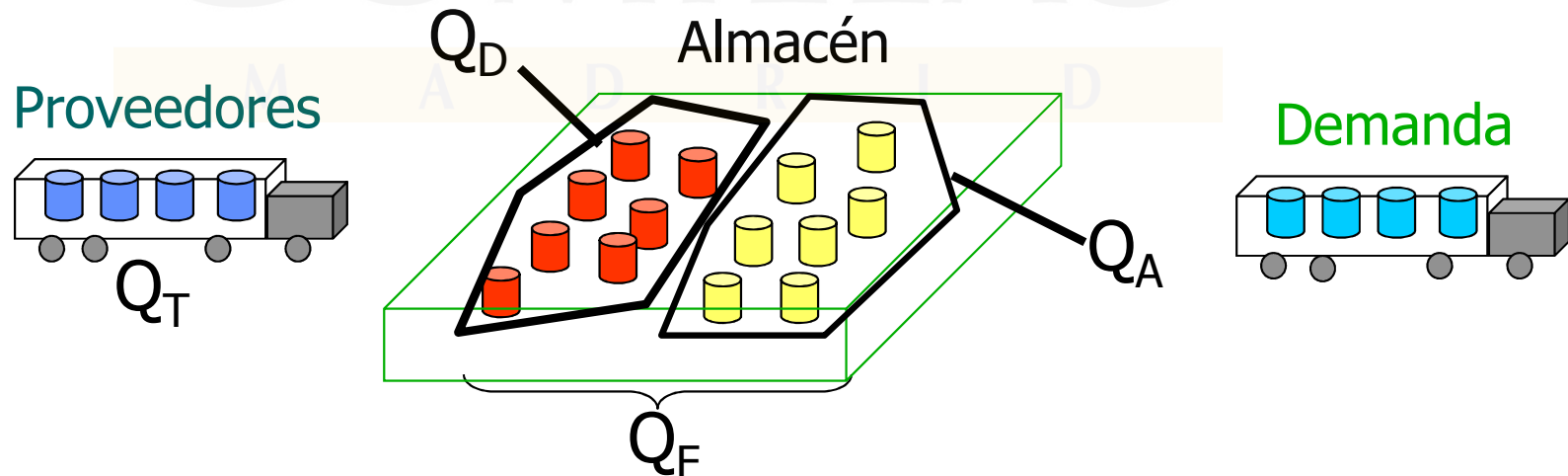
☐ Según **plazo** o **tiempo de entrega**

- ✓ **Determinista**
- ✓ **Probabilista** o **aleatorio**

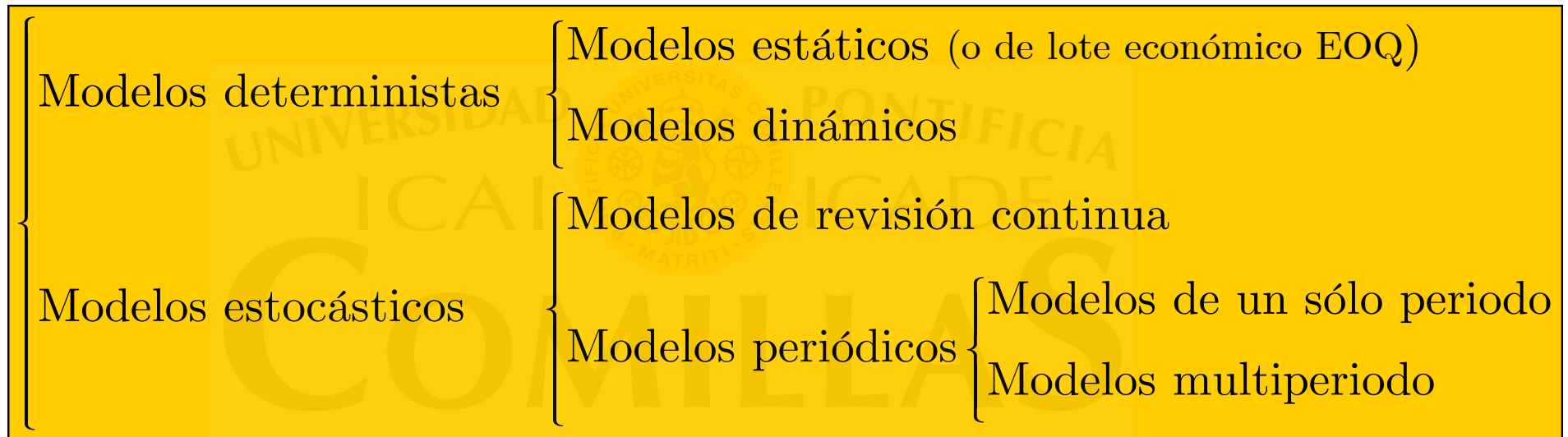
Caracterización de los stocks

- ❑ Stock **en tránsito** (Q_T): Aquél que ha sido pedido pero no ha llegado aún
- ❑ Stock **asignado** (Q_A): Aquél que está en el almacén y ha sido comprado
- ❑ Stock **disponible** (Q_D): Aquél que está en el almacén y no ha sido asignado
- ❑ Stock **físico** (Q_F): Aquél que está en el almacén
- ❑ Stock **logístico** (Q_L): Suma del stock en tránsito y del stock disponible

$$Q_L = Q_T + Q_D = Q_T + Q_F - Q_A$$



Clasificación de modelos de inventarios



M A D R I D

CONTENIDO

□ CARACTERIZACIÓN

➤ **MODELOS DETERMINISTAS ESTÁTICOS DE LOTE ECONÓMICO**

□ MODELOS DETERMINISTAS DINÁMICOS

□ MODELOS ESTOCÁSTICOS

Modelo estático determinista de lote económico (EOQ) con revisión continua

❑ EOQ (*Economic Order Quantity*)

❑ Demanda conocida de antemano

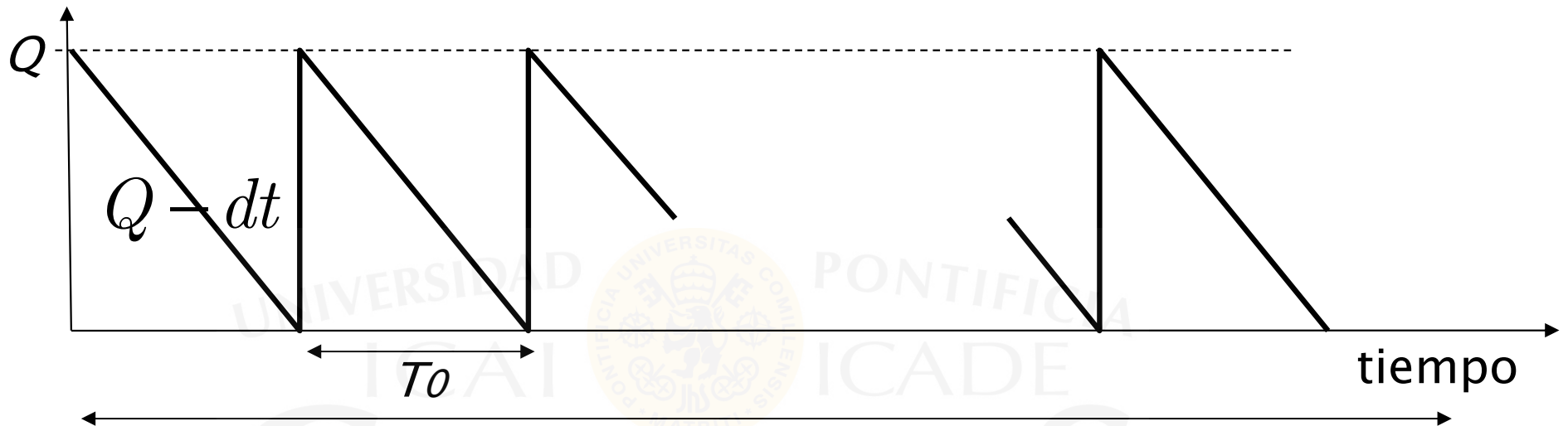
❑ Datos

- ✓ d tasa de demanda [ud/u.t.]
- ✓ c_u coste unitario de compra [u.m./ud]
- ✓ c_p coste de orden o pedido [u.m./pedido]
- ✓ c_a coste de almacenamiento [u.m./ud u.t.]
- ✓ c_r coste de ruptura o carencia [u.m./ud u.t.]
- ✓ l plazo de entrega [u.t.]

❑ Variables

- ✓ Q cantidad a pedir o tamaño del pedido [ud]
- ✓ T_0 instante del pedido inicial o duración del ciclo o tiempo entre pedidos [u.t.]

Modelo estático determinista de lote económico con revisión continua **SIN RUPTURA** y **CON ENTREGA INMEDIATA**



- ❑ Nivel de inventario $Q - dt$
- ❑ Duración del ciclo $T_0 = Q/d$
- ❑ Coste total del ciclo

$$\text{Coste ciclo} = \text{Coste orden} + c. \text{ compra} + c. \text{ almacenamiento} = c_p + c_u Q + c_a \frac{Q^2}{2d}$$

- ❑ Coste total por unidad de tiempo

$$C(Q) = \frac{\text{Coste ciclo}}{\text{Tiempo ciclo}} = \frac{dc_p}{Q} + c_u d + \frac{c_a Q}{2}$$

Modelo estático determinista de lote económico con revisión continua **SIN RUPTURA** y **CON ENTREGA INMEDIATA**

- Fórmula de Wilson: tamaño del pedido óptimo (mínimo global derivando e igualando a 0)

$$Q^* = \sqrt{\frac{2dc_p}{c_a}}$$

- Tiempo óptimo entre pedidos

$$T_0^* = \frac{Q^*}{d}$$

- Si Q debe ser entero

- ✓ Valores grandes: redondear
- ✓ Valores pequeños

$$Q^*(Q^* - 1) < \frac{2dc_p}{c_a} < Q^*(Q^* + 1)$$

Modelo estático determinista de lote económico con revisión continua **SIN RUPTURA** y **SIN ENTREGA INMEDIATA**

□ Plazo de entrega $l > 0$

✓ **Inferior** a la duración del ciclo $l < T_0$

Pedido cuando nivel de inventario sea ld

✓ **Superior** a la duración del ciclo $l > T_0$

Plazo de entrega efectivo $l_e = l - nT_0$ siendo $l_e < T_0$

Caso ejemplo: fábrica de flanes

- ❑ Una fábrica de flanes recibe de un proveedor los envases de papel de aluminio en los que se deposita el contenido del flan. La producción anual de flanes asciende a 500000 unidades. El coste de pedido c_p es de 300 € por pedido (incluye transporte y descarga). El coste de almacenamiento anual c_a es de un 30 % del valor de adquisición. El valor de adquisición de cada envase es de 0.09 €. El tiempo hasta la llegada del pedido es un día.
- ❑ Tamaño de pedido óptimo

$$Q^* = \sqrt{\frac{2dc_p}{c_a}} = \sqrt{2 \frac{500000 \text{ envases}}{1 \text{ año}} \frac{300 \text{ €/pedido}}{(30\% \cdot 0.09 \text{ €/envase año})}} = 105409 \text{ envases}$$

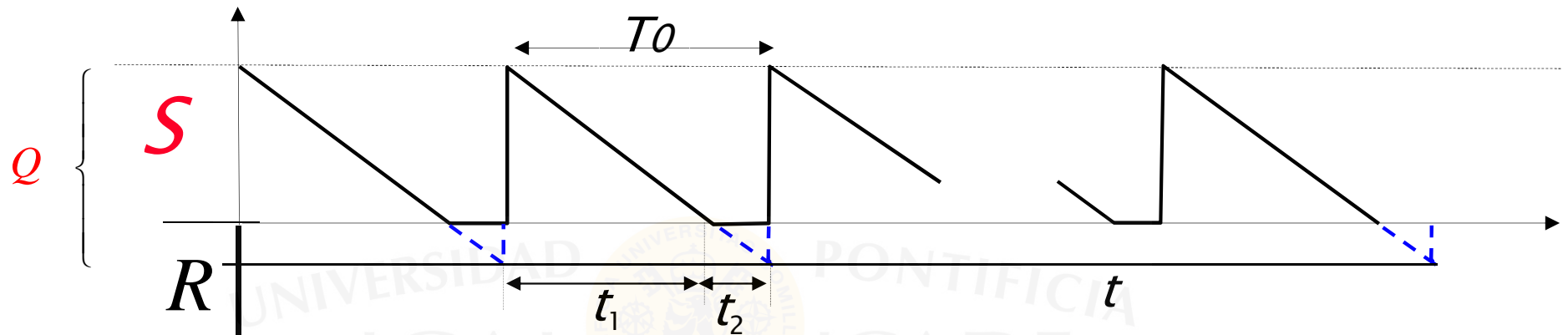
- ❑ Tiempo óptimo entre pedidos

$$T_0^* = \frac{Q^*}{d} = \frac{105409}{500000} = 0.2108 \text{ años} \approx 2.5 \text{ meses}$$

$$\text{Coste total ciclo} = c_p + c_u Q + c_a \frac{Q^2}{2d} = 300 + 0.09 \cdot 105409 + 0.3 \cdot 0.09 \cdot \frac{105409^2}{2 \cdot 500000} = 10086.8 \text{ €/ciclo}$$

$$\text{Coste anual} = 47846 \text{ €/año}$$

Modelo estático determinista de lote económico con revisión continua **CON RUPTURA** y **CON ENTREGA INMEDIATA**



- Se permite nivel de inventario nulo en cierto tiempo
- Al recibir el pedido primero se satisface la demanda pendiente
- Introduce costes de ruptura

Coste total del ciclo

$$\begin{aligned} \text{Coste ciclo} &= c. \text{ orden} + c. \text{ compra} + c. \text{ almacenamiento} + c. \text{ ruptura} = \\ &= c_p + c_u Q + c_a \frac{S^2}{2d} + c_r \frac{(Q - S)^2}{2Q} \end{aligned}$$

Coste total por unidad de tiempo

$$C(Q, S) = \frac{\text{Coste ciclo}}{\text{Tiempo ciclo}} = \frac{dc_p}{Q} + c_u d + \frac{c_a S^2}{2Q} + c_r \frac{(Q - S)^2}{2Q}$$

Modelo estático determinista de lote económico con revisión continua **CON RUPTURA** y **CON ENTREGA INMEDIATA**

□ Formulación genérica

$$\begin{aligned} \min_{Q,S} \quad & C(Q, S) \\ & Q \geq S \\ & Q \geq 0 \end{aligned}$$

□ Solución óptima

$$Q^* = \sqrt{\frac{2dc_p}{c_a} \frac{c_r + c_a}{c_r}} \quad S^* = \sqrt{\frac{2dc_p}{c_a} \frac{c_r}{c_r + c_a}}$$

□ Tasa de ruptura

$$r = \frac{c_r}{c_r + c_a}$$

Relacionada con nivel de calidad del servicio.

Valor ~ 1 , $c_r \gg c_a$, casi no se permiten rupturas

Caso ejemplo: fábrica de flanes

- ❑ La fábrica de flanes quiere reducir los costes de inventario de los envases de aluminio. Para ello estudia la alternativa de demorar procesos de pasteurización cuando se carece de envases. Esta demora implica un coste adicional de 0.20 €/envase y año
- ❑ Tamaño de pedido óptimo

$$Q^* = \sqrt{\frac{2dc_p}{c_a} \frac{c_r + c_a}{c_r}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 500000 \cdot 300}{0.3 \cdot 0.09} \frac{0.2 + 0.3 \cdot 0.09}{0.2}} = 112299 \text{ envases}$$

$$S^* = \sqrt{\frac{2dc_p}{c_a} \frac{c_r}{c_r + c_a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 500000 \cdot 300}{0.3 \cdot 0.09} \frac{0.2}{0.2 + 0.3 \cdot 0.09}} = 98942 \text{ envases}$$

- ❑ Tiempo óptimo entre pedidos

$$T_0^* = \frac{Q^*}{d} = \frac{112299}{500000} = 0.2246 \text{ años} \approx 2.7 \text{ meses}$$

$$\begin{aligned} \text{Coste total ciclo} &= c_p + c_u Q + c_a \frac{S^2}{2d} + c_r \frac{(Q - S)^2}{2d} = \\ &= 300 + 0.09 \cdot 112299 + 0.3 \cdot 0.09 \cdot \frac{98942^2}{2 \cdot 500000} + 0.2 \cdot \frac{(112299 - 98942)^2}{2 \cdot 500000} = 10706.9 \text{ €/ciclo} \end{aligned}$$

$$\text{Coste anual} = 47671.4 \text{ €/año}$$

Modelo estático determinista de lote económico con revisión continua **SIN RUPTURA** y **CON DESCUENTO POR CANTIDAD**

- ❑ El coste unitario de compra tiene descuento por volumen

$$c_u(Q) = \begin{cases} c_1 & 0 \leq Q < q_1 \\ c_2 & q_1 \leq Q < q_2 \\ \vdots & \vdots \\ c_{m+1} & Q \geq q_m \end{cases} \quad (c_1 > c_2 > \dots > c_{m+1})$$

- ❑ Coste total por unidad de tiempo

$$C^i(Q) = \frac{dc_p}{Q} + c_i d + \frac{c_a Q}{2}, \quad i = 1, \dots, m+1$$

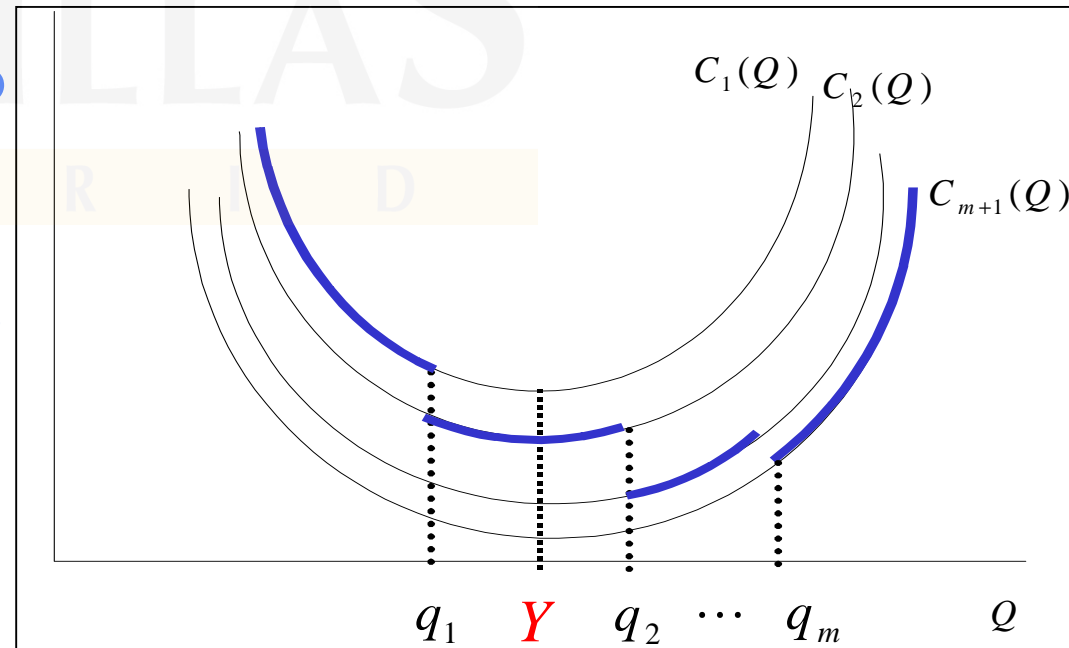
- ❑ Tamaño del pedido óptimo

$$Y = \sqrt{\frac{2dc_p}{c_a}}$$

- ❑ Si $q_{i-1} < Y < q_i$ el valor óptimo

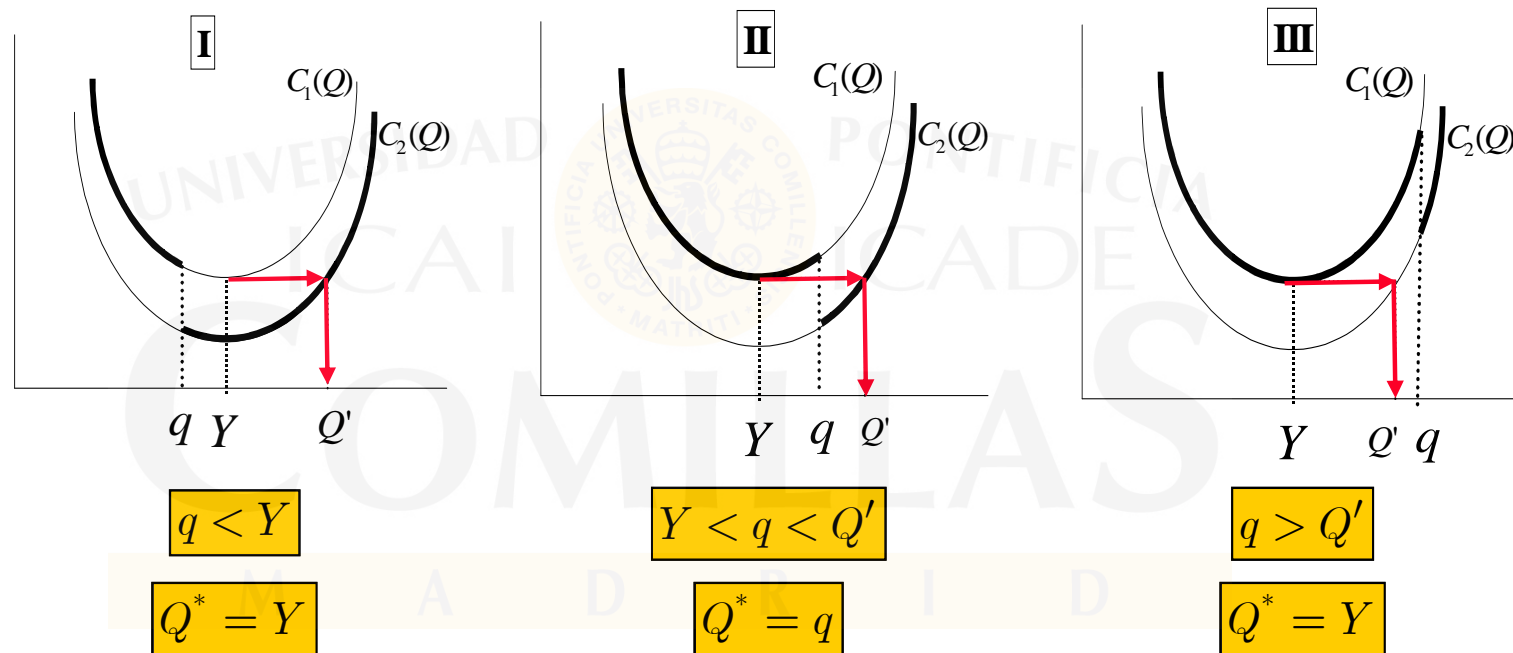
Q^* corresponde a

$$\min \{C_i(Y), C_{i+1}(q_i), \dots, C_{m+1}(q_m)\}$$



Modelo estático determinista de lote económico con revisión continua **SIN RUPTURA** y **CON DESCUENTO POR CANTIDAD**

□ Caso de **dos** costes unitarios



siendo Q' el valor correspondiente a $C_2(Q') = C_1(Y)$

Modelo estático determinista de lote económico con revisión continua **SIN RUPTURA** y **CON VARIOS ARTÍCULOS** y **LÍMITE DE ALMACENAMIENTO**

□ Planeamiento general NLP

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_i C^i(Q^i) = \sum_i \left(\frac{d^i c_p^i}{Q^i} + c_u^i d^i + \frac{c_a^i Q^i}{2} \right) \\ & \sum_i s^i Q^i \leq S \\ & Q^i \geq 0 \end{aligned}$$

siendo s^i el **espacio unitario** ocupado por el artículo i y S el **espacio total** disponible

- Se prueba si los valores $Q^{i*} = \sqrt{\frac{2d^i c_p^i}{c_a^i}}$ verifican la restricción. Si no, planteamiento general como problema NLP

Mejoras potenciales

- Demanda dependiente del inventario: a mayor inventario mayor demanda
 - ✓ Dependencia del inventario inicial
 - ✓ Dependencia del inventario en cada instante
- Maximización de beneficios en lugar de minimización de costes
- Coste de almacenamiento dependiente del nivel de inventario
- Reparto entre clientes pacientes (demanda retropedida) e impacientes (pérdida de demanda)
- Inventario repartido entre instalaciones (almacén central con distribuidores locales)
- Productos perecederos

CONTENIDO

❑ CARACTERIZACIÓN

❑ MODELOS DETERMINISTAS ESTÁTICOS DE LOTE ECONÓMICO

➤ **MODELOS DETERMINISTAS DINÁMICOS**

❑ MODELOS ESTOCÁSTICOS

Modelo dinámico determinista con revisión periódica

□ Datos:

- ✓ $t = 1, \dots, T$ periodos de estudio
- ✓ d_t demanda al comienzo del periodo t [ud]
- ✓ $c_t(Q_t)$ coste de compra (y de pedido) de Q_t unidades en el periodo t [€]
- ✓ $h_t(I_t)$ coste de almacenamiento de I_t unidades durante el periodo t [€]

□ Variables:

- ✓ Q_t cantidad a comprar al comienzo del periodo t [ud]
- ✓ I_t nivel de inventario al final del periodo t . I_0 inventario inicial [ud]

□ Planteamiento general

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_t [c_t(Q_t) + h_t(I_t)] \\ & Q_t + I_{t-1} = d_t + I_t \quad \forall t \\ & Q_t, I_t \geq 0 \quad \forall t \end{aligned}$$

- ✓ Métodos de solución (optimización LP, NLP, MIP, programación dinámica, heurísticos)

Modelo dinámico determinista con revisión periódica

- ❑ Planificación de requerimiento de materiales (*MRP*)
 - ✓ Planifica y organiza las necesidades de la producción
 - ✓ Demanda periódica conocida
 - ✓ Relaciona la demanda de producto final con los materiales y componentes para fabricarlo

Modelo dinámico determinista con revisión periódica.

Ejemplo *MRP*

- ✓ Se fabrican **dos artículos**: A_1 y A_2
- ✓ **Demanda** trimestral de artículos: A_1 100 y A_2 150 unidades
- ✓ **Tiempo de entrega** (fabricación) de los artículos: 2 y 1 mes respectivamente
- ✓ Cada artículo requiere 2 subensamblajes
- ✓ Tiempo de entrega (fabricación) de subensamblaje: 1 mes
- ✓ No hay coste de pedido, ni descuento por volumen, coste de producción constantes. Óptimo: pedir en el último instante

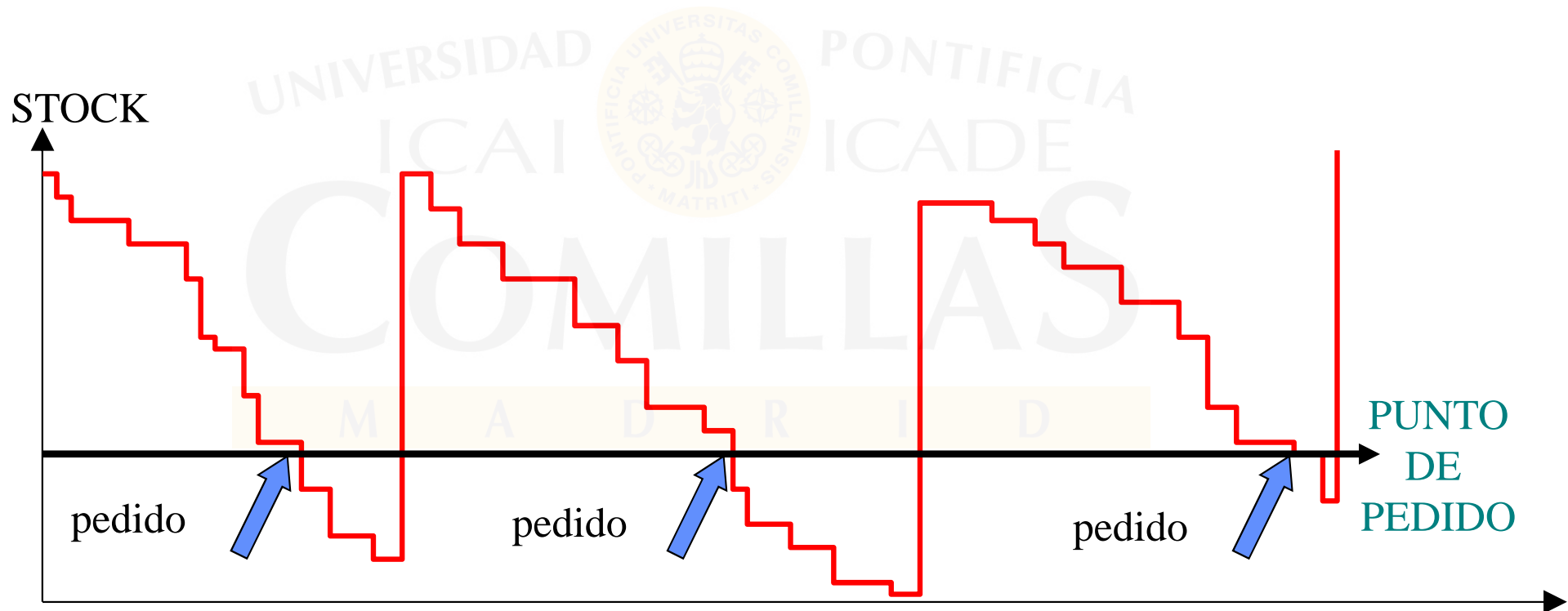
Mes(final)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A_1 - entrega				100			100			100			100
A_1 - inicio		100			100			100			100		
S - dispon.		200			200			200			200		
S - pedido	200			200			200			200			
A_2 - entrega				150			150			150			150
A_2 - inicio			150			150			150			150	
S - dispon.			300			300			300			300	
S - pedido		300			300			300			300		
S - Tot disp		200	300		200	300		200	300		200	300	
S - Total	200	300		200	300		200	300		200	300		

CONTENIDO

- ❑ CARACTERIZACIÓN
- ❑ MODELOS DETERMINISTAS ESTÁTICOS DE LOTE ECONÓMICO
- ❑ MODELOS DETERMINISTAS DINÁMICOS
- **MODELOS ESTOCÁSTICOS**

Modelos estocásticos

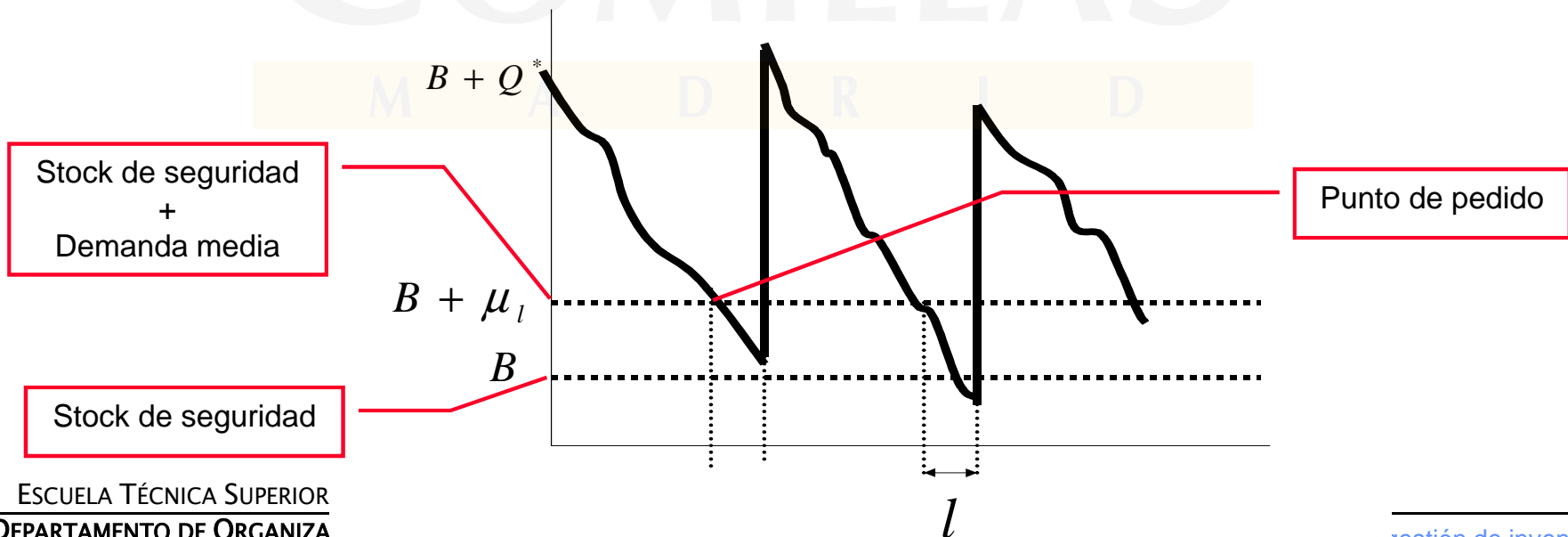
- ❑ Aleatoriedad en los inventarios principalmente debida a
 - ✓ Demanda (cuánto y cuándo pedir)
 - ✓ Plazo de entrega



Modelo estocástico con revisión continua

□ Modelo EOQ probabilizado

- ✓ l plazo de entrega [u.t.]
- ✓ D_l demanda aleatoria durante plazo de entrega (con media μ_l) [ud]
- ✓ α probabilidad de agotar existencias durante plazo de entrega
- ✓ B stock de seguridad (nivel de inventario que tiene una probabilidad $< \alpha$ de ruptura de inventario) [ud] $P\{D_l \geq B + \mu_l\} \leq \alpha$ $P\{D_l - \mu_l \geq B\} \leq \alpha$
Diferencia entre la demanda y su media exceda el stock de seguridad
- ✓ Ofrece al cliente calidad en el suministro del producto



Modelo estocástico con revisión continua

□ Modelo EOQ probabilizado

✓ Si $D_l \stackrel{D}{=} N(\mu_l, \sigma_l)$ entonces

$$P\{D_l \geq B + \mu_l\} \leq \alpha \Rightarrow P\left\{Z \geq \frac{B}{\sigma_l}\right\} \leq \alpha \Rightarrow \frac{B}{\sigma_l} \geq z_\alpha \Rightarrow B \geq z_\alpha \sigma_l$$

siendo $Z \stackrel{D}{=} N(0,1)$ $1 - \alpha = F_{N(0,1)}(z_\alpha)$

✓ Si la demanda d está dada por unidad de tiempo (día, semana) [ud/u.t.]

$$\mu_l = dl \quad \sigma_l = \sqrt{\sigma^2 l}$$

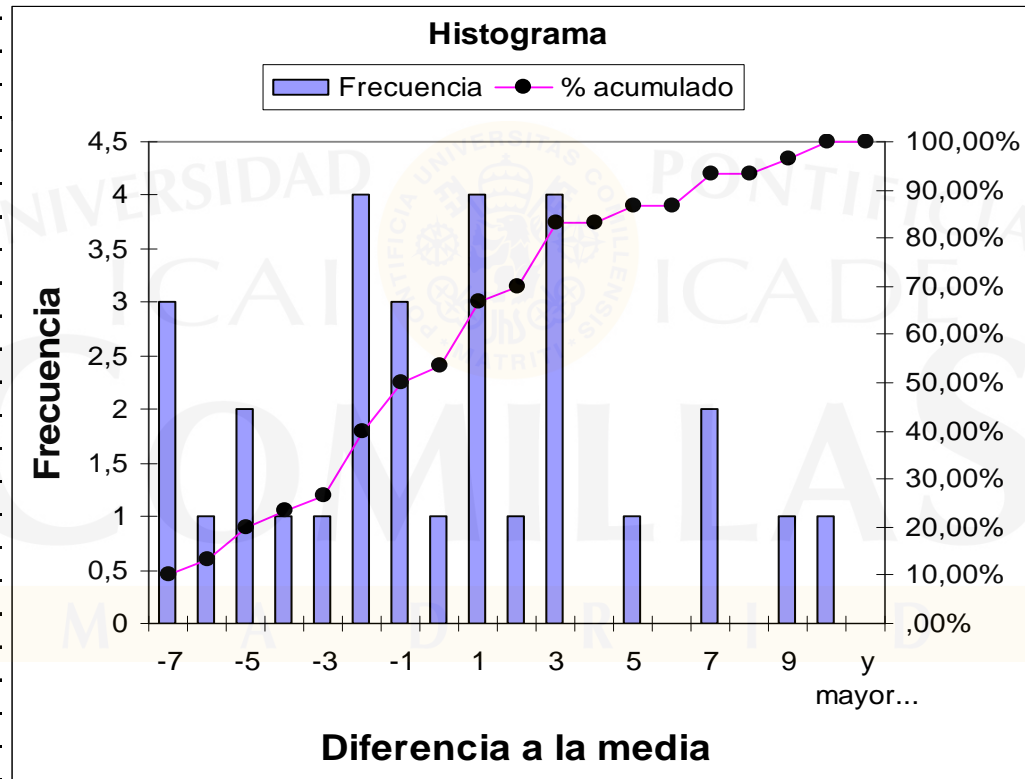
✓ Punto de pedido [ud] $B + \mu_l$

✓ Cantidad a pedir [ud] $Q^* = \sqrt{\frac{2dc_p}{c_a}}$

✓ Duración del ciclo [u.t.] $T^* = \frac{Q^*}{d}$

Caso ejemplo de stock de seguridad

#Día	Demanda	Diferencia
1	28	-2
2	30	0
3	33	3
4	27	-3
5	22	-8
6	40	10
7	26	-4
8	33	3
9	31	1
10	24	-6
11	29	-1
12	28	-2
13	29	-1
14	31	1
15	28	-2
16	37	7
17	33	3
18	29	-1
19	37	7
20	28	-2
21	33	3
22	23	-7
23	31	1
24	23	-7
25	39	9
26	31	1
27	32	2
28	25	-5
29	35	5
30	25	-5



Clase	Frecuencia	% acumulado
-7	3	10,00%
-6	1	13,33%
-5	2	20,00%
-4	1	23,33%
-3	1	26,67%
-2	4	40,00%
-1	3	50,00%
0	1	53,33%
1	4	66,67%
2	1	70,00%
3	4	83,33%
4	0	83,33%
5	1	86,67%
6	0	86,67%
7	2	93,33%
8	0	93,33%
9	1	96,67%
10	1	100,00%
mayor...	0	100,00%

Modelo estocástico con revisión continua

□ Modelo EOQ probabilista

✓ Hipótesis

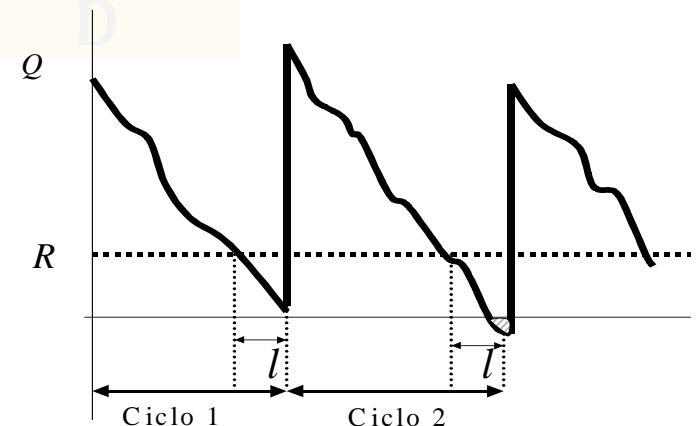
- Demanda no satisfecha durante plazo de entrega se acumula
- Distribución estacionaria de la demanda durante plazo de entrega

✓ Datos

- l plazo de entrega [u.t.]
- D_l demanda **aleatoria** durante plazo de entrega [ud]
- $f(d)$ función de densidad de la demanda aleatoria (con media μ_D) [ud/u.t.]
- c_p coste de orden o pedido [€/pedido]
- c_a coste de almacenamiento [€/ud u.t.]
- c_r coste de ruptura o carencia [€/ud u.t.]

✓ Resultados

- R punto de pedido [ud]
- Q tamaño del pedido [ud]



Modelo estocástico con revisión continua

□ Modelo EOQ probabilista

✓ Coste de pedido por unidad de tiempo [€/u.t.] $c_p \frac{\mu_D}{Q}$

✓ Coste de almacenamiento por unidad de tiempo [€/u.t.] $c_a \left(\frac{Q}{2} + R - \mu_D l \right)$

- Inventario medio: semisuma de inventario al inicio y final del ciclo
- Inventario inicial $(Q + R - \mu_D l)$, final $(R - \mu_D l)$ [ud]

✓ Coste de ruptura por unidad de tiempo [€/u.t.] $c_r \frac{\mu_D}{Q} \int_R^\infty (x - R) f(x) dx$

- Cantidad de producto faltante (si $D_l > R$) por ciclo $\int_R^\infty (x - R) f(x) dx$
- Producto faltante por unidad de tiempo $\frac{\mu_D}{Q} \int_R^\infty (x - R) f(x) dx$

✓ Coste total esperado por unidad de tiempo [€/u.t.]

$$C(Q, R) = c_p \frac{\mu_D}{Q} + c_a \left(\frac{Q}{2} + R - \mu_D l \right) + c_r \frac{\mu_D}{Q} \int_R^\infty (x - R) f(x) dx$$

Modelo estocástico con revisión continua

□ Modelo EOQ probabilista

- ✓ Derivando e igualando a 0

$$\int_{R^*}^{\infty} f(x)dx = c_a \frac{Q^*}{\mu_D c_r} \quad Q^* = \sqrt{\frac{2\mu_D(c_p + c_r \int_{R^*}^{\infty} (x - R^*)f(x)dx)}{c_a}}$$

- ✓ Se calculan por procedimiento iterativo (Hadley y Whitin, 1963) que converge si existe solución factible.

- **Idea:** Partir menor valor posible de Q (número esperado de ruptura =0) y punto pedido ($R=0$). Actualizar usando alternativamente ecuaciones anteriores, hasta que diferencia entre dos puntos de pedido es menor que tolerancia

✓ Algoritmo

1. Solución inicial $Q_1 = \sqrt{\frac{2\mu_D c_p}{c_a}}$ y $R_0 = 0$

2. Cálculo de R_i a partir de Q_i

$$\int_{R^*}^{\infty} f(x)dx = c_a \frac{Q^*}{\mu_D c_r}$$

3. Comprobar criterio de parada

$$|R_i - R_{i-1}| < \varepsilon$$

4. Cálculo de Q_{i+1} a partir de R_i

$$Q^* = \sqrt{\frac{2\mu_D(c_p + c_r \int_{R^*}^{\infty} (x - R^*)f(x)dx)}{c_a}}$$

Modelo estocástico con revisión periódica

❑ Modelo de UN solo periodo

- ✓ Se piden una vez en todo el periodo (productos estacionales que caducan al final de la estación)
- ✓ Datos
 - D demanda aleatoria [ud]
 - $f(d)$ función de densidad
 - $F(d)$ función de distribución
 - c_p, c_a, c_w, c_r costes de pedido, almacenamiento, compra y ruptura
 - q_0 inventario inicial [ud]
- ✓ Dos modelos: sin coste de pedido o con coste de pedido

Modelo estocástico con revisión periódica

❑ Modelo de UN solo periodo SIN coste de pedido

- ✓ Demanda instantánea al recibir el pedido
- ✓ Equilibrio entre
 - Si se pide más que la demanda ($D < Q$) hay coste de almacenamiento
 - Si se pide menos que la demanda ($D > Q$) hay coste de ruptura
- ✓ Coste total esperado por ciclo [€]

$$E[C(Q)] = c_u(Q - q_0) + c_a \int_0^Q (Q - x)f(x)dx + c_r \int_Q^\infty (x - Q)f(x)dx$$

Cantidad óptima [ud] $F(Q^*) = P(D \leq Q^*) = \frac{c_r - c_u}{c_r + c_a}$

✓ Pedido óptimo [ud] $Q^* - q_0$

- ✓ Cantidad óptima para funciones discretas [ud]

$$F(Q^* - 1) = P(D \leq Q^* - 1) \leq \frac{c_r - c_u}{c_r + c_a} \leq F(Q^*)$$

Modelo estocástico con revisión periódica

❑ Modelo de UN solo periodo **CON** coste de pedido

- ✓ Coste total **esperado** por ciclo [€]

$$C(Q) = \begin{cases} c_p + c_u(Q - q_0) + L(Q) & \text{si } Q > q_0 \\ L(q_0) & \text{si } Q = q_0 \end{cases}$$

- ✓ Coste **esperado** de almacenamiento y ruptura [€]

$$L(Q) = c_a \int_0^Q (Q - x)f(x)dx + c_r \int_Q^\infty (x - Q)f(x)dx$$

❑ Determinar si es conveniente realizar el pedido o no

$$c_p + c_u(Q - q_0) + L(Q) \leq L(q_0)$$

$$c_p + c_u Q + L(Q) \leq c_u q_0 + L(q_0)$$

Modelo estocástico con revisión periódica

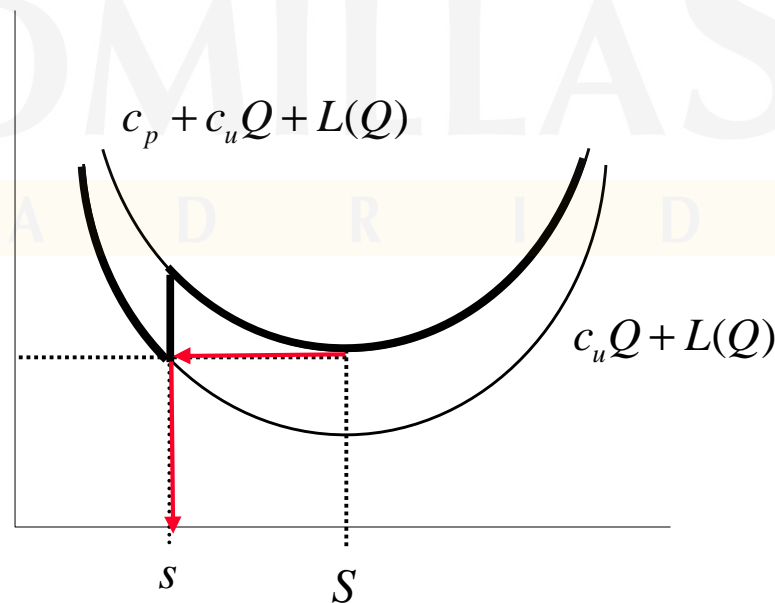
□ Modelo de UN solo periodo **CON** coste de pedido

✓ Óptimo de la función como en el caso sin pedido $F(S) = \frac{c_r - c_u}{c_r + c_a}$

✓ Valor s [ud] $c_p + c_u S + L(S) = c_u s + L(s)$

✓ Política óptima s - S

$$Q^* = \begin{cases} S & \text{si } q_0 < s \quad (\text{pedir } S - q_0) \\ q_0 & \text{si } q_0 \geq s \quad (\text{pedir } 0) \end{cases}$$





UNIVERSIDAD PONTIFICIA
ICAI ICADE
COMILLAS

Andrés Ramos

<http://www.iit.comillas.edu/aramos/>

Andres.Ramos@comillas.edu