

**MODELOS DE EXPLOTACION  
EN  
SISTEMAS ELÉCTRICOS DE  
POTENCIA**

**Andrés Ramos**

Instituto de Investigación Tecnológica  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería - ICAI  
UNIVERSIDAD PONTIFICIA COMILLAS

Diciembre 1992

# Contents

<b>1</b>	<b>INTRODUCCION</b>	<b>4</b>
1.1	Marco de utilización . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Modelos de explotación de la generación</b>	<b>6</b>
2.1	Ámbitos de utilización . . . . .	6
2.2	Simulación probabilista . . . . .	8
2.2.1	Introducción . . . . .	8
2.2.2	Demanda eléctrica . . . . .	9
2.2.3	Grupos térmicos . . . . .	10
2.2.4	Orden de carga . . . . .	11
2.2.5	Despacho de los grupos . . . . .	12
2.2.6	Grupos hidráulicos . . . . .	16
2.2.7	Grupos de almacenamiento . . . . .	18
2.2.8	Medidas de fiabilidad . . . . .	19
2.2.9	Representación de la curva duración-carga . . . . .	20
2.2.10	Método de los cumulantes . . . . .	24
2.2.11	Cumulantes de la demanda y de la indisponibilidad de los grupos . . . . .	28
2.2.12	Caso de estudio . . . . .	29
<b>A</b>	<b>Sistemas eléctricos sintéticos</b>	<b>33</b>
A.1	Caso ejemplo A . . . . .	33
A.2	Caso ejemplo B . . . . .	33

# List of Tables

1.1	Conjunto de herramientas de planificación y explotación de la generación. . . . .	5
2.1	Energía producida por cada grupo calculada según el <i>método de enumeración</i> despachando los grupos como un bloque único. . . .	30
2.2	Energía producida por cada grupo calculada según el <i>método de enumeración</i> despachando los mínimos técnicos en primer lugar. . . . .	30
2.3	Energía producida por cada grupo calculada según el <i>método de simulación probabilista</i> despachando los mínimos técnicos en primer lugar. . . . .	31
2.4	Probabilidad de acoplar exactamente un subconjunto de grupos. . . . .	31
2.5	Probabilidad de acoplamiento de cada grupo. . . . .	32
A.1	Datos de la generación térmica del caso ejemplo A. . . . .	33
A.2	Datos de la demanda del caso ejemplo B. . . . .	34
A.3	Datos de la generación térmica del caso ejemplo B. . . . .	34
A.4	Datos de la generación hidráulica del caso ejemplo B. . . . .	35

M A D R I D

# List of Figures

2.1	Curva duración-carga anual. . . . .	10
2.2	Curvas duración-carga equivalentes. . . . .	14
2.3	Proceso de despacho, cálculo de energía producida y convolución. . . . .	15
2.4	Curva horaria. . . . .	22
2.5	Curva duración-carga diaria. . . . .	23
2.6	Curva duración-carga anual. Aproximaciones numérica y analítica. . . . .	25



# Chapter 1

## INTRODUCCION

### 1.1 Marco de utilización

El objetivo fundamental de la explotación de una compañía eléctrica es proporcionar servicio al usuario al mínimo coste, sabiendo que debe mantenerse una calidad en el mismo y que se dispone de un conjunto de instalaciones de generación y transporte de energía eléctrica. Un sistema eléctrico bien diseñado es aquél que combina, de manera aceptable, los costes de inversión y explotación, la fiabilidad en el suministro, las consideraciones medioambientales y no sobrepasa la capacidad de financiación de la compañía.

Las decisiones de planificación y explotación de la generación que toma una compañía eléctrica son ciertamente complejas, con horizontes temporales de aplicación muy diversos. Abarcan desde decenas de años para la expansión de la generación a varios minutos en el caso del despacho económico. Estas decisiones se articulan para lograr los objetivos de explotación óptima del sistema eléctrico. Para coordinarlas se utilizan un conjunto de herramientas de cálculo jerarquizadas que proporcionan información hacia el siguiente nivel de decisión. Este conjunto de instrumentos clásicamente, ver referencias [11], [40] y [29], se divide en escalones de decisión en función del horizonte temporal para el cual se utilizan usualmente como se muestra en la tabla 1.1, en donde las funciones de planificación y explotación de la red per se han sido explícitamente excluidas.

La desagregación de las decisiones responde a la imposibilidad práctica de encontrar un modelo capaz de caracterizar con suficiente detalle todos los ámbitos, así como a la naturaleza del problema conjunto, que se presta muy bien a una descomposición funcional jerarquizada. Cuanto más largo es el período de estudio evaluado por una herramienta menor es el detalle con el que se modela la explotación real del sistema. El espíritu de esta jerarquización es representar adecuadamente las principales variables y características del sistema eléctrico que afectan a cada nivel de decisión. Además, hacen manejable la complejidad del cálculo necesitado en cada uno de los niveles al repartir entre ellos las diferentes funciones de toma de decisiones que necesitan ser resueltas.

<i>Tipo</i>	<i>Alcance</i>	<i>Funciones</i>
Muy largo plazo	10 a 25 años	* decisión de expansión del equipo generador * nueva instalación de centrales o retirada de existentes
Largo plazo	2 a 5 años	* gestión del ciclo de combustible nuclear * política de utilización de embalses hiperanuales
Medio plazo	1 a 2 años	* programación de los ciclos de mantenimiento * gestión de embalses anuales * análisis de cobertura de la demanda * previsiones de consumos de combustibles y costes de explotación
Corto plazo	1 a 4 semanas	* funcionamiento de los grupos de bombeo * programación de las paradas en fin de semana de grupos térmicos
Muy corto plazo	< 1 semana	* programación semanal y horaria de la generación * decisión sobre arranques y paradas de grupos
Tiempo real	< 1 hora	* evaluación de las reservas de generación * despacho económico de los grupos acoplados a red * control frecuencia/potencia de las áreas de generación * intercambios entre áreas

Table 1.1: Conjunto de herramientas de planificación y explotación de la generación.

Por otra parte, las decisiones tomadas por un modelo de rango superior (esto es, de mayor alcance temporal) comprometen a todos los modelos inferiores. Así por ejemplo, la decisión de instalación de un nuevo grupo realizada por el modelo de expansión de la generación ha de ser incluida en los modelos de largo plazo encargados de la gestión de los embalses hiperanuales y del ciclo de combustible nuclear. De la misma manera, los resultados de la optimización del reparto mensual del producible hidráulico determinados por un modelo de medio o largo plazo serán los objetivos a lograr por modelos de corto plazo, con alcance mensual por ejemplo.

La creciente importancia de la energía eléctrica, su adecuado suministro y la magnitud de los gastos asociados a su generación, crearon hace tiempo la necesidad de desarrollar y perfeccionar las herramientas de análisis disponibles. Para utilizar éstas adecuadamente se necesita un conocimiento detallado por parte de sus potenciales usuarios. Es imprescindible, por lo tanto, saber cómo funcionan y qué se puede esperar de ellas.

En [15] y [22] se muestra un buen compendio de las diversas técnicas de optimización utilizadas en esta toma de decisiones, incluyendo técnicas tan variadas como: programación lineal, no lineal, dinámica, branch and bound, programación combinatoria, lineal estocástica, dinámica estocástica, etc.

## Chapter 2

# Modelos de explotación de la generación

### 2.1 Ámbitos de utilización

Las características de un sistema eléctrico consideradas en un modelo están ligadas estrechamente al objetivo y uso del mismo. En un extremo, los modelos de programación horaria necesitan una representación detallada de la explotación real de los grupos, de su situación de disponibilidad y de sus características de arranque o seguimiento de carga. La evolución temporal (cronológica) de la carga juega aquí un papel fundamental. En el otro extremo, un modelo de planificación a largo plazo requiere un detalle menor ya que la representación de la explotación se extiende durante mucho tiempo y, por consiguiente, sería inviable un modelo detallado. Aquí, el valor esperado de la punta y de la energía total a producir son los parámetros más significativos de la demanda. Por otra parte, las decisiones a tomar por ambos modelos difieren sustancialmente. Mientras el primero decide sobre la operación de los grupos en el plazo de un día a una semana con detalle horario, el segundo analiza las opciones de instalación de nuevas unidades en el futuro con discriminación anual. En consecuencia, la primera tarjeta identificadora de un modelo es su *ámbito preferente de utilización*.

La predicción de los costes variables de explotación en un sistema eléctrico es una función esencial en todos los estudios de planificación y explotación. Un modelo de explotación de la generación, también llamado de producción, es aquél que permite predecir los costes variables y la energía producida por los grupos para satisfacer la demanda esperada en un período determinado.

El ámbito de utilización de estos modelos varía desde el corto al largo plazo dependiendo de sus características. Este tipo de modelos es ampliamente usado por las compañías eléctricas para realizar la planificación y explotación de sus sistemas. Desde el punto de vista de planificación, la función de un modelo de explotación es calcular (predecir) los costes de energía futuros. Desde un punto de vista de explotación permitirán programar y coordinar el funcionamiento de

los grupos existentes a corto plazo (un mes, por ejemplo). Como ejemplos de utilización de modelos de explotación en diferentes ámbitos podemos citar:

- La *planificación de la expansión del equipo generador* a muy largo plazo tiene por objetivo determinar el tipo, tamaño y momento de puesta en servicio de nuevas instalaciones. Este estudio conlleva el análisis y la comparación con detalle subanual (mensual típicamente) de la explotación del sistema frente a estrategias de expansión alternativas, ver una referencia genérica en [38] y un modelo concreto en [57].
- Estudio de los efectos de *gestión de la carga* (interrumpibilidad, modificación de tarifas) tanto desde un punto de vista de opción en explotación como de alternativa en planificación.
- Estudios de *impacto de nuevas centrales* o nuevas tecnologías (eólica, solar, lecho fluido) en la explotación del sistema eléctrico, ver referencias [19, 35], bajo diferentes aspectos (coste, fiabilidad, contaminación ambiental). Permiten evaluar los beneficios de explotación asociables a estas tecnologías. De la misma manera, se pueden estudiar las consecuencias de la eliminación de otras tecnologías (como la nuclear, por ejemplo) y su impacto en la explotación del sistema.
- Previsiones de *consumo de combustible*, utilizadas para la realización de compras a empresas mineras, establecimiento de acuerdos de aprovisionamiento con otros países en el caso de combustibles importados o determinación de la vida esperada de una cuenca minera o de un combustible específico. Relacionados con el consumo de ciertos combustibles contaminantes se realizan además estudios de alteración medioambiental. Por otra parte, estos modelos sirven para analizar también los efectos de restricciones en el suministro de combustibles.
- *Planificación del mantenimiento* de las unidades de generación con el objetivo de minimizar costes o igualar índices de fiabilidad o cobertura a lo largo de un período (normalmente uno o varios años) considerando restricciones por zonas, compañías eléctricas, centrales, etc. Dentro de este ámbito se incluye la gestión del ciclo de combustible nuclear y, por lo tanto, la planificación de su recarga. Con el mismo horizonte temporal y coordinada con la programación del mantenimiento se halla la gestión de los embalses hidráulicos de carácter anual o hiperanual.
- Estudios periódicos de *cobertura de la demanda* prevista. Incluyen la obtención de medidas o índices de fiabilidad deterministas (margen de reserva en potencia) o probabilistas (probabilidad de pérdida de carga o energía no suministrada esperada), la identificación de necesidades de importación o exportación de energía y la determinación del adelantamiento o retraso en la construcción de una central.
- *Asignación de costes* y ahorros en explotación ya incurridos entre compañías integrantes de un pool, para evaluar las compensaciones interempresas.

- *Gestión semanal del bombeo* a realizar por razones económicas y programación de las paradas en fin de semana.
- *Evaluación económica de las reservas* semanales de generación en explotación y su reparto entre térmica e hidráulica, ver referencia [71].

De acuerdo con su utilización principal se define un objetivo en su diseño y se fijan sus especificaciones. Por consiguiente, la variación entre los diferentes usos perseguidos ocasiona los distintos tipos de modelos a usar, los grados de detalle alcanzados, las características del sistema eléctrico a incluir y, por fin, los resultados esperables de cada modelo.

La representación de la explotación de un sistema eléctrico implica el modelado de ciertas características físicas de los grupos de generación (potencia de funcionamiento, mínimo técnico, consumo específico, probabilidad de fallo, duración del mantenimiento programado) y características económicas (costes fijos y variables de explotación y mantenimiento). Además, hay que considerar los costes de los combustibles, las estrategias de conexión de los grupos desde el punto de vista del despacho económico o la definición de prioridades de funcionamiento de las unidades.

De los grupos hidráulicos o de bombeo se necesita modelar su funcionamiento especial para satisfacer la demanda, hacer evaluaciones de su energía producible, de las limitaciones de sus embalses, del rendimiento del ciclo bombeo/turbinación de los grupos de bombeo.

En las referencias [38, 90, 91] se analizan con detalle el significado y representación de las características de los grupos tanto térmicos como hidráulicos utilizadas en los modelos de explotación.

En cuanto a la demanda prevista, ésta normalmente se caracteriza mediante curvas duración-carga, que representan la probabilidad de superar un cierto nivel de demanda. El uso de curvas horarias, que recogen la evolución temporal de la carga, está prácticamente restringido a modelos de simulación estocástica (cronológica).

Los resultados mínimos que proporciona un modelo de explotación son: producción de cada grupo por bloques y su coste, coste total del sistema, consumo efectuado de los diferentes combustibles y medidas de fiabilidad.

## 2.2 Simulación probabilista

### 2.2.1 Introducción

Los modelos de simulación probabilista, de acuerdo a la clasificación presentada en la sección ??, simulan en un período las principales variables de decisión y permiten la representación de las estocasticidades relacionadas con la demanda y la generación.

Las primeras referencias de modelos de simulación probabilista, con componente térmico únicamente, aparecen en Baleriaux [5] y Booth [11, 12]. Posteriormente, en los modelos se introduce la simulación de unidades hidráulicas

y de bombeo, ver [28, 34]. El modelado de las plantas hidráulicas y de almacenamiento, con sus características de estocasticidad en las aportaciones y sus posibilidades de aprovechamiento estacional, continúa siendo objeto de investigación actualmente, ver referencias [39, 95].

La motivación principal de la sofisticada técnica de simulación probabilista es su *eficacia computacional* en el tratamiento de la incertidumbre en demanda y generación. Permite considerar recurrentemente los fallos de los grupos de generación sin necesidad de acudir a una enumeración explícita. El efecto de los fallos en la generación se representa mediante el concepto de demanda equivalente. La potencia equivalente demandada a los grupos de generación está formada por dos componentes. La primera es la demanda inicial de consumo (considerada variable aleatoria), cuya función de distribución es la curva duración-carga. La segunda es la demanda originada por el fallo de los grupos cargados anteriormente. Cada unidad en el orden de carga se ve afectada por el fallo de todas las unidades previamente cargadas. Si estas componentes se suponen variables aleatorias independientes, entonces la suma de ellas es otra variable aleatoria, la demanda equivalente, cuya distribución de probabilidad (curva duración-carga equivalente) se obtiene mediante la convolución de las distribuciones de probabilidad de sus componentes. El valor esperado de la energía producida por un grupo, despachado en una posición en el orden de carga, es una función del área bajo la curva duración-carga equivalente.

Este procedimiento permite despachar sistemáticamente las unidades, obtener su energía esperada y convolucionar sus fallos para determinar la demanda equivalente para el siguiente grupo.

### 2.2.2 Demanda eléctrica

La demanda eléctrica es modelada como una variable aleatoria mediante la *curva duración-carga*. Esta curva es la complementaria de la función de distribución. Expresa la probabilidad de que la demanda en potencia esperada en un período dado supere o iguale un determinado valor, ver figura 2.1. El área total bajo esta curva multiplicada por la duración del período abarcado representa la energía demandada.

La determinación de la curva duración-carga ha de realizarse con técnicas de previsión de la demanda adecuadas a su naturaleza aleatoria. Sin embargo, frecuentemente se realiza la aproximación de suponer su forma similar a una histórica conocida y calcular mediante técnicas predictivas solamente la punta de demanda o la energía del período correspondiente.

La forma de la curva afecta directamente la composición de la mezcla de generación y su funcionamiento. En un sistema como el español actualmente, un incremento moderado de la punta de demanda sería cubierto por centrales hidráulicas de regulación, que podrían aumentar su potencia de generación y, por consiguiente, disminuir sus horas medias de utilización. Mientras que las variaciones en horas de valle son cubiertas por las plantas nucleares o de carbones baratos. Por otra parte, un factor de modulación (relación entre la demanda máxima y mínima) alto causa problemas con los mínimos técnicos de los grupos

acoplados y obliga a realizar bombeo por razones no económicas o a efectuar paradas de grupos en fin de semana.

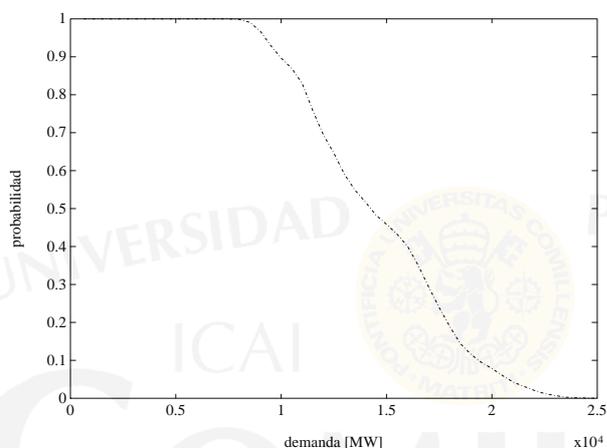


Figure 2.1: Curva duración-carga anual.

### 2.2.3 Grupos térmicos

En un período determinado, la potencia indisponible de cada unidad térmica de generación es una variable aleatoria. La unidad se suele dividir en bloques de potencia para representar adecuadamente sus diferentes niveles de potencia en fallo y sus distintos costes variables. La potencia indisponible de un grupo se puede expresar como una *variable aleatoria multinomial*:

$$P_i^f = \begin{cases} 0 & \text{con probabilidad } p_i \\ \sum_{k=j}^{nb} P_{ik} & \text{con probabilidad } q_{ij}, \quad j = 1, \dots, nb \end{cases} \quad (2.1)$$

$i$  índice para los grupos térmicos.  $i = 1, \dots, N$

$N$  número de grupos.

$P_i^f$  potencia indisponible del grupo  $i$ .

$P_{ik}$  potencia del bloque  $k$  del grupo  $i$ .

$nb$  número de bloques de los grupos.

$p_i$  probabilidad de estar totalmente disponible el grupo  $i$ .

$q_{ij}$  probabilidad de estar parcialmente fallado el grupo  $i$  a partir del bloque  $j$ , incluyendo éste.

La suma de la potencia de los bloques es la potencia nominal del grupo:

$$\sum_{k=1}^{nb} P_{ik} = P_i^n \quad (2.2)$$

$P_i^n$  potencia nominal del grupo  $i$ .

La suma de las probabilidades de los diferentes estados del grupo es la unidad:

$$p_i + \sum_{j=1}^{nb} q_{ij} = 1 \quad (2.3)$$

Si el grupo se considera como bloque único su potencia indisponible será:

$$P_i^f = \begin{cases} 0 & \text{con probabilidad } p_i^e \\ P_i^n & \text{con probabilidad } q_i^e \end{cases} \quad (2.4)$$

$p_i^e$  disponibilidad equivalente del grupo  $i$ .

$q_i^e$  indisponibilidad equivalente del grupo  $i$ .

$$q_i^e = \frac{\sum_{j=1}^{nb} q_{ij} \sum_{k=j}^{nb} P_{ik}}{P_i^n} \quad (2.5)$$

$$p_i^e + q_i^e = 1 \quad (2.6)$$

#### 2.2.4 Orden de carga

Para minimizar el coste de explotación del sistema eléctrico los grupos térmicos se despachan por coste variable creciente. De esta forma, generan más energía los grupos con menor coste variable. El orden de carga indica la prioridad en el despacho de los grupos para satisfacer la demanda.

Si los grupos se consideran con *un solo bloque*, el orden de carga será la lista de éstos ordenados por coste variable creciente. Si los grupos se dividen en varios *bloques independientes* cargados consecutivamente el orden entre los grupos se establece en función de sus costes variables ponderados (obtenidos considerando la potencia y el coste variable de cada bloque).

Sin embargo, si se considera que el primer bloque de cada grupo es su *mínimo técnico* (debe funcionar todo el tiempo) el orden de carga se fija despachando

los mínimos técnicos por debajo de la demanda mínima, ordenados entre sí por costes variables crecientes, y a continuación los siguientes bloques de los grupos, también ordenados entre sí.

Pero el despacho de todos los mínimos técnicos de los grupos disponibles bajo la demanda mínima no es realista. Por esta razón, con esta última forma de despacho se separan los grupos disponibles entre *acoplados* (aquéllos cuyos mínimos técnicos van bajo la demanda mínima) y *no acoplados* (sus mínimos técnicos se tratan como bloques normales) aproximando un orden de carga probable.

Hasta ahora se ha supuesto que el orden de carga es único para cada período. Sin embargo, en realidad este orden cambia en función de los grupos disponibles en cada momento. Además, existen ciertas *restricciones* que pueden alterar cada orden económico de despacho de las unidades (por ejemplo, mínimos técnicos, reserva rodante). En [69, 70] se halla un análisis detallado sobre las implicaciones derivadas de un tratamiento simplificado de los órdenes de carga o sus restricciones.

### 2.2.5 Despacho de los grupos

Para determinar la generación esperada de cualquier unidad del sistema se tienen en cuenta la distribución de probabilidad de la demanda y la de indisponibilidad de los grupos. Una forma conveniente de considerar ambas es suponer que las unidades al fallar imponen una demanda adicional sobre los grupos todavía no despachados. Se define la variable aleatoria *demanda equivalente* para un grupo determinado como la suma de la demanda en potencia debida al consumo más la causada por fallos de grupos despachados previamente. Es, por lo tanto, la suma de dos variables aleatorias:

$$DE = DC + DF \quad (2.7)$$

$DE$  demanda equivalente.

$DC$  demanda del consumo.

$DF$  demanda asociada a fallos de los grupos ya despachados.

La complementaria de la función de distribución de esta variable recibe el nombre de *curva duración-carga equivalente* y representa la probabilidad de que la demanda equivalente supere o iguale un determinado valor. Permite obtener la energía esperada generada por cada unidad, la energía no suministrada esperada o la probabilidad de pérdida de carga. La curva duración-carga equivalente se determina mediante la *convolución* de las dos variables aleatorias, en el supuesto razonable de mutua independencia.

La variable aleatoria demanda equivalente para la unidad  $i$  será:

$$DE_i = DC + \sum_{l=1}^{i-1} DF_l \quad (2.8)$$

$DE_i$  demanda equivalente para el grupo  $i$ .

$DF_l$  demanda debida a la indisponibilidad del grupo  $l$ .

También se obtiene a partir de la demanda equivalente y de la demanda por indisponibilidad de la unidad  $i - 1$ :

$$DE_i = DE_{i-1} + DF_{i-1} \quad (2.9)$$

La curva duración-carga equivalente para la unidad  $i + 1$  se calcula por aplicación de la ecuación de *convolución* de los fallos de la unidad  $i$  sobre la curva duración-carga equivalente para la unidad  $i$ .

Cuando los grupos se tratan como *bloques consecutivos independientes* la curva duración-carga equivalente tiene esta expresión:

$$G_{i+1}(x) = p_i G_i(x) + \sum_{j=1}^{nb} q_{ij} G_i(x - \sum_{k=j}^{nb} P_{ik}) \quad (2.10)$$

$G_1(x)$  curva duración-carga inicial para la demanda del consumo.

$G_i(x)$  curva duración-carga equivalente para la unidad  $i$ .

$x$  valor de la abcisa (potencia) de la curva duración-carga.

**Ejercicio 1** *Determinar el valor del área bajo la curva duración-carga equivalente después de cada convolución.*

Gráficamente, cuando de forma simplificada se supone cada grupo con un único bloque, la convolución se convierte en la suma ponderada de dos curvas duración-carga, una desplazada con respecto a la otra en la potencia fallada, las sucesivas curvas duración-carga equivalentes se presentan en la figura 2.2.

La energía esperada producida por el bloque  $j$  de la unidad  $i$  se determina como el área bajo su zona de carga en la curva duración-carga equivalente  $G_i(x)$  (anterior a convolucionar sus fallos) de la siguiente manera:

$$E_{ij} = T(1 - q_{ij}) \int_{u_{i-1}^{j-1}}^{u_{i-1}^j} G_i(x) dx \quad (2.11)$$

$$E_i = \sum_{j=1}^{nb} E_{ij} \quad (2.12)$$

$$u_{i-1}^j = u_{i-1}^{j-1} + P_{ij} \quad (2.13)$$

$$u_{i-1}^0 = u_{i-1} \quad (2.14)$$

$$u_{i-1}^{nb} = u_i \quad (2.15)$$

$$u_i = u_{i-1} + P_i^n \quad (2.16)$$

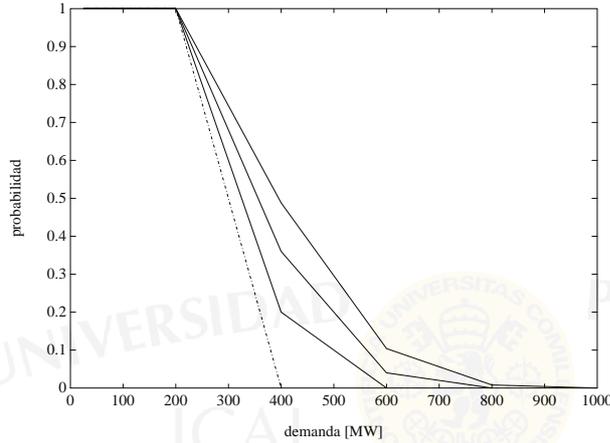


Figure 2.2: Curvas duración-carga equivalentes.

$E_{ij}$  energía esperada producida por el bloque  $j$  de la unidad  $i$ .

$E_i$  energía esperada producida por la unidad  $i$ .

$T$  duración del período.

$u_{i-1}^{j-1}$  punto de carga del bloque  $j$  de la unidad  $i$  ( $u_0^0 = 0$ ).

$u_{i-1}$  punto de carga de la unidad  $i$  ( $u_0 = 0$ ).

Alternativamente, la energía esperada producida por la unidad  $i$  puede calcularse como diferencia entre dos valores de energía no suministrada esperada, antes y después de realizar el despacho y convolución de dicha unidad, mediante la siguiente expresión:

$$E_i = T \left[ \int_{u_{i-1}}^{\infty} G_i(x) dx - \int_{u_i}^{\infty} G_{i+1}(x) dx \right] \quad (2.17)$$

Cuando en el orden de carga se consideran *mínimos técnicos* y *dependencia* entre bloques, el primer bloque de cada unidad se trata como si fuera un grupo separado. Sin embargo, cuando se alcanza en el orden de carga el segundo bloque de la misma unidad, el efecto del fallo del primero debe ser eliminado de

la curva duración-carga equivalente. Este proceso se denomina *deconvolución*. Es realizable de forma inversa a la convolución y consiste en determinar  $G_i(x)$  a partir de  $G_{i+1}(x)$ . A continuación se calcula la energía producida por el segundo bloque, ya descontados los efectos del fallo del primero, y se convolucionan los dos primeros bloques. De la misma manera, se obtienen las energías para los sucesivos bloques. Por último, se convolucionan la unidad al completo con las potencias combinadas de los diferentes bloques con sus probabilidades de fallo. Seguidamente se presentan las ecuaciones del proceso.

Esquemáticamente, el proceso se representa para dos grupos, cada uno con mínimo técnico y otro bloque, en la figura 2.3.

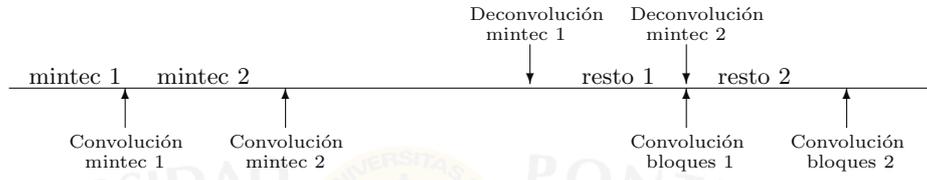


Figure 2.3: Proceso de despacho, cálculo de energía producida y convolución.

En primer lugar, se despachan los mínimos técnicos (implica  $j = 1$ ). El cálculo de la energía producida por el mínimo técnico del grupo  $i$  se realiza de acuerdo con la expresión:

$$E_{ij} = T(1 - q_{ij}) \int_{w_{i-1}^j}^{w_{i-1}^j} G_i^j(x) dx \quad (2.18)$$

$G_i^j(x)$  curva duración-carga equivalente para el bloque  $j$  de la unidad  $i$  ( $G_i^1(x) = G_i(x)$  y  $G_i^{n_b+1}(x) = G_{i+1}(x)$ )

A continuación se convolucionan el fallo del mínimo técnico despachado:

$$G_i^2(x) = (1 - q_{i1})G_i^1(x) + q_{i1}G_i^1(x - P_{i1}) \quad (2.19)$$

Una vez despachado cada mínimo técnico y convolucionado su fallo se cargan los siguientes bloques de potencia. Antes de determinar la energía esperada producida por el segundo bloque es necesario deconvolucionar los fallos del mínimo técnico cargado previamente mediante la siguiente ecuación:

$$G_i^1(x) = \frac{G_i^2(x) - q_{i1}G_i^1(x - P_{i1})}{1 - q_{i1}} \quad (2.20)$$

Luego, se calcula la energía producida por el segundo bloque ( $j = 2$ ) según la ecuación (2.21) y se convolucionan los fallos de los dos primeros bloques del grupo de acuerdo a la expresión (2.22):

$$E_{ij} = T(1 - \sum_{k=1}^j q_{ik}) \int_{u_{i-1}^{j-1}}^{u_{i-1}^j} G_i^j(x) dx \quad (2.21)$$

$$G_i^{nbc+1}(x) = (1 - \sum_{j=1}^{nbc} q_{ij}) G_i^1(x) + \sum_{j=1}^{nbc} q_{ij} G_i^1(x - \sum_{k=j}^{nbc} P_{ik}) \quad (2.22)$$

$nbc$  bloques despachados hasta el momento.

**Ejercicio 2** ¿Es equivalente convolucionar los fallos de un grupo cuando éste se considera como un bloque único a cuando está dividido en varios?. ¿Qué ventajas tiene la división de un grupo en bloques?.

### 2.2.6 Grupos hidráulicos

Vamos a distinguir dos tratamientos conceptualmente diferentes de los grupos hidráulicos: uno, como grupos con limitación de energía producible, y otro, como grupos cuya misión es la eliminación de las puntas de demanda.

Adicionalmente, los grupos hidráulicos tienen la función de seguimiento de la carga debido a su capacidad de respuesta rápida ante variaciones de ésta. Sin embargo, esta función no se contempla en modelos de explotación con períodos de tiempo superiores a una hora.

#### Grupos de energía limitada

Una unidad de energía limitada es aquella cuya producción total está restringida. Típicamente, las plantas de energía limitada son centrales hidroeléctricas con embalse de regulación, centrales de almacenamiento en su funcionamiento como generador o centrales térmicas con restricciones de consumo de combustible o de emisiones contaminantes. Para estos grupos, se suponen conocidas de antemano su potencia y límite de energía.

Si una central de energía limitada es despachada en la posición correspondiente a su coste variable dentro del orden de carga, la energía generada puede ser mayor o menor que su valor de energía disponible. Si sucede esto, la unidad ha de desplazarse en el orden de carga hasta que su energía producida coincida con la disponible cuando es despachada a plena potencia.

**Ejercicio 3** Demostrar matemáticamente que esta manera de cargarla es la económicamente óptima.

De acuerdo con lo anterior, la posición óptima de despacho de una unidad de energía limitada será, en general, “dentro” de un grupo térmico, dividiéndolo. Según la propiedad invariante del despacho de grupos, ver [10], la energía producida por ambas unidades, la de energía limitada y la térmica que la incluye, es la misma independientemente del orden en que se despachen. Esto es, la suma de las energías producidas por cada una es la misma se cargue una primero y la otra a continuación o viceversa, o bien se despachen una incluida en la otra.

**Ejercicio 4** *Demostrar matemáticamente la propiedad invariante del despacho de los grupos (de la convolución).*

Por lo tanto, para su cálculo se necesita saber únicamente a qué unidad térmica divide la planta de energía limitada. La térmica afectada será aquella tal que el grupo con energía limitada produce más de su energía disponible si se despacha antes que la térmica y menos si se carga después.

La energía conjunta se puede obtener cargando sucesivamente la térmica y la de energía limitada. A continuación, la energía producida por la planta de energía limitada se hace igual a la especificada y la generada por la térmica será la diferencia hasta alcanzar el valor de energía suma de ambas.

De lo anterior se deduce que la variable dual asociada al límite de energía disponible de un grupo de energía limitada es el coste variable de la térmica que la incluye.

Si existen varias centrales hidráulicas éstas se ordenan por valor decreciente de horas de utilización, es decir, el cociente entre su energía disponible y su potencia nominal. De esta manera, si la primera no puede despacharse tampoco las demás. Sin embargo, si la primera puede cargarse se intentan despachar también las siguientes plantas de energía limitada. Se puede dar la situación de una o varias unidades térmicas interrumpidas por una o varias unidades de energía limitada. En esta situación, aparece toda una casuística compleja a considerar y existen algoritmos específicos para ello, ver [1, 17, 52, 53, 96].

La indisponibilidad aleatoria de los grupos hidráulicos se puede tratar como se ha hecho con los grupos térmicos, una vez determinada su posición óptima de despacho en el orden de carga.

En la referencia [95] se presenta una forma simplificada de considerar la estocasticidad en las aportaciones hidráulicas.

### **Grupos de punta**

El tratamiento anterior no parece adecuado cuando el subsistema hidráulico es complejo y resulta irrazonable la asignación a priori de energías y potencias a cuencas/subcuencas para períodos futuros en el medio plazo.

En el sistema español el subsistema hidráulico se despacha para eliminar la punta de demanda, cuando el coste de energía es elevado. Si se supone que existe suficiente potencia hidráulica para acometer el despacho, la energía a generar en cada período vendrá determinada por un algoritmo de coordinación entre períodos cuyo objetivo sea igualar los costes marginales del agua. Bajo esta perspectiva, ni la potencia ni la energía del subsistema hidráulico tienen el sentido visto en grupos de energía limitada.

En estas condiciones, sólo habrá un conjunto de grupos térmicos acoplados (desaparece el conjunto de no acoplados) y tiene un sentido claro la variación del despacho de los grupos térmicos en función de la estocasticidad hidráulica. Un orden de carga único implica además que el período ha de ser suficientemente pequeño (semana, subsemana) para que este supuesto sea razonable.

**Ejercicio 5** *Analizar el impacto de eliminar el conjunto de grupos no acoplados.*

El algoritmo de coordinación entre períodos estaría basado en técnicas de descomposición, en el caso determinista, o descomposición anidada, en el caso probabilista, ver [64]. En el problema maestro se incluirían las restricciones que afectan al conjunto de períodos: producible hidráulico total, mantenimiento de los grupos térmicos, restricciones al paso del agua entre períodos, etc.

### 2.2.7 Grupos de almacenamiento

Un grupo de almacenamiento es aquél que acumula en ciertos intervalos la energía producida por unidades con costes variables bajos y la descarga en otros para sustituir plantas con costes variables elevados. La ventaja de efectuar este proceso es obvia, la penalización viene del rendimiento de la central en el proceso de bombeo y posterior turbinación del agua.

En las centrales de almacenamiento se han de distinguir claramente las dos formas posibles de funcionamiento. Cuando el grupo está generando la energía previamente almacenada se comporta como una unidad de energía limitada, siendo el límite especificado la energía bombeada ajustada por el rendimiento del ciclo bombeo/turbinación, o como unidad de punta. El modelado de ambas formas de funcionamiento se ha contemplado ya en el apartado anterior.

Cuando la central bombea, se comporta como un consumo adicional sobre las centrales térmicas denominadas de base. Esta demanda tiene características particulares importantes. A diferencia de la demanda del consumo no debe ser necesariamente satisfecha. Por otra parte, la demanda se impone exclusivamente sobre las centrales base que no funcionan a plena potencia durante todo el período. Por esta razón, es necesario determinar una curva duración-carga equivalente que incluya la demanda adicional de los grupos de almacenamiento sobre las unidades térmicas. La curva duración-carga equivalente para la unidad  $i$  incluyendo la demanda del grupo de almacenamiento  $b$  se obtiene mediante su convolución de la siguiente manera:

$$G_i^b(x) = q_b^a G_i^{b-1}(x) + p_b^a G_i^{b-1}(x - P_b^a) \quad (2.23)$$

$G_i^0(x)$  curva duración-carga equivalente para la unidad térmica  $i$ .  $G_i^0(x) = G_i(x)$ .

$G_i^b(x)$  curva duración-carga equivalente para la unidad  $i$  incluyendo la demanda debida a las  $b$  primeras unidades de almacenamiento.

$P_b^a$  potencia de la central de almacenamiento  $b$  en funcionamiento como bomba.

$p_b^a$  disponibilidad de la central de almacenamiento  $b$  funcionando como bomba.

$q_b^a$  indisponibilidad de la central de almacenamiento  $b$  funcionando como bomba.

La energía esperada generada por la unidad  $i$  para la unidad de almacenamiento  $b$  será:

$$E_i^b = Tp_b^a p_i \int_{u_{i-1}}^{u_i} [G_i^b(x) - G_i^{b-1}(x)] dx \quad (2.24)$$

o bien,

$$E_i^b = Tp_b^a \left[ \int_{u_{i-1}}^{\infty} G_i^b(x) dx - \int_{u_{i-1}}^{\infty} G_i^{b-1}(x) dx - \int_{u_i}^{\infty} G_i^b(x) dx + \int_{u_i}^{\infty} G_i^{b-1}(x) dx \right] dx \quad (2.25)$$

En los modelos de simulación probabilista los grupos de bombeo primero se despacharon con energía disponible fija y conocida de antemano, especificada por el usuario, ver referencia [28]. El modelo determinaba los grupos térmicos encargados de bombearla y los grupos térmicos sustituidos por las centrales de bombeo. Posteriormente, se desarrollaron métodos que optimizaban la energía a bombear/turbinar dado un orden de los grupos de bombeo. Recientemente, se ha desarrollado un método que mejora la eficacia en el cálculo utilizando la característica lineal por tramos de los costes de explotación en función de la energía a bombear. Esto es importante cuando se trata de gran número de grupos de bombeo y crucial cuando se va utilizar en modelos de planificación de expansión de la generación, ver [20].

Los métodos anteriores suponen que los niveles óptimos de utilización de los grupos de bombeo son independientes. Esta hipótesis no es cierta siempre. Dicho de otra forma, el nivel óptimo de utilización de un grupo de bombeo puede influir en los niveles óptimos de grupos previos, ya que éstos no pueden sobrepasar su punto de deconvolución. Además, cuando esta restricción es activa (varios grupos de bombeo se cargan o descargan hasta el mismo punto del mismo grupo térmico) se puede mejorar la solución mediante un *análisis marginal en energía*, ver referencia [72]. Este caso puede ser frecuente dada la similitud entre sus rendimientos o sus factores de utilización.

A pesar de estas sofisticaciones, el orden de carga de los grupos de bombeo debe ser dado a priori. Se necesitan criterios adicionales (rendimientos decrecientes, por ejemplo) para establecer éste. La tarea de obtención del orden económicamente óptimo es un problema combinatorio complejo, todavía no resuelto.

## 2.2.8 Medidas de fiabilidad

La *probabilidad de pérdida de carga* (loss of load probability, *LOLP*) es la probabilidad de no satisfacer la demanda, es decir, de que la carga equivalente supere la potencia instalada en el sistema. Se calcula como el valor sobre la curva duración-carga equivalente una vez convolucionadas las centrales en el punto de potencia instalada, de la siguiente manera:

$$LOLP = G_{N+1}(u_N) \quad (2.26)$$

$N$  número de grupos del sistema.

$G_{N+1}$  curva duración-carga equivalente después de convolucionar la última unidad  $N$  del sistema.

$u_N$  potencia instalada en el sistema.

El *valor esperado de energía no suministrada* (expected energy non served, *EENS*, o loss of energy expectation, *LOEE*) es el valor de energía no servida por el sistema. Se calcula como la energía bajo la curva duración-carga equivalente a partir del punto de potencia instalada del sistema de la siguiente forma:

$$EENS = T \int_{u_N}^{\infty} G_{N+1}(x) dx \quad (2.27)$$

Estas medidas de fiabilidad no dependen del orden de despacho de los grupos, según las propiedades invariantes de la convolución.

Aunque existen técnicas específicas para el cálculo de índices de fiabilidad del sistema eléctrico en modelos de simulación probabilista, ver referencias [14, 27, 88], la inclusión de grupos hidráulicos despachados en punta representa todavía un área no resulta satisfactoriamente.

## 2.2.9 Representación de la curva duración-carga

La manera de representar la curva duración-carga afecta la precisión del ajuste a la curva real y el tiempo de cálculo necesario en los procesos de despacho, convolución y deconvolución de los grupos. Este es muy importante cuando el modelo de explotación forma parte de un modelo de planificación de la expansión de la generación.

La curva duración-carga se puede representar de varias maneras:

- mediante *aproximación numérica* por línea quebrada dada por puntos
- mediante *aproximación analítica* en función de sus cumulantes (llamado *método de los momentos* o *método de los cumulantes*).

En la literatura han aparecido recientemente otras aproximaciones interesantes como la *mezcla de normales* (m.o.n.a), ver referencias [32, 62], la *gran desviación de Esscher*, en [58, 88, 93], el *método de la segmentación*, ver [2, 79], la técnica de la *convolución discreta*, ver [48, 46], que se encuentran ya disponibles en modelos de explotación.

En el método denominado mezcla de normales la curva duración-carga del consumo y la potencia indisponible de los grupos se representan como una combinación lineal de distribuciones normales (gaussianas). La curva duración-carga equivalente resulta también otra mezcla de distribuciones normales. La precisión del método depende del número de distribuciones empleado. La convolución y deconvolución se realizan para cada grupo mediante fórmulas recurrentes simples. Este método es extremadamente rápido.

El método de la gran desviación de Esscher se basa en las buenas propiedades de esta aproximación para estimar con precisión las probabilidades de la “cola” de una distribución. Por esta razón, resulta muy adecuado en el cálculo de medidas de fiabilidad. Los resultados obtenidos en modelos de explotación también son satisfactorios.

El método de segmentación se fundamenta en el hecho de que el momento 0 de la función de densidad de la demanda equivalente es la probabilidad de pérdida de carga y el momento 1 es la energía no suministrada esperada. La variación de demanda se divide en segmentos de igual anchura. Para obtener buenos resultados la longitud del segmento ha de ser tal que las potencias de todas las unidades sean múltiplos de ese valor. Este método requiere mucho tiempo de cálculo para obtener resultados precisos.

El método de convolución discreta aprovecha la naturaleza discreta de las unidades de generación. Está basado en las técnicas convencionales de convolución.

### Aproximación numérica

Si se reordenan los valores medios horarios de la curva de carga cronológica (prevista o histórica) de un período determinado, ver figura 2.4, y se dibujan consecutivamente sobre la abcisa según valor decreciente de magnitud, el resultado será la curva duración-carga. La abcisa representa el número de horas que la demanda iguala o excede un determinado valor. Si en esta curva se normaliza el eje de tiempo (que abarca el número de horas del período) convirtiéndolo en eje de probabilidad (con valores hasta 1) y se rotan los ejes, obtendremos una curva probabilidad-carga, ver figura 2.5. Representa la probabilidad de que la demanda exceda un determinado valor, es la curva complementaria de la función de distribución de la variable aleatoria demanda. También suele denominarse curva duración-carga, entendiéndose fácilmente por el contexto a cuál de las dos se alude. Si a esta curva se la aproxima mediante una línea quebrada definida por sus valores de probabilidad en unos puntos fijados a intervalos predefinidos, se hablará de aproximación numérica. Dado el carácter no lineal de la curva, para obtener un buen ajuste será necesario utilizar gran número de puntos (a partir de 50 puntos puede ser razonable). Para determinar el valor de la curva en puntos intermedios se utiliza interpolación lineal.

**Ejercicio 6** *Algoritmo de obtención de la curva duración-carga a partir de la curva horaria de un período.*

La aproximación numérica de la curva duración-carga presenta la ventaja de adaptarse a cualquier forma de curva. La precisión en el ajuste depende exclusivamente del número de puntos empleados en su representación. Su obtención a partir de una o varias curvas horarias es sencilla y rápida. Como contrapartida, la convolución numérica del fallo de los grupos para obtener la curva duración-carga equivalente requiere mayor tiempo de cálculo (un orden de magnitud superior) que la convolución analítica, utilizada con la aproximación

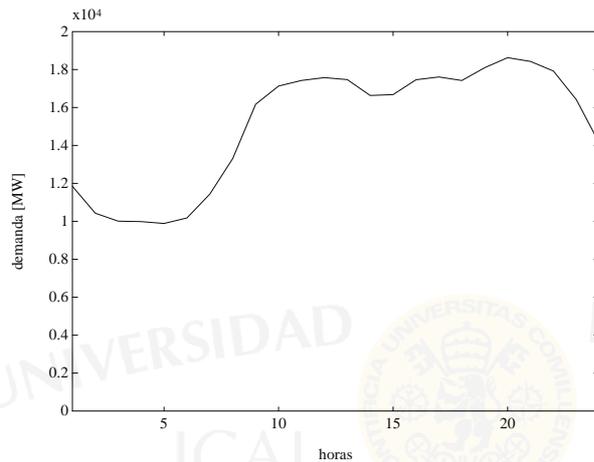


Figure 2.4: Curva horaria.

analítica de la curva. Este problema se agrava al aumentar el número de puntos utilizados en la aproximación de la curva, ya que la convolución implica el cálculo de los nuevos puntos de la curva duración-carga equivalente. El inconveniente del tiempo de cálculo que es crucial en un modelo de planificación de la expansión de la generación no tiene importancia en un modelo de explotación.

Por otra parte, pueden aparecer inestabilidades numéricas tras numerosas convoluciones y deconvoluciones, ver [14, 38]. Estos problemas, que no son significativos en sistemas eléctricos pequeños, se hacen más importantes al aumentar el tamaño de los mismos. Un sistema eléctrico como el peninsular se puede considerar de tamaño medio desde esta perspectiva. El problema de inestabilidad numérica requiere un cuidado escrupuloso en los algoritmos de convolución y deconvolución, solucionable mediante un aumento en la precisión en estas operaciones.

### Aproximación analítica

Ha habido recientemente gran interés en aproximaciones innovadoras para evaluar los costes de explotación mediante simulación probabilista. Particularmente la técnica denominada método de los cumulantes, ver referencias [54, 73, 85, 92], ha resultado especialmente apropiada para el cálculo de medidas de fiabilidad

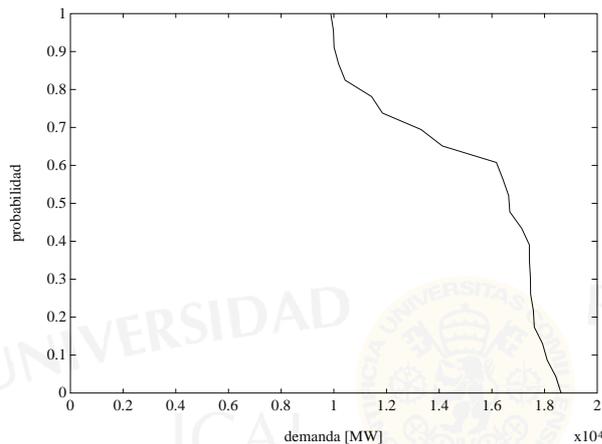


Figure 2.5: Curva duración-carga diaria.

y costes de explotación. El método se basa en la representación analítica de la curva duración-carga equivalente usando la expansión en serie de Gram-Charlier tipo A o la de Edgeworth, ver [42], que son funciones de los cumulantes de la variable aleatoria y de las funciones de densidad y distribución de una normal  $N(0, 1)$ . Este método obtiene ventaja de la propiedad siguiente: los cumulantes de una suma de variables aleatorias independientes son la suma de los cumulantes de cada variable. De manera que la convolución de los fallos aleatorios de los grupos se puede realizar muy eficientemente, ya que se convierte en una mera adición de cumulantes. Lo mismo sucede con la deconvolución. De ahí que los modelos basados en ella sean al menos un orden de magnitud más rápidos que los basados en la aproximación numérica. Bajo ciertas condiciones, muestra un buen comportamiento para el cálculo de la probabilidad de pérdida de carga de un sistema o, dentro de modelos de simulación probabilista, para realizar la convolución de los fallos de los grupos.

El método está basado en el teorema central del límite, ver [75], según el cual la suma de un número  $n$  suficientemente grande de variables aleatorias independientes se distribuye asintóticamente según una normal, independientemente de cuál sea la distribución de cada una de las variables aleatorias. En el caso de un modelo de simulación probabilista las variables aleatorias son la demanda del consumo y las potencias indisponibles de los generadores. Su utilización

puede ocasionar errores de precisión en los resultados (se pueden incluso llegar a obtener valores negativos en la "cola" de la curva duración-carga en ciertos casos, ver [49]) cuando el sistema en estudio fuerza el ámbito de aplicación de este teorema, como sucede en los siguientes casos:

- cuando la curva duración-carga del consumo no presenta una forma similar a la complementaria de la función de distribución de una normal
- cuando el sistema eléctrico es pequeño, es decir, tiene pocas centrales
- cuando existe una gran disparidad de tamaños entre plantas
- cuando existen centrales muy seguras

Estas circunstancias hacen que las variables aleatorias de la demanda inicial o de las potencias indisponibles de los grupos se alejen radicalmente de funciones de densidad de tipo normal.

Existen publicaciones que han investigado teórica y prácticamente las condiciones de aplicabilidad de este método para modelos de explotación, ver referencias [14, 49, 59, 83, 86, 89]. La recomendación que realizan, si se detectan circunstancias potencialmente problemáticas o errores en la aproximación, es utilizar la representación numérica de la curva. Ver en la figura 2.6 un ejemplo del ajuste entre ambas aproximaciones.

Una característica indeseable del método es su no asintoticidad, es decir, el aumento en el número de términos de la expansión no mejora necesariamente la precisión.

Veamos a continuación en detalle el método de los cumulantes por la sencillez y elegancia que permite en el cálculo de las producciones de los grupos y por la facilidad en el desarrollo rápido de modelos de explotación.

### 2.2.10 Método de los cumulantes

En este método, la curva duración-carga equivalente normalizada es aproximada analíticamente mediante las expansiones en serie de Gram-Charlier tipo A o de Edgeworth, ver [42]. Estas series ortogonales tienen como elementos básicos la función de distribución de la normal  $N(0, 1)$  y sus derivadas, relacionadas por los polinomios de Chevyshev-Hermite. Los cumulantes son coeficientes que ponderan estas derivadas dentro de la serie.

La derivada  $r$ -sima de la función de densidad de la normal se obtiene como:

$$D^r \phi(t) = (-1)^r H_r(t) \phi(t) \quad (2.28)$$

$D^r$  derivada de orden  $r$ .

$\phi(t)$  función de densidad de la normal  $N(0, 1)$ .

$H_r(t)$  polinomio de Chevyshev-Hermite de grado  $r$ .

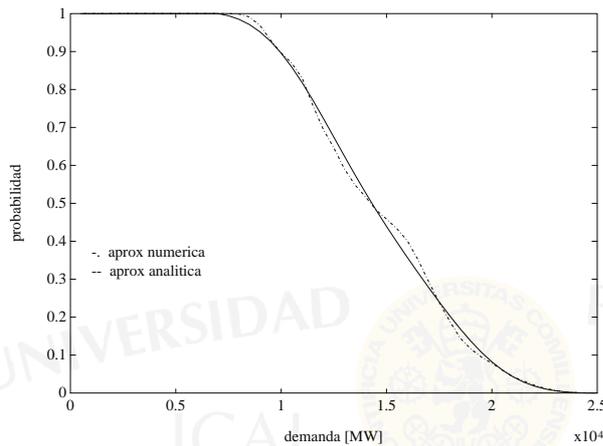


Figure 2.6: Curva duración-carga anual. Aproximaciones numérica y analítica.

Los siete primeros polinomios de Chevyshev-Hermite son:

$$\begin{aligned}
 H_0(t) &= 1 \\
 H_1(t) &= t \\
 H_2(t) &= t^2 - 1 \\
 H_3(t) &= t^3 - 3t \\
 H_4(t) &= t^4 - 6t^2 + 3 \\
 H_5(t) &= t^5 - 10t^3 + 15t \\
 H_6(t) &= t^6 - 15t^4 + 45t^2 - 15
 \end{aligned}
 \tag{2.29}$$

y existe la siguiente relación de recurrencia entre ellos:

$$H_{r+1}(t) = tH_r(t) - rH_{r-1}(t) \quad \text{para } r = 1, \dots, \infty \tag{2.30}$$

El desarrollo de la serie de Gram-Charlier comienza por la expansión de la función de densidad  $f(t)$  de la variable aleatoria genérica  $T$  en función de la función de densidad de la normal  $\phi(t)$  y de sus derivadas. De manera que:

$$f(t) = \sum_{j=0}^{\infty} d_j H_j(t) \phi(t) \quad (2.31)$$

Para calcular los coeficientes  $d_j$  se multiplican ambos lados de la ecuación por  $H_r(t)$  y se integra en el rango de  $-\infty < t < \infty$  obteniéndose:

$$\int_{-\infty}^{\infty} H_r(t) f(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} H_r(t) \left[ \sum_{j=0}^{\infty} d_j H_j(t) \phi(t) \right] dt \quad (2.32)$$

La relación de ortogonalidad de los polinomios de Chebyshev-Hermite implica que:

$$\int_{-\infty}^{\infty} H_m(t) H_n(t) \phi(t) dt = 0 \quad \text{para } m \neq n \quad (2.33)$$

e

$$\int_{-\infty}^{\infty} H_m(t) H_n(t) \phi(t) dt = n! \quad \text{para } m = n \quad (2.34)$$

Esta relación sustituida en la ecuación anterior da lugar a:

$$d_r = (r!)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} H_r(t) f(t) dt \quad (2.35)$$

Entre las ecuaciones (2.29) y (2.35) se determinan los coeficientes  $d_r$ . Se muestran a continuación los primeros coeficientes:

$$\begin{aligned} d_0 &= 1 \\ d_1 &= m_1 \\ d_2 &= (m_2 - 1)/2! \\ d_3 &= (m_3 - 3m_1)/3! \\ d_4 &= (m_4 - 6m_2 + 3)/4! \\ d_5 &= (m_5 - 10m_3 + 15m_1)/5! \\ d_6 &= (m_6 - 15m_4 + 45m_2 - 15)/6! \end{aligned} \quad (2.36)$$

$m_r$  momento de orden  $r$  con respecto al origen.

Por otra parte, existe una relación entre los cumulantes de una variable aleatoria  $C_r$  y sus momentos  $m_r$ :

$$\begin{aligned} C_1 &= m_1 \\ C_2 &= m_2 - m_1^2 \\ C_3 &= m_3 - 3m_2 m_1 + 2m_1^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_4 &= m_4 - 4m_3m_1 - 3m_2^2 + 12m_2m_1^2 - 6m_1^4 & (2.37) \\
C_5 &= m_5 - 5m_4m_1 - 10m_3m_2 + 20m_3m_1^2 + 30m_2^2m_1 - 60m_2m_1^3 + 24m_1^5 \\
C_6 &= m_6 - 6m_5m_1 - 15m_4m_2 + 30m_4m_1^2 - 10m_3^2 + 120m_3m_2m_1 \\
&\quad - 120m_3m_1^3 + 30m_2^3 - 270m_2^2m_1^2 + 360m_2m_1^4 - 120m_1^6
\end{aligned}$$

El siguiente paso en el desarrollo de la serie es introducir la variable aleatoria normalizada  $S$  con media 0 y varianza 1, obtenida a partir de  $T$  mediante la expresión:

$$S = \frac{T - C_1}{\sqrt{C_2}} \quad (2.38)$$

Los cumulantes  $K_r$  de la variable normalizada  $S$  se pueden obtener a partir de los cumulantes  $C_r$  de la variable  $T$  mediante:

$$K_r = \frac{C_r}{C_2^{r/2}} \quad (2.39)$$

Para la variable normalizada  $S$  los primeros coeficientes de la expansión de Gram-Charlier resultan ser:

$$\begin{aligned}
d_0 &= 1 \\
d_1 &= 0 \\
d_2 &= 0 \\
d_3 &= K_3/3! \\
d_4 &= K_4/4! \\
d_5 &= K_5/5! \\
d_6 &= (K_6 + 10K_3^2)/6!
\end{aligned} \quad (2.40)$$

La expansión en serie de Gram-Charlier de la función de densidad  $g(t)$  de la variable aleatoria normalizada  $S$  presenta el siguiente aspecto:

$$g(t) = \phi(t) \left[ 1 + \frac{K_3 H_3(t)}{3!} + \frac{K_4 H_4(t)}{4!} + \frac{K_5 H_5(t)}{5!} + \frac{(K_6 + 10K_3^2) H_6(t)}{6!} + \dots \right] \quad (2.41)$$

La función complementaria de la función de distribución de  $S$  será:

$$\begin{aligned}
G(x) &= 1 - \int_{-\infty}^x g(t) dt = & (2.42) \\
&= 1 - \Phi(x) + \phi(x) \left[ \frac{K_3 H_2(x)}{3!} + \frac{K_4 H_3(x)}{4!} + \frac{K_5 H_4(x)}{5!} + \dots \right]
\end{aligned}$$

$\Phi(x)$  función de distribución de la normal  $N(0, 1)$ .

$\phi(x)$  función de densidad de la normal  $N(0, 1)$ .

$K_r$  cumulante de orden  $r$  de la variable aleatoria  $S$ .

$H_r(x)$  polinomio de Chevshev-Hermite de orden  $r$ .

Con la expresión anterior se pueden calcular los valores de probabilidad en la curva duración-carga equivalente para un valor dado de la variable aleatoria normalizada  $S$ . Este punto se obtiene a partir del valor de demanda de la variable  $T$  mediante la expresión (2.38).

Además, en simulación probabilista es necesario el cálculo de la energía esperada producida por cada grupo. Esto implica la determinación de áreas bajo la curva duración-carga equivalente entre los puntos de carga del grupo o la obtención de energías no suministradas esperadas antes y después de despachar el grupo. En ambos casos hay que calcular la integral de la curva duración-carga equivalente entre un punto dado  $x$  e  $\infty$ . Esta integral, deducible fácilmente, se determina con la siguiente expresión:

$$EENS(x) = T \int_x^{\infty} G(x) dx = \quad (2.43)$$

$$= T \left\{ -x [1 - \Phi(x)] + \phi(x) + \phi(x) \left[ \frac{K_3 H_1(x)}{3!} + \frac{K_4 H_2(x)}{4!} + \frac{K_5 H_3(x)}{5!} + \dots \right] \right\}$$

El área para la variable aleatoria  $T$  se obtendrá multiplicando la calculada para la variable  $S$  por el valor de la raíz cuadrada de su cumulante  $2\sqrt{C_2}$ .

### 2.2.11 Cumulantes de la demanda y de la indisponibilidad de los grupos

Utilizando el método de los cumulantes, la convolución de las variables aleatorias demanda e indisponibilidad de los grupos es sumar los cumulantes de ambas variables aleatorias. El cálculo de los cumulantes se efectúa, una vez conocidos los momentos, mediante la expresión (2.37) que los relaciona.

Los momentos de la variable aleatoria demanda se pueden calcular a partir de la curva duración-carga expresada por puntos mediante la expresión:

$$m_r = \frac{incre^r}{r+1} \sum_{p=1}^{np} [p^{r+1} - (p-1)^{r+1}] [G(p-1) - G(p)] \quad (2.44)$$

$m_r$  momento de orden  $r$  con respecto al origen.

*incre* incremento en el eje de abcisas (demanda) entre dos puntos consecutivos cualesquiera.

$p$  índice de los puntos que definen la curva duración-carga.

$np$  número total de puntos de la curva duración-carga.

$G(p)$  valor de la curva duración-carga para el punto  $p$ .

También se pueden determinar a partir de la curva horaria de consumo mediante la expresión:

$$m_r = \frac{1}{nh} \sum_{h=1}^{nh} (D_h)^r \quad (2.45)$$

$h$  índice de la hora del período.

$nh$  número total de horas.

$D_h$  demanda en la hora  $h$ .

**Ejercicio 7** *Calcular los momentos y los cumulantes de la carga a partir de sus curvas horaria y duración-carga, obtenida ésta según la aproximación numérica. Comparar las curvas duración-carga obtenidas mediante el método de los cumulantes a partir de cada conjunto de cumulantes con la aproximación numérica.*

Para la variable aleatoria indisponibilidad de los grupos los momentos se calculan en función de la probabilidad de fallo de cada bloque del grupo y de la potencia fallada. Por ejemplo, los momentos utilizados para la convolución del grupo al completo considerando todos los fallos de los bloques que pueden producirse serán:

$$m_{ir} = \sum_{j=1}^{nb} q_{ij} \left[ \sum_{k=j}^{nb} (P_{ik})^r \right] \quad (2.46)$$

$m_{ir}$  momento de orden  $r$  del grupo  $i$ .

$q_{ij}$  probabilidad de estar fallado el grupo  $i$  a partir del bloque  $j$  incluyendo éste.

$P_{ik}$  potencia del bloque  $k$  del grupo  $i$ .

**Ejercicio 8** *¿Es equivalente convolucionar los fallos de un grupo como un bloque único a hacerlo en varios por el método de los cumulantes?*

### 2.2.12 Caso de estudio

Vamos a ver mediante un ejemplo sencillo cuáles son los valores de energía que proporciona este método. Supongamos el caso ejemplo A del Apéndice 2.2.12.

En primer lugar y a modo de referencia, se presentan los resultados de la explotación calculados mediante la enumeración de todos los estados posibles sopesando cada uno por su probabilidad. Si los grupos se consideran con un sólo

	Bloque único
	Energía (GWh)
1	185,0062
2	89,8080
3	16,7901
4	6,3842
5	1,1225
6	0,5021
EENS	0,3970
Total	300,0000

Table 2.1: Energía producida por cada grupo calculada según el *método de enumeración* despachando los grupos como un bloque único.

	Min Técn Bloques Depend		
	bloque 1	bloque 2	total
	Energía (GWh)		
1	95,0000	66,3975	161,3975
2	47,5000	26,4192	73,9192
3	47,5000	2,6242	50,1242
4	10,4270	1,1700	11,5970
5	1,7302	0,2556	1,9858
6	0,6198	0,1307	0,7515
EENS			0,2260
Total			300,0000

Table 2.2: Energía producida por cada grupo calculada según el *método de enumeración* despachando los mínimos técnicos en primer lugar.

bloque de potencia el conjunto de estados posibles es  $2^6 = 64$ . Los resultados de esta forma de despacho aparecen en la tabla 2.1.

Si la representación de cada grupo se hace mediante dos bloques. Existen, por lo tanto, tres estados de disponibilidad para cada grupo: fallo total (con probabilidad  $q_{i1}$ ), fallo del segundo bloque (con probabilidad  $q_{i2}$ ) y disponibilidad total (con probabilidad  $p_i = 1 - q_{i1} - q_{i2}$ ). El conjunto de estados posibles será de  $3^6 = 729$ . Si se consideran los mínimos técnicos de los grupos despachados en primer lugar y la dependencia entre bloques (aunque ignorando las restricciones asociadas a los mínimos técnicos) los resultados cambian sustancialmente, ver tabla 2.2.

Para el método de simulación probabilista si los grupos se tratan como un único bloque de potencia  $P_i^n$  e indisponibilidad equivalente  $q_i^e$  las producciones serán las mismas que las obtenidas con el método de enumeración, ver tabla 2.1.

Consideremos ahora que el primer bloque de cada grupo es su mínimo técnico (aunque ignorando también aquí las restricciones impuestas por los mínimos técnicos). Los resultados son diferentes y en simulación probabilista además

	Grupos acoplados 1-2-3			Grupos acoplados 1-2-3-4		
	bloque 1	bloque 2	total	bloque 1	bloque 2	total
	Energía (GWh)					
1	95,0000	69,1594	164,1594	95,0000	48,3321	143,3321
2	47,5000	29,1797	76,6797	47,5000	13,2019	60,7019
3	47,5000	4,9922	52,4922	47,5000	3,0284	50,5284
4	3,6404	1,5982	5,2386	42,4093	1,5982	44,0075
5	0,5482	0,3120	0,8602	0,5482	0,3120	0,8602
6	0,2132	0,1307	0,3439	0,2132	0,1307	0,3439
EENS			0,2260			0,2260
Total			300,0000			300,0000

Table 2.3: Energía producida por cada grupo calculada según el *método de simulación probabilista* despachando los mínimos técnicos en primer lugar.

Grupos acoplados	Probabilidad (p.u.)
1	0,0
1-2	0,0
1-2-3	0,7695
1-2-3-4	0,155925
1-2-3-4-5	0,0475875
1-2-3-4-5-6	0,0269875

Table 2.4: Probabilidad de acoplar exactamente un subconjunto de grupos.

dependen de la elección del conjunto de grupos acoplados, tal como se ve en la tabla 2.3.

La probabilidad de necesitar acoplar exactamente (no más) cierto número de grupos (con la potencia disponible que tengan) ha sido también calculada (ver tabla 2.4). Aunque un grupo esté indisponible se le considera llamado para ser acoplado si se define como acoplado también el siguiente. Esto significa, a la vista de la tabla 2.4, que nunca se pueden considerar acoplados exclusivamente los grupos 1 y 2, puesto que no cubren la demanda máxima, mientras que los grupos 1, 2 y 3 son llamados para ser acoplados un 76,95 % del tiempo. También se puede calcular a partir de esta tabla la probabilidad de ser llamado para acoplar cada grupo aisladamente y la probabilidad de acoplamiento real (ver tabla 2.5), considerando que una fracción  $q_{i1}$  de ese tiempo el grupo falla totalmente.

## Líneas de investigación

A pesar del gran esfuerzo de investigación dedicado al método de simulación probabilista todavía quedan por considerar aspectos de modelado importantes, como los siguientes:

	Probab. de ser llamado	Probab. de estar acoplado
	(p.u.)	
1	1,0	0,95
2	1,0	0,95
3	1,0	0,95
4	0,2305	0,218975
5	0,074575	0,07084625
6	0,0269875	0,025638125

Table 2.5: Probabilidad de acoplamiento de cada grupo.

- Múltiples órdenes de carga en simulación probabilista. El objetivo es llevar simultáneamente al proceso de convolución de los grupos la contabilidad de los posibles órdenes de carga con su probabilidad y la producción de cada grupo en cada uno. Eliminaría la necesidad actual de escoger un único orden de carga (atendiendo a criterios como el más probable u óptimo según algún atributo).
- Despacho en punta de múltiples grupos hidráulicos y de bombeo. Elaboración matemática de la función de eliminación de las puntas y análisis de sus propiedades en uno y en múltiples períodos. Cálculo de medidas de fiabilidad.
- Introducción de estocasticidad en las aportaciones hidráulicas en un período y en múltiples períodos.
- Coordinación interperíodos de la explotación mediante modelos de simulación probabilista para optimizar mantenimiento, despacho de la energía hidráulica, etc.
- Optimización del orden de despacho de múltiples grupos de bombeo.

## Ejercicios

**Ejercicio 9** *Desarrollar un modelo de explotación por el método de simulación probabilista con aproximaciones numérica (cuando las potencias de los grupos son múltiplos de un valor base) y analítica (cumulantes) para un período. Presentar los resultados para el caso ejemplo B del Apéndice 2.2.12, primero considerando sólo el equipo térmico y luego incluyendo el hidráulico también.*

**Ejercicio 10** *Determinar el coste medio y marginal de la generación en función del tiempo.*

**Ejercicio 11** *Formular el problema de coordinación interperíodos despachando los grupos térmicos en dos bloques y los grupos hidráulicos en punta. Estudiar su convexidad.*

# Appendix A

## Sistemas eléctricos sintéticos

### A.1 Caso ejemplo A

Este caso ejemplo extremadamente sencillo permite examinar con detalle algunos de los conceptos presentados. Los datos de los grupos de generación se presentan en la tabla A.1. Se supone que cada grupo se ha dividido en dos bloques de potencia, siendo el primero su mínimo técnico.

La curva duración-carga tiene un calor máximo de 400 MW y mínimo de 200 MW con variación lineal entre ambos. El período de estudio tiene una duración de 1000 horas.

Grupo térmico	$P_i^n$ (MW)	$P_{i1}$	$q_{ij}$ (p.u.)	$v_{ij}$ (€/MWh)
1	200	100	0,05	10
2	150	50	0,05	20
3	100	50	0,05	30
4	100	50	0,05	40
5	50	25	0,05	50
6	50	25	0,05	60
Total	650	300		

Table A.1: Datos de la generación térmica del caso ejemplo A.

### A.2 Caso ejemplo B

Los datos de este caso ejemplo se han calculado para representar simplificada-mente un sistema eléctrico de tamaño aproximado un quinto del sistema penin-sular y similares características (la información de referencia es del año 1990).

Período	$D_M$	$D_m$
	(MW)	
1	5200	2675
2	4600	2650
3	4000	2600
4	4600	2650

Table A.2: Datos de la demanda del caso ejemplo B.

Grupo térmico	$P_i^n$	$P_{i1}$	$q_{ij}$	$v_{ij}$
	(MW)		(p.u.)	(€/MWh)
1-2	800	800	0.10	10
3	250	100	0.05	30
4	400	250	0.05	35
5-8	300	100	0.05	40
9	275	150	0.05	45
10-13	400	100	0.05	70
Total	8525	3700		

Table A.3: Datos de la generación térmica del caso ejemplo B.

Se suponen cuatro períodos de estudio cada uno de 1000 horas. Las demandas máxima y mínima para cada uno se presentan en la tabla A.2. Se puede suponer una variación lineal entre ambas o una distribución normal con media la semisuma de las demandas máxima y mínima y desviación típica la séptima parte de la media.

Los datos de los grupos térmicos aparecen en la tabla A.3. Se supone que cada grupo se ha dividido en dos bloques de potencia, siendo el primero su mínimo técnico. El sistema además dispone de grupos hidráulicos cuyos datos de potencia y producible para el conjunto de los períodos aparecen en la tabla A.4. El reparto de este producible en cada período se hace con las proporciones: 40, 25, 10 y 25 respectivamente. Para estos grupos se supone un coste variable nulo. También, hay dos grupos de bombeo de 300 y 200 MW cuyo rendimiento es 0.75. Para los grupos hidráulicos y de bombeo se considera una probabilidad de fallo nula.

Grupo hidráulico	$P_i^n$	$PH_i$
	(MW)	(GWh)
1	600	400
2	600	350
3	500	400
4	500	300
5	400	300
6	100	50
Total	2700	1800

Table A.4: Datos de la generación hidráulica del caso ejemplo B.

# Bibliography

- [1] Arrojo, J. "Optimización de la energía de centrales de bombeo en un modelo de simulación probabilista" Proyecto fin de carrera. *Universidad Pontificia Comillas*. Junio 1990.
- [2] Ahsan, Q. and Schenk, K.F. "Two Area Production Cost Evaluation by the Segmentation Method" *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*. Vol 104, No 8, pp 2140-2147. January 1985.
- [3] Ahsan, Q. "Sensitivity Study of the Cumulant Method for the Evaluation of Production Costs of Two Interconnect Systems" *Electric Power and Energy Systems*. Vol 13, No 1, pp 21-27. February 1991.
- [4] Babb, R.A. "POWRSYM. Production Costing Program. Version 52G" *Tennessee Valley Authority*. April 1983.
- [5] Baleriaux, H., Jamouille, E. and Linard de Guertechin, Fr. "Simulation de l'exploitation d'un parc de machines thermiques de production d'électricité couplé à des stations de pompage" *Revue E (Edition SRBE)*. Vol V, No 7, pp 225-245. 1967.
- [6] Batut, J., Boisseau, J., Bourgade, E. and Monti, M. "Different Approaches to Reliability as Applied to the Generation-Transmission System and its Components" *Electrical Power and Energy Systems*. Vol 10, No 3, pp 168-173. July 1988.
- [7] Berry, P.E. and Dunnett, R.M. "Contingency Constrained Economic Dispatch Algorithm for Transmission Planning" *IEE Proceedings C (Generation, Transmission and Distribution)*. Vol 136, No 4, pp 238-244. July 1989.
- [8] Billinton, R. and Allan, R.N. *Reliability Evaluation of Power Systems*. Plenum Press. New York, USA. 1984.
- [9] Billinton, R. and Allan, R.N. *Reliability Assessment of Large Electric Power Systems*. Kluwer Academic Publishers. Boston, USA. 1988.
- [10] Bloom, J.A. "Energy Invariance Properties for Limited Energy and Storage Plants" Typed Manuscript. January. 1985.

- [11] Booth, R.R. "The A-B-C of Probabilistic Simulation. A Simple Explanation of Principal Features and Uses" Typed manuscript. February 1971.
- [12] Booth, R.R. "Power System Simulation Model Based on Probability Analysis" *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*. Vol 91, No 1, pp 62-69. January/February 1972.
- [13] Cacho, F. "???" *7th Power Industry Computer Applications Conference*. pp ???-???. May 1991.
- [14] Caramanis, M., Stremel, J., Fleck, W. and Daniel, S. "Probabilistic Production Costing: An Investigation of Alternative Algorithms" *Electrical Power and Energy Systems*. Vol 5, No 2, pp 75-86. April 1983.
- [15] Carpentier, J. and Merlin, A. "Optimization Methods in Planning and Operation" *Electrical Power and Energy Systems*. Vol 4, No 1, pp 11-18. January 1982.
- [16] Carpio, J., Valcárcel, M., Valladolid, A. and Usaola, J. "A Hydrothermal Planning Model Including Operational Objectives" *10th Power System Computation Conference*. pp 654-660. August 1990.
- [17] Chen, S.J. "A new method for stochastic production simulation in generation system with multiple hydro units" *IEEE Transactions on Energy Conversion*. Vol 3, No 2, pp 205-209. June 1988.
- [18] Chen, S.L. and Yang, H.T. "A Recursive Approach to Calculating Derivatives of Production Cost and Reliability of Generation System" *IEEE Transactions on Energy Conversion*. Vol 4, No 3, pp 358-367. September 1989.
- [19] Conejo, A.J., Ramos, A., Pérez-Arriaga, I.J. and Santamaría, A. "Evaluation of the Impact of Solar Thermal Generation on the Reliability and Economics of an Electrical Utility System" *IEEE Mediterranean Electrotechnical Conference. MELECON*. pp 167-173. October 1985.
- [20] Conejo, A.J. "???" Ph.D. Thesis. *Royal Institute of Technology*. December 1990.
- [21] Contaxis, G.C. and Kavatza, S.D. "Hydrothermal Scheduling of a Multi-reservoir Power System with Stochastic Inflows" *IEEE Transactions on Power Systems*. Vol 5, No 3, pp 766-773. August 1990.
- [22] Dechamps, C. "Optimization in Electric Power System Planning" *Proceedings of the Arab School on Science and Technology. Power Systems Analysis and Planning*. Hemisphere Publishing Corporation. Washington, USA, pp 201-208. 1983.
- [23] Dembo, R.S., Chiarri, A., Gómez Martín, J. and Paradinas, L. "Managing Hidroeléctrica Española's Hydroelectric Power System" *Interfaces*. Vol 20, No 1, pp 115-135. January-February 1990.

- [24] Dodu, J.C. and Merlin, A. "Recent Improvements of the MEXICO Model for Probabilistic Planning Studies" *Electrical Power and Energy Systems*. Vol 1, No 1, pp 46-56. April 1979.
- [25] Dodu, J.C. and Merlin, A. "New Probabilistic Approach Taking into Account Reliability and Operation Security in EHV Power System Planning at EDF" *IEEE Transactions on Power Systems*. Vol 1, No 3, pp 175-181. August 1986.
- [26] Dunnett, R.M. and Macqueen, J.F. "Transmission Planning by Monte Carlo Optimization" *10th Power System Computation Conference*. pp 24-32. August 1990.
- [27] Endrenyi, J. "Reliability Modeling in Electric Power Systems" *John Wiley & Sons*. New York, USA. 1978.
- [28] Finger, S. "SYSGEN. Production Costing and Reliability Model User Documentation" *MIT Energy Laboratory Technical Report*. MIT-EL-79-020. July 1979.
- [29] Fink, L.H. "Operation Scheduling" *Proceedings of the Arab School on Science and Technology. Power Systems Analysis and Planning*. Hemisphere Publishing Corporation. Washington, USA. pp 178-181. 1983.
- [30] Fockens, S., Sleijpen, G.L.G., Singh, C. and Van Wijk, A.J.M. "Some Techniques for Reducing Numerical Instability of Generating Unit Deconvolution" *CIGRE Symposium. Electric Power Systems Reliability*. September 1991.
- [31] Gómez Martín, J. and Chiarri, A. "Short-term Scheduling of a Hydroelectric Power System: a Hydro Unit Commitment with Optimal Spinning Reserve Allocation" *10th Power System Computation Conference*. pp 1147-1154. August 1990.
- [32] Gross, G., Garapic, N.V. and McNutt, B. "The Mixture of Normals Approximation Technique for Equivalent Load Duration Curves" *IEEE Transactions on Power Systems*. Vol 3, No 2, pp 368-374. May 1988.
- [33] Harhammer, P.G. and Infanger, G.M. "Decision Support System-Operation Planning" *Electrical Power and Energy Systems*. Vol 11, No 3, pp 155-160. July 1989.
- [34] Ibarz, F. "Optimización a medio plazo de la explotación de un sistema eléctrico" *Energía*. pp 53-61. Julio-agosto 1981.
- [35] ??? "Análisis de la explotación de un sistema eléctrico con centrales solares y/o eólicas" *Instituto de Investigación Tecnológica*. Diciembre, 1984.
- [36] ??? "Documentación del MODEX" *Instituto de Investigación Tecnológica*. Noviembre 1985.

- [37] ??? “Situación del estado del arte en la planificación de redes de transporte de energía eléctrica” *Instituto de Investigación Tecnológica*. Octubre 1986.
- [38] International Atomic Energy Agency “Expansion Planning for Electrical Generating Systems. A Guidebook” Wien, Austria. No 241. 1984.
- [39] Invernizzi, A., Manzoni, G. and Rivoiro, A. “Probabilistic Simulation of Generating System Operation Including Seasonal Hydro Reservoirs and Pumped-Storage Plants” *Electrical Power and Energy Systems*. Vol 10, No 1, pp 25-35. January 1988.
- [40] Jamouille, E. “Overview and Economics of System Planning” *Proceedings of the Arab School on Science and Technology. Power Systems Analysis and Planning*. Hemisphere Publishing Corporation. Washington, USA, pp 188-194 1983.
- [41] Jenkins, R.T. “BENCHMARK: A Computer Program for Simulation of Hourly Generation. User’s Manual. Version 3.0” *Electric Power Research Institute*. RP1808-6. March 1988.
- [42] Kendall, M. and Stuart, A. “The Advanced Theory of Statistics. Volume 1: Distribution Theory” *Charles Griffin & Company Ltd.*. London, UK 1977.
- [43] Jenkins, R.T. ??? “BENCHMARK Code: Simulation of Hourly Generation. User’s Guide” *Electric Power Research Institute*. EPRI P-6060-CCM ????. May 1990.
- [44] Kralj, B.L. and Petrovic, R. “Optimal Preventive Maintenance Scheduling of Thermal Generating Units in Power Systems. A Survey of Problem Formulations and Solution Methods” *European Journal of Operational Research*. Vol 35, No 1, pp 1-15. April 1988.
- [45] Laffaye, H., Clavel, P. and Trzpit, C. “GEODE: A New Design of the Operations Planning System at EDF” *10th Power System Computation Conference*. pp 646-653. August 1990.
- [46] Lee, Y.B., Outhred, H.R. and Sutanto, D. “Improvements to Probabilistic Power System Production Costing Simulation” *9th Power Systems Computation Conference*. pp 381-387. August 1987.
- [47] Lee, F.N. “A New Multi-Area Production Costing Method” *IEEE Transactions on Power Systems*. Vol 3, No 3, pp 915-922. August 1988.
- [48] Leite da Silva, A.M., Pazo Blanco, F.A.F. and Coelho, J. “Discrete Convolution in Generating Capacity Reliability Evaluation - LOLE Calculations and Uncertainty Aspects” *IEEE Transactions on Power Systems*. Vol 3, No 4, pp 1616-1624. November 1988.
- [49] Levy, D.J. and Kahn, E.P. “Accuracy of the Edgeworth Approximation for LOLP Calculations in Small Power Systems” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*. Vol 101, No 4, pp 986-996, April, 1982.

- [50] Lin, M., Breipohl, A.M. and Lee, F.N. "Comparison of Probabilistic Production Cost Simulation Methods" *IEEE Transactions on Power Systems*. Vol 4, No 4, pp 1326-1334. November 1989.
- [51] Lotus Consulting Group *UPLAN and UPLAN-C. ???*
- [52] Malik, A.S. and Cory, B.J. "Assigned- and Demand-Energy Units in Probabilistic Production Costing" *3th Probabilistic Methods Applied to Electric Power Systems*. July 1991.
- [53] Manhire, B. and Jenkins, R.T. "A New Technique for Simulating the Operation of Multiple Assigned-Energy Generating Units Suitable for Use in Generation Expansion Planning Models" *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*. Vol 101, No 10, pp 3861-3869. October 1982.
- [54] Manhire, B., Jenkins, R.T., Outhred, H.R., Sutanto, D., Kaye, R.J. and Evans, F.J. "The Cumulant Method of Power System Probabilistic Simulation: Principles, Mathematics and Limitations" *Journal of Electrical and Electronics Engineering*. Vol 7, No 1, pp 70-79, March 1987.
- [55] Manzoni, G., Paris, L., Salvaderi, L. and Valtorta, M. "Application of Methods and Computing Programs to System Planning. Part 1: Generation System. Part 2: Transmission System" *Electrical Power and Energy Systems*. Vol 2, No 3, pp 147-158. July 1980.
- [56] Mariani, E. "Methodologies in Medium/Long-Term Operations Planning" *Electrical Power and Energy Systems*. Vol 11, No 3, pp 176-188. July 1989.
- [57] Massachusetts Institute of Technology "Electric Generation Expansion Analysis System. Volume 1: Solution Techniques, Computing Methods, and Results. Volume 2: Details of Solution Techniques, Data of Test Systems, and Glossary of Terms" *Electric Power Research Institute*. EPRI EL-2561. August 1982.
- [58] Mazumdar, M. "A Comparison of Algorithms for Computing Power Generating System Reliability Indices" *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*. Vol 103, No 1, pp 92-99. January 1984.
- [59] Mazumdar, M. and Wang, Y.P. "On the Application of Esscher's Approximation to Computation of Generating System Reliability and Production Costing Indexes" *IEEE PES Winter Meeting*. Paper 85 WM 057-5. February 1985.
- [60] Noferi, P.L., Paris, L. and Salvaderi, L. "Montecarlo Methods for Power System Reliability Evaluations in Transmission and Generation Planning" *Annual Reliability and Maintainability Symposium*. pp 449-459. January 1975.

- [61] Noyes, L.R. “Two-Area Probabilistic Production Costing by the Method of Bi-Variant Cumulants” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*. Vol 102, No 2, pp 433-443. February 1983.
- [62] Pacific Gas and Electric Company “The Mixture of Normals Approximation of Equivalent Load Duration Curves” *Electric Power Research Institute*. EPRI EA/EL-4266. October 1985.
- [63] Pereira, M.V.F. “Optimal Stochastic Operations Scheduling of Large Hydroelectric Systems” *Electrical Power and Energy Systems*. Vol 11, No 3, pp 161-169. July 1989.
- [64] Pereira, M.V.F. and Pinto, L.M.V.G. “Multi-stage Stochastic Optimization Applied to Energy Planning” *Mathematical Programming*. Vol 52 pp. 359-375. August 1991.
- [65] Pérez-Arriaga, I.J., Ramos, A. y Latorre, G. “Volumen 1: Guía de usuario del programa de planificación estática de la red de transporte a largo plazo. PERLA. Volumen 2: Casos ejemplo” *Instituto de Investigación Tecnológica*. IIT-91-???. Julio 1991.
- [66] Power Technologies Inc. “Transmission System Reliability Methods. Volume 1: Mathematical Models, Computing Methods, and Results. Volume 2: Computer Program Documentation” *Electric Power Research Institute*. EPRI EL-2526. July 1982.
- [67] Prince, B.E. and Turnage, J.C. “Use of Incremental Energy Costs and Loading Order Rules in the ORSIM Procedure for Midrange Optimization of Electric Utility Operations” *Oak Ridge National Laboratory*. ORNL-TM-4507. October 1975.
- [68] Ramos, A. “Introducción de características de la red en modelos de explotación” *Instituto de Investigación Tecnológica*. Julio 1987.
- [69] Ramos, A. “Modelos de explotación a medio plazo de la generación eléctrica. Aplicaciones para el sistema español” Tesis doctoral. *Universidad Politécnica de Madrid*. Noviembre 1990.
- [70] Ramos, A., Pérez-Arriaga, I.J. and Román, J. “A Probabilistic Production Cost Model with Optimization of the Loading Order” *3th Probabilistic Methods Applied to Electric Power Systems*. pp 284-289. July 1991.
- [71] Ramos, A. “Guía de usuario del programa de valoración de las reservas en la programación semanal de la explotación. VALVAS” *Instituto de Investigación Tecnológica*. IIT-91-???. Julio 1991.
- [72] Ramos, A. y Arrojo, J. “Storage Plants Energy Optimization in Probabilistic Production Cost Models” *Instituto de Investigación Tecnológica*. IIT-91-???. Enero 1991.

- [73] Rau, N.S., Toy, P. and Schenk, K.F. "Expected Energy Production Costs by the Method of Moments" *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*. Vol 99, No 5, pp 1908-1917. September/October 1980.
- [74] Rau, N.S., Neculescu, C., Schenk, K.F. and Misra, R.B. "A Method to Evaluate Economic Benefits in Interconnected Systems" *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*. Vol 102, No 2, pp 472-482. February 1983.
- [75] Ríos, S. "Métodos Estadísticos" *Ediciones del Castillo*. Madrid, España 1974.
- [76] Rivera, J.F., Galdeano, C.A. and Vargas, A. "Some Numerical Criteria to Measure the Validity of Hydro Aggregation in Hydrothermal Systems" *Electrical Power and Energy Systems*. Vol 12, No 1, pp 17-24. January 1990.
- [77] Rivier, M. and Pérez-Arriaga, I.J. "Probabilistic Bulk Production Cost Model by a Continuation Monte Carlo Simulation Method" *3th Probabilistic Methods Applied to Electric Power Systems*. pp 290-298. July 1991.
- [78] Saylor, C., Scheiderich, J.E., Jordan, G.A., Garver, L.L. and Degeneff, R.C. "The Effect of Transmission Losses on Multi-Area Production Costs" *American Power Conference*. pp 289-294. April 1987.
- [79] Schenk, K.F., Ahsan, Q. and Vassos, S. "Production Costs Evaluation of Two Interconnected Electric Power Systems by the Segmentation Method" *Electrical Power and Energy Systems*. Vol 8, No 3, pp 168-175. July 1986.
- [80] Sherkat, V.R., Moslehi, K., Lo, E.O., Sánchez, G. and Díaz, J. "Modular and Flexible Software for Medium and Short-Term Hydro-Thermal Scheduling" *5th Power Industry Computer Applications Conference*. pp 393-399. May 1987.
- [81] Shibai, Y., Dingfa, S. and Bingling, H. "Optimization of Maintenance and Operation Scheduling" *CIGRE Symposium. Electric Power Systems Reliability*. September 1991.
- [82] Sjelvgren, D., Brannlund, H. and Dillon, T.S. "Large-Scale Non-Linear Programming Applied to Operations Planning" *Electrical Power and Energy Systems*. Vol 11, No 3, pp 213-217. July 1989.
- [83] Smith, R.A., Shultz, R.D. and Sweet, T.M. "Cumulant Method Equivalent Load Curve Calculation Performance for Small Generation Systems" *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*. Vol 102, No 5, pp 1302-1307. May 1983.
- [84] Stanford University "Decomposition Techniques for Multi-Area Generation and Transmission Planning under Uncertainty" *Electric Power Research Institute*. EPRI EL-6484. August 1989.

- [85] Stremel, J.P., Jenkins, R.T., Babb, R.A. and Bayless, W.D. "Production Costing Using the Cumulant Method of Representing the Equivalent Load Curve" *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*. Vol 99, No 5, pp 1947-1956. September/October 1980.
- [86] Stremel, J.P. "Sensitivity Study of the Cumulant Method of Calculating Generation System Reliability" *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*. Vol 100, No 2, pp 771-778. February 1981.
- [87] Turnage, J.C., Prince, B.E., Joy, D.S. and Bennett, L.L. "The Oak Ridge National System Integration Model (ORSIM) for Optimization of Utility Generation Planning" *Oak Ridge National Laboratory*. ORNL-TM-4506. October 1975.
- [88] University of Pittsburgh "Comparison of Algorithms for Computing Generating-System Reliability Indexes" *Electric Power Research Institute*. EPRI EL-2874. February 1983.
- [89] University of Pittsburgh "Large-Deviation Approximation to Computation of Generating-System Reliability and Production Costs" *Electric Power Research Institute*. EPRI EL-4567. May 1986.
- [90] Vardi, J. and Avi-Itzhak, B. "Electric Energy Generation. Economics, Reliability, and Rates" *The MIT Press*. Cambridge, USA 1981.
- [91] Wood, A.J. and Wollenberg, B.F. "Power Generation, Operation, and Control" *John Wiley & Sons*. New York, USA 1984.
- [92] Yamayee, Z.A. and Hakimmashhadi, H. "Production Simulation for Power System Studies" *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*. Vol 104, No 12, pp 3376-3381. December 1985.
- [93] Yin, C.K. and Mazumdar, M. "Reliability Computations for Interconnected Generating Systems via Large Deviation Approximation" *IEEE Transactions on Power Systems*. Vol 4, No 1, pp 1-8. February 1989.
- [94] Zabalza, R. and Lorente, R. "Modelo SIMON para la simulación de la explotación del sistema eléctrico nacional. Modelo de simulación de un sistema hidroeléctrico y térmico" *I Seminario de Planificación Energética*. Madrid, España. Diciembre 1982.
- [95] Zahavi, J. "Probabilistic Simulation Incorporating Single and Multiple Hydroelectric Units with Stochastic Energy Availabilities" *Electrical Power and Energy Systems*. Vol 7, No 4, pp 229-232. October 1985.
- [96] Zahavi, J. "Cost and Reliability Evaluation for Power Systems with Multiple Energy-Limited Hydroelectric Units" *Electrical Power and Energy Systems*. Vol 11, No 2, pp 99-108. April 1989
- [97] ??? "Multi-Area Power System Reliability and Production Costing" *Electric Power Research Institute*. EPRI EL-6912. August 1990.