Unit Commitment Estratégico para Empresas de Generación: Descomposición por Relajación Lagrangiana

Álvaro Baíllo, Jesús M. Latorre, Mariano Ventosa, Michel Rivier, Andrés Ramos

UNIVERSIDAD PONTIFICIA COMILLAS.
Alberto Aguilera, 23. 28015 Madrid. España.
alvaro.baillo@iit.upco.es

Resumen

En la última década la industria eléctrica ha experimentado un proceso de liberalización a escala mundial que ha supuesto una transformación sustancial del negocio de generación. Las herramientas tradicionales de apoyo a la decisión, tales como los modelos de planificación semanal del equipo generador, deben ser adaptadas a esta nueva coyuntura. En este artículo se propone la descomposición mediante relajación lagrangiana de un modelo de Unit Commitment basado en la maximización del beneficio de una empresa generadora. Este enfoque arroja luz sobre el significado de los multiplicadores de Lagrange en el nuevo contexto de maximización de beneficios. Se presentan resultados de la aplicación del método a un ejemplo numérico.

Palabras clave: Unit Commitment estratégico, mercado eléctrico, relajación lagrangiana.

1 Introducción

Durante la última década la regulación de la industria eléctrica ha experimentado un profundo proceso de liberalización, fruto del cual la generación de energía eléctrica es ahora en muchos países un negocio que se desarrolla en régimen de competencia.

En España, el mercado de electricidad funciona desde enero de 1998. La mayor parte de las transacciones de energía tienen lugar en el Mercado Diario, que consta de veinticuatro subastas horarias. Cada día, las empresas de generación presentan ofertas horarias de venta de energía para el día siguiente. La curva de demanda para cada hora se construye con las posiciones de compra de grandes consumidores y empresas comercializadoras. La intersección entre la curva de oferta agregada y la curva de demanda agregada determina el precio de la energía para cada hora.

En el nuevo contexto competitivo, las empresas de generación requieren nuevas herramientas de apoyo a la decisión. En este artículo se descompone, con la técnica de relajación lagrangiana, el problema de planificación semanal del equipo generador (Unit Commitment, UC), basado en la maximización del beneficio de una empresa.

La estructura de este artículo es la siguiente. En el apartado 2 se describe el problema que se pretende descomponer. En el apartado 3 se explica la aplicación de la técnica de relajación lagrangiana a este problema concreto. El apartado 4 recoge los resultados obtenidos en un caso ejemplo. Las conclusiones se resumen en el apartado 5.

2 Descripción del modelo

Una de las propuestas más interesantes para abordar la programación semanal del equipo generador de una empresa que participa en un mercado es formular el problema como la maximización del beneficio de la empresa y abandonar el esquema de minimización de costes [1] [2]. Esto requiere incluir en el modelo un procedimiento para calcular los ingresos obtenidos por la empresa en el mercado.

La Teoría Microeconómica muestra que el precio unitario de un cierto producto disminuye a medida que la oferta aumenta. Desde el punto de vista de una cierta empresa vendedora, el ritmo al que el precio varía con la cantidad ofrecida viene dado por la curva de demanda residual [7]. De este modo, los ingresos obtenidos por la empresa son función de la cantidad ofrecida por la empresa (Figura 1)

La función de ingresos es no lineal y, a menudo, no cóncava. Es necesario utilizar variables binarias para dividir la función de ingresos en secciones cóncavas y aproximar cada una de estas secciones cóncavas por un conjunto de segmentos lineales (Figura 2).

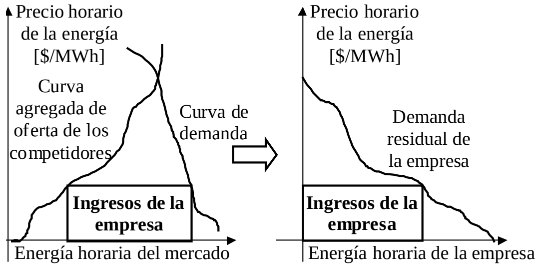

Figura 1. Demanda residual de la empresa

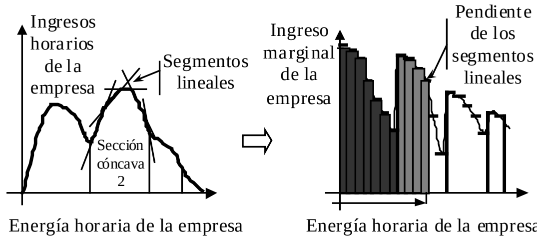

Figura 2. Cálculo de los ingresos de la empresa

La expresión matemática compacta de este problema, que vamos a denominar Unit Commitment estratégico (*Strategic Unit Commitment*, SUC), es como sigue:

$$\begin{aligned} &\underset{q_{gn},u_{gn}}{\text{Max}} \ \sum\nolimits_n \left\{ r_n\left(\sum\nolimits_g q_{gn}\right) - \sum\nolimits_g c_{gn}\left(q_{gn},u_{gn}\right)\right\}, \\ &\qquad \text{s.a.} \ \left\{q_{gn},u_{gn}\right\} \in X_g, \quad \forall g, \end{aligned} \tag{1}$$

donde:

- n nivel de carga (e.g. 1 hora),
- g generador,
- q_{gn} cantidad producida por g en la hora n,
- u_{gn} estado (0/1) del grupo g en la hora n,
- c_{gn} coste del grupo g en la hora n,
- r_n ingresos de la empresa en la hora n,
- X_g conjunto de programas factibles para g.

3 Descomposición del problema

3.1 Estrategia de descomposición

Una de los procedimientos más utilizados para resolver problemas UC de gran tamaño es a través de su dual, utilizando la técnica de relajación lagrangiana [5]. Después de los prometedores resultados obtenidos en los años ochenta [4] [8], en la década de los noventa se han producido importantes avances tanto en los algoritmos [3] como en la complejidad de los problemas que permite resolver [6].

En este artículo el problema SUC se descompone mediante relajación lagrangiana. Al resolver el problema dual no se obtiene una solución factible para el problema primal, pero el significado de la información dual que se obtiene sí es correcto. Esto no sucede si resolvemos el problema primal directamente porque, al ser binarias algunas de las variables, se trata de un problema de maximización no cóncavo.

Las restricciones de complicación de demanda y reserva que aparecen en el problema UC tradicional desaparecen en el problema SUC. El motivo es que la empresa es libre para decidir la cantidad de energía y reserva que quiere vender para maximizar sus beneficios. Sin embargo, en el problema SUC los ingresos horarios, r_n, se calculan como una función de la energía producida por la empresa en esa hora, $\sum\nolimits_g q_{gn}$. Esto significa que los generadores no están ligados a través de restricciones de complicación, sino a través de la función objetivo. Una manera de eliminar esta diferencia con la estructura del problema UC tradicional es añadir una nueva variable, la producción total horaria de la empresa, q_n, y una nueva restricción (3), que expresa que esta producción total debe ser igual a la suma de producciones de cada uno de los generadores de la empresa. Por otro lado, añadimos una restricción de cantidad mínima en cada hora (4):

$$\operatorname*{Max}_{q_n, q_{gn}, u_{gn}} \sum_n \left\{ r_n(q_n) - \sum_g c_{gn}\left(q_{gn}, u_{gn}\right) \right\}, \tag{2}$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_g q_{gn} = q_n, \qquad \forall n, \tag{3}$$

$$\sum_g q_{gn} \geq \underline{q}_n, \qquad \forall n, \tag{4}$$

$$\left\{q_{gn}, u_{gn}\right\} \in X_g, \qquad \forall g. \tag{5}$$

La función dual se define entonces como:

$$\theta(\lambda_n, \mu_n) = \left\{ \operatorname*{Max}_{q_n, q_{gn}, u_{gn}} L\left(q_n, q_{gn}, u_{gn}, \lambda_n, \mu_n\right) \text{ s.a. } \left\{q_{gn}, u_{gn}\right\} \in X_g, \quad \forall g \right\}, \tag{6}$$

donde:

$$L = \sum_n \left\{ r_n(q_n) - \sum_g c_{gn}\left(q_{gn}, u_{gn}\right) - \lambda_n\left(q_n - \sum_g q_{gn}\right) - \mu_n\left(\underline{q}_n - \sum_g q_{gn}\right) \right\}. \tag{7}$$

En cada iteración, dado un conjunto de multiplicadores, $\{\lambda_n, \mu_n\}$, para calcular el valor que toma la función dual θ, hay que maximizar el Lagrangiano, L. Con la formulación elegida, la maximización de L se descompone en subproblemas fáciles de resolver:

$$\operatorname*{Max}_{q_{gn}, u_{gn}} \sum_n \left\{ (\lambda_n + \mu_n) q_{gn} - c_{gn}\left(q_{gn}, u_{gn}\right) \right\}, \quad \text{s.a. } \left\{q_{gn}, u_{gn}\right\} \in X_g, \qquad \forall g, \tag{8}$$

$$\operatorname*{Max}_{q_n} r_n(q_n) - \lambda_n q_n, \qquad \forall n. \tag{9}$$

Como ocurre en el problema UC tradicional, cada generador tiene su subproblema de maximización correspondiente (8). Pero además aparece un subproblema adicional (9), el problema de maximización de los ingresos de la empresa para cada hora.

Generalmente, la solución dual obtenida no es factible para el primal. Una restricción que puede no satisfacerse es la que expresa que la producción total de la empresa viene dada por la suma de las producciones de sus grupos, (3). Lo único que hay que hacer es calcular el beneficio que supone para el problema primal la solución del dual:

$$\text{Dual:} \sum_n r_n(q_n) - \sum_g c_{gn}\left(q_{gn}, u_{gn}\right) \quad \rightarrow \quad \text{Primal:} \sum_n r_n\left(\sum_g q_{gn}\right) - \sum_g c_{gn}\left(q_{gn}, u_{gn}\right).$$

La otra restricción que puede no satisfacerse es la de cantidad mínima (4), pero ello no hace que el programa de generación sea técnicamente infactible.

3.2 Interpretación de los multiplicadores

Es interesante estudiar las condiciones de optimalidad de primer orden del Lagrangiano:

$$\partial L / \partial q_n = \partial r_n / \partial q_n - \lambda_n = 0 \rightarrow \lambda_n = \partial r_n / \partial q_n = p_n + \partial p_n / \partial q_n, \tag{10}$$

$$\partial L / \partial q_{gn} = -\partial c_{gn} / \partial q_{gn} + \lambda_n + \mu_n = 0 \rightarrow \lambda_n + \mu_n = \partial c_{gn} / \partial q_{gn}. \tag{11}$$

El multiplicador λ_n (multiplicador de mercado) es igual al ingreso marginal de la empresa, que viene dado por la suma del precio, p_n, y la pendiente de la demanda residual, $\partial p_n / \partial q_n$ (negativa). Es decir, con las restricciones que se están manejando, el multiplicador de mercado λ_n siempre será inferior o igual al precio. Por otro lado, la suma del multiplicador de mercado y del multiplicador de cuota, μ_n, es igual al coste marginal de la empresa. El multiplicador de cuota expresa lo que deja de ganar la empresa en una cierta hora por mantener una cuota de mercado mínima.

3.3 El caso del bombeo

Supongamos una central de bombeo *b* que en cada hora *n* puede bombear una cantidad w_{bn} o turbinar una cantidad q_{bn} y que el rendimiento de su ciclo es η_b. Si suponemos que no recibe aportaciones, su restricción de balance de agua es:

$$\sum_n q_{bn} - \eta_b w_{bn} = 0 . \tag{12}$$

Si se decide relajar la restricción anterior, hay que añadir un término al Lagrangiano:

$$L^* = L - \rho_b \sum_n \{ q_{bn} - \eta_b w_{bn} \} . \tag{13}$$

La condición de optimalidad para una hora *n* en la que *b* está turbinando es:

$$\partial L^* \big/ \partial q_{bn} = \lambda_n + \mu_n - \rho_b = 0 \rightarrow \lambda_n + \mu_n = \partial c_{gn} \big/ \partial q_{gn} = \rho_b . \tag{14}$$

En cambio, en una hora n' en la que *b* está bombeando:

$$\partial L^* \big/ \partial w_{bn'} = -\lambda_{n'} - \mu_{n'} + \eta_b \rho_b = 0 \rightarrow \lambda_{n'} + \mu_{n'} = \partial c_{gn'} \big/ \partial q_{gn'} = \eta_b \rho_b . \tag{15}$$

Por tanto, las centrales de bombeo tratan de bombear en horas en las que la suma $\lambda_n + \mu_n$ es pequeña para turbinar en horas en las que dicha suma es η_b veces mayor.

4 Caso Ejemplo

A continuación se presentan los resultados obtenidos para el caso de una empresa de generación con 4500 MW instalados de potencia térmica y 1620 MW hidráulicos, incluyendo una central de bombeo. Los problemas han sido formulados en lenguaje GAMS y resueltos con el optimizador CPLEX 7.0.

4.1 Resultados caso semanal completo

El problema semanal completo (sin descomponer) consta de 20327 ecuaciones y 19009 variables (3522 binarias). Ha sido resuelto en 185 s en un Pentium III 1000 MHz 384 MB. La Figura 3 refleja los precios obtenidos para las 168 h de la semana. Obsérvese que el primer día es un jueves. La Figura 4 recoge la potencia por tecnologías.

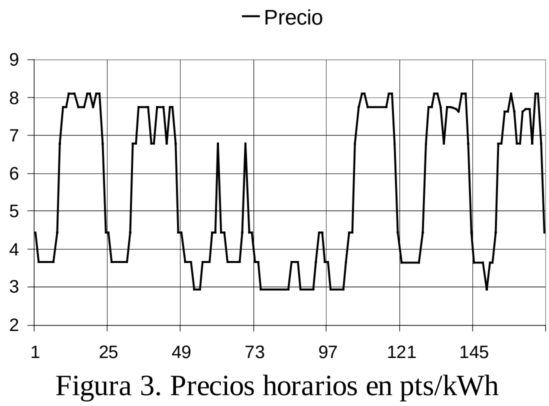

Figura 3. Precios horarios en pts/kWh

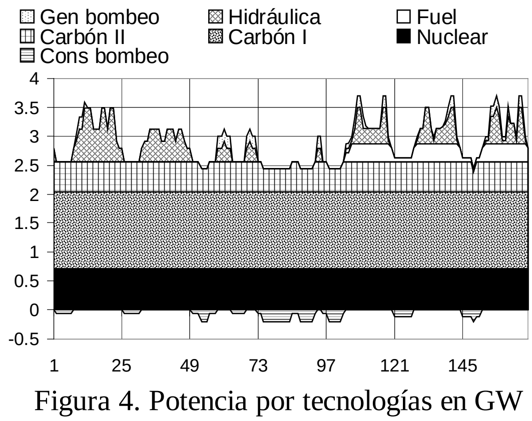

Figura 4. Potencia por tecnologías en GW

4.2 Resultados caso diario descompuesto

El problema descompuesto se ha resuelto para el primer día del caso semanal (jueves) suponiendo que no hay energía hidráulica disponible (aunque se permite bombeo). Se ha utilizado la técnica de ajuste dinámico de la región factible propuesta por Jiménez Redondo [3], consistente en acotar la máxima variación de los multiplicadores en cada iteración, para disminuir las oscilaciones de los multiplicadores. Este algoritmo hace que en el proceso iterativo de minimización la función objetivo del dual no disminuya de forma monótona (Figura 5). La Figura 6 muestra la evolución de la potencia de mercado, q_n, y la potencia generada, $\sum_g q_{gn}$, para la hora 8. La potencia de mercado oscila entre varios óptimos locales (secciones cóncavas de la función de ingresos).

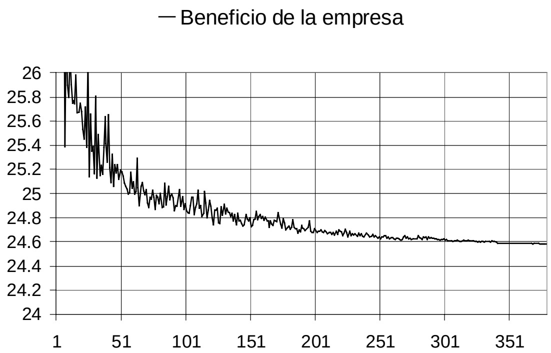

Figura 5. Evolución de la función objetivo dual

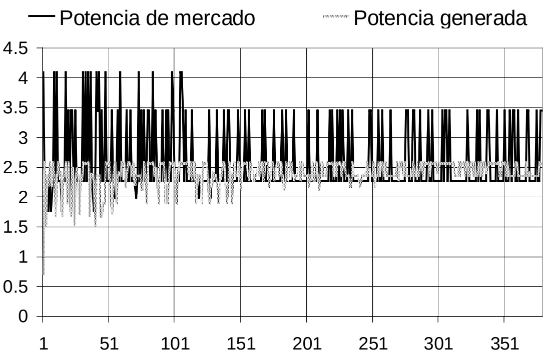

Figura 6. Evolución de las potencias en GW

La Figura 7 representa el perfil de potencias decidido en el subproblema de mercado, q_n, y el decidido en los subproblemas de generación, $\sum_g q_{gn}$. Obsérvese que ambos perfiles son diferentes, por lo que la solución obtenida es infactible para el primal. También se ha dibujado el perfil para conseguir una cuota de mercado mínima del 13%. Esta cuota mínima obliga a arrancar un grupo de fuel (Figura 8).

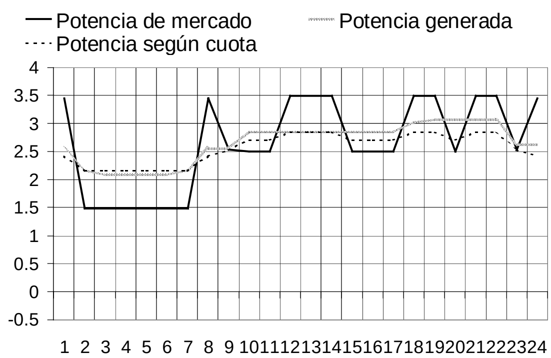

Figura 7. Potencia de mercado y generada

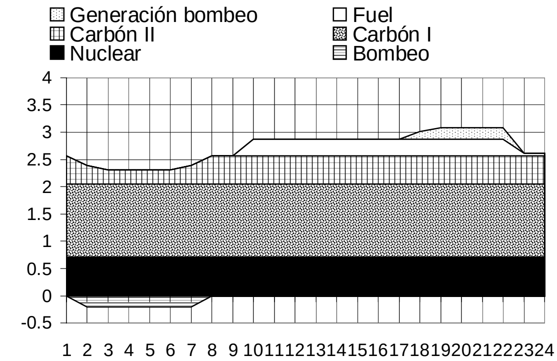

Figura 8. Producción por tecnologías en GW

La Figura 9 muestra la evolución de los multiplicadores y del precio, que presenta las mismas oscilaciones que la potencia de mercado. La Figura 10 permite comprobar que el multiplicador de mercado (ingreso marginal) es siempre menor que el precio, y tanto menor cuanto mayor sea la pendiente de la curva de demanda residual.

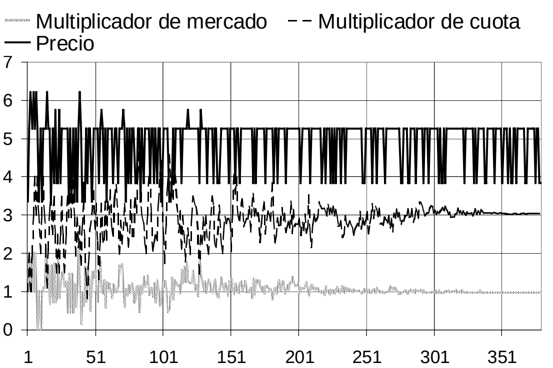

Figura 9. Multiplicadores y precio en pts/kWh

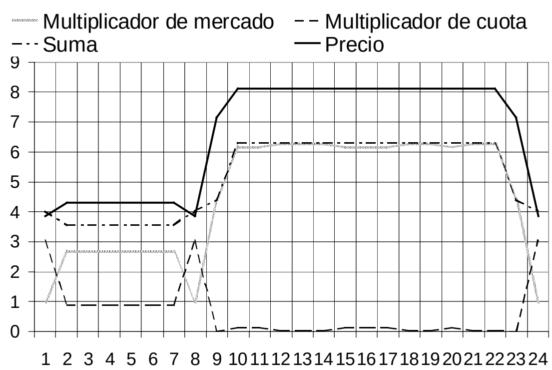

Figura 10. Multiplicadores y precio en pts/kWh

En este caso, a la empresa le resulta caro tratar de mantener su cuota de mercado en las horas de rampa por no tener energía hidráulica disponible. En las horas de punta y llano el multiplicador de cuota es ligeramente distinto de cero y eso es lo que fuerza el arranque del grupo de fuel. Finalmente, la suma de los dos multiplicadores resulta ser casi el doble en las horas de punta que en las horas de valle. Este es el motivo por el que el modelo decide bombear en las horas de valle y turbinar en las de punta, aunque ello le suponga una pérdida de cuota en las horas de valle.

4.3 Valoración del método

Desde un punto de vista computacional, nuestra opinión es que la relajación lagrangiana no puede competir con un optimizador MIP comercial para la resolución de un problema de estas características. El problema semanal ha sido resuelto con CPLEX hasta garantizar optimalidad en tres minutos frente a las 379 iteraciones necesarias para resolver el problema diario con relajación lagrangiana. Sin embargo, la relajación lagrangiana permite conocer la información dual asociada a un problema no convexo, muy valiosa para evaluar los costes asociados a cada una de las restricciones impuestas.

5 Conclusiones

En este artículo se ha efectuado un análisis del significado de los multiplicadores de Lagrange de un modelo de Unit Commitment en un contexto de maximización de beneficios. En el nuevo entorno competitivo cobra gran importancia el ingreso marginal como consigna para tomar decisiones de explotación del equipo generador. El estudio del multiplicador de Lagrange asociado otras consignas de tipo estratégico, como el mantenimiento de una cierta cuota de mercado, permite evaluar cuantitativamente el impacto que este tipo de estrategias tienen sobre los beneficios de la empresa. Asimismo, el uso del bombeo para hacer arbitraje entre horas debe guiarse por la relación que exista entre los multiplicadores de las distintas horas. Se ha resuelto un caso ejemplo para ilustrar los desarrollos teóricos realizados.

6 Agradecimientos

Este trabajo es parte del Proyecto SEC99–0199, becado por el Ministerio de Ciencia y Tecnología.

Referencias

[1] Baillo, A., M. Ventosa, A. Ramos, M. Rivier, A. Canseco, "Strategic Unit Commitment for Generation Companies in Deregulated Electricity Markets". DIMACS/EPRI Workshop The Next Generation of Unit Commitment Models. Rutgers University, September 1999.

[2] García González, J. "Optimización de la explotación en el corto plazo y elaboración de ofertas en un sistema eléctrico liberalizado: naturaleza del problema y métodos de solución". Tesis doctoral. Universidad Pontificia Comillas. Marzo 2001.

[3] Jiménez Redondo, N., A.J. Conejo, "Short-Term Hydro-Thermal Coordination by Lagrangian Relaxation: Solution of the Dual Problem". IEEE Transactions on Power Systems, Vol 14, No 1, February 1999.

[4] Merlin, A., P. Sandrin, "A New Method for Unit Commitment at Electricité de France". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-102, No. 5, May 1983.

[5] Sheblé, G.B., G.N. Fahd, "Unit Commitment Literature Synopsis". IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 9, No. 1, February 1994.

[6] Takriti, S., J.R. Birge, E. Long, "A Stochastic Model for the Unit commitment Problem". IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 11, No.3, August 1996.

[7] Varian, H.R., "Microeconomic Analysis". W.W. Norton & Company. New York. 1992.

[8] Zhuang, F., F.D. Galiana, "Towards a More Rigorous and Practical Unit Commitment by Lagrangian Relaxation". IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 3, No. 2, May 1988.