



Teoría de la Decisión: Decisión con incertidumbre y riesgo

Begoña Vitoriano Villanueva

Teoría de la decisión: Introducción

Decisión:

elegir lo mejor entre lo posible → Definir lo mejor y lo posible

- **Lo mejor:**
 - *Un criterio (Optimización clásica y Decisión clásica)*
 - *Varios criterios o varios decisores (Juegos y Decisión multicriterio)*
- **Incertidumbre**
 - *Optimización estocástica*
 - *Teoría de la decisión clásica*
 - *Teoría de juegos con información incompleta*
- **Lo Posible:**
 - *Conjunto Discreto*
 - *Conjunto Continuo*

Índice

1. Introducción
2. Criterios para determinar decisiones
3. Árboles de decisión
4. Función de utilidad

M A D R I D

1. Decisión con incertidumbre o riesgo.

Introducción

Decisor toma decisión ante situación con diversos estados gobernados por azar

- $E = \{E_1, \dots, E_m\}$ Estados de la naturaleza
- $A = \{A_1, \dots, A_n\}$ Decisiones posibles o alternativas
- x_{ij} Consecuencia de tomar decisión A_i y se dé estado E_j
- p_j Probabilidad de estado E_j
- p_j conocida: **Decisión bajo riesgo** p_j desconocida: **Decisión bajo incertidumbre**
- E y A finitos \rightarrow tabla de decisión:

		E_1	E_2	...	E_m	Estados, escenarios
		p_1	p_2	...	p_m	\rightarrow Probabilidades
Decisiones, alternativas o acciones	A_1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1m}	Matriz de pagos o consecuencias
	A_2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2m}	
	:	:	:	...	:	
	A_n	x_{n1}	x_{n2}	...	x_{nm}	

Decisión con incertidumbre o riesgo

Criterios de valoración

Criterios para valorar decisiones

A) Probabilidades conocidas:

Criterio del valor esperado o de Laplace: Valorar alternativas con valor esperado o medio (bueno situaciones repetidas)

Criterio de la moda: Valorar con valor en escenario moda (bueno moda clara)

Criterio de escenario medio: Obtener escenario medio y valorar con valor en él

B) Probabilidades desconocidas o ignoradas:

Criterio de Wald o minimax-maximin o pesimista: Valorar con lo peor

Costes: minimax Ganancias: maximin

Criterio optimista: Valora cada alternativa con lo mejor (apenas usada)

Criterio de Hurwicz: Actitudes entre la más pesimista y la más optimista: α $(0 \leq \alpha \leq 1) \rightarrow$
índice optimismo Valorar: $\alpha \bullet$ Lo mejor + $(1 - \alpha) \bullet$ Lo peor

Criterio de Savage o costes de oportunidad o minimizar máximo arrepentimiento

Coste de oportunidad de no prever correctamente el estado de la naturaleza.

Matriz penalizaciones o costes oportunidad: lo mejor del estado – valor matriz

A esa matriz aplicar minimax (puede ser otro)

1. Decisión con incertidumbre o riesgo

Criterios de valoración

Demanda: 1 (0.1), 2 (0.3), 3 (0.4), 4 (0.2).

Precio venta mes: 6500, mes siguiente: 4000;

Coste: 5000

	$E_1 = 1$	$E_2 = 2$	$E_3 = 3$	$E_4 = 4$
	$p_1 = 0.1$	$p_2 = 0.3$	$p_3 = 0.4$	$p_4 = 0.2$
$A_1 = 1$	1500	1500	1500	1500
$A_2 = 2$	500	3000	3000	3000
$A_3 = 3$	-500	2000	4500	4500
$A_4 = 4$	-1500	1000	3500	6000

A) Ganancia esperada: $A_1: 1500$ $A_2: 2750$ $A_3: 3250$ $A_4: 2750$

Moda: $A_1: 1500$ $A_2: 3000$ $A_3: 4500$ $A_4: 3500$

Escenario medio: 2.7 $A_1: 1500$ $A_2: 3000$ $A_3: 3750$ $A_4: 2750$

B) Wald: $A_1: 1500$ $A_2: 500$ $A_3: -500$ $A_4: -150$

Optimista: $A_1: 1500$ $A_2: 3000$ $A_3: 4500$ $A_4: 6000$

Hurwicz: $A_1: 1500$ $A_2: 3000\alpha + 500(1-\alpha)$ $A_3: 4500\alpha - 500(1-\alpha)$

$A_4: 6000\alpha - 1500(1-\alpha)$ $\alpha < 0.4$ A_1 $\alpha \geq 0.4$ A_4

SAVAGE:

0	1500	3000	4500	4500
1000	0	1500	3000	3000
2000	1000	0	1500	2000
3000	2000	1000	0	3000

1. Decisión con incertidumbre o riesgo

Valor esperado de la información perfecta

Valor esperado de la información perfecta (VEIP)

VEIP = Ganancia esperada con información perfecta - Ganancia esperada con incertidumbre

- Ganancia esperada con información perfecta: Para cada estado mejor decisión y esperanza
- Ganancia esperada con incertidumbre: Dada la decisión elegida, esperanza de la ganancia

Ejemplo:

- Ganancia esperada con información perfecta:

$$D_1 : 1 (0.1) \quad D_2 : 2 (0.3) \quad D_3 : 3 (0.4) \quad D_4 : 4 (0.2)$$

$$A_1(1500) \quad A_2(3000) \quad A_3(4500) \quad A_4(6000) \quad GEIP = 4050$$

- Si la decisión es A_3 : Ganancia esperada con incertidumbre 3250

$$VEIP = 4050 - 3250 = 800$$

(Equivale a criterio de Savage con penalización esperada)

VEIP se puede entender como lo que se está dispuesto a pagar por tener la certeza del estado que se va a dar (valor de la información).

1. Decisión con incertidumbre o riesgo

Árboles de decisión

Procesos decisión polietápicos: Árboles de decisión

Proceso secuencial de Decisión-Azar

Árbol de decisión:

- **Vértice de azar:** salen tantos arcos como estados de la naturaleza posibles en ese punto
- **Vértice de decisión:** salen tantos arcos como acciones posibles en ese punto
- **Vértice inicial o raíz:** salen tantos arcos como acciones iniciales hay.
- **Vértice terminal u hoja:** asignar coste o beneficio

El árbol se construye de raíz a hojas, y se **valora** de hojas a raíz:

- **Nodos de azar:** valorar con alguno de los criterios (suele ser valor medio)
- **Nodos de decisión:** Elegir la mejor decisión según el criterio elegido. Las decisiones no seleccionadas se consideran rechazadas (camino eliminado)

1. Decisión con incertidumbre o riesgo

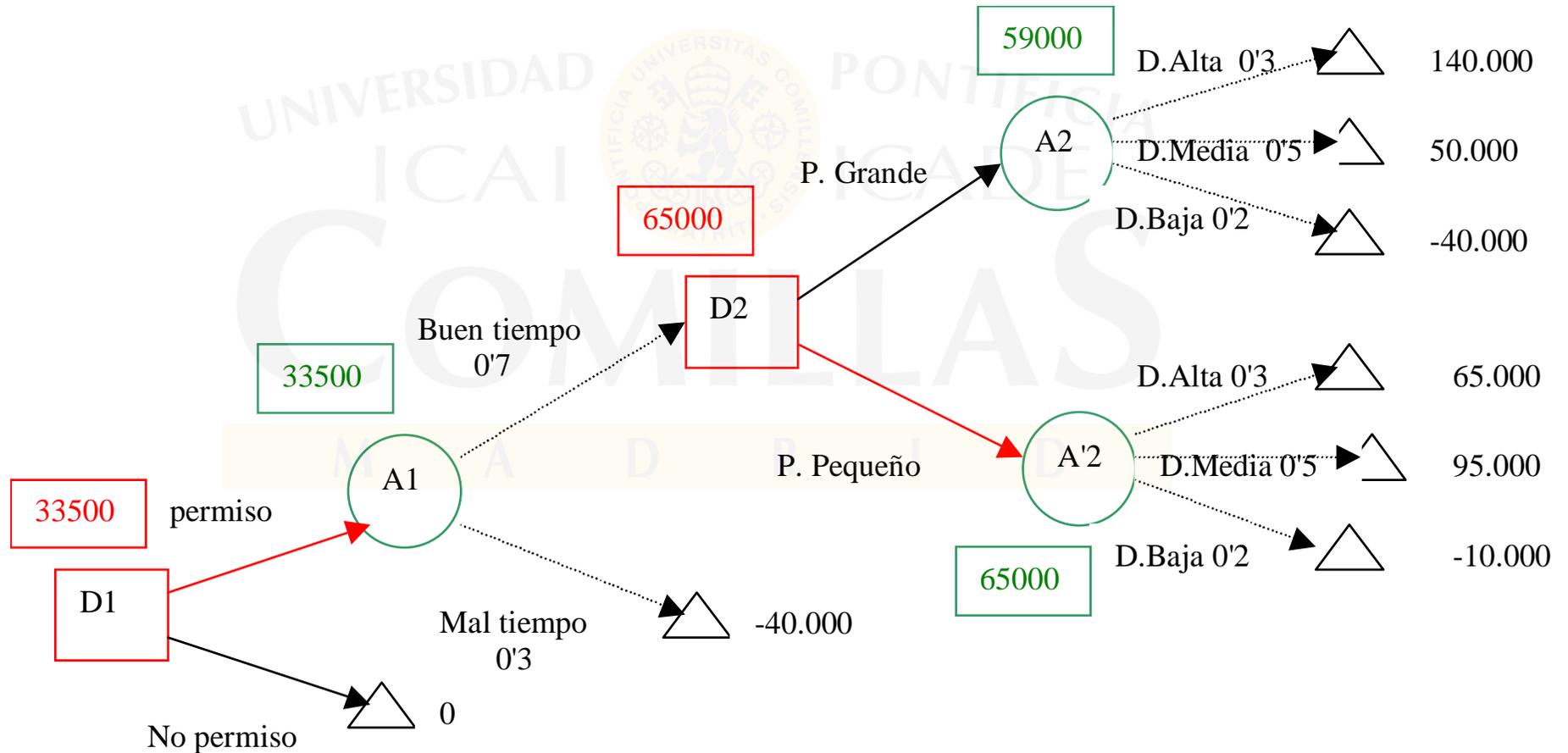
Árboles de decisión

Ejemplo Vendedor ambulante: Enero: pagar 40000 euros permiso para ir feria septiembre

Un mes antes: previsión mal tiempo (0.3) → no va feria

Tipos pedido: Grande 900 u. P.c.:100 P.v.:300; Pequeño 600 u. P.c.:125 P.v.:350

Demanda: 900 (0.3) 600 (0.5) 300 (0.2). Si demanda > pedido, P.v. 50 menos



Política óptima: pedir permiso y si hace buen tiempo ir con pedido pequeño

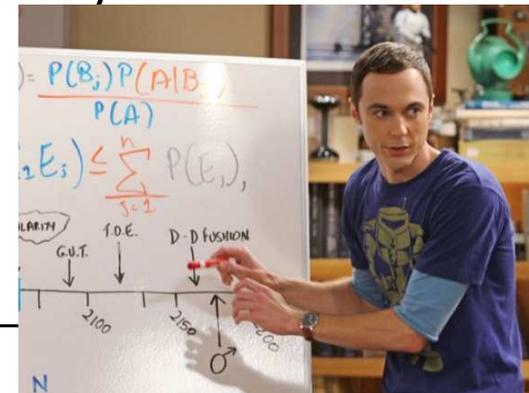
Decisión con incertidumbre o riesgo

Árboles decisión: incremento información parcial Bayes

- Probabilidades a priori:
 - Estimaciones de probabilidades de estados de la naturaleza
- Probabilidades a posteriori:
 - Estimaciones de las probabilidades tras saber resultado de experimento asociado
 - Ejemplo: el viajante pregunta en enero a un experto estadístico meteorólogo sobre climatología en septiembre. Si es útil, modificará probabilidades según lo que diga el experto
- Incorporar información al árbol de decisión:
 - Si se conocen probabilidades a posteriori, directo
 - Si no se conocen, teorema de la probabilidad total y de Bayes

$$P(A) = \sum_i P(A / B_i)P(B_i)$$

$$P(B / A) = P(A / B) \frac{P(B)}{P(A)}$$



1. Decisión con incertidumbre o riesgo

Utilidad

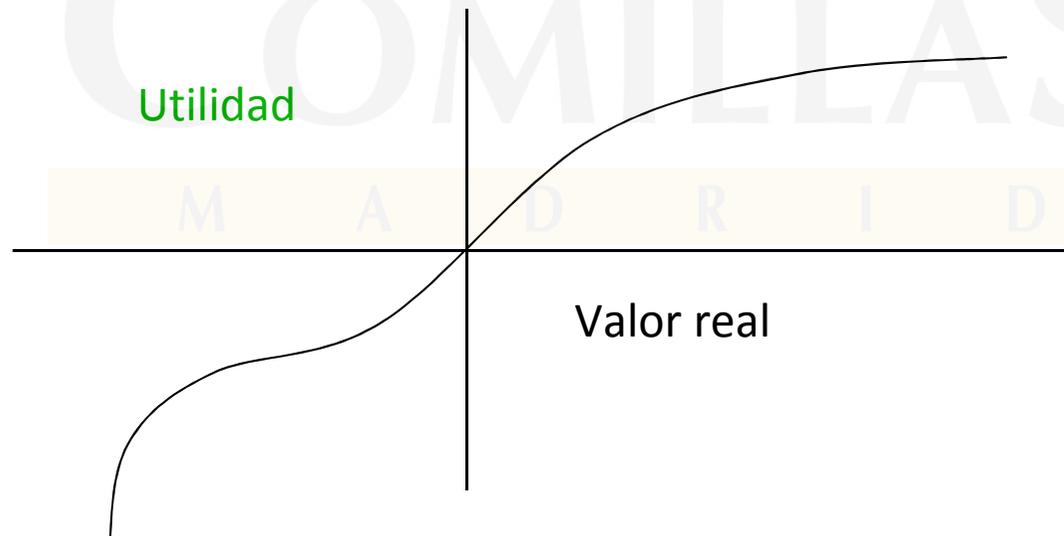
Utilidad: concepto y funciones de utilidad

Valoración personal de una cantidad → utilidad

Función de utilidad: resume importancia que la persona asocia a cantidades

Índice o escala personal, no decreciente.

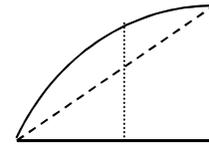
Los criterios de decisión con utilidades.



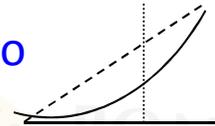
1. Decisión con incertidumbre o riesgo

Utilidad

Zonas Cóncavas: aversión al riesgo



Zonas Convexas: preferencia por el riesgo



Zonas lineales: neutralidad

