UNIVERSIDAD PONTIFICIA

ICAI ICADE

COMILLAS

MADRID

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE ORGANIZACIÓN INDUSTRIAL

Optimización de gestión de inventarios (*stocks*)

Andrés Ramos

Universidad Pontificia Comillas

http://www.iit.upcomillas.es/aramos/

Andres.Ramos@comillas.edu

CONTENIDO

- ➢ CARACTERIZACIÓN
- ❑ MODELOS DETERMINISTAS ESTÁTICOS DE LOTE ECONÓMICO
- ❑ MODELOS DETERMINISTAS DINÁMICOS
- ❑ MODELOS ESTOCÁSTICOS

Introducción

- Necesidad de almacenamiento de productos para la venta o materias primas para la producción
- Equilibrar calidad y costes
  - ✓ Calidad: fallo en el suministro a clientes
  - ✓ Costes de almacenamiento:
    - Costes de capital invertido
    - Espacio, mano de obra, transporte
    - Deterioro, obsolescencia, robo
- Modelos de inventarios deciden sobre
  - ✓ Cuánto
  - ✓ Cuándo

  pedir de un producto para satisfacer la demanda al mínimo coste

Caracterización de los costes

- Costes de compra
  - ✓ Precio por unidad del artículo. Constante o con descuento por cantidad
- Coste de orden y/o preparación o pedido
  - ✓ Realización del pedido. Independiente del volumen
- Coste de almacenamiento
  - ✓ Mantenimiento del inventario. Coste por unidad en inventario y tiempo
- Coste de ruptura o carencia o penuria
  - ✓ Penalización por insatisfacción de la demanda (pérdida de ingresos, de clientes o de imagen). Coste por unidad de demanda insatisfecha y tiempo.

$$\begin{pmatrix}\text{Coste total del}\\ \text{inventario}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Coste de}\\ \text{compra}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Coste de}\\ \text{orden}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Coste de}\\ \text{almacenamiento}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Coste de}\\ \text{ruptura}\end{pmatrix}$$

Caracterización de la demanda

- Según **incertidumbre**
  - ✓ Determinista: conocida a lo largo del tiempo
  - ✓ Aleatoria o probabilista: se conoce su función de probabilidad

- Según **cantidad**
  - ✓ Estática: constante por unidad de tiempo
  - ✓ Dinámica: variable con el tiempo (semanal, mensual, etc.)

Caracterización del sistema de inventarios

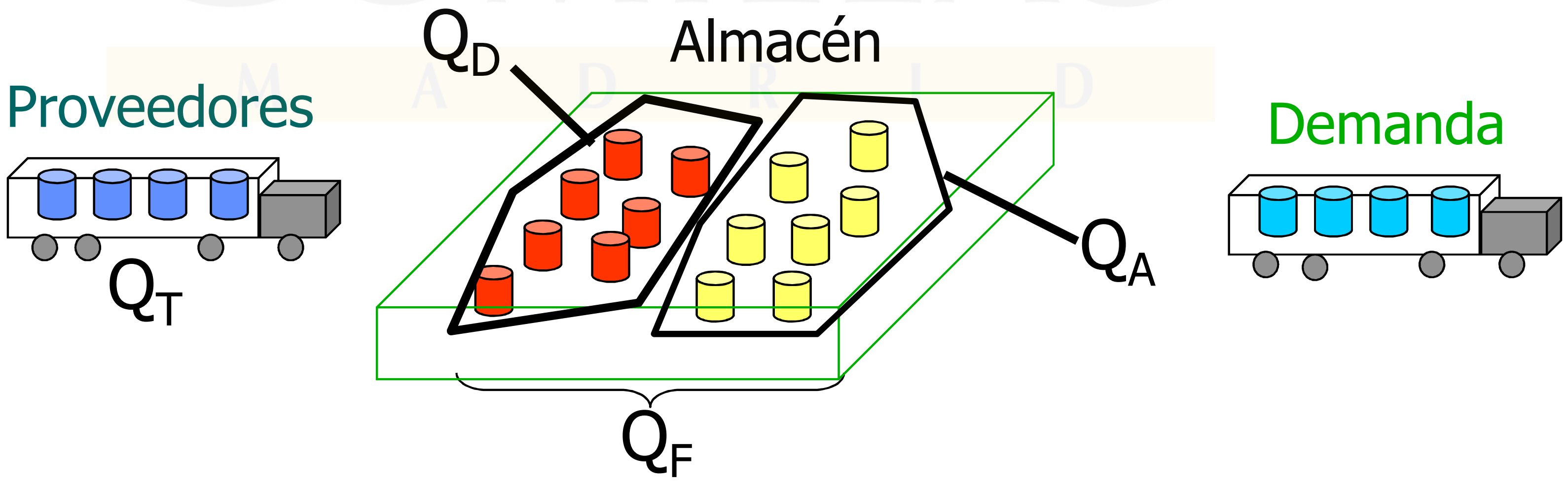
- Según **tipo de revisión**
  - ✓ Periódica con un cierto intervalo (semanal, mensual, etc.). Coincide con el momento de realizar un pedido.
  - ✓ Continua: se revisa en cualquier momento. El pedido se hace cuando el inventario está por debajo de un cierto umbral preespecificado (punto de reorden)

- Según **plazo** o **tiempo de entrega**
  - ✓ Determinista
  - ✓ Probabilista o aleatorio

Caracterización de los stocks

- Stock en tránsito (Q_T): Aquél que ha sido pedido pero no ha llegado aún
- Stock asignado (Q_A): Aquél que está en el almacén y ha sido comprado
- Stock disponible (Q_D): Aquél que está en el almacén y no ha sido asignado
- Stock físico (Q_F): Aquél que está en el almacén
- Stock logístico (Q_L): Suma del stock en tránsito y del stock disponible

$$\boxed{Q_L = Q_T + Q_D = Q_T + Q_F - Q_A}$$



Clasificación de modelos de inventarios

- Modelos deterministas
  - Modelos estáticos (o de lote económico EOQ)
  - Modelos dinámicos
- Modelos estocásticos
  - Modelos de revisión continua
  - Modelos periódicos
    - Modelos de un sólo periodo
    - Modelos multiperiodo

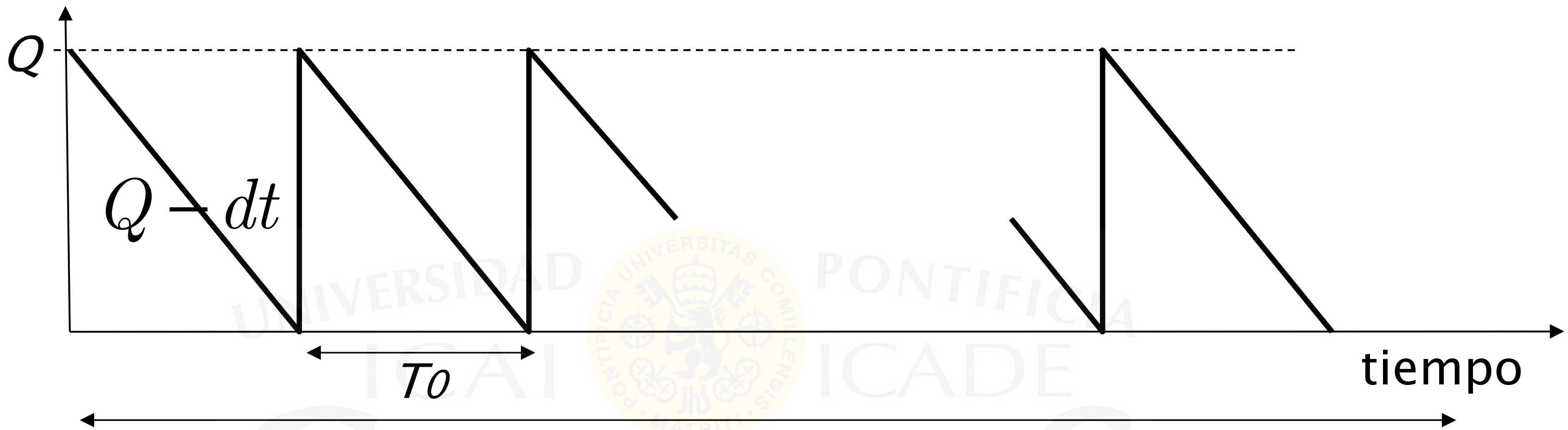
CONTENIDO

- ❑ CARACTERIZACIÓN
- ➢ MODELOS DETERMINISTAS ESTÁTICOS DE LOTE ECONÓMICO
- ❑ MODELOS DETERMINISTAS DINÁMICOS
- ❑ MODELOS ESTOCÁSTICOS

Modelo estático determinista de lote económico (EOQ) con revisión continua

- EOQ (*economic order quantity*)
- Demanda conocida de antemano
- **Datos**
  - ✓ d tasa de demanda (unidad de producto/unidad de tiempo)
  - ✓ c_u coste unitario de compra (u.m./unidad de producto)
  - ✓ c_p coste de orden o pedido (u.m.)
  - ✓ c_a coste de almacenamiento (u.m./unidad de producto y tiempo)
  - ✓ c_r coste de ruptura o carencia (u.m./unidad de producto y tiempo)
  - ✓ l plazo de entrega (unidad de tiempo)
- **Variables**
  - ✓ Q cantidad a pedir o tamaño del pedido (unidad de producto)
  - ✓ T_0 instante del pedido inicial o duración del ciclo o tiempo entre pedidos (unidad de tiempo)

Modelo estático determinista de lote económico con revisión continua SIN RUPTURA y CON ENTREGA INMEDIATA



- Nivel de inventario *Q-dt*
- Duración del ciclo $T_0 = Q/d$
- Coste total del ciclo

$$\text{Coste ciclo}=\text{Coste orden}+\text{c. compra}+\text{c. almacenamiento}=c_p + c_u Q + c_a \frac{Q^2}{2d}$$

- Coste total del ciclo por unidad de tiempo

$$C(Q) = \frac{\text{Coste ciclo}}{\text{Tiempo ciclo}} = \frac{dc_p}{Q} + c_u d + \frac{c_a Q}{2}$$

Modelo estático determinista de lote económico con revisión continua SIN RUPTURA y CON ENTREGA INMEDIATA

- Fórmula de Wilson: tamaño del pedido óptimo (mínimo global derivando e igualando a 0)

$$Q^* = \sqrt{\frac{2dc_p}{c_a}}$$

- Tiempo óptimo entre pedidos

$$T_0^* = \frac{Q^*}{d}$$

- Si Q debe ser entero
  - ✓ Valores grandes: redondear
  - ✓ Valores pequeños

$$Q^*(Q^* - 1) < \frac{2dc_p}{c_a} < Q^*(Q^* + 1)$$

Modelo estático determinista de lote económico con revisión continua SIN RUPTURA y SIN ENTREGA INMEDIATA

- Plazo de entrega $l > 0$
  - ✓ Inferior a la duración del ciclo $l < T_0$

    Pedido cuando nivel de inventario sea ld
  - ✓ Superior a la duración del ciclo $l > T_0$

    Plazo de entrega efectivo $l_e = l - nT_0$ siendo $l_e < T_0$

Caso ejemplo: fábrica de flanes

- Una fábrica de flanes recibe de un proveedor los envases de papel de aluminio en los que se deposita el contenido del flan. La producción anual de flanes asciende a 500000 unidades. El coste de pedido c_p es de 300 € por pedido (incluye transporte y descarga). El coste de almacenamiento anual c_a es de un 30 % del valor de adquisición. El valor de adquisición de cada envase es de 0.09 €. El tiempo hasta la llegada del pedido es un día.
- Tamaño de pedido óptimo

$$Q^* = \sqrt{\frac{2dc_p}{c_a}} = \sqrt{2\frac{500000 \text{ envases}}{1 \text{año}}\frac{300 \text{ €/pedido}}{(30\% \cdot 0.09 \text{ €/envase año})}} = 105409 \text{ envases}$$

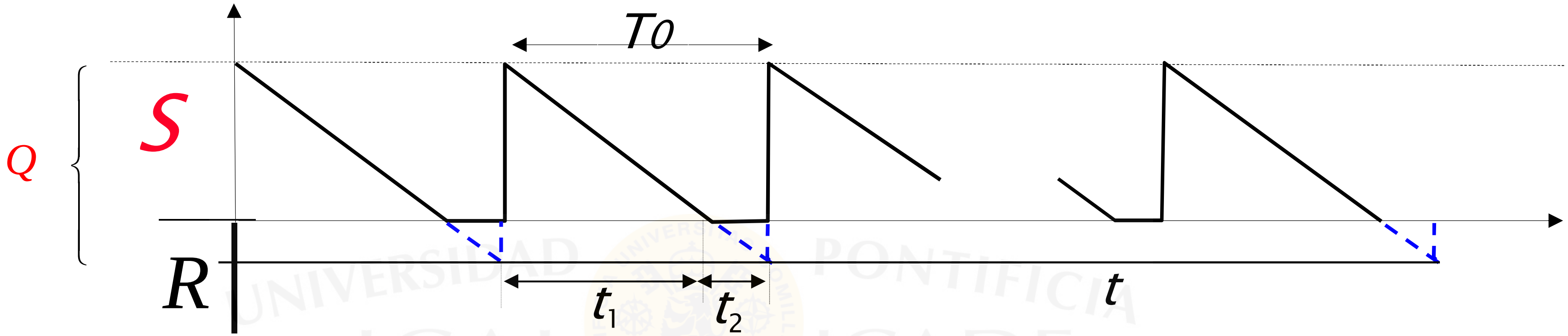
- Tiempo óptimo entre pedidos

$$T_0^* = \frac{Q^*}{d} = \frac{105409}{500000} = 0.2108 \text{ años} \approx 2.5 \text{ meses}$$

$$\text{Coste total ciclo} = c_p + c_u Q + c_a \frac{Q^2}{2d} = 300 + 0.09 \cdot 105409 + 0.3 \cdot 0.09 \cdot \frac{105409^2}{2 \cdot 500000} = 10086.8 \text{ €/ciclo}$$

$$\text{Coste anual} = 47846 \text{ €/año}$$

Modelo estático determinista de lote económico con revisión continua CON RUPTURA y CON ENTREGA INMEDIATA



- Se permite nivel de inventario nulo en cierto tiempo
- Al recibir el pedido primero se satisface la demanda pendiente
- Introduce costes de ruptura
- Coste total del ciclo

$$\text{Coste ciclo} = \text{c. orden} + \text{c. compra} + \text{c. almacenamiento} + \text{c. ruptura} =$$
$$= c_p + c_u Q + c_a \frac{S^2}{2d} + c_r \frac{(Q-S)^2}{2d}$$

- Coste total del ciclo por unidad de tiempo

$$C(Q,S) = \frac{\text{Coste ciclo}}{\text{Tiempo ciclo}} = \frac{dc_p}{Q} + c_u d + \frac{c_a S^2}{2Q} + c_r \frac{(Q-S)^2}{2Q}$$

Modelo estático determinista de lote económico con revisión continua CON RUPTURA y CON ENTREGA INMEDIATA

- Formulación genérica

$$\boxed{\begin{aligned} \min_{Q,S} \quad & C(Q,S) \\ & Q \geq S \\ & Q \geq 0 \end{aligned}}$$

- Solución óptima

$$\boxed{Q^* = \sqrt{\frac{2dc_p}{c_a}\frac{c_r + c_a}{c_r}}} \qquad \boxed{S^* = \sqrt{\frac{2dc_p}{c_a}\frac{c_r}{c_r + c_a}}}$$

- Tasa de ruptura

$$\boxed{r = \frac{c_r}{c_r + c_a}}$$

Relacionada con nivel de calidad del servicio.

Valor ~ 1, $c_r >> c_a$, casi no se permiten rupturas

Caso ejemplo: fábrica de flanes

- La fábrica de flanes quiere reducir los costes de inventario de los envases de aluminio. Para ello estudia la alternativa de demorar procesos de pasteurización cuando se carece de envases. Esta demora implica un coste adicional de 0.20 €/envase y año
- Tamaño de pedido óptimo

$$Q^* = \sqrt{\frac{2dc_p}{c_a}\frac{c_r + c_a}{c_r}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 500000 \cdot 300}{0.3 \cdot 0.09}\frac{0.2 + 0.3 \cdot 0.09}{0.2}} = 112299 \text{ envases}$$

$$S^* = \sqrt{\frac{2dc_p}{c_a}\frac{c_r}{c_r + c_a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 500000 \cdot 300}{0.3 \cdot 0.09}\frac{0.2}{0.2 + 0.3 \cdot 0.09}} = 98942 \text{ envases}$$

- Tiempo óptimo entre pedidos

$$T_0^* = \frac{Q^*}{d} = \frac{112299}{500000} = 0.2246 \text{ años} \approx 2.7 \text{ meses}$$

$$\text{Coste total ciclo} = c_p + c_u Q + c_a \frac{S^2}{2d} + c_r \frac{(Q-S)^2}{2d} =$$

$$= 300 + 0.09 \cdot 112299 + 0.3 \cdot 0.09 \cdot \frac{98942^2}{2 \cdot 500000} + 0.2 \frac{(112299 - 98942)^2}{2 \cdot 500000} = 10706.9 \text{ €/ciclo}$$

$$\text{Coste anual} = 47671.4 \text{ €/año}$$

Modelo estático determinista de lote económico con revisión continua SIN RUPTURA y CON DESCUENTOS POR CANTIDAD

- El coste unitario de compra tiene descuento por volumen

$$c_u(Q) = \begin{cases} c_1 & 0 \le Q < q_1 \\ c_2 & q_1 \le Q < q_2 \\ \vdots & \vdots \\ c_{m+1} & Q \ge q_m \end{cases} \qquad (c_1 > c_2 > \ldots > c_{m+1})$$

- Coste total del ciclo por unidad de tiempo

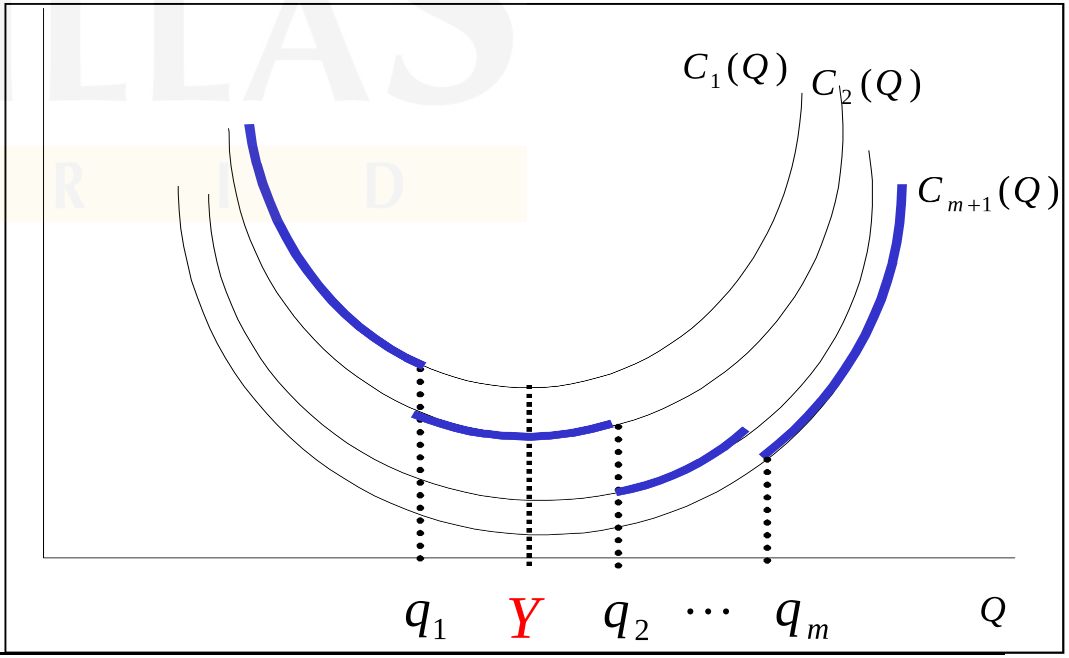
$$C^i(Q) = \frac{dc_p}{Q} + c_i d + \frac{c_a Q}{2}, \qquad i = 1,..,m+1$$

- Tamaño del pedido óptimo

$$Y = \sqrt{\frac{2dc_p}{c_a}}$$

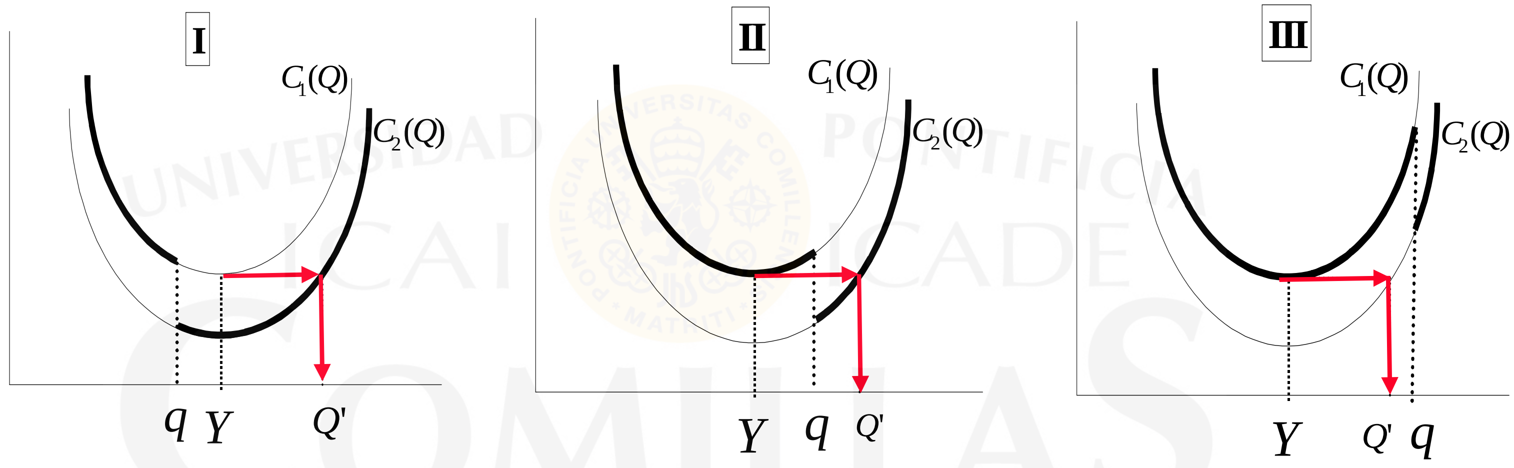
- Si $q_{i-1} < Y < q_i$ el valor óptimo Q^* corresponde a

$$\min\left\{C_i(Y), C_{i+1}(q_i), \cdots, C_{m+1}(q_m)\right\}$$



Modelo estático determinista de lote económico con revisión continua SIN RUPTURA y CON DESCUENTOS POR CANTIDAD

- Caso de dos costes unitarios



I	II	III
$q < Y$	$Y < q < Q'$	$q > Q'$
$Q^* = Y$	$Q^* = q$	$Q^* = Y$

siendo Q' el valor correspondiente a $\boxed{C_2(Q') = C_1(Y)}$

Modelo estático determinista de lote económico con revisión continua SIN RUPTURA y CON VARIOS ARTÍCULOS y LÍMITE DE ALMACENAMIENTO

- Planeamiento general NLP

$$\min \quad \sum_i C^i(Q^i) = \sum_i \left(\frac{d^i c_p^i}{Q^i} + c_u^i d^i + \frac{c_a^i Q^i}{2} \right)$$

$$\sum_i s^i Q^i \le S$$

$$Q^i \ge 0$$

siendo s^i el espacio unitario ocupado por el artículo i y

S el espacio total disponible

- Se prueba si los valores $Q^{i*} = \sqrt{\frac{2d^i c_p^i}{c_a^i}}$ verifican la restricción. Si no, planteamiento general como problema NLP

CONTENIDO

- CARACTERIZACIÓN
- MODELOS DETERMINISTAS ESTÁTICOS DE LOTE ECONÓMICO
- MODELOS DETERMINISTAS DINÁMICOS
- MODELOS ESTOCÁSTICOS

Modelo dinámico determinista con revisión periódica

- Datos:
  - ✓ $t = 1, \ldots,$ T periodos de estudio
  - ✓ d_t demanda al comienzo del periodo t
  - ✓ $c_t(Q_t)$ coste de compra (y de pedido) de Q_t unidades en el periodo t
  - ✓ $h_t(I_t)$ coste de almacenamiento de I_t unidades durante el periodo t
- Variables:
  - ✓ Q_t cantidad a comprar al comienzo del periodo t
  - ✓ I_t nivel de inventario al final del periodo t. I_0 inventario inicial
- Planteamiento general

$$\begin{aligned}
\min \quad & \sum_t \left[c_t(Q_t) + h_t(I_t) \right] \\
& Q_t + I_{t-1} = d_t + I_t \quad \forall t \\
& Q_t, I_t \geq 0 \quad \forall t
\end{aligned}$$

  - ✓ Métodos de solución (optimización LP, NLP, MIP, programación dinámica, heurísticos)

Modelo dinámico determinista con revisión periódica

- Planificación de requerimiento de materiales (*MRP*)
  - ✓ Planifica y organiza las necesidades de la producción
  - ✓ Demanda periódica conocida
  - ✓ Relaciona la demanda de producto final con los materiales y componentes para fabricarlo

Modelo dinámico determinista con revisión periódica. Ejemplo *MRP*

- ✓ Se fabrican dos artículos: A_1 y A_2
- ✓ Demanda trimestral de artículos: A_1 100 y A_2 150 unidades
- ✓ Tiempo de entrega (fabricación) de los artículos: 2 y 1 mes respectivamente
- ✓ Cada artículo requiere 2 subensamblajes
- ✓ Tiempo de entrega (fabricación) de subensamblaje: 1 mes
- ✓ No hay coste de pedido, ni descuentos por volumen, costes de producción constantes. Óptimo: pedir en el último instante

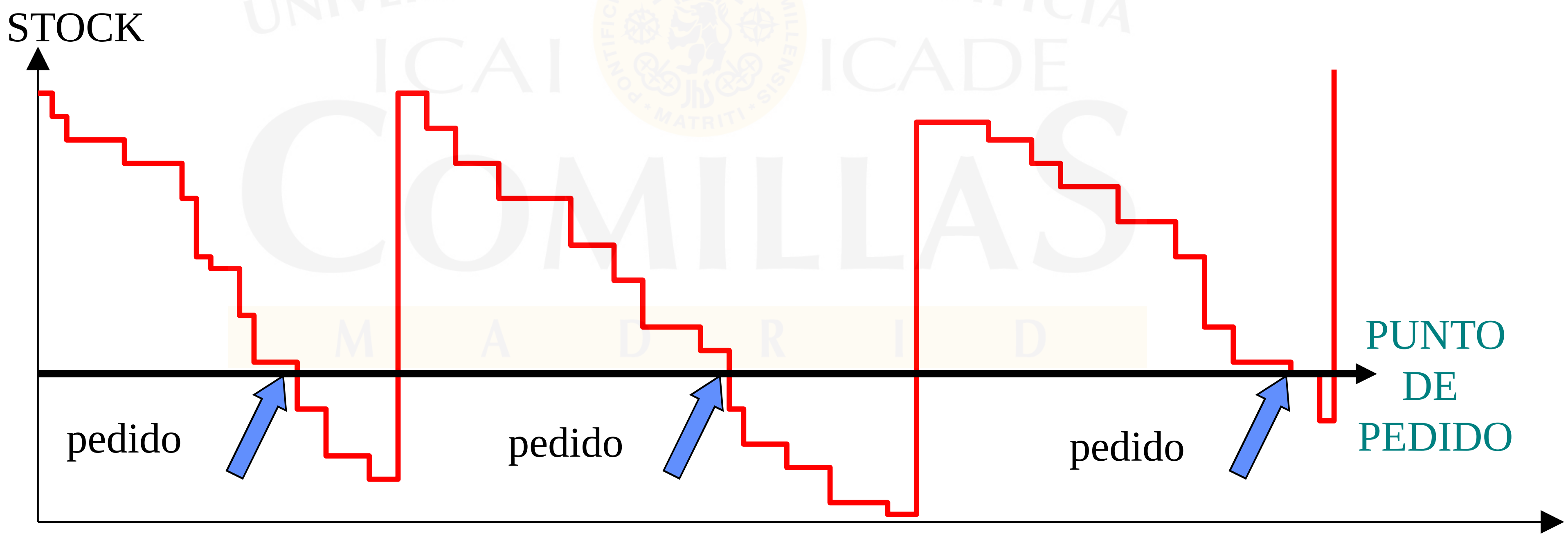
Mes(final)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A_1 - entrega				100			100			100			100
A_1 - inicio		100			100			100			100		
S - dispon.		*200*			*200*			*200*			*200*		
S - pedido	**200**			**200**			**200**			**200**			
A_2 - entrega				150			150			150			150
A_2 - inicio			150			150			150			150	
S - dispon.			*300*			*300*			*300*			*300*	
S - pedido		**300**			**300**			**300**			**300**		
S - Tot disp		*200*	*300*		*200*	*300*		*200*	*300*		*200*	*300*	
S - Total	**200**	**300**		**200**	**300**		**200**	**300**		**200**	**300**		

CONTENIDO

- ❑ CARACTERIZACIÓN
- ❑ MODELOS DETERMINISTAS ESTÁTICOS DE LOTE ECONÓMICO
- ❑ MODELOS DETERMINISTAS DINÁMICOS
- ➢ MODELOS ESTOCÁSTICOS

Modelos estocásticos

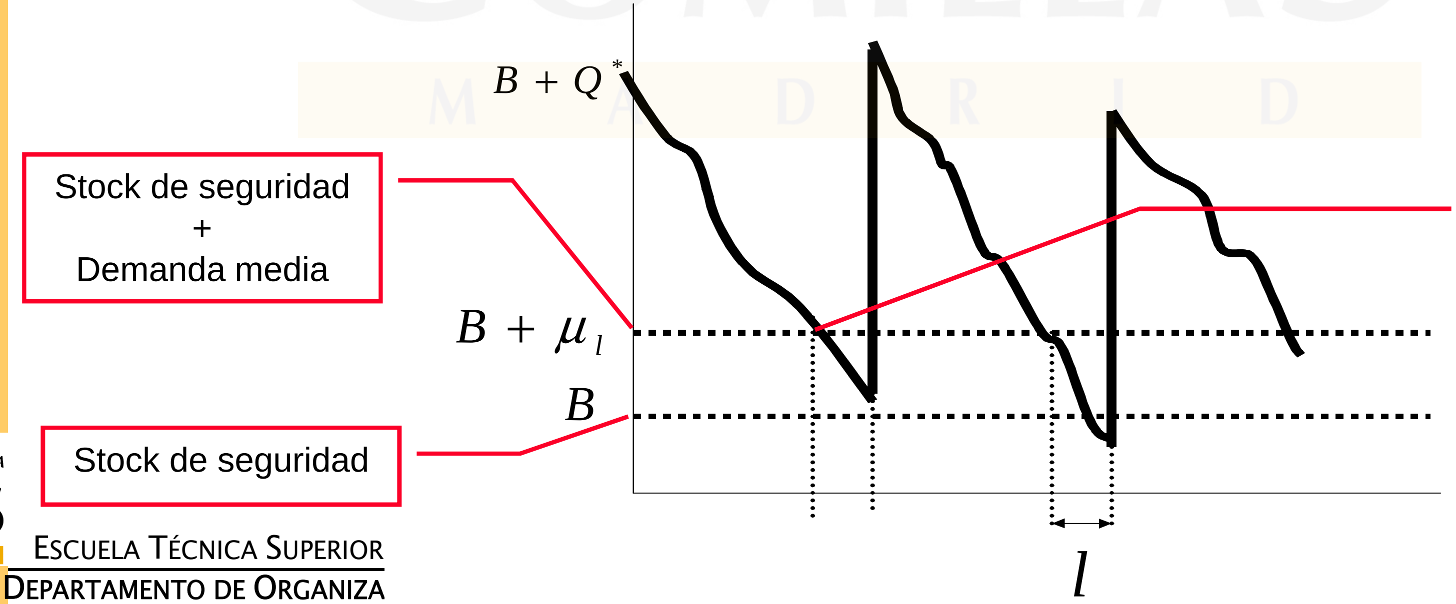
- ❑ Aleatoriedad en los inventarios principalmente debida a
  - ✓ Demanda (cuánto y cuándo pedir)
  - ✓ Plazo de entrega



Modelo estocástico con revisión continua

- Modelo EOQ probabilizado
  - ✓ l plazo de entrega
  - ✓ D_l demanda **aleatoria** durante plazo de entrega (con media μ_l)
  - ✓ α probabilidad de agotar existencias durante plazo de entrega
  - ✓ B ***stock de seguridad*** (nivel de inventario que tiene una probabilidad $<\alpha$ de ruptura de inventario) $\boxed{P\{D_l \geq B + \mu_l\} \leq \alpha}$ $\boxed{P\{D_l - \mu_l \geq B\} \leq \alpha}$

    Diferencia entre la demanda y su media exceda el stock de seguridad
  - ✓ Ofrece al cliente calidad en el suministro del producto



Modelo estocástico con revisión continua

- Modelo EOQ probabilizado
  - ✓ Si $\boxed{D_l \overset{D}{=} N(\mu_l, \sigma_l)}$ entonces

$$\boxed{P\{D_l \geq B + \mu_l\} \leq \alpha \quad \Rightarrow \quad P\left\{Z \geq \frac{B}{\sigma_l}\right\} \leq \alpha \quad \Rightarrow \quad \frac{B}{\sigma_l} \geq z_\alpha \quad \Rightarrow \quad B \geq z_\alpha \sigma_l}$$

siendo $\boxed{Z \overset{D}{=} N(0,1)}$ $\boxed{1-\alpha = F_{N(0,1)}(z_\alpha)}$

  - ✓ Si la demanda está dada por unidad de tiempo (día, semana)

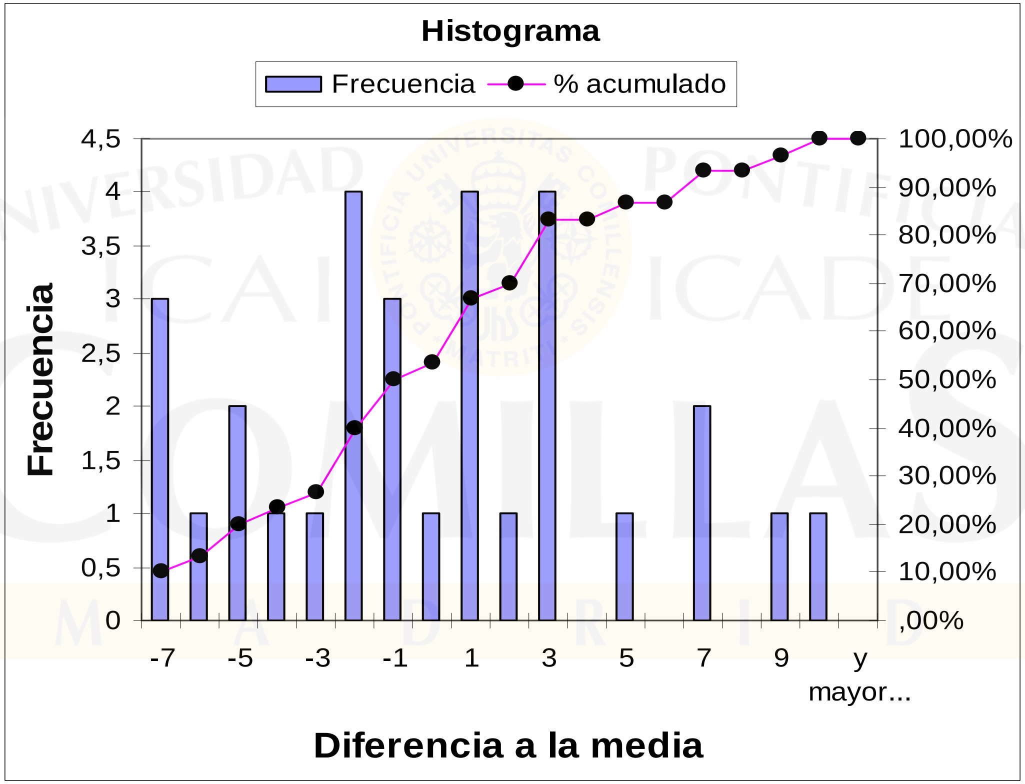
$\boxed{\mu_l = d\,l}$ $\boxed{\sigma_l = \sqrt{\sigma^2 l}}$

  - ✓ Punto de pedido $\boxed{B + \mu_l}$

$\boxed{Q^* = \sqrt{\frac{2dc_p}{c_a}}}$ $\boxed{T^* = \frac{Q^*}{d}}$

Caso ejemplo de stock de seguridad

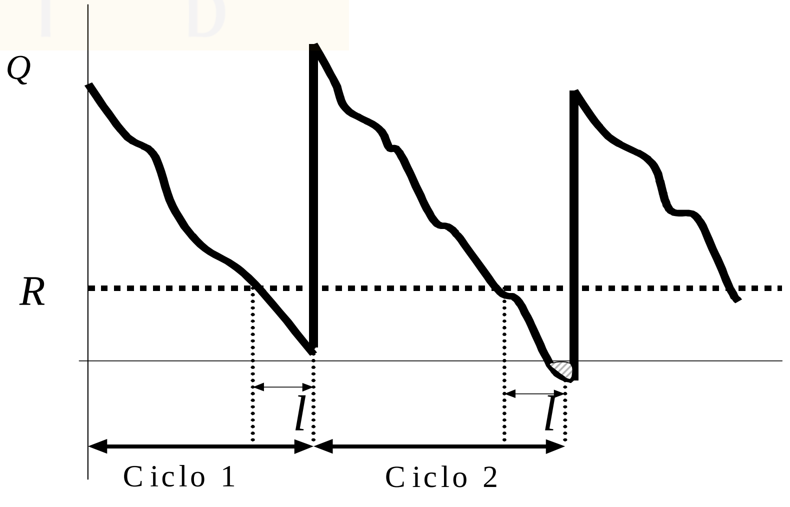
#Día	Demanda	Diferencia
1	28	-2
2	30	0
3	33	3
4	27	-3
5	22	-8
6	40	10
7	26	-4
8	33	3
9	31	1
10	24	-6
11	29	-1
12	28	-2
13	29	-1
14	31	1
15	28	-2
16	37	7
17	33	3
18	29	-1
19	37	7
20	28	-2
21	33	3
22	23	-7
23	31	1
24	23	-7
25	39	9
26	31	1
27	32	2
28	25	-5
29	35	5
30	25	-5



Clase	Frecuencia	% acumulado
-7	3	10,00%
-6	1	13,33%
-5	2	20,00%
-4	1	23,33%
-3	1	26,67%
-2	4	40,00%
-1	3	50,00%
0	1	53,33%
1	4	66,67%
2	1	70,00%
3	4	83,33%
4	0	83,33%
5	1	86,67%
6	0	86,67%
7	2	93,33%
8	0	93,33%
9	1	96,67%
10	1	100,00%
y mayor...	0	100,00%

Modelo estocástico con revisión continua

- Modelo EOQ probabilista
  - Hipótesis
    - Demanda no satisfecha durante plazo de entrega se acumula
    - No se permite más de una orden pendiente
    - Distribución estacionaria de la demanda durante plazo de entrega
  - Datos
    - l plazo de entrega
    - D_l demanda **aleatoria** durante plazo de entrega
    - $f(d)$ función de densidad de la demanda aleatoria (con media μ_D)
    - c_p coste de orden o pedido
    - c_a coste de almacenamiento
    - c_r coste de ruptura o carencia
  - Resultados
    - R punto de pedido
    - Q tamaño del pedido



Modelo estocástico con revisión continua

- Modelo EOQ probabilista
  - ✓ Coste de pedido por unidad de tiempo $\boxed{c_p \frac{\mu_D}{Q}}$
  - ✓ Coste de inventario por unidad de tiempo $\boxed{c_a \left(\frac{Q}{2} + R - \mu_D l \right)}$
    - Inventario medio: semisuma de inventario al inicio y final del ciclo
    - Inventario inicial (Q+R-$\mu_D l$), final (R-$\mu_D l$)
  - ✓ Coste de ruptura por unidad de tiempo $\boxed{c_r \frac{\mu_D}{Q} \int_R^\infty (x-R) f(x) dx}$
    - Cantidad de producto faltante (si D_l>R) por ciclo $\int_R^\infty (x-R) f(x) dx$
    - Producto faltante por unidad de tiempo $\frac{\mu_D}{Q} \int_R^\infty (x-R) f(x) dx$
  - ✓ Coste total **esperado** por unidad de tiempo

$$\boxed{C(Q,R) = c_p \frac{\mu_D}{Q} + c_a \left(\frac{Q}{2} + R - \mu_D l \right) + c_r \frac{\mu_D}{Q} \int_R^\infty (x-R) f(x) dx}$$

Modelo estocástico con revisión continua

- Modelo EOQ probabilista
  - ✓ Derivando e igualando a 0

$$\int_{R^*}^{\infty} f(x)dx = c_a \frac{Q^*}{\mu_D c_r} \qquad Q^* = \sqrt{\frac{2\mu_D\left(c_p + c_r \int_{R^*}^{\infty} (x - R^*) f(x)dx\right)}{c_a}}$$

  - ✓ Se calculan por procedimiento iterativo (Hadley y Whitin, 1963) que converge si existe solución factible.
    - Idea: Partir menor valor posible de Q (número esperado de faltantes =0) y punto pedido (R=0). Actualizar usando alternativamente ecuaciones anteriores, hasta que diferencia entre dos puntos de pedido es menor que tolerancia
  - ✓ Algoritmo
    1. Solución inicial $Q_1 = \sqrt{\frac{2\mu_D c_p}{c_a}}$ y $R_0 = 0$
    2. Cálculo de R_i a partir de Q_i $\quad \int_{R^*}^{\infty} f(x)dx = c_a \frac{Q^*}{\mu_D c_r}$
    3. Comprobar criterio de parada

$$|R_i - R_{i-1}| < \varepsilon$$

    4. Cálculo de Q_{i+1} a partir de R_i

$$Q^* = \sqrt{\frac{2\mu_D\left(c_p + c_r \int_{R^*}^{\infty} (x - R^*) f(x)dx\right)}{c_a}}$$

Modelo estocástico con revisión periódica

- Modelo de un solo periodo
  - ✓ Se piden una vez en todo el periodo (productos estacionales que caducan al final de la estación)
  - ✓ Datos
    - D demanda aleatoria
    - $f(d)$ función de densidad
    - $F(d)$ función de distribución
    - c_p, c_a, c_u, c_r costes de pedido, almacenamiento, compra y ruptura
    - q_0 inventario inicial
  - ✓ Dos modelos: sin coste de pedido o con coste de pedido

Modelo estocástico con revisión periódica

- Modelo de un solo periodo SIN coste de pedido
  - ✓ Demanda instantánea al recibir el pedido
  - ✓ Equilibrio entre
    - Si se pide más que la demanda ($Q > D$) hay coste de almacenamiento
    - Si se pide menos que la demanda ($Q < D$) hay coste de ruptura
  - ✓ Coste total **esperado** por ciclo

$$E[C(Q)] = c_u(Q - q_0) + c_a \int_0^Q (Q - x) f(x) dx + c_r \int_Q^\infty (x - Q) f(x) dx$$

Cantidad óptima $F(Q^*) = P(D \le Q^*) = \dfrac{c_r - c_u}{c_r + c_a}$

  - ✓ Pedido óptimo $Q^* - q_0$

  - ✓ Cantidad óptima para funciones discretas

$$F(Q^* - 1) = P(D \le Q^* - 1) \le \frac{c_r - c_u}{c_r + c_a} \le F(Q^*)$$

Modelo estocástico con revisión periódica

- Modelo de un solo periodo CON coste de pedido
  - ✓ Coste total **esperado** por ciclo

$$C(Q) = \begin{cases} c_p + c_u(Q - q_0) + L(Q) & \text{si } Q > q_0 \\ L(q_0) & \text{si } Q = q_0 \end{cases}$$

  - ✓ Coste **esperado** de almacenamiento y ruptura

$$L(Q) = c_a \int_0^Q (Q - x) f(x) dx + c_r \int_Q^\infty (x - Q) f(x) dx$$

- Determinar si es conveniente realizar el pedido o no

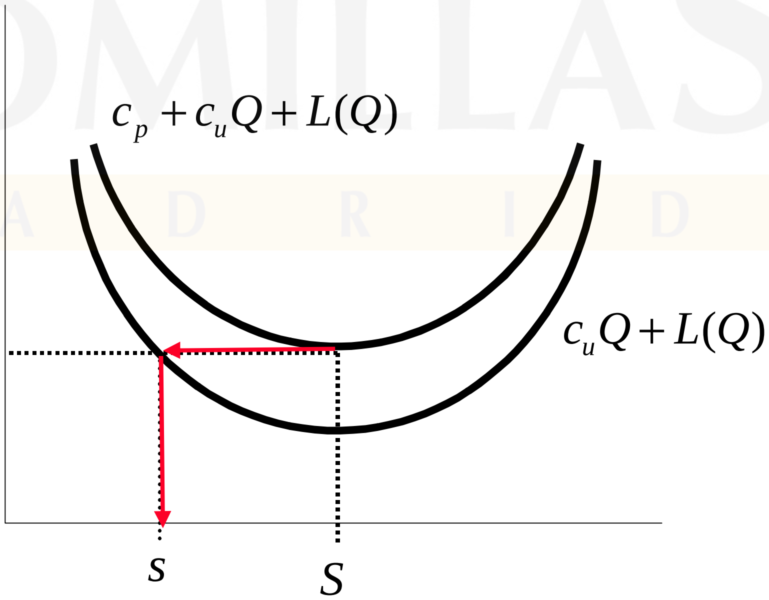
$$c_p + c_u(Q - q_0) + L(Q) \le L(q_0)$$

$$c_p + c_u Q + L(Q) \le c_u q_0 + L(q_0)$$

Modelo estocástico con revisión periódica

- Modelo de un solo periodo CON coste de pedido
  - ✓ Óptimo de la función como en el caso sin pedido $F(S) = \dfrac{c_r - c_u}{c_r + c_a}$
  - ✓ Valor s $c_u s + L(s) = c_p + c_u S + L(S)$
  - ✓ Política óptima s-S

$$Q^* = \begin{cases} S & \text{si } q_0 < s \quad (\text{pedir } S - q_0) \\ q_0 & \text{si } q_0 \geq s \quad (\text{pedir } 0) \end{cases}$$



Andrés Ramos
http://www.iit.upcomillas.es/aramos/
Andres.Ramos@comillas.edu