

Gestión del riesgo frente a la incertidumbre en las aportaciones hidráulicas en un Mercado Eléctrico mediante el Problema Complementario

Antonio García-Alcalde, Mariano Ventosa, Michel Rivier, Andrés Ramos

Instituto de Investigación Tecnológica

Universidad Pontificia Comillas

Santa Cruz de Marcenado 26, 28015 Madrid

antonio.garcia@iit.upco.es

Resumen

Este artículo presenta una metodología para el diseño de modelos de coordinación hidrotérmica que se adapta perfectamente al modelado de la explotación anual o plurianual de la generación en un entorno de competencia, considerando simultáneamente la naturaleza estocástica de las aportaciones hidráulicas y políticas de cobertura frente al riesgo. Esta metodología basada en “El Problema Complementario” (*Mixed Complementarity Problem MCP*) permite modelar correctamente las restricciones asociadas al parque generador, las distintas fuentes de riesgo y los mecanismos del mercado, de forma que se puede considerar explícitamente el objetivo de maximización del beneficio de cada empresa.

El modelo matemático se ha implantado en GAMS. En el artículo se presenta su aplicación a un caso ejemplo.

Palabras clave: estocasticidad, coordinación hidrotérmica, *value-at-risk*

1 Introducción

La organización de la industria eléctrica a escala internacional está experimentando actualmente cambios significativos a un ritmo sin precedentes en su historia. En este nuevo contexto, las empresas generadoras sufren un notable incremento en la responsabilidad y en el riesgo en el que incurren en el proceso de toma de decisiones obteniendo como contraprestación unas mayores oportunidades de negocio.

Las fuentes que generan estos riesgos están directamente relacionadas con la incertidumbre de operar en mercado (*i.e.* comportamiento de las ofertas de venta de la competencia, variación de costes de combustibles, estimación de la demanda) y con la propia incertidumbre de la generación eléctrica (*i.e.* disponibilidad de grupos, aportaciones hidráulicas). De esta forma resulta de vital importancia para una empresa sujeta a estas fuentes de incertidumbre minimizar el efecto de estos factores aleatorios en su cuenta de resultados. Una forma de cubrirse ante variaciones inesperadas en los beneficios de una empresa generadora es una correcta política de contratos financieros con clientes finales y suministradores. Otro medio complementario de reducir la incertidumbre en los beneficios de explotación es realizar una gestión de los recursos de generación basada en criterios de cobertura del riesgo¹, proporcionando así consignas de producción que disminuyan la sensibilidad de los factores aleatorios sobre los beneficios de explotación de la empresa generadora. Esta gestión robusta de los recursos de generación es especialmente necesaria en sistemas eléctricos con una elevada componente hidráulica [1], [2].

¹ De aquí en adelante, una gestión de recursos que cumpla este requisito se le denominará gestión robusta.

El modelo propuesto en este artículo recoge de forma explícita el comportamiento en el mercado por parte de los agentes, la naturaleza estocástica de las aportaciones y una política específica de cobertura de riesgo, proporcionando un conjunto de decisiones robustas de producción y de gestión de reservas hidráulicas en función de esos criterios. De esta forma el modelado del mercado considera el programa óptimo de producción de cada empresa participante en el mercado de forma simultánea, esto es, calcula el equilibrio del mercado². Este cálculo del equilibrio del mercado se realiza sobre un árbol de aportaciones que modela la incertidumbre en las mismas, permitiendo así la incorporación de la aleatoriedad dentro del proceso de decisión. Finalmente, el posicionamiento de la empresa generadora frente al riesgo es modelado dentro del proceso del cálculo del equilibrio mediante distintas medidas de la distribución de probabilidad del margen de contribución resultante.

2 Descripción general del modelo

A continuación se analizan de forma detallada los distintos aspectos específicos del modelado (*i.e.* mercado, estocasticidad y cobertura frente al riesgo).

2.1 Modelado del mercado

Un modelo de coordinación hidrotérmica en un entorno de competencia debe considerar de forma simultánea los objetivos de cada uno de los agentes que interactúan en el mercado mediante la ley de la oferta y la demanda. Consecuentemente, el modelado del mercado debe permitir calcular el equilibrio en el cual los agentes se encuentran en un óptimo de Nash una vez han sido fijados sus programas de optimización.

El modelo propuesto en este artículo se corresponde a una estructura conceptual de una maximización simultánea del beneficio de cada uno de los agentes sujeto a sus propias restricciones técnicas, estando todos estos programas de optimización ligados por la ecuación de precio. Este esquema se muestra en la parte izquierda de Fig.1, en el que z representa el beneficio de operación esperado (ingresos menos costes de operación más beneficio futuro esperado) de cada uno de los agentes e , x representa las variables de decisión y h y g representan el conjunto de restricciones propias de cada agente. El mercado eléctrico se modela como una función lineal de demanda que relaciona la demanda satisfecha con el precio marginal resultante.

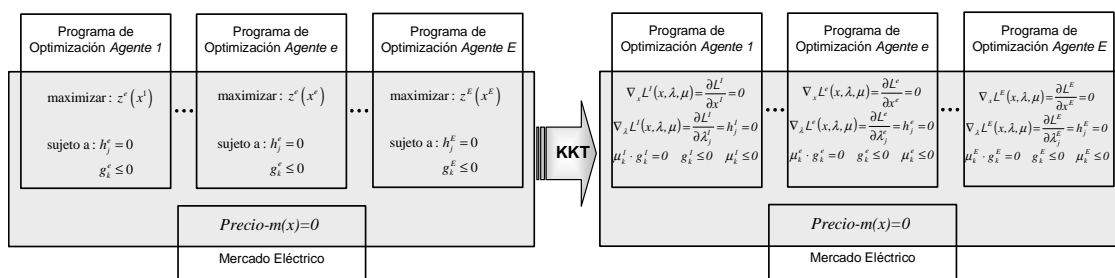


Fig. 1. Equilibrio del Mercado como un Problema Complementario

Agrupando las condiciones de optimalidad de primer orden de Karush-Kuhn-Tucker³ asociadas a cada programa de optimización se obtiene un sistema de ecuaciones con la

² En el punto de equilibrio del mercado –precio y cantidad producida por cada empresa– ninguna empresa mejora sus beneficios modificando de forma unilateral sus decisiones.

³ Las condiciones de optimalidad de primer orden de Karush-Kuhn-Tucker se obtienen, junto con las restricciones de igualdad y las condiciones de complementariedad de holguras, igualando a cero las derivadas de la función Lagrangiana asociada al problema de optimización con respecto a las variables de decisión.

estructura de un Problema Complementario [3], [4]. Esta estructura de complementariedad permite utilizar técnicas específicas de resolución implantadas en software comercial. En el apartado 3 se detallan la formulación de los problemas de optimización de cada uno de los agentes y la expresión analítica de las condiciones de optimalidad para el modelo propuesto.

2.2 Modelado de la estocasticidad

Como se ha mencionado en la introducción, un correcto modelado del equilibrio del mercado sujeto a unas determinadas políticas de cobertura de riesgo seguidas por lo agentes requiere la consideración específica de la incertidumbre dentro del propio proceso de optimización. En el modelo propuesto asumiremos unas aportaciones hidráulicas aleatorias representadas por un conjunto finito de escenarios. Por tanto, la estructura de la estocasticidad será modelada mediante un árbol de escenarios que considera de forma intrínseca la naturaleza no anticipativa de las decisiones de gestión hidrotérmica. Cada una de las ramas representan diferentes realizaciones de las aportaciones hidráulicas con su probabilidad asociada (véase Fig. 2). A cualquier trayectoria que parta desde el nodo inicial hasta uno de los nodos finales se le denomina escenario.

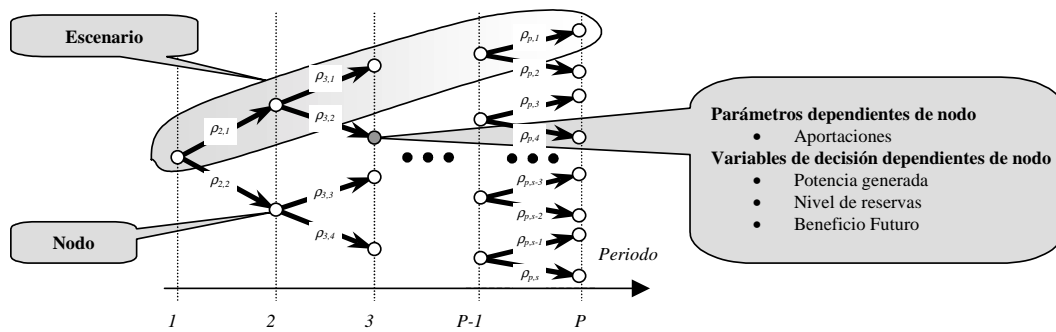


Fig. 2. Modelado de la estocasticidad mediante un árbol de escenarios

2.3 Modelado del riesgo

Una correcta política de cobertura de riesgo permite al agente disminuir la variabilidad de sus beneficios de explotación a costa de reducir el valor esperado de los mismos.

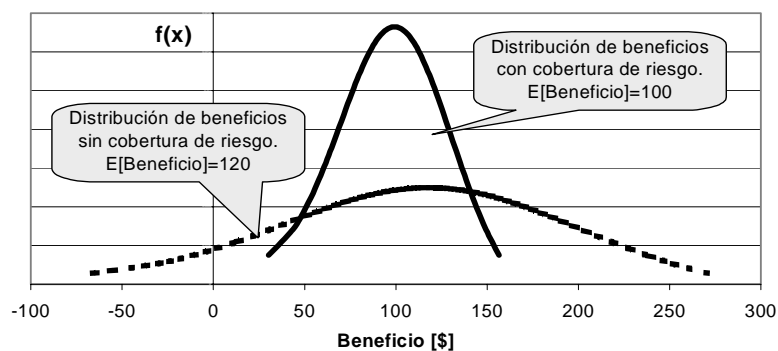


Fig. 3. Distribución del beneficio de un agente según estrategias de cobertura frente al riesgo

De esta forma, se debe introducir en el proceso cálculo del equilibrio del mercado la valoración del riesgo asumido por cada uno de los agentes participantes, de tal modo que las decisiones de generación derivadas de este equilibrio consideren de forma implícita las distintas políticas de cobertura de riesgos. Esta aversión al riesgo por parte de los agentes ha sido modelada mediante la incorporación de una restricción asociada a una medida de dispersión de los beneficios de explotación dentro del programa de

optimización de cada uno de los agentes [5]. La medida de dispersión elegida ha sido la varianza poblacional⁴.

3 Formulación matemática del modelo

En este apartado se formula detalladamente el problema de optimización que define el comportamiento de cada uno de los agentes (maximizar su beneficio esperado sujeto a unas restricciones que limitan sus decisiones de largo plazo). La definición de la notación empleada se encuentra en el Apéndice A.

Función objetivo

En un entorno de incertidumbre, el objetivo de una empresa es maximizar el valor esperado de los beneficios (ingresos esperados del mercado menos costes de generación más beneficios futuros esperados relacionados con el valor final de las reservas)⁵.

$$\bar{B}_a = \sum_s \rho_s^* \cdot B_{s,a} \quad \forall a \quad (1)$$

Restricciones de operación

Las restricciones de operación son aquellas que limitan el uso de los recursos mediante restricciones que acoplan distintos nodos del árbol estocástico. Se consideran como tales las restricciones asociadas a la gestión de reservas (2), el beneficio futuro de cada uno de los grupos hidráulicos (3) y el criterio de cobertura frente al riesgo (4). Su formulación matemática se muestra a continuación⁶.

$$\sum_n D_{p,n}^* h_{w,n,h} \leq A_{w,h} + R_{wp(w),h} - R_{w,h} \quad : \mu_{w,h}^R \quad \forall w,h \quad (2)$$

$$BF_{s,h} \leq BF_h' \cdot R_{s,h}^* \quad : \mu_{s,h}^{BF} \quad \forall s,h \quad (3)$$

$$\sum_s \rho_s^* \cdot (B_{s,a} - \bar{B}_a)^2 \leq \bar{\sigma}_a \quad : \mu_a^\sigma \quad \forall a \quad (4)$$

Ecuaciones auxiliares

Las ecuaciones que a continuación se detallan han sido formuladas con el fin de que la notación sea más clara. Estas son la potencia generada por cada uno de los agentes (5), la ecuación de fijación del precio (6) y el beneficio de explotación de un agente en cada escenario (7).

$$g_{w,n,a} = \sum_{t \in a} p_{w,n,t} + \sum_{h \in a} h_{w,n,h} \quad \forall w,n,a \quad (5)$$

$$\pi_{w,n} = d_{p^*,n}' \cdot \left(d_{p^*,n} - \sum_a g_{w,n,a} \right) \quad \forall w,n \quad (6)$$

$$B_{s,a} = \sum_{w \in WS(s)} \sum_n D_{p^*,n}^* \cdot \left(\pi_{w,n} \cdot g_{w,n,a} - \sum_{t \in a} u_t \cdot p_{w,n,t} + v_t \left(o_t' \frac{p_{w,n,t}}{k_t} + o_t'' \left(\frac{p_{w,n,t}}{k_t} \right)^2 \right) \right) + \sum_{h \in a} BF_{s,h} \quad \forall s,a \quad (7)$$

⁴ La varianza poblacional, bajo la hipótesis de normalidad en la distribución de beneficios, se puede calcular de forma exacta a partir de medidas más ampliamente utilizadas en gestión de riesgos como el *value-at-risk x%* (diferencia entre el valor medio de la distribución de beneficios y el percentil del *x%*).

⁵ De aquí en adelante se denota por p^* al periodo sobre el que está definido un nodo dado w y por s^* al nodo final del escenario s .

⁶ Así mismo se consideran como restricciones de operación las cotas de las variables de decisión ($\bar{x} \leq x \leq \bar{x}$), generándose consecuentemente una serie de variables duales asociadas ($\mu^{\bar{x}}, \mu^{\underline{x}}$).

Condiciones de optimalidad

Las condiciones de optimalidad de primer orden de Karush-Kuhn-Tucker se obtienen igualando a cero las derivadas del Lagrangiano de los problemas de optimización de cada agente con respecto a las variables de decisión⁷.

$$\frac{\partial L_e}{\partial p_{w,n,t}} = -D_{p^*,n} \cdot \left(\rho_w + \mu_a^\sigma \cdot \sum_{s \in SW(w)} \sigma'_{s,a} \right) \cdot \left(\left(\pi_{w,n} - g_{w,n,a} \cdot d'_{p^*,n} - \left(u_t + v_t \cdot \left(\frac{o'_t}{k_t} + 2 \cdot \frac{o''_t}{k_t^2} \cdot p_{w,n,t} \right) \right) \right) \right) \quad \forall w,n,t \quad (8)$$

$$- \left(\mu_{w,n,t}^{\bar{p}} - \mu_{w,n,t}^p \right) = 0$$

$$\frac{\partial L_e}{\partial h_{w,n,h}} = -D_{p^*,n} \cdot \left(\rho_w + \mu_a^\sigma \cdot \sum_{s \in SW(w)} \sigma'_{s,a} \right) \cdot \left(\left(\pi_{w,n,s} - g_{w,n,a} \cdot d'_{p^*,n} - \mu_{w,h}^R \right) \right) \quad \forall w,n,h \quad (9)$$

$$- \left(\mu_{w,n,h}^{\bar{h}} - \mu_{w,n,h}^h \right) = 0$$

$$\frac{\partial L_e}{\partial R_{w,h}} = \mu_{wp(w),h}^R - \mu_{w,h}^R + \sum_{s \in SW(w)} \mu_{s,h}^{BF} \cdot BF'_h - \left(\mu_{w,h}^{\bar{R}} - \mu_{w,h}^R \right) = 0 \quad \forall w,h \quad (10)$$

$$\frac{\partial L_e}{\partial BF_{s,h}} = -\rho_s - \mu_a^\sigma \cdot B_{s,a} - \mu_{s,h}^{BF} = 0 \quad \forall s,h \quad (11)$$

El sistema de ecuaciones que determina el equilibrio del mercado se completa con las restricciones de igualdad (ecuaciones (5), (6) y (7)), desigualdad (ecuaciones (2), (3) y (4)) y complementariedad de holguras (productos de las restricciones de desigualdad y sus respectivas variables duales igualadas a cero).

De la condición de optimalidad de gestión de reservas (10), se deduce que el modelo trata de igualar el valor del agua a lo largo de los periodos de un mismo escenario. Así mismo se puede observar que la restricción de varianza máxima es considerada explícitamente en las condiciones de optimalidad de la producción térmica e hidráulica (8), (9) y en la del beneficio futuro (11).

4 Caso ejemplo

El modelo detallado en este artículo ha sido implantado en GAMS v2.50, empleando para su resolución un optimizador específico para problemas complementarios, PATH.

El pequeño caso ejemplo presentado consiste en un mercado formado por dos agentes con una capacidad disponible de unos 2500 MW cada uno, con un mix aproximado de generación térmica hidráulica de 60%–40%. El alcance temporal de estudio está dividido en 4 periodos con 3 niveles de carga cada uno. Así mismo se han considerado 8 escenarios de aportaciones, por lo que el número de nodos del árbol estocástico asciende a 16. Los grupos térmicos están caracterizados por su potencia máxima y su curva cuadrática de consumo, mientras que los grupos hidráulicos están caracterizados por su potencia máxima, sus niveles límite de la reserva y su función lineal de beneficio futuro en el último periodo. La demanda es considerada como una función lineal del precio.

⁷ Para mayor claridad en la formulación de las condiciones de optimalidad, se define varianza marginal ($\sigma'_{s,a}$) a la derivada de la varianza con respecto al beneficio de un escenario.

$$\sigma'_{s,a} = 2 \cdot \rho_s \cdot (1 - \rho_s) \cdot (B_{s,a} - \bar{B}_a) - \sum_{s' \neq s} 2 \cdot \rho_{s'}^2 \cdot (B_{s',a} - \bar{B}_a) \quad \forall s,a$$

En la Tabla 1 se muestran los valores que toma el beneficio de uno de los agentes en cada uno de los escenarios para distintas restricciones de varianza.

σ	Escenarios								E[B]
	1	2	3	4	5	6	7	8	
1.79	32.7	35.0	34.2	36.0	32.3	33.4	35.0	38.2	34.6
1.68	32.2	34.5	34.2	36.0	31.8	32.9	35.0	36.9	34.2
1.42	31.8	34.1	34.5	34.5	30.9	32.0	34.5	34.5	33.4
1.27	31.8	34.1	34.2	34.2	30.9	32.0	34.2	34.2	33.2
1.10	31.8	33.8	33.8	33.8	30.9	32.0	33.8	33.8	33.0
0.90	31.8	33.4	33.4	33.4	30.9	32.0	33.4	33.4	32.7
0.63	31.8	32.8	32.8	32.8	30.9	32.0	32.8	32.8	32.3
0.55	31.8	32.6	32.6	32.6	30.9	32.0	32.6	32.6	32.2
0.45	31.7	32.3	32.3	32.3	30.9	32.1	32.3	32.3	32.0

Tabla 1. Beneficio de explotación por escenario en función de varianza límite

En Fig. 4 se muestran el beneficio esperado de ese agente para los criterios de *value-at-risk* correspondientes a esa varianza límite. Se puede observar que frente a políticas de gestión de riesgos más restrictivas (VAR 1%), la dependencia del beneficio esperado con el *value-at-risk* es más fuerte que ante criterios de cobertura menos severos (VAR 10%).

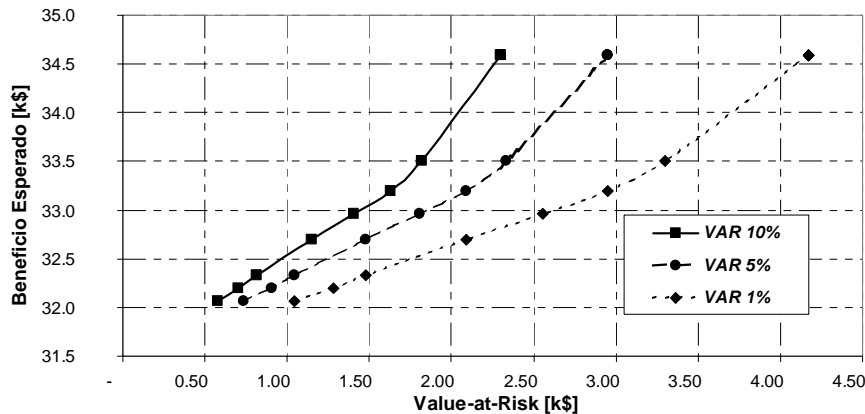


Fig. 4. Curvas de beneficio esperado - riesgo

El tamaño del problema estocástico presentado asciende a 452 ecuaciones y se ha resuelto usando PATH en un PC Pentium-III 1000MHz con 382Mb en un tiempo de 0.273 segundos.

5 Conclusiones

Este artículo presenta una metodología que se adapta perfectamente al diseño de modelos de coordinación hidrotérmica sujeto a mecanismos de mercado, pues permite considerar de forma explícita y simultánea las restricciones del sistema, el posicionamiento de las empresas ante el riesgo y la naturaleza estocástica de las aportaciones. De esta forma, las decisiones de producción y de gestión de reservas derivadas de este modelo son óptimas y robustas. Dada la flexibilidad que permite la metodología basada en el Problema Complementario, cualquier aspecto tanto del sistema de generación como del mercado que se considere relevante en un entorno de decisión de medio-largo plazo puede ser recogido por el modelo.

El modelo matemático propuesto ha sido desarrollado e implantado en GAMS, utilizando potentes optimizadores comerciales diseñados específicamente para problemas complementarios.

6 Agradecimientos

Nuestro sincero agradecimiento a la Dirección del Mercado Mayorista de Iberdrola y al Ministerio de Ciencia y Tecnología (Proyecto SEC99-0199).

7 Referencias

- [1] M. Ventosa, A. García-Alcalde, A. Mencía, M. Rivier, A. Ramos, "Modeling Inflow Uncertainty in Electricity Markets: A Stochastic MCP Approach", PMAPS Proceedings, Vol 2, Madeira 2000.
- [2] T. J. Scott, and E.G. Read, "Modelling Hydro Reservoir Operation in a Deregulated Electricity Market". International Transactions in Operational Research, Vol. 3 pp 243-253, 1996.
- [3] W.W. Cottle, J.S. Pang, and R.E. Stone. "The Linear Complementarity Problem". Academic Press, Boston, 1992.
- [4] M. Rivier, M. Ventosa, A. Ramos. "A Generation Operation Planning Model in Deregulated Electricity Markets based on the Complementarity Problem". Applications and algorithms of complementarity. M. C. Ferris, O. L. Mangasarian and J. S. Pang, editors, Kluwer Academic Publishers. 2001.
- [5] J. Koolberg, J. Elf, P. Wigert, F. Lundquist, E. Mork and A. Cho, "Relating Risk Management Strategy to Modelling Uncertainties in the Nordic Power Markets", Energy Modelling and the Management of Uncertainty, RISK Books 1999.

Apéndice A. Notación.

Tabla 1. Índices

Índice	Descripción
a	Agentes.
h	Grupos hidráulicos.
n	Niveles de carga.
p	Periodos.
p^*	Periodo al que pertenece un nodo w .
s	Escenarios.
s^*	Nodo final del escenario s .
t	Grupos térmicos.
w	Nodos del árbol estocástico
$WS(s)$	Conjunto de nodos pertenecientes al escenario s .
$SW(w)$	Conjunto de escenario de los que es parte el nodo w .

Tabla 2. Parámetros

Parámetro	Descripción
$A_{w,h}$	Aportación hidráulica para el grupo h en el escenario w [TWh]
$d_{p,n}, d'_{p,n}$	Cantidad demandada a precio cero [GW] y pendiente constante de la función de demanda en el nivel de carga n del periodo p [(k\$/TWh)/GW].
$D_{p,n}$	Duración del nivel de carga n del periodo p [kh].
BF'_h	Derivada parcial del beneficio futuro con respecto al nivel de reservas del grupo h [k\$/TWh].
$\bar{h}_h, \underline{h}_h$	Potencia máxima y mínima del grupo hidráulico h [GW].
k_t	Coefficiente de consumo propio del grupo térmico t [p.u.].
o'_t, o''_t	Coefficientes de consumo (lineal [kTcal/TWh] y cuadrático [kTcal/(GW ² -kh)]) del grupo térmico t .
$\bar{p}_t, \underline{p}_t$	Potencia máxima y mínima del grupo térmico t [GW].
$\bar{R}_h, \underline{R}_h$	Niveles máximo y mínimo del las reservas del grupo hidráulico h [TWh].
u_t	Coste variable de operación y mantenimiento del grupo térmico t [k\$/GW].
v_t	Coste del combustible del grupo térmico t [k\$/kTcal].
ρ_w	Probabilidad de ocurrencia del nodo w [p.u.].
$\bar{\sigma}_a$	Varianza máxima de la distribución del margen de contribución del agente a [k\$ ²]

Tabla 3. Variables de decisión

Variable	Descripción
$h_{w,n,h}$	Potencia generada por el grupo hidráulico h en el nivel de carga n del nodo w [GW].
$P_{w,n,t}$	Potencia generada por el grupo térmico h en el nivel de carga n del nodo w [GW].
$R_{w,h}$	Nivel de reserva del grupo hidráulico h al final del nodo w [TWh].
BF_h	Beneficio futuro del grupo hidráulico h [k\$].

Tabla 4. Variables auxiliares

Variable	Descripción
$g_{w,n,e}$	Generación total de la empresa e en el nivel de carga n del nodo w [GW].
$\pi_{p,n,s}$	Precio marginal del sistema en el nivel de carga n del nodo w [k\$/TWh].
$B_{s,a}$	Beneficio en el escenario s del agente a [k\$].
\bar{B}_a	Beneficio medio del agente a [k\$].
$\sigma'_{s,a}$	Derivada parcial de la varianza del beneficio del agente a con respecto al beneficio en el escenario s del agente a [k\$].

Tabla 5. Variables duales

V. Dual	Restricción asociada
$\mu_{w,h}^R$	Gestión de reservas del grupo hidráulico h en el nodo w [k\$/TWh].
$\mu_{s,h}^{BF}$	Beneficio futuro del grupo hidráulico h en el escenario s .
μ_a^σ	Varianza máxima del beneficio del agente a [1/k\$].