

# **Diseño de horarios ferroviarios para maximizar el aprovechamiento de energía procedente de sistemas de frenado regenerativo**

**Maite Peña Alcaraz, Andrés Ramos Galán, Antonio Fernández Cardador, Paloma Asunción Cucala García**

Instituto de Investigación Tecnológica, Universidad Pontificia Comillas, España

**Luis Manuel Pérez Cayuela**

Metro de Madrid, España

## **RESUMEN**

En este artículo se aborda un problema de diseño de horarios para explotaciones metropolitanas con el objetivo de maximizar el aprovechamiento de la energía proveniente de los sistemas de frenado regenerativo. Actualmente, la mayor parte de los trenes están equipados con sistemas de freno regenerativo, recuperando una energía que se emplea en primer lugar para alimentar los equipos auxiliares del propio tren. El resto de energía se consume en las resistencias de frenado, salvo que se transfiera a otro tren que se encuentre traccionando en el mismo sector eléctrico o que se disponga de subestaciones reversibles.

Para mejorar la transferencia de energía y reducir el consumo de tracción se ha realizado un proyecto de investigación financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia en colaboración entre la Universidad Pontificia Comillas y Metro de Madrid. En este proyecto se ha desarrollado un modelo de optimización para diseñar horarios considerando múltiples restricciones. Se ha desarrollado también un modelo de flujo de cargas eléctricas para calcular la calidad de cada sincronización (es preferible aprovechar la energía de frenado de un tren en una estación cercana para minimizar las pérdidas en resistencias de la línea). Una vez validados los modelos, se ha diseñado un horario comercial para los trenes que circulan en Línea 3 de Metro de Madrid entre las 10 de la noche y las 2 de la madrugada. Este horario sincronizado se implantó en modo de pruebas durante una semana y se midió un ahorro en el consumo energético en subestaciones del 3% respecto del horario sin sincronizar. Estos resultados se obtuvieron optimizando la salida de los trenes de las estaciones con un margen de tan sólo un minuto respecto del horario en servicio, para respetar el horario publicado a los viajeros. Con los datos medidos se pudo comprobar también que la correlación entre el ahorro conseguido en cada subestación y el incremento de sincronizaciones entre procesos de arranque y frenado en las estaciones alimentadas por la subestación es muy significativa ( $R^2 = 75\%$ ).

## **1. INTRODUCCIÓN**

El transporte ferroviario es crucial en las grandes ciudades para transportar de forma masiva y rápida a personas. En los últimos años, ha aumentado el número de medidas para reducir su

consumo energético, ya que el gasto en energía representa uno de los mayores gastos de operación de estas administraciones. En particular, se ha generalizado la utilización de sistemas de frenado regenerativo, como una medida para recuperar parte de la energía de frenado que de otra forma se pierde en resistencias eléctricas.

En la literatura, se encuentran dos aproximaciones diferentes para estimar el ahorro energético obtenido con el sistema de frenado regenerativo. Tzeng y Wu (1995) proponen calcular el consumo energético de un conjunto de trenes modelado como fuentes de potencia (positivas o negativas dependiendo de si consumen o regeneran energía en un instante dado) resolviendo un flujo de carga en CA/CC. El problema se formula para una línea alimentada con corriente continua con subestaciones no invertibles y sin acumuladores de energía. Otros autores optan por medir el ahorro energético midiendo directamente el consumo en subestaciones tras instalar el equipo de freno regenerativo en los trenes. Así, Adinolfi et al. (1998) midieron un ahorro energético del 15% en el metro de Roma, (Italia). Sin embargo, este ahorro depende del modo de operación de los trenes. En el informe de Greatbanks (2005), The Office of Rail Regulation establece que se pueden obtener hasta un 44% de energía regenerada. En el artículo de Nag y Pal (2004) los autores han encontrado el primer modelo para diseñar horarios en el que se tiene en cuenta la energía regenerada. Formulan un modelo de decisión multicriterio en el que intentan diseñar horarios robustos minimizando el consumo energético, el material rodante y las necesidades de personal. Para calcular el consumo energético asumen un consumo energético fijo de los trenes en cada viaje y calculan la energía como una proporción fija de los procesos de freno sincronizados con arranques de frenado.

En este artículo se ha formulado un modelo de diseño de horarios para minimizar la energía consumida teniendo en cuenta que en general la energía recuperada al sincronizar el proceso de arranque y el frenado de dos trenes próximos (por ejemplo en andenes de la misma estación) es distinta de la energía que se recupera cuando los trenes sincronizados se encuentran en estaciones muy alejadas. Para ello se ha formulado un flujo de carga en CC que determina exactamente cuánta energía se recupera en función de los parámetros eléctricos de la línea, la posición de los trenes y el tiempo de sincronización. El horario se diseña a partir de un horario inicial, conociendo el margen en el que éste se puede modificar sin cambiar el tiempo total de viaje. El modelo permite incluir restricciones operativas para acotar tiempos de recorrido entre estaciones y en paradas comerciales.

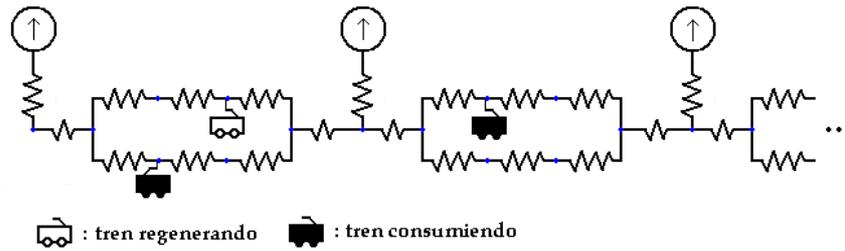
## **2. FORMULACIÓN MATEMÁTICA**

En esta sección se presenta el flujo de carga en CC que se ha resuelto para determinar la energía recuperada en cada segundo de sincronización. Esta potencia se utiliza para diseñar un horario que maximice la energía regenerada.

### **2.1 Modelo eléctrico**

Para determinar la energía total transferida en cada sincronización, se asumirá que el consumo

de energía durante el proceso de arranque es homogéneo y que la energía regenerada durante el proceso de freno es homogénea también. El objetivo de este flujo de carga es calcular la potencia media regenerada  $p$ , que será mayor cuanto menores sean las pérdidas energéticas. Para resolver el flujo de carga, las subestaciones eléctricas se han modelado con su circuito Thevenin equivalente que no permite devolver potencia a la red, la resistencia de la línea es suma de la resistencia de la catenaria y el carril y los trenes se modelan como consumos o fuentes de potencia reguladas en tensión. El modelo de optimización no lineal entero mixto (MINLP) resultante se ha implementado en GAMS, y se ha resuelto con DICOPT, (Lastusilta, 2007).



**Fig. 1. Circuito equivalente en CC**

## 2.2 Diseño de horarios

Para determinar el horario se ha diseñado un modelo de optimización que determina cuál debe ser la hora de salida  $s_{ij}$  de cada tren  $i$  en cada estación  $j$  para maximizar la energía recuperada por coincidencias de procesos de arranque y frenado de trenes en el mismo circuito eléctrico. El horario se diseña partiendo de un horario inicial y se consideran restricciones que aseguran que el tiempo de parada y recorrido esté acotado entre un mínimo y un máximo y mantienen el tiempo total de viaje de origen a destino:

$$\underline{tp}_j \leq S_{ij} - L_{ij} \leq \overline{tp}_j \quad \forall ij \quad (1)$$

$$\underline{tv}_j \leq L_{ij} - S_{ij-1} \leq \overline{tv}_j \quad \forall ij \quad (2)$$

$$L_{i,j+J/2} - S_{i,j} \leq \overline{tt}, \quad \forall i, j = 1, J/2 + 1 \quad (3)$$

donde  $L_{ij}$  representa la hora de llegada del tren  $i$  a la estación  $j$ ,  $tp_j$ ,  $tv_j$ ,  $tt$  representan los tiempo de parada, de viaje y el tiempo total de viaje respectivamente.

Estas restricciones modelan los requisitos de calidad del servicio al viajero y requisitos operativos de la administración y operador ferroviario. La optimización del horario inicial  $s_{ij}^*$  se hace cambiando el horario dentro de un margen permitido por el operador:

$$\nabla s_j \leq S_{ij} - s_{ij}^* \leq \Delta s_j \quad \forall ij \quad (4)$$

La energía recuperada se calculará como  $E = p \cdot T$  siendo  $T$  el tiempo de coincidencia

(sincronización de un proceso de arranque y frenado). Este tiempo se puede determinar de acuerdo como muestra la tabla 1. Las implicaciones lógicas se pueden expresar con las siguientes restricciones lineales, aunque es necesario introducir la variable binaria auxiliar  $\delta_{ij'j'}$  que tendrá valor 1 si se produce sincronización.

Caso	Secuencia		T. Sincronización
1	$S_{i'j'}, L_{ij}^-, L_{ij}, S_{i'j}'^+$	[[ ]]	$L_{ij} - L_{ij}^- = tf$
2	$L_{ij}^-, S_{i'j}', S_{i'j}'^+, L_{ij}$	[[ ]]	$S_{i'j}'^+ - S_{i'j}' = ta$
3	$S_{i'j}', L_{ij}^-, S_{i'j}'^+, L_{ij}$	[[ ]]	$S_{i'j}'^+ - L_{ij}^-$
4	$L_{ij}^-, S_{i'j}', L_{ij}, S_{i'j}'^+$	[[ ]]	$L_{ij} - S_{i'j}'^+$
5	$S_{i'j}', S_{i'j}'^+, L_{ij}^-, L_{ij}$	[ ] [ ]	0
6	$L_{ij}^-, L_{ij}, S_{i'j}', S_{i'j}'^+$	[ ] [ ]	0

**Tabla 1. Determinación del tiempo de sincronización**

$$\begin{aligned}
 TP_{ij'j'} &\leq m' \delta_{ij'j'} && \forall ij'j' \\
 TP_{ij'j'} &\leq S_{i'j}'^+ - L_{ij}^- + m(1 - \delta_{ij'j'}) && \forall ij'j' \\
 TP_{ij'j'} &\leq L_{ij} - S_{i'j}' + m(1 - \delta_{ij'j'}) && \forall ij'j'
 \end{aligned} \tag{5}$$

siendo  $L_{ij}^- = L_{ij} - tf$ ,  $S_{i'j}'^+ = S_{i'j}' + ta$ ,  $tf$ ,  $ta$  los tiempos de freno y de arranque respectivamente  $m' = \min(tf, ta)$  y  $m$  una cota superior de la restricción.

Por ultimo, considerando la potencia media de sincronización  $p_{jj'}$  determinada con el flujo de carga, la función objetivo queda:

$$\max \sum_{ij'j'} p_{jj'} TP_{ij'j'} \tag{6}$$

Por tanto, el modelo se ha formulado como un problema de optimización lineal entero mixto (MIP), ya que se requieren variables binarias para detectar las sincronizaciones de arranques y frenados. El problema de optimización resultante se ha implementado en GAMS, ver el artículo de Brooke (2010), y se ha resuelto con CPLEX 10.1, (ILOG 2000).

### 3. RESULTADOS

En esta sección se recogen los principales resultados obtenidos al diseñar un horario para línea 3 de Metro de Madrid de 14.4 km compuesta por 18 estaciones por sentido y 6 subestaciones. En primer lugar, se calcularon los parámetros de la línea y se diseñó un horario que minimizara el consumo energético. Para validar los datos obtenidos con los modelos desarrollados, se implantó el horario en modo de pruebas en la línea durante una semana y se midió el consumo en las subestaciones eléctricas de la línea.

### 3.1 Horario diseñado

El horario diseñado establece las horas de salida de 30 viajes a lo largo de la línea en cada sentido en horario nocturno entre las 10 p.m. y las 2 a.m. Para generar el nuevo horario se permiten diferencias respecto del horario inicial de tan solo un minuto, para facilitar la puesta en servicio del nuevo horario sin modificar el horario publicado al viajero. El tiempo total de sincronización de procesos de arranque y frenado conseguidos tras la optimización es de 22903 segundos (6.36 horas), un 8% más que en el horario inicial. En total el 84.83% de los procesos de frenados están sincronizados con algún arranque.

Coincidencia Inicial	Coincidencia Final
20629 s	22903 s
76.40 %	84.83 %

**Tabla 2. Tiempo de sincronización**

Nótese que este incremento de sincronización se ha conseguido variando poco el horario actual (el horario publicado debía ser respetado con un margen de tan solo un minuto). Los procesos de arranque sincronizados se muestran en la tabla 3.

Diferencia Horario		Estaciones																	
Trenes	Evento	S11	S21	S31	S41	S51	S61	S71	S81	S91	S101	S111	S121	S131	S141	S151	S161	S171	S181
N1	H. Salida																		
N2	H. Salida																		
N3	H. Salida																		
N4	H. Salida																		
N5	H. Salida																		
N6	H. Salida																		
N7	H. Salida																		
N8	H. Salida																		
N9	H. Salida																		
N10	H. Salida																		
N11	H. Salida																		
N12	H. Salida																		
N13	H. Salida																		
N14	H. Salida																		
N15	H. Salida																		
N16	H. Salida			63															
N17	H. Salida																		
N18	H. Salida																		
N19	H. Salida																		
N20	H. Salida																		
N21	H. Salida																		
N22	H. Salida																		
N23	H. Salida																		67
N24	H. Salida					65													67
N25	H. Salida		70																67
N26	H. Salida		70																67
N27	H. Salida		70																67
N28	H. Salida		70																74
N29	H. Salida		70																73
N30	H. Salida																		

**Tabla 3. Mapas de sincronizaciones**

La intensidad del color muestra el nivel de sincronización. Las celdas rojas representan que parte del proceso de arranque está sincronizado con más de un proceso de freno. Esta redundancia tiene la ventaja de aportar mayor robustez al horario, ya que en caso de que algún tren se retrase, la probabilidad de conseguir una sincronización aumenta.

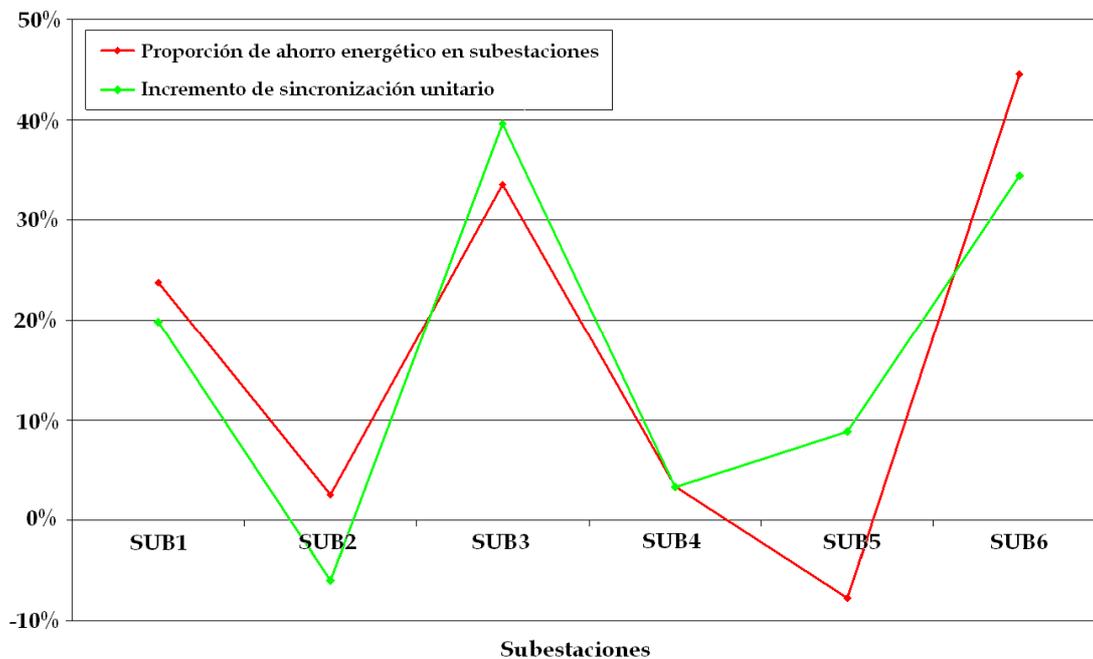
### 3.2 Ahorro energético

Para calcular el ahorro energético real conseguido con el horario diseñado, se midió el consumo energético desde las 10 p.m. a las 2 a.m. en las subestaciones eléctricas de línea 3 de Metro de Madrid durante once días en octubre y noviembre de 2008 y marzo de 2009. Se registró también el consumo del horario propuesto durante una semana de febrero de 2009. Se comparó el consumo energético en cada subestación, durante días equivalentes de la semana. El ahorro energético registrado fue de 3.52 %, como se puede observar en la tabla 3.

Subestación	Consumo de Energía (kWh)		Diferencias
	H. Inicial	H. Diseñado	
SUB1	767	694	10.33%
SUB2	2308	2261	2.01%
SUB3	4000	3917	2.60%
SUB4	3806	3472	9.43%
SUB5	4361	4417	-1.38%
SUB6	2703	2578	4.87%
<b>Total</b>	<b>17944</b>	<b>17333</b>	<b>3.52%</b>

**Tabla 3. Energía media total consumida en las subestaciones (Lunes, 10 p.m. a 2 a.m.)**

El ahorro energético conseguido en cada estación está directamente relacionado con el incremento de tiempo de sincronización en las estaciones cercanas. En la siguiente imagen, se presenta el incremento de sincronización conseguido (diferencia entre el tiempo de arranque sincronizado en el horario propuesto frente al horario inicial). Este tiempo se ha dividido por el incremento total de sincronización (valor unitario). Se ha representado también el ahorro energético medido en subestaciones normalizado.



**Fig. 3. Comparación entre la sincronización conseguida y el ahorro energético medido en subestaciones**

Puede apreciarse que ambas curvas tienen prácticamente la misma forma. El factor de correlación cuadrático es  $R^2 = 75.2 \%$ . Hay alguna diferencia en los valores de las curvas en las subestaciones 2-3 y 5-6. Esta diferencia puede explicarse debido a que todas las estaciones de la línea están conectadas a todas las subestaciones eléctricas. Debido a esto, el incremento de sincronización en una estación afecta al consumo energético en todas las subestaciones. En particular, el horario propuesto reduce la sincronización que se consigue en la estación 5 para favorecer sincronizaciones en otras estaciones. Por ello, el consumo energético en la subestación 2 debería ser ligeramente superior. Sin embargo, la estación 5 está cerca también de la subestación 3, luego el consumo energético en la subestación 2 es ligeramente menor que el esperado y el ahorro en la subestación 3 es algo menor también.

Un ahorro del 3% en el consumo total en las subestaciones no es demasiado alto, pero deben tenerse en cuenta tres características importantes:

En primer lugar, la optimización se ha realizado con un margen de tan solo un minuto, dado que el horario propuesto debía respetar el horario inicial para no cambiar el horario publicado al viajero. En caso de que se pudiera diseñar un horario completamente nuevo cumpliendo con las restricciones operativas de la línea, se podrían conseguir niveles de sincronización del 95% en lugar del 85%. Por tanto el incremento de sincronización sería el doble y se obtendría aproximadamente el doble ahorro energético también.

En segundo lugar, todas las estaciones están interconectadas en Línea 3, dado que las subestaciones están conectadas en paralelo. Esto implica que en el horario inicial muchos procesos de arranque y frenado estaban ya sincronizados. Por tanto, el ahorro medido del 3% se ha conseguido como una mejora de segundo orden, incrementando la calidad de las sincronizaciones, sincronizando procesos de arranque y frenado de trenes más cercanos y alejados de las subestaciones. Se espera que esta mejora sea aún mayor en líneas alimentadas a tensiones de 700 [V] en lugar de 1500 [V] como la línea 3 de Metro de Madrid, en la que las pérdidas eléctricas son menores.

Por último, hay que tener en cuenta que no es necesaria una inversión para conseguir este ahorro, los horarios propuestos introducirían algún pequeño cambio respecto a los horarios actuales manteniendo la calidad del servicio, y este ahorro se podrían repetir automáticamente todos los días.

#### **4 CONCLUSIONES**

En este artículo se ha propuesto un modelo de diseño de horarios que minimiza el consumo energético de la línea maximizando el aprovechamiento de la energía regenerada, sin afectar a la calidad de servicio. Se ha diseñado e implantado un nuevo horario para Línea 3 de Metro de Madrid sincronizando arranques y frenados, y se han validado los resultados obtenidos con los modelos mediante registros en los trenes y subestaciones de la línea.

Se ha comprobado el potencial de estos modelos para conseguir ahorros de energía con pequeños cambios en los horarios actuales. Aunque el ahorro energético conseguido no ha sido muy importante, en este caso ha sido de un 3%, debe considerarse que la optimización se ha realizado con un margen de sólo un minuto. El principal resultado es que la correlación obtenida entre la energía ahorrada y el incremento de sincronización es muy significativa ( $R^2 = 75.2\%$ ).

Nótese que estos modelos de diseño de horario no provocan pérdidas de velocidad comercial respecto del horario inicial. La misma técnica de sincronización de arranques y frenados se puede aplicar para diseñar horarios en diferentes líneas de metro alimentadas por las mismas subestaciones. Esta aproximación permite considerar que la energía regenerada por un tren en una línea puede ser aprovechada por otro tren en una línea diferente. El modelo matemático es básicamente el mismo, aunque el tamaño del problema aumenta.

## REFERENCIAS

- ADINOLFI, A., LAMEDICA R., MODESTO C., PRUDENZI A., VIMECARTI S. (1998). Experimental assessment of energy saving due to trains regenerative braking in an electrified subway line. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 13, No. 4.
- BROOKE A., KENDRICK D., MEERAUS A., RAMAN R. (2005). GAMS, a users guide. *GAMS Development Corporation*. [www.gams.com](http://www.gams.com) (2010, marzo)
- GREATBANKS J. (2005). Review of the discount for using regenerative braking. Report for the Office of Rail Regulation ORR/CT/RDRB/192, (2005)
- ILOG (2010, marzo). <http://www-01.ibm.com/software/integration/optimization/cplex/>
- LASTUSILTA T., BUSSIECK M.R., WESTERLUND T. (2007). Comparison of some high-performance MINLP Solvers. *Chemical Engineering Transactions*, Vol. 11, pp.125-130
- NAG B., PAL M.N. (2004). Optimal design of timetables to maximize schedule reliability and minimize energy consumption, rolling stock and crew deployment. *2<sup>nd</sup> UIC Railway Energy Efficiency Conference*, Paris.
- SONE S., SUZUKI T., KOSEKI T. (2000). Train scheduling and energy saving with pure electric braking and semi-automatic train operation. *Computers in Railways VII*.
- TZENG Y.S., WU R.N. (1995). A detailed R-L fed bridge converter model for power flow studies in industrial AC/DC power systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 42, No. 5.