XXV Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa
Vigo 4-7 de Abril del 2000

AGREGACIÓN DE NODOS EN DESCOMPOSICIÓN ANIDADA ESTOCÁSTICA DE BENDERS

Santiago Cerisola Andrés Ramos

Instituto de Investigación Tecnológica
Universidad Pontificia Comillas

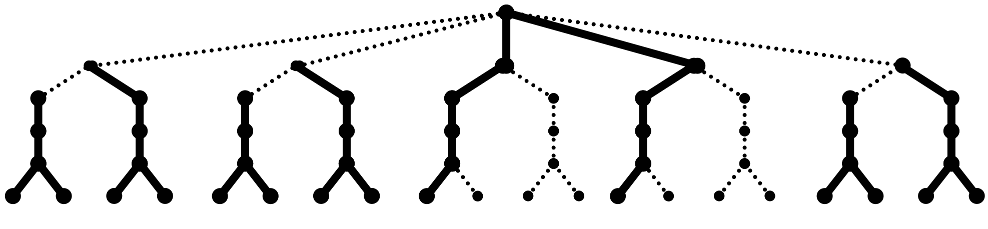
RESUMEN

La descomposición anidada de Benders se presenta como un algoritmo potente para resolver problemas lineales de gran tamaño mediante su partición en problemas más pequeños. Sin embargo, debido al tiempo necesario para formular esos problemas con un lenguaje algebraico de modelado como GAMS, es posible que la descomposición en periodos para un problema multietapa requiera más tiempo de solución que la resolución del problema completo. Naturalmente, esto sólo puede conseguirse cuando las características del ordenador lo permitan. En caso contrario, es necesario descomponer para resolver el problema. La agregación de periodos y formulación de subproblemas mayores es una posibilidad de reducir el número de subproblemas que tienen que ser resueltos y, en consecuencia, el tiempo de convergencia. Este resumen recoge el análisis de diferentes estrategias de descomposición y agregación en subárboles de un problema lineal estocástico procedente de un modelo de coordinación hidrotérmica.

Palabras clave: descomposición de Benders, árbol de escenarios, agregación de nodos.

1. INTRODUCCIÓN

En problemas estocásticos, los parámetros aleatorios con distribución continua (como es el caso de las aportaciones hidráulicas) se aproximan introduciendo probabilidades discretas sobre un número finito de escenarios seleccionados previamente. En modelos multiperiodo, estos escenarios se presentan asociados a un árbol de modo que todos aquellos escenarios que comparten información hasta un cierto periodo se identifican con los mismos nodos.
La descomposición anidada estocástica de Benders permite la resolución de un problema de gran tamaño con una estructura característica (tipo L) mediante la solución iterativa de problemas de menor tamaño. Es una generalización del algoritmo de descomposición de Benders [1] a problemas multietapa deterministas y estocásticos [5], pudiéndose introducir los cortes de Benders en sus variantes de monocorte o multicorte [2]. Algunas técnicas de agregación se pueden encontrar en [3,4]. En este resumen se presenta una extensión natural de las técnicas de agregación que permite agrupar los nodos del árbol formando subárboles conexos tan arbitrarios como sean necesarios.



2.PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El problema determinista equivalente del problema estocástico puede plantearse como

$$\min_{x_t^{\omega_t}} \sum_{t=1}^{T} \sum_{\omega_t \in \Omega_t} p_t^{\omega_t} c_t^{\omega_t T} x_t^{\omega_t}$$

$$B_{t-1}^{a(\omega_t)} x_{t-1}^{a(\omega_t)} + A_t^{\omega_t} x_t^{\omega_t} = b_t^{\omega_t} \quad t = 1, \dots, T$$

$$x_t^{\omega_t} \geq 0 \quad B_0^{\omega_1} \equiv 0$$

La generalización del algoritmo de descomposición de Benders resuelve en cada momento un subproblema que se identifica con uno de los subárboles (*S*) o con el primero de sus nodos (*N*) y que puede plantearse como

$$\min_{\theta_n, x_t^{\omega_t} \in Var(S)} f(x_t^{\omega_t}) + \sum_{n \in Des(S)} p_n \theta_n$$

$$A_t^{\omega_t} x_t^{\omega_t} = b_t^{\omega_t} - B_{t-1}^{a(\omega_t)} \overline{x}_{t-1}^{a(\omega_t)} \quad x_t^{\omega_t} \in Var(N)$$

$$B_{t-1}^{a(\omega_t)} x_{t-1}^{a(\omega_t)} + A_t^{\omega_t} x_t^{\omega_t} = b_t^{\omega_t} \quad x_t^{\omega_t} \in Var(S) \setminus Var(N)$$

$$G_n(\theta_n, x_t^{\omega_t}) \geq q_n \quad x_t^{\omega_t} \in Var(S), \; n \in Des(S)$$

Siendo $Var(S), Var(N)$ el conjunto de variables correspondientes a subárbol *S* o al nodo *N*, $Des(S)$ el conjunto de nodos descendientes de *S*, p_n la probabilidad de paso de cada uno de estos nodos y G_n la expresión de los cortes de Benders para cada uno de los descendientes *n*.
Esta descomposición permite la agregación de nodos del árbol de escenarios para formar subproblemas que no excedan un cierto número de ecuaciones mediante diferentes estrategias. Algunas de las técnicas que se han experimentado en un modelo de coordinación hidrotérmica han sido: agregación por periodos, agregación de nodos con posibilidad de monocorte y multicorte y agregación de nodos con limitación al uso de multicorte tanto desde la raíz a las hojas como viceversa. La diferencia entre estas técnicas aparece en el número y posición de los subárboles en que se divide el árbol.
Como conclusión general se puede decir que la agregación de nodos con limitación al uso del multicorte desde las hojas a la raíz es la estrategia que ha resultado más atractiva computacionalmente.

3. REFERENCIAS

[1] Benders, J.F. “Partitioning Procedures for Solving Mixed-Variable Programming Problems” *Numerische Mathematik*. Vol 4, pp 238-252. 1962.

[2] Birge, J.R. and Louveaux, F.V. “A Multicut Algorithm for Two-Stage Stochastic Linear Programs”. *European Journal of Operational Research*. Vol 34, No 3, pp 384-392. March 1988.

[3] Consigli, G., Dempster, M.A.H. Solving dynamic portfolio problems using stochastic programming.

[4] Dempster, M.A.H., Thompson, R.T. Paralelization and aggregation of nested Benders decomposition.

[5] Morton, D. P “An Enhanced Decomposition Algorithm for Multistage Stochastic Hydroelectric Scheduling” *Annals of Operations Research*. Vol 64, pp 211-235. 1996.