

Modelado de las pérdidas óhmicas de transporte en modelos de explotación generación/red a medio plazo

Manuel Rey **Andrés Ramos** **Pedro Sánchez-Martín**
Instituto de Investigación Tecnológica
UNIVERSIDAD PONTIFICIA COMILLAS
Santa Cruz de Marcenado, 26 28015 MADRID
Manuel.Rey@iit.upco.es

Francisco Martínez Córcoles **Víctor Martín Corrochano**
Dirección de Generación
IBERDROLA
Hermosilla, 3 28001 MADRID
Francisco.Martinez@iberdrola.es

RESUMEN

Dentro del ámbito de la optimización de los recursos inherentes a un sistema eléctrico los modelos de explotación determinan las consignas principales que definen la operación para un alcance de medio plazo. El modelo SEGRE representa de forma equilibrada la generación y la red. La actividad de transporte se modela mediante un flujo de cargas linealizado, incluyendo las pérdidas óhmicas. Su modelado se ha realizado utilizando tres tipos de aproximación, una de ellas *cosenoidal* y las otras dos poligonales, una definida por *pendientes* y otra por *puntos*. Se ha realizado una exhaustiva comparación entre las aproximaciones implantadas con un caso estudio del sistema español con equivalentes de los sistemas francés y portugués. Dependiendo de la aproximación utilizada y del número de tramos utilizado, aparece un compromiso entre los requerimientos de precisión en los resultados y el tiempo de cálculo.

Palabras clave: pérdidas óhmicas, explotación, generación/red, optimización lineal y no lineal.

1. Introducción

Los modelos de costes de explotación son modelos de cálculo, diseñados para obtener los costes futuros de la explotación de la generación y una serie de parámetros básicos que la caracterizan. Estos resultados suministran una información imprescindible para las tareas de planificación y previsión económica de la explotación de la generación de un sistema eléctrico a medio plazo

Las características básicas funcionales y matemáticas del modelo generación/red SEGRE referenciado en este artículo se han descrito detalladamente en otras referencias [5,9,10]. No obstante, como resumen se puede afirmar que el modelo representa con similar detalle los dos grandes subsistemas que aparecen: la *generación* y la *red*. Determina los costes variables de explotación sujeto a un conjunto de restricciones de operación relativas a *generación*, *transporte* y *combustibles*. Las de generación incluyen el cumplimiento de un cierto margen de reserva con respecto a la punta de demanda del sistema, la primera ley de Kirchhoff en cada nudo de la red, la gestión de la energía producible hidráulica en los embalses hidroeléctricos, la gestión del mantenimiento programado de los grupos térmicos y los límites propios de producción de los generadores. Entre las restricciones de transporte están la segunda ley de Kirchhoff y los límites propios de los circuitos. Las ecuaciones de flujo de cargas se representan según un modelo lineal (también llamado de CC). Las pérdidas óhmicas se consideran como cargas ficticias colocadas en los extremos de la línea y son función de los ángulos de tensión de sus nudos extremos y de la conductancia

del circuito. Las restricciones de combustible incluyen las cuotas de consumo obligado para ciertos combustibles y la gestión de los parques de almacenamiento.

Matemáticamente el modelo se formula como un problema de optimización de muy gran tamaño que resuelve simultáneamente la explotación óptima, mediante un despacho económico generación/red, de todos los niveles de carga analizados en un año. Un caso de estudio habitual contiene 60 niveles de carga, es decir, se resuelven simultáneamente 60 flujos de cargas en CC para el sistema. El problema puede ser lineal, no lineal o entero mixto según sean las opciones elegidas de uso del modelo. Las características no lineales pueden deberse a las curvas de consumo cuadráticas de los grupos térmicos o a las pérdidas en la red. Las variables binarias pueden ser las decisiones de acoplamiento o de mantenimiento programado de los grupos térmicos.

Dada la similitud existente en el sistema español entre numerosos grupos de una misma tecnología, las pérdidas pueden representar en un futuro muy próximo y dentro del nuevo marco de competencia un factor diferenciador importante de las ofertas de precio de los generadores. Por esta razón entre otras se necesita un modelado preciso de las mismas.

Su influencia en el coste variable del sistema ha de ser tomada en cuenta en un modelo de explotación generación/red. Típicamente representan un 4-5 % del total de la energía producida [3,7]. El compromiso entre precisión y rapidez ha llevado al estudio detallado de su modelado mediante un flujo de cargas linealizado usando tres tipos de aproximaciones de las pérdidas óhmicas asociadas. Se plantea entonces un compromiso entre la precisión en su cálculo requerida por el usuario y el tiempo de resolución asociado al tamaño del problema de optimización a resolver.

En principio, el modelado correcto de las pérdidas es no lineal, como una función cosenoidal de los ángulos de tensión en los nudos. Sin embargo, el problema de optimización no lineal resultante hace imposible su resolución con los optimizadores actuales por su excesivo tamaño. El problema de optimización multiperíodo del sistema tiene una estructura en escalera que puede ser explotada para su resolución mediante técnicas de descomposición. En primer lugar, el problema completo se divide en otros más pequeños (uno por período) que se resuelven coordinada e iterativamente hasta alcanzar la solución óptima del problema completo. En segundo lugar, permite el uso de algoritmos específicos para el problema maestro y los subproblemas. En particular, la técnica de descomposición de Benders [1] resulta adecuada. Su inconveniente son la lentitud de convergencia y el tiempo de resolución.

Otra alternativa diferente para su resolución es la linealización de estas funciones no lineales de las pérdidas mediante poligonales. Ésta tiene por objetivo el uso de optimizadores lineales ya que la resolución de un problema de programación lineal es mucho más fácil y rápida que uno no lineal de sus mismas dimensiones. La desventaja de la linealización radica en el aumento del tamaño del problema y, por consiguiente, de su tiempo de resolución.

El tema de la precisión en el modelado de las pérdidas en la red no ha sido extensamente tratado en la literatura. Sin embargo, en la referencia [8] se encuentra un estudio de una aproximación lineal a las pérdidas similar a una de las aquí descritas. No obstante, esa linealización conduce a una sobrestimación de las pérdidas. En la referencia [12] se analizan como aproximaciones no lineales la cosenoidal y la cuadrática, se estudia también la aproximación entera mixta, como aproximaciones lineales se documentan una en función de variables (similar a las aquí presentadas) y otra en función de restricciones. Las conclusiones del artículo permiten descartar la aproximación cuadrática y la lineal en función de restricciones. El presente artículo recoge esta experiencia y profundiza en nuevas aproximaciones lineales. No obstante, estas aproximaciones se estudian en el contexto de un flujo de cargas para un sólo nivel de carga, no simultáneo para muchos niveles como en este modelo.

En este artículo se presentan tres aproximaciones al modelado de las pérdidas óhmicas de la red de transporte, la primera no lineal y las otras dos lineales. En el apartado 2 se presentan sus formulaciones matemáticas. En el apartado 3 se analiza su comportamiento desde el punto de vista de precisión en el cálculo de las pérdidas del sistema, tomando como patrón la aproximación no lineal, y de tiempo de optimización. Como caso estudio se ha utilizado un problema de dimensiones reales como es el sistema peninsular español (con aproximadamente 140 nudos, 260 circuitos y 200 generadores), donde se incluyen equivalentes reducidos del sistema francés y portugués.

2. Aproximaciones de las pérdidas óhmicas

Las aproximaciones descritas a continuación han sido implantadas en un flujo de cargas linealizado, en el cual se simulan las pérdidas de cada circuito/línea como cargas ficticias aplicadas en cada uno de sus dos nudos extremos. El valor de cada una de estas cargas ficticias representa la mitad de las pérdidas totales asociadas al circuito en cuestión. Dependiendo de la aproximación implantada en el modelo de explotación, el número de variables y restricciones del problema de optimización cambia.

2.1. Aproximación cosenoidal

Si en un sistema eléctrico se consideran constantes los módulos de las tensiones e iguales a la unidad en p.u. se puede calcular el valor de las pérdidas para cada circuito mediante la siguiente expresión no lineal:

$$L_c = 2G_c [1 - \cos(\Delta\theta_c)] \quad (1)$$

donde,

L_c : Pérdidas en el circuito c [W]

G_c : Conductancia del circuito c [mho]

$\Delta\theta_c$: Diferencia angular en tensión del circuito c [rad]

En la ecuación anterior la diferencia angular se expresa en función de los ángulos de tensión correspondientes a los nudos inicial y final del circuito, $\theta_{n_i c}, \theta_{n_f c}$. $\Delta\theta_c = \theta_{n_i c} - \theta_{n_f c}$

Esta ecuación se incluye en el balance neto de potencia en cada nudo, primera ley de Kirchhoff, para añadir la mitad de las pérdidas producidas en las líneas que están conectadas a dicho nudo. La inclusión de estas funciones cosenoidales convierte el problema de optimización en no lineal, resolviéndose debido a su gran tamaño¹ por descomposición de Benders.

Esta formulación no introduce variables ni restricciones por incluir las pérdidas óhmicas con respecto al problema de flujo de cargas sin pérdidas. Por consiguiente, el tamaño del problema no aumenta.

2.2. Aproximación poligonal con tramos definidos por anchura y pendiente

Esta aproximación poligonal linealiza por tramos la curva del coseno, representada en tramo fino en la figura 1. Cada tramo está definido por una variable de optimización que representa un incremento angular, $\Delta\theta_i$, y por una pendiente, m_i . Los parámetros de los tramos (pendientes e incrementos) se calculan minimizando el error cuadrático medio entre la aproximación cosenoidal y la poligonal. Primeramente, se fija el número de tramos y se calculan iterativamente para varios valores de diferencia angular máxima. Después se calculan para cualquier valor de diferencia angular máxima por interpolación lineal. En la aproximación poligonal el máximo error absoluto con respecto a la cosenoidal se produce al final del primer tramo y es negativo. En la figura 1 aparece el ajuste entre la curva cosenoidal y la poligonal, en este caso particularizado para 3 tramos.

¹El optimizador no lineal disponible es el MINOS y el tamaño máximo admisible del problema es de 32767 variables o restricciones.

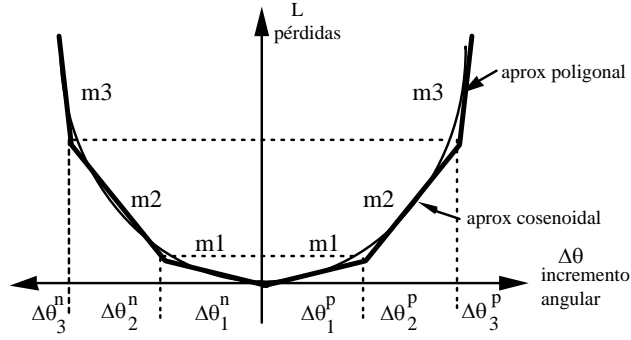


Figura 1. Aproximación cosenoidal y poligonal por anchura y pendiente

Para una formulación matemáticamente correcta de esta (y la siguiente) aproximación lineal se necesita la adición de condiciones que garanticen que las variables de pérdidas están “sobre” la poligonal positiva o negativa. Esta condición exige el uso de variables binarias auxiliares que representan el “uso” de cada tramo. De manera que se cumpla que las variables de incrementos angulares de cada tramo sean menores o iguales que los incrementos del tramo anterior y que solamente se pasa a un nuevo tramo cuando se ha “agotado” al completo el anterior. Esto lleva a la formulación de un problema de optimización lineal entera mixta, referenciado en [11], que sería imposible de resolver por su elevado tamaño. Sin embargo, en la inmensa mayoría de las situaciones (en la referencia [11] se cita la proporción 1 a 30000) estas condiciones se satisfacen sin necesidad de ser formuladas explícitamente. En este modelo se ha optado directamente por esta simplificación.

La formulación de las restricciones asociadas a esta aproximación poligonal son las siguientes:

$$L_c = \sum_{t=1}^{T_c} m_{tc} (\Delta\theta_{tc}^p + \Delta\theta_{tc}^n) \quad (2)$$

$$\Delta\theta_c = \sum_{t=1}^{T_c} (\Delta\theta_{tc}^p - \Delta\theta_{tc}^n) \quad (3)$$

$$0 \leq \Delta\theta_{tc}^p, \Delta\theta_{tc}^n \leq \overline{\Delta\theta}_{tc} ; t = 1, \dots, T_c \quad (4)$$

donde,

T_c : Número de tramos del circuito c en cada sentido

m_{tc} : Pendiente del tramo t perteneciente al circuito c [W/rad]

$\Delta\theta_{tc}^p, \Delta\theta_{tc}^n$: Diferencias angulares en sentido positivo y negativo del tramo t del circuito c [rad]

$\overline{\Delta\theta}_{tc}$: Diferencia angular máxima del tramo t del circuito c [rad]

La ecuación (2) se incluye en la de balance neto de potencia activa por nudo. La formulación del problema tiene ahora una restricción más por circuito, la (3), y dos variables más, $\Delta\theta_{tc}^p, \Delta\theta_{tc}^n$, por tramo y circuito. El tamaño del modelo aumenta sensiblemente aunque se mantiene la característica de linealidad del problema. Como ejemplo para el caso de estudio con 260 circuitos y 60 niveles de carga el incremento en el número de restricciones es de 15600 y en variables de 31200 por cada tramo.

2.3. Aproximación poligonal con tramos definidos por sus puntos extremos

La justificación para una formulación alternativa de la aproximación lineal anterior estriba en la necesidad de encontrar aquella que presente el mejor comportamiento desde el punto de vista de tiempo de optimización del problema lineal resultante, que para tamaños elevados puede ser significativo.

En este caso cada tramo se encuentra determinado por las coordenadas del extremo más alejado del origen, en abscisas θ_{ic} y en ordenadas L_{ic} (ver figura 2).

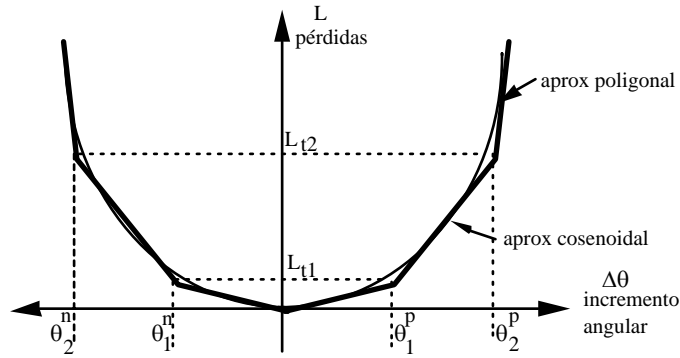


Figura 2. Aproximación cosenoidal y poligonal por puntos extremos

Las ecuaciones que desarrollan esta aproximación poligonal son las siguientes:

$$L_c = \sum_{i=0}^{T_c} (\alpha_{ic}^p + \alpha_{ic}^n) L_{ic} \quad (5)$$

$$\Delta \theta_c = \sum_{i=0}^{T_c} (\alpha_{ic}^p - \alpha_{ic}^n) \theta_{ic} \quad (6)$$

$$E_{i+1c} \leq \alpha_{ic}^p + \alpha_{i+1c}^p + \alpha_{i+2c}^p ; i = 0, \dots, T_c - 2 \quad (7)$$

$$E_{i+1c} \leq \alpha_{ic}^n + \alpha_{i+1c}^n + \alpha_{i+2c}^n ; i = 0, \dots, T_c - 2 \quad (8)$$

$$\sum_{i=0}^{T_c} (\alpha_{ic}^p + \alpha_{ic}^n) = 1 \quad (9)$$

$$\sum_{i=0}^{T_c} E_{ic} = 2 \quad (10)$$

donde,

L_{ic} : Ordenada de pérdidas asociada al tramo i del circuito c [W]

θ_{ic} : Abscisa o ángulo de tensión asociado al tramo i del circuito c [rad]

$\alpha_{ic}^p, \alpha_{ic}^n$: Variables auxiliares entre [0,1] que indican el peso de cada extremo del tramo i del circuito c

E_{ic} : Variable auxiliar binaria para cada tramo i del circuito c

La ecuación (5) se incluye en la ecuación de balance de potencia por nudo, las ecuaciones (9) y (10) obligan a una combinación lineal entre dos extremos, que según (7) y (8), deben ser contiguos. En el modelo se ha relajado esta formulación y no se incluyen las restricciones (7), (8) y (10) ya que lo mismo que en la aproximación anterior se cumplen en la inmensa mayoría de las veces. El número de restricciones aumenta en dos por cada circuito, la (6) y (9), y el número de variables en dos por tramo y circuito, $\alpha_{ic}^p, \alpha_{ic}^n$.

3. Comparación entre aproximaciones

El número de tramos de las aproximaciones poligonales influye notablemente en la precisión de los resultados y en el tamaño del problema y, por lo tanto, en el tiempo de resolución.

La selección del número de tramos puede ser realizada de dos formas:

1. definiendo un error máximo en MW para las pérdidas de cualquier circuito y el modelo calcula automáticamente su número de tramos, en función de sus características flujo máximo y admitancia

2. prefijando el número de tramos por circuito

A efectos de comparación se ha elegido la segunda opción de manera que todos los circuitos se modelan con el mismo número de tramos.

Aproximación	Restricc	Variables	Núm Elem
Cosenoidal	33576	40658	127242
Poligonal anchura y pendiente (1 tramo)	48575	71437	250736
Poligonal anchura y pendiente (3 tramos)	48575	134557	439616
Poligonal anchura y pendiente (5 tramos)	48575	197677	628496
Poligonal anchura y pendiente (7 tramos)	48575	260797	817376
Poligonal puntos extremos (1 tramo)	64355	102997	313856
Poligonal puntos extremos (3 tramos)	64355	166117	565856
Poligonal puntos extremos (5 tramos)	64355	229237	817856
Poligonal puntos extremos (7 tramos)	64355	292357	1069856

Tabla 1. Tamaño de los problemas de optimización para las diferentes aproximaciones.

En la tabla 1 se pueden ver los tamaños de los problemas de optimización para el caso de estudio para cada aproximación. En la aproximación poligonal definida por anchura y pendiente se observa que un tramo más por circuito supone un incremento de 94440 elementos no nulos en la matriz de restricciones y de 126000 en la otra. La aproximación poligonal definida por puntos extremos da lugar a problemas de optimización aproximadamente con un 30 % más elementos que la anterior. Conviene resaltar que los tamaños de los problemas serían inferiores si se hubiera elegido la opción de cota máxima de error en la selección del número de tramos.

Como se observa en la figura 3, el error relativo en el cálculo de las pérdidas del sistema con respecto a la aproximación cosenoidal decrece exponencialmente en función del número de tramos. La aproximación poligonal con 4 tramos está situada en el codo de la curva de error relativo obteniendo una precisión aceptable (error relativo del 4 %).

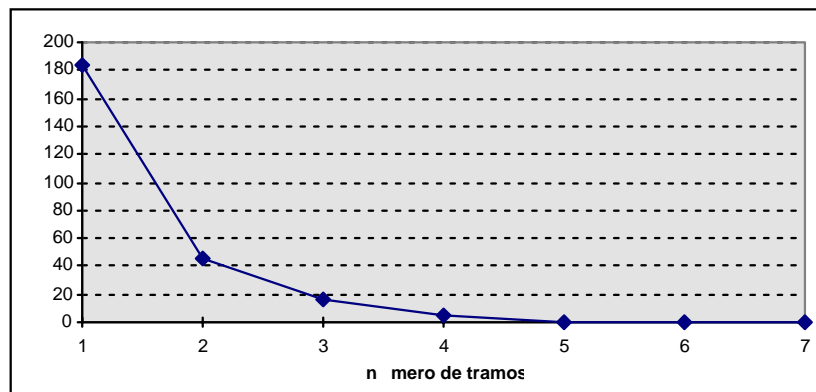


Figura 3. Error relativo en el cálculo de las pérdidas en las aproximaciones poligonales.

Los tiempos de ejecución se muestran en la figura 4. Se intuye un comportamiento lineal con respecto al número de tramos ensombrecido por problemas numéricos específicos en ciertos casos que es necesario seguir investigando. Ninguna de las dos aproximaciones poligonales parece ser claramente superior a la otra, una parece mejor con un número pequeño de tramos y la otra para un número elevado. Para un número razonable de tramos ambas han presentado problemas numéricos.

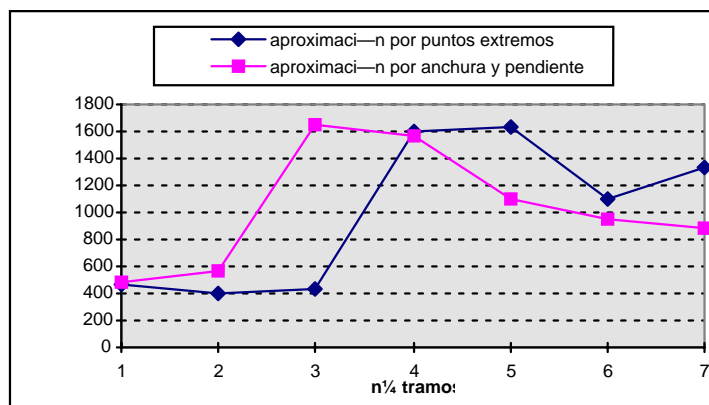


Figura 4. Tiempo de optimización de las aproximaciones poligonales.

La aproximación cosenoidal se resuelve mediante el método de descomposición de Benders. Para partir de un buen punto inicial se ejecuta en primer lugar el problema de optimización completo sin pérdidas. Para el caso de estudio el proceso de descomposición converge en 12 iteraciones al alcanzar una tolerancia relativa inferior a 0.0005 entre la cota superior e inferior aunque a partir de la iteración 5 la tolerancia es ya inferior a 0.001.

Aunque la convergencia es muy buena, el tiempo total de optimización de la aproximación no lineal por descomposición de Benders es aproximadamente el doble que el de cualquiera de las aproximaciones lineales y se utiliza únicamente a efectos de comprobación.

Problema	Tiempo (s)
<i>Completo sin pérdidas</i>	
33576 rest, 40658 var y 127242 elem	252
<i>Problema maestro</i>	
1176+12J rest, 2001 var y 4172+1068J elem	2.6
<i>Subproblema</i>	
2659 rest, 2739 var y 12104 elem	112
<i>Completo con pérdidas no lineales</i>	
33576 rest, 40658 var y 127242 elem	1462

Tabla 2. Tamaño y tiempo por iteración. J es número de iteraciones de Benders.

Para la resolución de los problemas lineales se ha utilizado el optimizador CPLEX 4.0 [4] en su opción de punto interior mientras que para los problemas no lineales se ha recurrido a MINOS 5.3 [6], que utiliza el método del lagrangiano aumentado. La ejecuciones se han llevado a cabo en una estación de trabajo Ultra 1 Modelo 170 de Sun Microsystems con un rendimiento patrón de 9.1 SPECfp95 y 6.3 SPECint95.

4. Conclusiones

Las pérdidas en un modelo de flujo de cargas en CC se pueden representar mediante diferentes aproximaciones lineales y no lineales. Las aproximaciones no lineales presentan la desventaja de la necesidad de códigos de optimización no lineal y en el caso de tamaños elevados se debe recurrir a técnicas de descomposición. Las aproximaciones lineales aunque incrementan sustancialmente los tamaños de los problemas de optimización proporcionan suficiente precisión y permiten el uso de códigos lineales mucho más eficientes. Como consecuencia el tiempo total de cálculo resulta inferior respecto a la no lineal. De las dos aproximaciones lineales analizadas, definidas por anchura y pendiente o por puntos extremos, no parece que ninguna sea superior a la otra. Para algunos casos aparecen problemas numéricos que enmascaran los resultados.

5. Referencias

- [1] Benders, J.F. "Partitioning Procedures for Solving Mixed-Variable Programming Problems" *Numerische Mathematik*. Vol.4, pp.238-252.1962.
- [2] Brooke, A., Kendrick, D. and Meeraus, A. "GAMS. A User's Guide." The Scientific Press, South San Francisco, USA, 1992.
- [3] Christie, R.D., Khare, R. and Gibescu, M. "Investigating the Sources of Error in Transmission Loss Calculations for Large-Scale Power System" *12th PSCC*. August 1996.
- [4] CPLEX Optimization, Inc. "Using the CPLEX 4.0 Callable Library". 1995.
- [5] Martínez Córcoles, F., Martín Corrochano, V., Ramos, A. and Muñoz, L. "SEGRE: A Yearly Production Cost Model for Economic Planning" *Power-Gen 95*. May 1995.
- [6] Murtagh, B. A. and Saunders, M. A. "MINOS 5.1 Users's Guide" Technical Report SOL-83-20R. Stanford University. 1987
- [7] Nadira, R., Wu, F., Maratukulam, D.J., Webe, E.P. and Thomas, C.L. "Bulk Transmission System Loss Analysis" *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.8, No. 2, May 1993.
- [8] Pamudji, N., Kaye, R.J. and Outhred, H.R. "Network Effects in a Competitive Electricity Industry: Non Linear and Linear Nodal Auction Models" *Stockholm Power Tech*. June 1995.
- [9] Ramos, A., Muñoz, L., Martínez Córcoles, F. and Martín Corrochano, V. "A Medium Term Bulk Production Cost Model Based on Descomposition Techniques" *Stockholm Power Tech*. June 1995.
- [10] Ramos, A., Muñoz, L., Rupérez, I., Martínez Córcoles, F. and Martín Corrochano, V. "Computational Experience with Optimization for a Bulk Production Cost Model" *12th PSCC*. August 1996.
- [11] Sánchez-Martín, P. and Ramos, A. "Modeling Transmission Ohmic Losses in a Stochastic Bulk Production Cost Model" Submitted to IEEE Power Engineering Society Summer Meeting 1997.