

## RELACIÓN DE PROBLEMAS DE CLASE DE MODELADO DE DECISIÓN MULTICRITERIO

### PROBLEMA 1: FÁBRICA DE COMPONENTES ELECTRÓNICOS (FACTORY OF ELECTRONIC PARTS)

Una empresa fabrica tres tipos de componentes electrónicos, A, B y C, con un beneficio por unidad de 15, 12 y 10 €/ud respectivamente. Los componentes se fabrican cada uno en una línea de producción, con una capacidad de 200 ud/semana para el componente A, 300 ud/semana para el componente B, y 400 ud/semana para el componente C. La empresa está estudiando alquilar dos robots para incrementar la capacidad de producción. Estos robots se instalarían cada uno en una línea de producción (no se pueden instalar los dos en la misma). El primero de ellos costaría 1000 €/semana, e incrementaría la capacidad en 100 ud/semana para la línea correspondiente. El segundo costaría 1400 €/semana, y aumentaría la capacidad en 150 ud/semana.

Si la empresa ha establecido como metas a alcanzar que sus beneficios sean mayores de 1000 €/semana, y su producción total mayor de 500 unidades, formular el modelo de programación lineal que le indique si debe alquilar los robots, cómo debe asignarlos a cada línea de producción, y cuántas unidades de cada tipo debe fabricar.

El problema debe formularse de la manera más general posible, sin simplificaciones previas.

### PROBLEMA 2: SELECCIÓN DE PERSONAL (STAFF SELECTION)

Una empresa está realizando un proceso de selección de personal para cubrir una o dos plazas (todavía no lo tienen claro) de ingeniero informático. El objetivo de la empresa es seleccionar al candidato o pareja de candidatos que mejor compromiso aporte a la empresa entre su expediente académico y su capacidad de trabajo en equipo. Por otra parte, y dadas las condiciones del mercado laboral, sólo puede ofrecerles contratos por horas, con lo que también debe decidir el número de horas por el que contratarles (con un máximo de 1800 horas al año).

Hasta el momento tiene 6 candidatos, para los que conoce el expediente académico *exp*, la capacidad de trabajo en equipo *cap*, y la demanda de remuneración por hora de cada uno de ellos *rem*. El expediente académico total y la capacidad de trabajo total no dependen de las horas trabajadas.

Además, el candidato 5 ha dicho que sólo aceptaría el puesto si se le contrata por más de 1300 horas. Y por otra parte, resulta que los candidatos 2 y 4 mantuvieron un enfrentamiento en su anterior empresa y por tanto nunca podrían trabajar juntos.

- a) Formular el problema de programación lineal general que proporcione a la empresa la mejor solución compromiso.
- b) Suponiendo que se fijan los pesos de capacidad de trabajo y expediente académico a 0.25 y 0.75 respectivamente, determinar de entre todas las soluciones posibles que proporcionan el mejor compromiso con estos pesos aquella que minimiza el exceso de presupuesto con respecto a la limitación de presupuesto. La empresa cuenta con una limitación de presupuesto de 50.000 € anuales, aunque estaría dispuesta a subir algo si el candidato o candidatos lo merecen.

## SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE CLASE DE MODELADO DE DECISIÓN MULTICRITERIO

### SOLUCIÓN. FÁBRICA DE COMPONENTES ELECTRÓNICOS (FACTORY OF ELECTRONIC PARTS)

#### Índices

$i$ : índice de los productos {A, B, C}

$j$ : índice de líneas de producción {L1, L2, L3}

$k$ : índice de robot {R1, R2}

$l$ : índice de atributos {beneficio, unidades producidas}

#### Parámetros

$b_i$ : beneficio unitario del producto  $i$

$cap_i$ : capacidad de producción de cualquier línea de producción para fabricar el producto  $i$

$icap_k$ : incremento de capacidad asociado al robot  $k$

$c_k$ : coste del robot  $k$

$m_l$ : metas a alcanzar en cada atributo  $l$

$\lambda_{beneficios}$ : factor de ponderación de desviación en beneficios

$\lambda_{unidades\ producidas}$ : factor de ponderación de desviación en unidades producidas

#### Variables

$X_{ij}$ : cantidad de producto  $i$  a fabricar en cada línea de producción  $j$

$Z_{ij}$ : asignación del producto  $i$  a fabricar en la línea de producción  $j$  {0,1}

$Y_{kj}$ : asigno o no el robot  $k$  a la línea de producción  $j$  {0,1}

$P_l, N_l$ : desviación positiva y negativa de la meta  $l$

#### Función objetivo

Penalización ponderada de la desviación de beneficios netos por debajo de 1000 €/semana y de número de unidades producidas

$$\min \lambda_{beneficios} N_{beneficios} + \lambda_{unidades\ producidas} N_{unidades\ producidas}$$

#### Restricciones

- Beneficios netos por semana

$$\sum_{ij} b_i X_{ij} - \sum_{kj} c_k Y_{kj} + N_{beneficios} - P_{beneficios} = m_{beneficios}$$

- Producción total por semana

$$\sum_{ij} X_{ij} + N_{\text{unidades producidas}} - P_{\text{unidades producidas}} = m_{\text{unidades producidas}}$$

- Producción total por tipo de producto y línea de producción

$$X_{ij} \leq cap_i + \sum_k icap_k Y_{kj} \quad \forall ij$$

- Producción por tipo de producto y línea de producción

$$X_{ij} \leq M_{ij} \cdot Z_{ij} \quad \forall ij$$

- Un producto sólo se puede fabricar en una línea de producción

$$\sum_i Z_{ij} \leq 1 \quad \forall j$$

- En un línea de producción sólo se puede instalar un robot

$$\sum_k Y_{kj} \leq 1 \quad \forall j$$

- Variables no negativas y binarias

$$P_l, N_l \geq 0$$

$$X_{ij} \geq 0 \quad \forall ij$$

$$Y_{kj} \in \{0,1\} \quad \forall kj$$

## SOLUCIÓN. SELECCIÓN DE PERSONAL (STAFF SELECTION)

### Índices

$i$ : Candidatos {A, B, C, D, E, F}

### Parámetros

$exp_i$ : expediente académico del candidato  $i$

$cap_i$ : capacidad de trabajo en equipo del candidato  $i$

$rem_i$ : remuneración del candidato  $i$  por hora

$\overline{cap}$ ,  $\underline{cap}$ : capacidad de trabajo de los dos mejores/peores candidato

$\overline{exp}$ ,  $\underline{exp}$ : expediente académico de los dos mejores/peores candidatos

### Variables

$X_i$ : contratación o no del candidato  $i$  {0,1}

$Y_i$ : horas a contratar al candidato  $i$

### Función objetivo

Compromiso entre la capacidad de trabajo total y el expediente académico total

$$\min \left[ w_{cap}^{\pi} \left( \frac{\overline{cap} - \sum_i cap_i X_i}{\overline{cap} - \underline{cap}} \right)^{\pi} + w_{exp}^{\pi} \left( \frac{\overline{exp} - \sum_i exp_i X_i}{\overline{exp} - \underline{exp}} \right)^{\pi} \right]^{1/\pi}$$

Suponiendo el exponente de cada término  $\pi$ .

### Restricciones

- Se ha de contratar al menos a un candidato y como mucho se pueden contratar a 2 candidatos

$$\sum_i X_i \geq 1$$
$$\sum_i X_i \leq 2$$

- Horas trabajadas en función de su contratación

$$Y_i \leq 1800X_i \quad \forall i$$

- Si se contrata al candidato 5 entonces ha de trabajar más de 1300 h

$$\begin{aligned}
X_5 = 1 &\Rightarrow Y_5 \geq 1300 \\
Y_5 &\geq 1300 + m(1 - X_5) \\
-1300 = m &\leq Y_5 - 1300 \\
Y_5 &\geq 1300X_5
\end{aligned}$$

- Si se contrata al candidato 2 no se puede contratar al candidato 4

$$X_2 + X_4 \leq 1$$

- Variables no negativas y binarias

$$\begin{aligned}
X_i &\in \{0,1\} \quad \forall i \\
Y_i &\geq 0 \quad \forall i
\end{aligned}$$

- b) **Suponiendo que se fijan los pesos de capacidad de trabajo y expediente académico a 0.25 y 0.75 respectivamente, determinar de entre todas las soluciones posibles que proporcionan el mejor compromiso con estos pesos aquélla que minimiza el exceso de presupuesto con respecto a la limitación de presupuesto. La empresa cuenta con una limitación de presupuesto de 50.000 € anuales, aunque estaría dispuesta a subir algo si el candidato o candidatos lo merecen.**

### Función objetivo

Minimizar el exceso de presupuesto con respecto al límite de 50.000 € anuales

$$\min p$$

- Las restricciones de la anterior formulación se incluyen en esta formulación y también se añaden las dos restricciones siguientes:
- Coste de la contratación

$$\sum_i rem_i Y_i + n - p = 50000$$

- La solución debe pertenecer al conjunto de soluciones óptimas del problema anterior para dichos coeficientes de la f.o.

$$0.25 \frac{\overline{cap} - \sum_i cap_i X_i}{\overline{cap} - \underline{cap}} + 0.75 \frac{\overline{exp} - \sum_i exp_i X_i}{\overline{exp} - \underline{exp}} = fo^*$$

Siendo  $fo^*$  el valor de la f.o. del problema del apartado anterior con los pesos 0.25 y 0.75 respectivamente.