



Mejoras computacionales en descomposición anidada estocástica de Benders

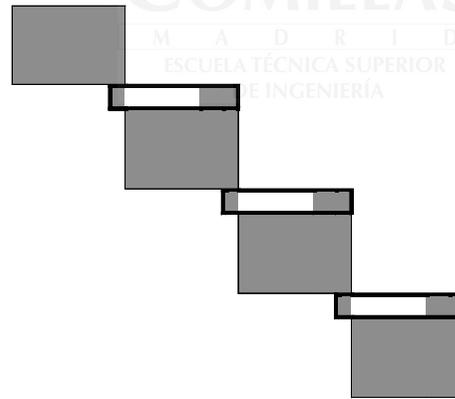
Andrés Ramos
Santiago Cerisola

Modelo de coordinación hidrotérmica

- Determina la producción óptima de los generadores térmicos e hidráulicos en función de aportaciones estocásticas para conseguir el mínimo coste variable esperado
- Aportaciones: parámetros aleatorios con funciones de probabilidad discretas con número finito (*reducido*) de escenarios
- Árbol de probabilidad o de escenarios: evolución temporal en cada etapa de estas aportaciones. Recoge la no anticipatividad de las decisiones
- Se formula como *problema lineal estocástico multietapa*

Problema lineal estocástico multietapa

- Tamaño muy elevado
- Estructura angular por bloques de la matriz de restricciones
- Sólo un conjunto *pequeño* de las restricciones acoplan dos etapas consecutivas entre sí



- Resoluble mediante descomposición anidada estocástica de Benders

Subproblema genérico

- Función objetivo:
 - costes de la etapa actual
 - variable función de recursos de las etapas siguientes
- Restricciones:
 - restricciones de la etapa actual para valores conocidos de las variables de la etapa anterior
 - cortes de Benders: linealización exterior de la función de recursos

$$\theta_n(X_1) - \bar{f}_n \geq \sum_{(t, \omega_t) \in R_n} B_{t-1}^{\omega_t} (\bar{x}_{t-1}^{a(\omega_t)} - x_{t-1}^{a(\omega_t)}) \pi_t^{\omega_t}$$

Implantación informática: lenguaje GAMS

- Ventajas:
 - facilidad para el desarrollo y mantenimiento de modelos
 - facilidad para la experimentación en algoritmos
- Desventajas:
 - menor eficiencia computacional debido a la creación de cada subproblema y al procedimiento de interfaz con optimizador

Mejoras computacionales

- Algoritmo de *optimización* de cada subproblema
- Algoritmo de *descomposición* anidada



En optimización subproblema

- Método de resolución más conveniente:
 - punto interior ($> 10000 \times 10000$)
 - simplex primal
 - simplex dual
- Base previa en cada subproblema
- Problema completo determinista es punto inicial para la descomposición. Se obtienen decisiones para cada etapa y valores iniciales.
- Estrategia fast-pass de barrido del árbol. Recorrido en la primera iteración desde etapa P a etapa 1

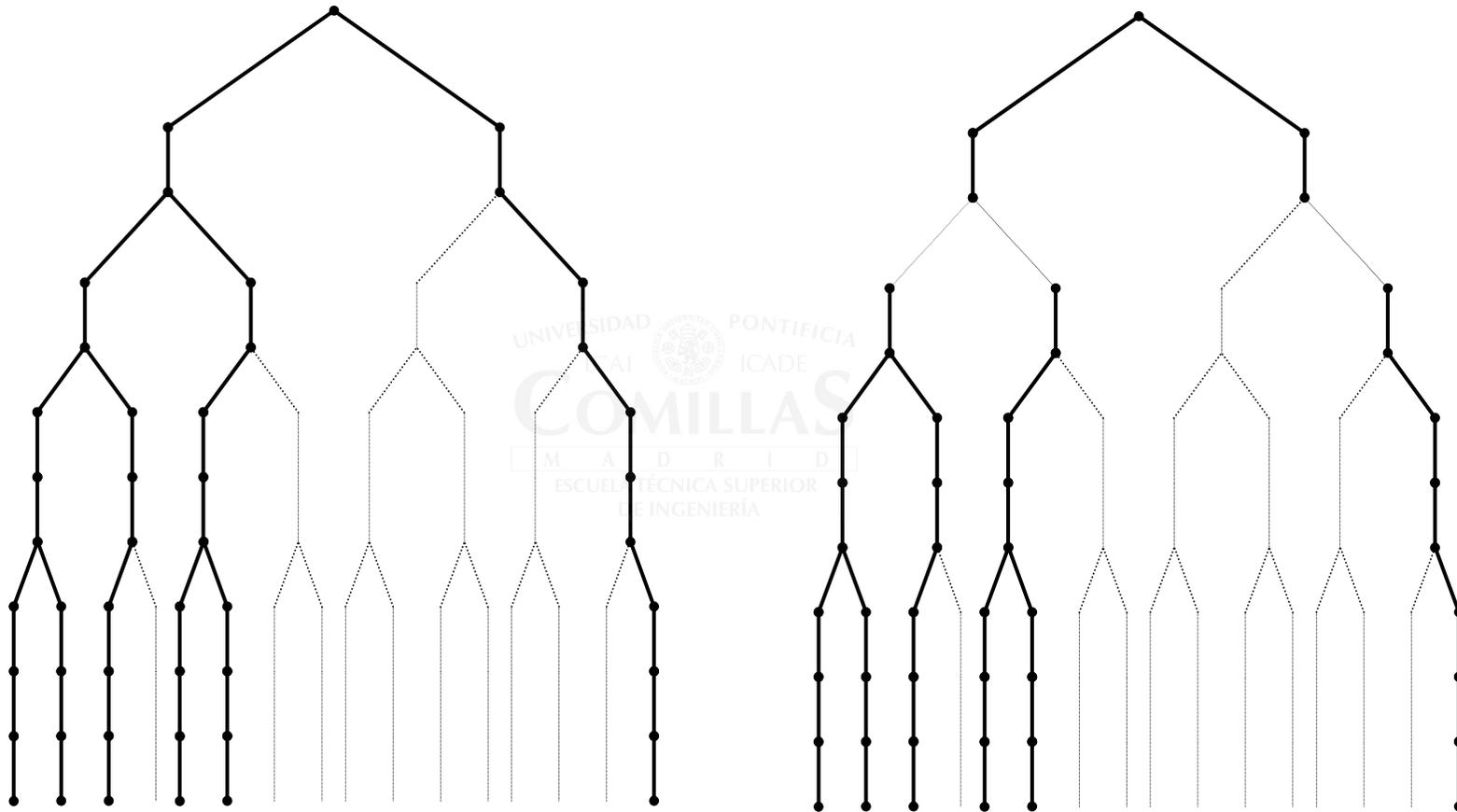
En algoritmo descomposición

- Mono o multicorte siempre que sean posibles (en resultados todos los casos han sido ejecutados con multicorte)
- Formulación de corte como linealización exterior en función únicamente de variables de acoplamiento entre etapas
- Los nodos del árbol se pueden agregar arbitrariamente en subárboles conexos. Procedimiento automático de agregación de nodos (subproblemas).

Agregación de nodos

- Justificación: se elimina tiempo de formulación (creación e interfaz) del problema
- Límite máximo asociado a la memoria disponible para la resolución del subárbol
- Se han analizado diferentes estrategias de agregación en sentido ascendente o descendente:
 - por periodos
 - subárboles con posibilidad de monocorte
 - subárboles sin posibilidad de monocorte

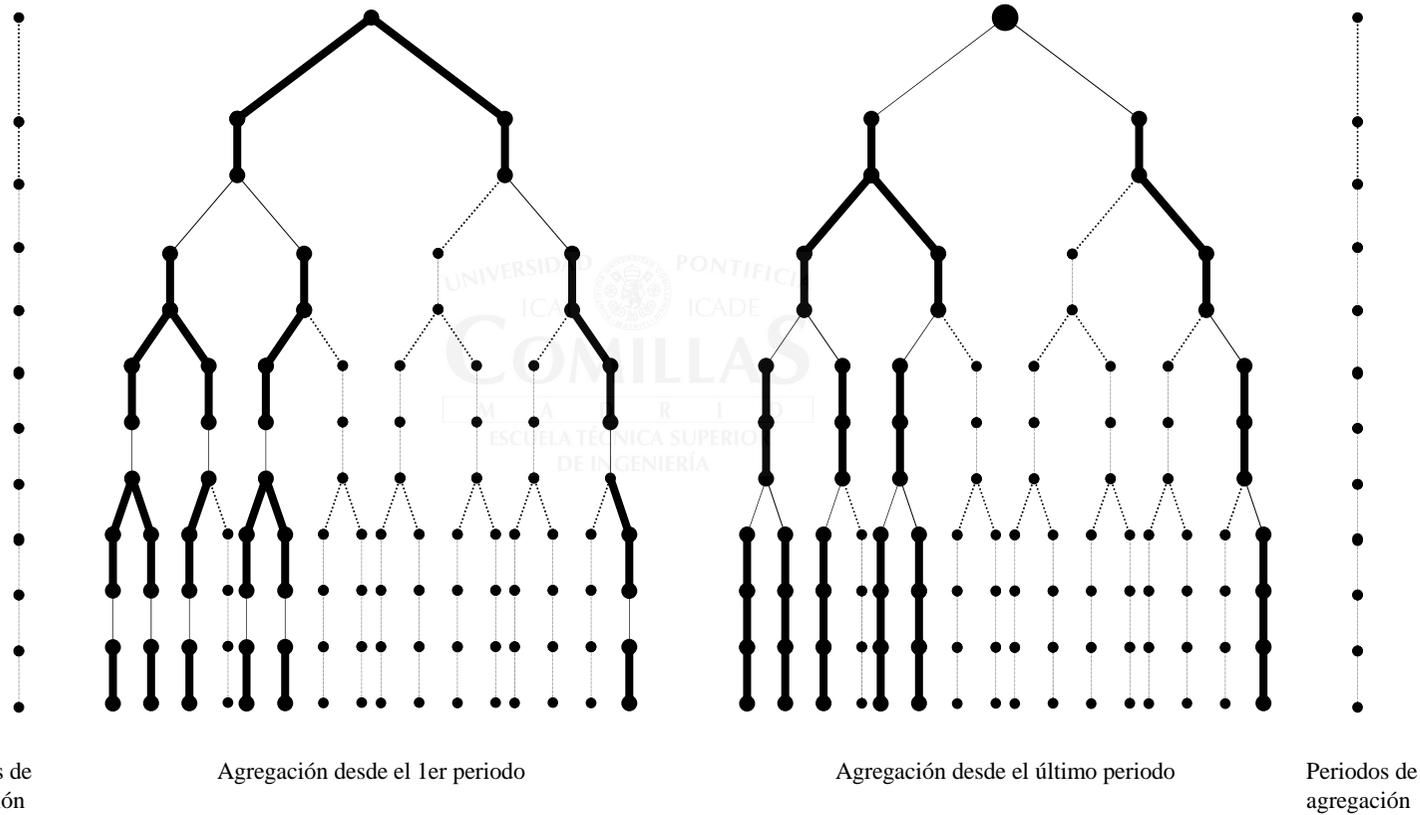
Ejemplo I. Descomposición 2 etapas



Resultados I. Descomposición en 2 etapas

Name	Periods	# Subpr	# iter	Converg	Size Master Problem (r, c, e)			Size Biggest Subproblem (r, c, e)			Sol. Time	Total Time
A/1	1	1	1	0				70623	104892	332336	351	467
A/1/2	1/ 2	3	1	0.000036	1591	2349	7454	52642	78194	247747	592	779
A/1/3	1/ 3	3	2	0.000053	4512	6704	21060	51182	76017	240853	639	869
A/1/4	1/ 4	4	2	0.000052	7470	11104	34940	30137	44779	141864	383	628
A/1/5	1/ 5	4	4	0.000020	11980	178311	56245	28634	42537	134721	545	926
A/1/6	1/ 6	5	4	0.000045	16352	24327	76724	16597	24670	78113	449	848
A/1/7	1/ 7	5	5	0.000051	22485	33428	105634	15064	22395	70886	526	995
A/1/8	1/ 8	5	7	0.000039	28569	42484	134350	13543	20131	63665	608	1248
A/1/9	1/ 9	7	8	0.000078	34645	51496	162958	5998	8949	28216	507	1312
A/1/10*	1/10	7	10	0.000132	43773	65082	206036	4477	6685	21037	512	1440
A/1/11*	1/11	7	10	0.000524	52641	78360	247904	2999	4472	14059	784	1714
A/1/12*	1/12	7	10	0.001372	61653	91770	290342	1497	2237	6985	963	1888

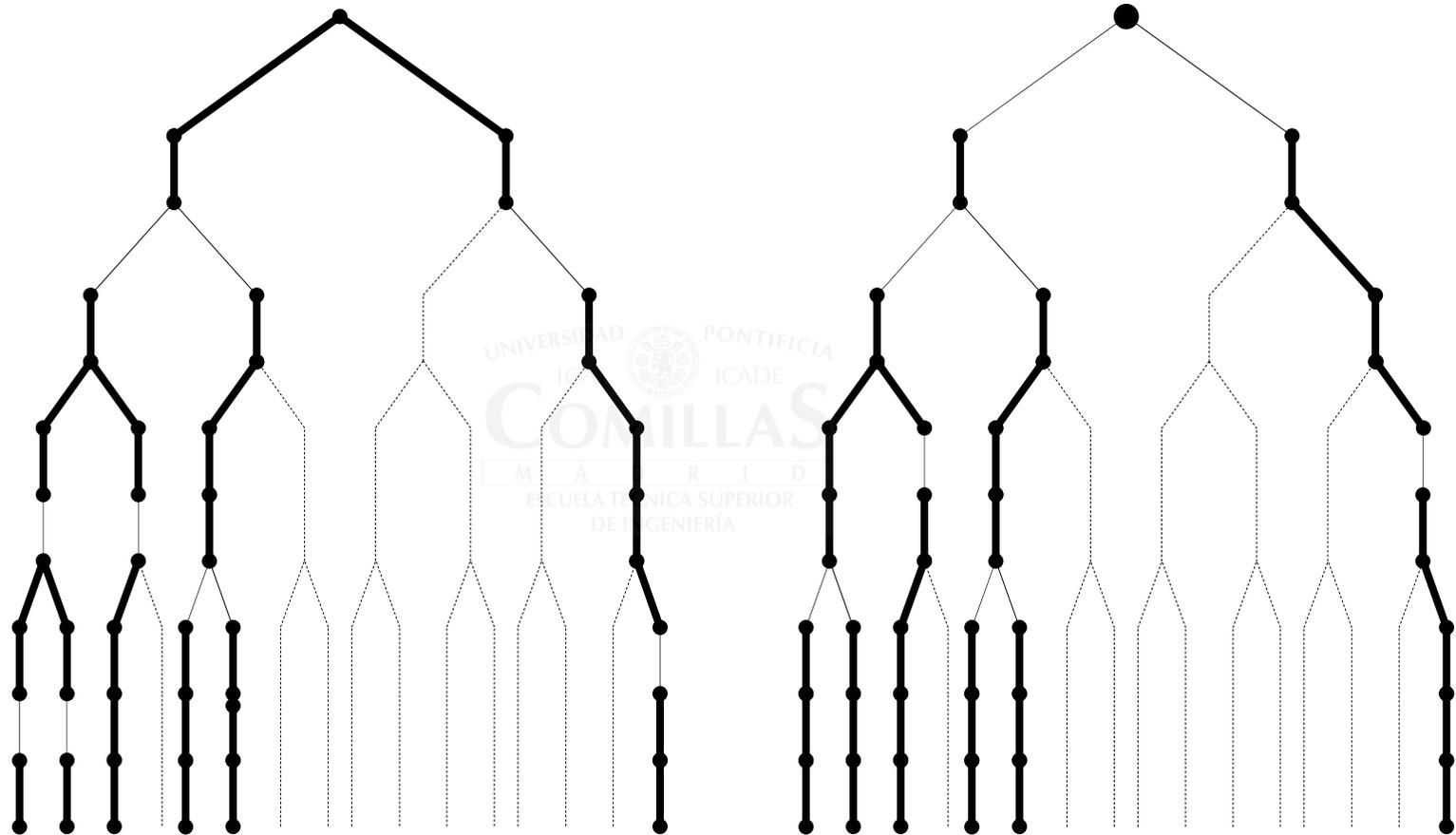
Ejemplo II. Agrupación por periodos



Resultados II. Agrupación por periodos (protocolos 1 y 2)

	Agregación desde el primer periodo		Agregación desde el último periodo	
	Convergencia	Tiempo (s)	Convergencia	Tiempo (s)
1ª iteración	0.013210	120	0.003575	176
2º iteración	0.007030	151	0.002068	218
3ª iteración	0.003648	182	0.001261	261
4ª iteración	0.001864	205.9	0.000707	297.2
5ª iteración	0.001245	229.8	0.000467	326.4
6ª iteración	0.000847	257.1	0.000205	355.7
7ª iteración	0.000802	306.2	0.000171	382.5
8ª iteración	0.000525	306.7	0.000106	408.2
9ª iteración	0.000385	330.6	0.000067	434.1
10ª iteración	0.000290	358.2		
Tiempo total (s)		2378		2117
Tiempo solución (s)		413		489

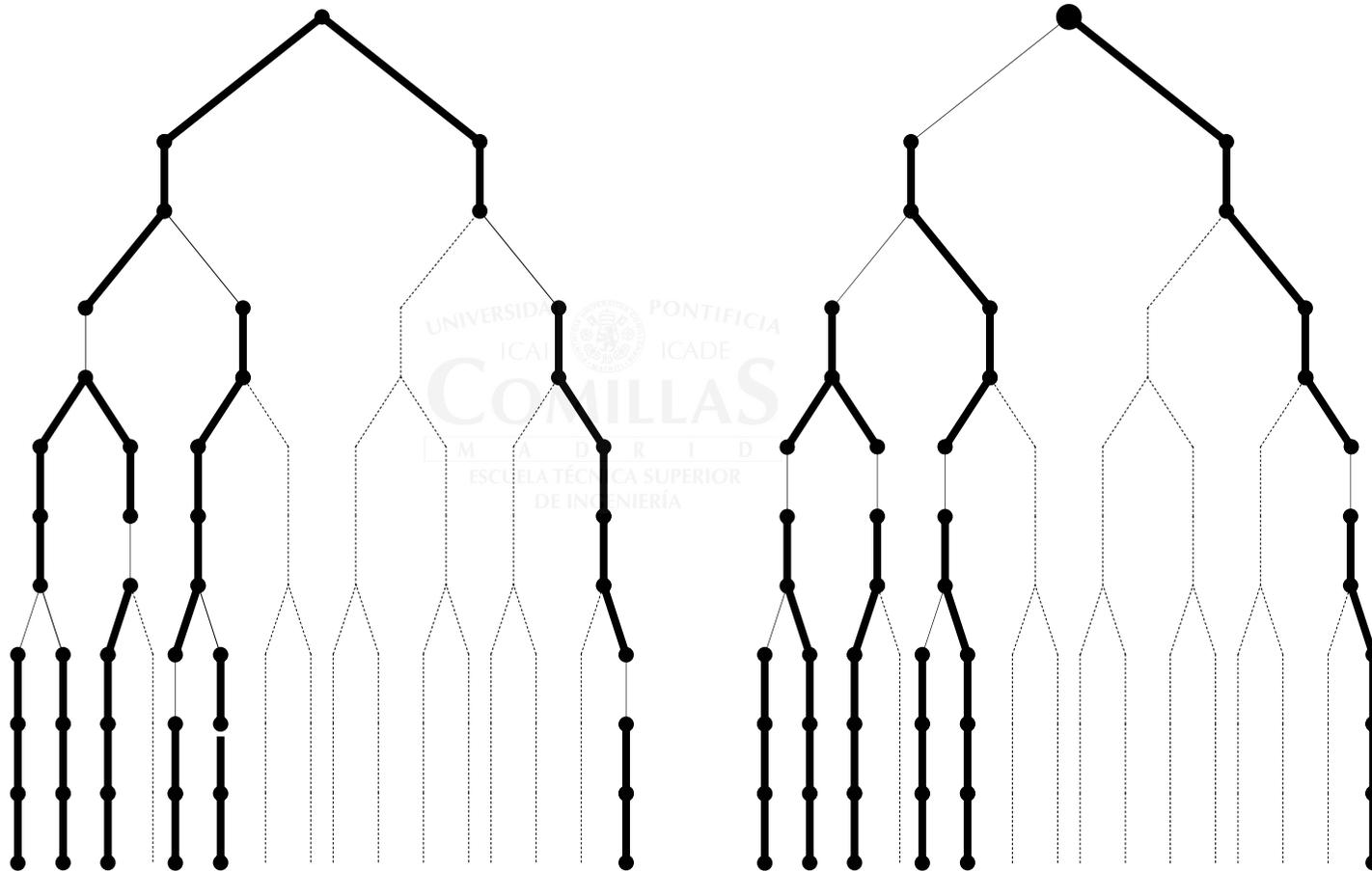
Ejemplo III. Agregación con posibilidad monocorte



Resultados III. Agregación con posibilidad monocorte (protocolos 3 y 4)

	Agregación desde el primer periodo		Agregación desde el último periodo	
	Convergencia	Tiempo (s)	Convergencia	Tiempo (s)
1ª iteración	0.008248	155.6	0.004031	194.2
2ª iteración	0.004115	195.6	0.002213	251.3
3ª iteración	0.001620	240.2	0.000719	305.7
4ª iteración	0.001271	278.5	0.000200	341.1
5ª iteración	0.000868	317.1	0.000192	371.3
6ª iteración	0.000824	355.2	0.000079	398.0
7ª iteración	0.000561	388.4		
8ª iteración	0.000522	426.8		
9ª iteración	0.000336	460.6		
10ª iteración	0.000253	500.5		
Tiempo total (s)		2484		1562
Tiempo solución (s)		555		453

Ejemplo IV. Agregación con limitación a multicorte



Resultados IV. Agregación con limitación a multicorte (protocolos 5 y 6)

	Agregación desde el primer periodo		Agregación desde el último periodo	
	Convergencia	Tiempo (s)	Convergencia	Tiempo (s)
1ª iteración	0.041237	190.8	0.001612	210.9
2ª iteración	0.033394	254.1	0.000871	272.2
3ª iteración	0.009788	316.4	0.000384	333.3
4ª iteración	0.003276	370.0	0.000141	386.3
5ª iteración	0.001381	412.0	0.000131	431.1
6ª iteración	0.000935	448.4	0.000074	471.1
7ª iteración	0.000662	482.4		
8ª iteración	0.000433	518.6		
9ª iteración	0.000359	551.8		
10ª iteración	0.000227	582.3		
Tiempo total (s)		2542		1662
Tiempo solución (s)		637		526

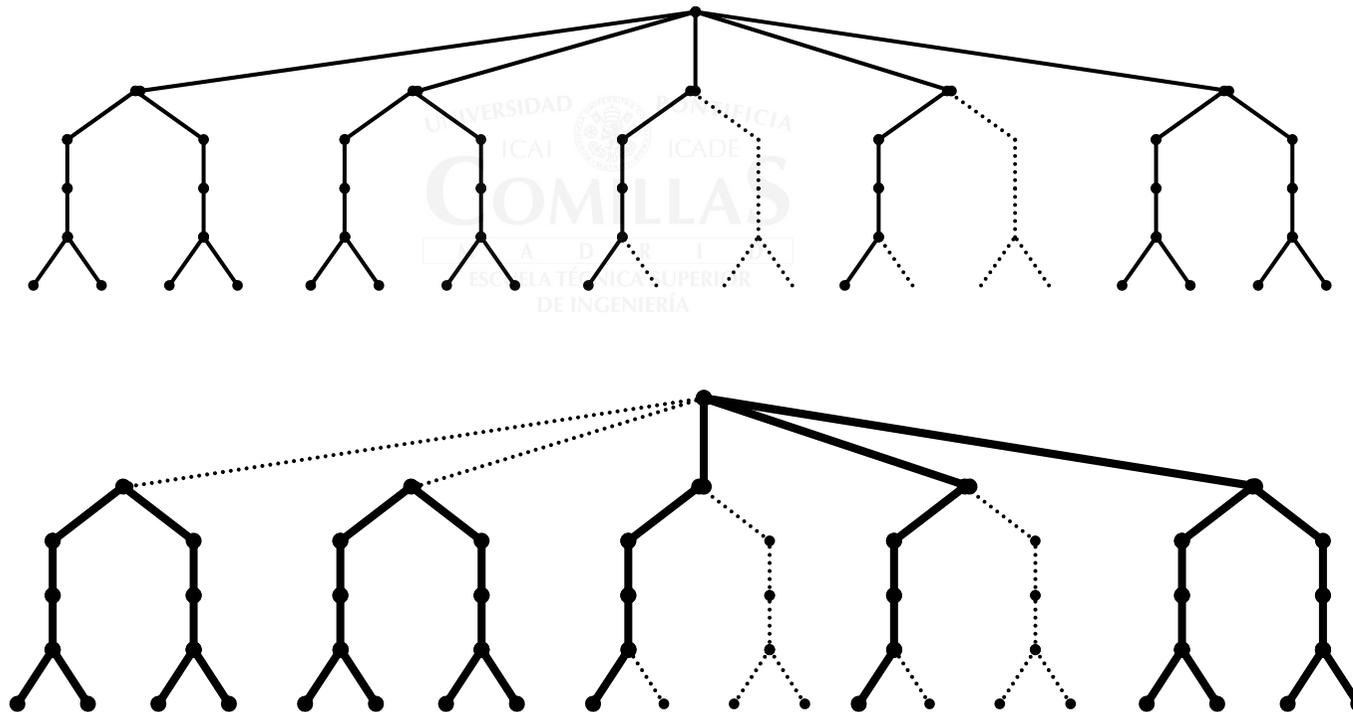
Resultados de los diferentes protocolos

Protocol	#Subtrees	#iter	Converg	Sol. time	Total time
1	14	10	0.000470	442	2923
2	13	8	0.000094	406	1966
3	11	10	0.000206	420	2207
4	11	8	0.000041	428	1801
5	10	10	0.000198	499	2130
6	9	6	0.000060	449	1450



Ejemplo V

- Problema determinista equivalente presenta 324121 filas, 432322 columnas y 1313216 elementos distintos de cero.



Resultados V. Agregación con limitación a multicorte ascendente (protocolo 6)

- Agregación de nodos para diferente número máximo de ecuaciones.

Maximum equations	#Sub	#iter	Convergence	Exec. time (s)	Total time (s)
10000	44	8	0.000089	1384	11595
20000	18	5	0.000098	1109	4055
40000	10	3	0.000037	1105	2275
80000	4	2	0.000031	1260	1889
160000	3	1	0.000037	1121	1583
240000	OUT OF MEMORY				

Conclusiones

- Modelado de un problema de optimización estocástica resuelto mediante descomposición anidada estocástica de Benders mediante lenguaje GAMS
- Los subproblemas pueden ser cualquier subárbol del árbol de escenarios.
- Se observa la necesidad de formular subproblemas grandes o equivalentemente dividir el árbol de escenarios en el menor número de subárboles posibles.
- Se han experimentado diversos protocolos de creación de subárboles (agregación de nodos).

Conclusiones (II)

- El tiempo de solución mejora con procedimientos de agregación de nodos que comienzan por los últimos periodos.
- No se dispone de un algoritmo que divida el árbol en el menor número de subproblemas (restringidos éstos a un tamaño preespecificado).