UNIVERSIDAD PONTIFICIA
ICAI ICADE
COMILLAS
MADRID
DEPARTAMENTO DE
ORGANIZACIÓN INDUSTRIAL

4º IIND – Métodos Matemáticos
5 de abril de 2013

A

Apellidos y nombre: Grupo:

VINOTECA LA FILOXERA (5 PUNTOS)

Una tienda de vinos desea planificar de forma óptima sus pedidos de botellas de su vino estrella. La demanda anual es de d botellas. Cada botella conlleva un coste de compra c_u y un coste de almacenamiento anual c_a. El coste de pedido es c_p para un pedido de menos de q botellas pero el proveedor no cobra nada por este concepto si el tamaño del pedido es de al menos q botellas. La demanda debe ser satisfecha siempre.

a) Determinar la función de coste anual para un pedido de tamaño Q.
b) Representar dicha función teniendo en cuenta todos los casos posibles que se pueden presentar. Establecer en cada caso cuál sería el tamaño óptimo de pedido.
c) Obtener el tamaño óptimo de pedido, la frecuencia con la que se hacen los pedidos y el coste anual de la política óptima para los siguientes valores de los parámetros, donde todos los costes vienen expresados en euros:
$d = 500$, $c_u = 10$, $c_a = 2$, $c_p = 100$, $q = 100$.

UNIVERSIDAD PONTIFICIA ICAI ICADE COMILLAS MADRID

DEPARTAMENTO DE ORGANIZACIÓN INDUSTRIAL

4º IIND – Métodos Matemáticos

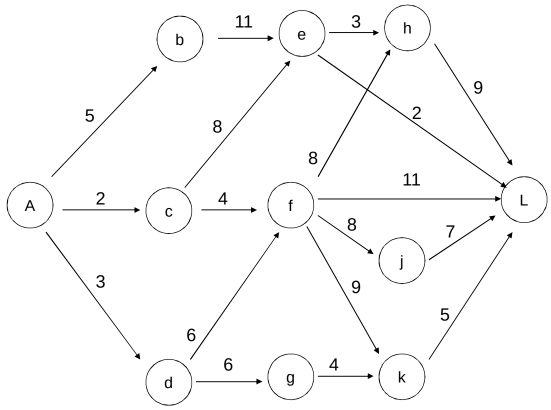
5 de abril de 2013

A

Apellidos y nombre: Grupo:

La Madrugá del Viernes Santo en Sevilla (5 puntos)

Debido a la lluvia inclemente durante esta Semana Santa en Sevilla algunos pasos no pudieron regresar a su iglesia de origen en la madrugá del Viernes Santo. En particular La Hermandad de los Gitanos se refugió en la iglesia de la Anunciación (A) y al día siguiente tuvo que trasladarse al Santuario de los Gitanos (L) de forma tal que la distancia recorrida fuera mínima. Las rutas existentes entre estas iglesias, así como las distancias entre ellas, se muestran en el gráfico siguiente. Encontrar la ruta óptima.



Apellidos y nombre: Grupo:

SOLUCIÓN. VINOTECA LA FILOXERA

a) Determinar la función de coste anual para un pedido de tamaño Q.

Se trata de un modelo EOQ sin ruptura con la novedad de que el coste de pedido depende del tamaño del mismo. La función de coste anual es:

$$C(Q) = \begin{cases} \dfrac{dc_p}{Q} + c_u d + \dfrac{c_a Q}{2} & \text{si } Q < q \\ c_u d + \dfrac{c_a Q}{2} & \text{si } Q \geq q \end{cases}$$

b) Representar dicha función teniendo en cuenta todos los casos posibles que se pueden presentar. Establecer en cada caso cuál sería el tamaño óptimo de pedido.

La primera expresión se representa como la función de coste del modelo EOQ clásico, tendrá su único mínimo en el punto

$$Y = \sqrt{\frac{2dc_p}{c_a}}$$

La segunda expresión se representa mediante una recta con pendiente positiva. La función global presenta un punto de discontinuidad en q, y si el coste de pedido es positivo (que es lo habitual), el salto es negativo en dicho punto, es decir:

$$\lim_{Q \to q^-} C(Q) > C(q)$$

Teniendo en cuenta estas consideraciones, nos podemos encontrar con tres situaciones distintas:

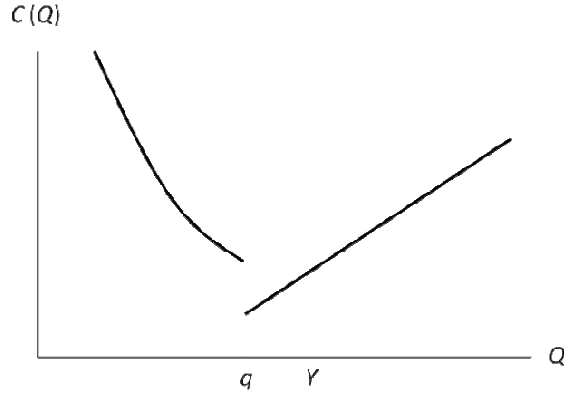
I. $Y \geq q$

D

RIAL

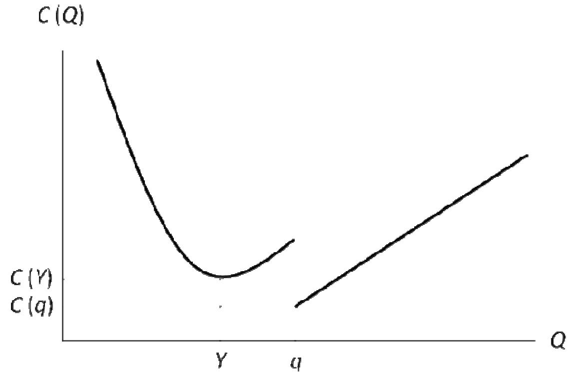
A

Apellidos y nombre: Grupo:



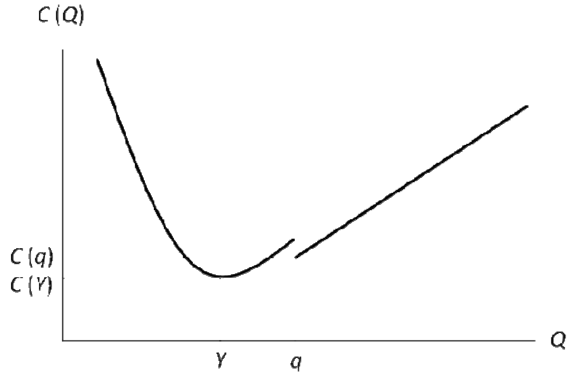
El tamaño óptimo de pedido sería q.

II. $Y < q, C(Y) \geq C(q)$



El tamaño óptimo de pedido sería q.

III. $Y < q, C(Y) < C(q)$



Apellidos y nombre: Grupo:

El tamaño óptimo de pedido sería Y.

c) Obtener el tamaño óptimo de pedido, la frecuencia con la que se hacen los pedidos y el coste anual de la política óptima para los siguientes valores de los parámetros, donde todos los costes vienen expresados en euros:

Opción A: $d = 500$, $c_u = 10$, $c_a = 2$, $c_p = 100$, $q = 100$

$$Y = \sqrt{\frac{2dc_p}{c_a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 500 \cdot 100}{2}} = 223.6$$

Como $Y \geq q$ estamos en el caso I. El tamaño óptimo de pedido es

$$Q^* = q = 100 \text{ botellas}$$

El tiempo entre ciclos es

$$T_0{}^* = \frac{Q^*}{d} = \frac{100}{500} = 0.2 \text{ años} \simeq 73 \text{ días}$$

El coste anual es

$$C(Q^*) = C(q) = 5100 \text{ €}$$

Apellidos y nombre: Grupo:

SOLUCIÓN. LA MADRUGÁ DEL VIERNES SANTO EN SEVILLA (5 PUNTOS)

Se trata de aplicar el algoritmo de Dijkstra.

Paso 1.

$u_A = 0$, $u_B = 5, pred(B) = A$, $u_C = 2, pred(C) = A$, $u_D = 3, pred(D) = A$,

$u_{E,F,G,H,J,K,L} = \infty$

Se etiqueta C.

Paso 2.

$u_B = \min\{5, 2+\infty\} = 5$, $u_D = \min\{3, 2+\infty\} = 3$,

$u_E = \min\{\infty, 2+8\} = 10, pred(E) = C$, $u_F = \min\{\infty, 2+4\} = 6, pred(F) = C$,

$u_{G,H,J,K,L} = \infty$

Se etiqueta D.

Paso 3.

$u_B = \min\{5, 3+\infty\} = 5$, $u_E = \min\{10, 3+\infty\} = 10$, $u_F = \min\{6, 3+6\} = 6$,

$u_F = \min\{\infty, 3+6\} = 9, pred(F) = D$, $u_{H,J,K,L} = \infty$

Se etiqueta B.

Paso 4.

$u_E = \min\{10, 5+11\} = 10$, $u_F = \min\{6, 5+\infty\} = 6$, $u_G = \min\{9, 5+\infty\} = 9$,

$u_{H,J,K,L} = \infty$

Se etiqueta F.

Paso 5.

$u_E = \min\{10, 6+\infty\} = 10$, $u_G = \min\{9, 6+\infty\} = 9$,

$u_H = \min\{\infty, 6+8\} = 14, pred(H) = F$, $u_J = \min\{\infty, 6+8\} = 14, pred(J) = F$,

$u_K = \min\{\infty, 6+9\} = 15, pred(K) = F$, $u_L = \min\{\infty, 6+11\} = 17, pred(L) = F$

Se etiqueta G.

Paso 6.

$u_E = \min\{10, 9+\infty\} = 10$, $u_H = \min\{14, 9+\infty\} = 14$,

$u_J = \min\{14, 9+\infty\} = 14$, $u_K = \min\{15, 9+4\} = 13, pred(K) = G$,

$u_L = \min\{17, 9+\infty\} = 17$

Se etiqueta E.

Paso 6.

Apellidos y nombre: Grupo:

$u_H = \min\left\{14, 10+3\right\} = 13, pred(H) = E$, $u_J = \min\left\{14, 10+\infty\right\} = 14$,

$u_K = \min\left\{13, 10+\infty\right\} = 13$, $u_L = \min\left\{17, 10+2\right\} = 12, pred(L) = E$

Se etiqueta F y por tanto se detiene el algoritmo.

La ruta óptima es la inversa de ésta: L, E, C, A y la distancia total es 12.